نام و نام خانوادگی: امین غلامی	فیزیک ۱	تاریخ تحویل: ۱۴۰۳/۱۰/۲۱
شماره دانشجویی: ۸۱۰۱۰۳۴۶۱۰	تمرین سری پنجم	روز و ساعت کلاس: یکشنبه ها و سه‌شنبه ها ۱۰:۳۵ - ۱۲

۱ معلومات مسئله: m_1 و m_2 ، شعاع حلقه: r ، نخ روی قرقره نمی‌لغزد ، m_2 در مدت زمان t به اندازه h پایین می‌آید

حل: الف) $\Delta y = \frac{1}{2}at^2$ (+ رو به پایین)

$$h = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \boxed{a_2 = \frac{2h}{t^2}}$$ به سمت پایین

ب) $\Sigma F_2 = m_2 a_2 \Rightarrow -T_2 + m_2 g = m_2 a_2 \Rightarrow \boxed{T_2 = m_2(g - a_2)}$

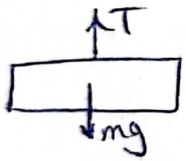
پ) $\Sigma F_1 = m_1 a_1 \Rightarrow -T_1 + m_1 g = m_1 a_1 \Rightarrow \boxed{T_1 = m_1(a_1 + g_1)}$

ت) $a_t = R\alpha \Rightarrow \frac{2h}{t^2} = R\alpha \Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{2h}{Rt^2}}$

ث) $\Sigma \tau = I\alpha \Rightarrow T_1 R - T_2 R = I\alpha \Rightarrow \boxed{I = (T_1 - T_2)\frac{R}{\alpha}}$

۲ معلومات مسئله: شعاع خارجی $= R$ ، شعاع داخلی $= r$

حل:



$$T - mg = ma \Rightarrow T = m(g + a)$$

$$\Sigma \tau = I\alpha \Rightarrow F_{app} R - Tr = I\alpha$$

$$\Rightarrow \boxed{I = \frac{F_{app}R - Tr}{\alpha} = \frac{F_{app}R - mr(g+a)}{\alpha}}$$

۳ معلومات مسئله: $m_{گلوله} = 6g$ ، $L = 0/6m$ ، $M_{Rod} = 0/5kg$ ، $I_{Rod} = 0/05 kg \cdot m^2$

M_{Block}

حل:

الف) $I_{total} = \Sigma I = I_{Rod} + I_{Block} + I_{bullet}$

$$\Rightarrow \boxed{I_{total} = 0/05 + M_{Block}L^2 + m_{bullet}L^2}$$

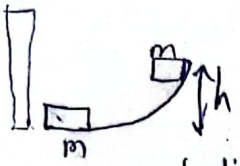
ب) $P_i = P_f \Rightarrow (mv)(L) = (I_{Rod} + I_{Block} + I_{bullet})\omega$

$$\Rightarrow 6\times10^{-3} \times 6\times10^{-1} \times v = (6\times10^{-2} + \frac{1}{2}\times 36\times10^{-2} + 6\times10^{-3}\times 36\times10^{-2}) \cdot 4/5$$

$$\Rightarrow 36\times10^{-4} v = 24/216\times10^{-2} \times 4/5 \Rightarrow \boxed{v \simeq 30/27 \frac{m}{s}}$$

ع | معلومات مسئله عبارت اند از: جرم گلوله $= m$ ، ارتفاع h ، جرم میله $= M$ ، طول میله $= L$

حل:



$$mgh = \frac{1}{2}mv_h^2 \Rightarrow v_h = \sqrt{2gh}$$

تکانه‌ی زاویه‌ای $L_1 = mv_h L = \sqrt{2gh}\, mL$

$$L_2 = m(L\omega)L + \frac{1}{3}ML^2\omega = mL^2\omega + \frac{1}{3}ML^2\omega$$

$$L_1 = L_2 \Rightarrow \sqrt{2gh}\, mL = mL^2\omega + \frac{1}{3}ML^2\omega = L^2\omega\left(m+\frac{1}{3}M\right)$$

$$\Rightarrow \sqrt{2gh}\, m = L\omega\left(m+\frac{1}{3}M\right) \Rightarrow \boxed{L\omega = \frac{m\sqrt{2gh}}{m+\frac{M}{3}}}$$

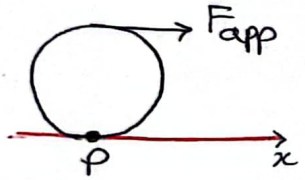
از بعد از برخورد تا زمان توقف لحظه‌ای:

$$\Delta E_{mech} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}m(L\omega) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}ML^2\right)\omega^2 = mg(L - L\cos\theta) + Mg\left(\frac{L}{2} - \frac{L}{2}\cos\theta\right)$$

$$\Rightarrow \frac{L\omega}{2}\left(m+\frac{1}{3}ML\omega\right) = gL\left(m - m\cos\theta + \frac{M}{2} - \frac{M}{2}\cos\theta\right)$$

$$\frac{1}{2gL}\cdot\frac{m\sqrt{2gh}}{m+\frac{M}{3}}\left(m+\frac{1}{3}\frac{mM\sqrt{2gh}}{m+\frac{M}{3}}\right) = m+\frac{M}{2} - \cos\theta\left(m+\frac{M}{2}\right)$$

ب | معلومات مسئله عبارت از: F_{app} ، M ، R ، غلتش بدون لغزش



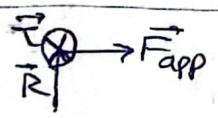
حل: الف)

$$\tau = I\alpha \Rightarrow F_{app} \times 2R = I_P\alpha$$

$$\Rightarrow 2F_{app}R = (I_{cm}+MR^2)\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{2F_{app}R}{\frac{3}{2}MR^2}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{4}{3}\frac{F_{app}}{MR}\ ,\ a_{cm} = R\alpha \Rightarrow \boxed{a_{cm} = \frac{4}{3}\frac{F_{app}}{M}}$$

ب)



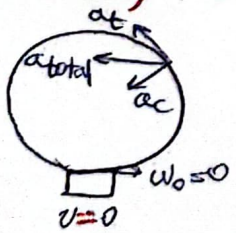
α درونسو $\Rightarrow \boxed{\alpha = -\frac{4}{3}\frac{F_{app}}{MR}\hat{k}}$

ج)

$$F_{app} - f_k = Ma_{cm} \Rightarrow f_k = F_{app} - Ma_{cm} = \frac{-1}{3}F_{app}$$

ج | معلومات مسئله عبارت اند از: $R = 10m$ ، $\alpha = ct$ ، $c = 0/1\ rad/s^3$ ، $v_0 = 0$

حل:



$$a_t = R\alpha = R(ct) \xrightarrow{t=4} a_t = (10)(0/1)(4) = 4\ m/s^2$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow d\omega = \alpha\, dt \Rightarrow \int d\omega = \int \alpha\, dt$$

$$\Rightarrow \omega = \int ct\, dt = \frac{1}{2}ct^2 + c_2 \xrightarrow{\omega_0 = 0} c_2 = 0$$

$$\xrightarrow{t=4} \omega = \frac{1}{2}(0/1)(16) = 0/8$$

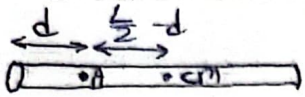
$$a_c = R\omega^2 = 10(0/64) = 6/4\ m/s^2$$

$$a_{total} = \sqrt{a_c^2 + a_t^2} = 0/4\sqrt{100+256} = 0/8\sqrt{25+64} = 0/8\sqrt{89}$$

$$\boxed{a_{total} \simeq 7/55\ m/s^2}$$

۷ معلومات مسئله عبارت است از: میله به طول L و جرم m ، pin in A

حل:



$\tau_A = I_A \alpha$

$\tau < 0$

$\tau = -mg(\frac{L}{2} - d)$

$$\Rightarrow -mg(\frac{L}{2}-d) = (I_{cm} + m(\frac{L}{2}-d)^2)\alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{-g(\frac{L}{2}-d)}{\frac{1}{12}L^2 + \frac{L^2}{4} - Ld + d^2} = \frac{-\frac{gL}{2} + gd}{\frac{L^2}{3} - Ld + d^2}$$

$$\Rightarrow \frac{d\alpha}{dd} = 0 \Rightarrow g(\frac{L^2}{3} - Ld + d^2) - (-L+2d)(-\frac{gL}{2} + gd) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{gL^2}{3} - gLd + gd^2 - (\frac{gL^2}{2} - gLd - gLd + 2gd^2) = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{gL^2}{6} + 2gLd - gd^2 = 0 \Rightarrow 6gd^2 - 6gLd + gL^2 = 0$$

$$\Delta = 36g^2L^2 - 24g^2L^2 = 12g^2L^2 \quad \begin{cases} d = \frac{6gL + 2\sqrt{3}gL}{12g} = \frac{3+\sqrt{3}}{6}L \times \\ \boxed{d = \frac{3-\sqrt{3}}{6}L} \end{cases}$$

$d < \frac{L}{2}$

---

۸ معلومات مسئله: $R' = \frac{R}{2}$ ، ستاره را هم شکل کره در نظر می‌گیریم.

حل: سیستم ایزوله $\Rightarrow \Delta L = 0 \Rightarrow L_1 = L_2$ ، تکانه زاویه‌ای ، $I_{کره} = \frac{2}{5}MR^2$

الف)

$$I_i\omega_i = I_f\omega_f \Rightarrow \frac{2}{5}MR_i^2\omega_i = \frac{2}{5}MR_f^2\omega_f \Rightarrow \frac{\omega_f}{\omega_i} = (\frac{R_i}{R_f})^2 = \boxed{4}$$

ب)

$$\frac{K_f}{K_i} = \frac{\frac{1}{2}I_f\omega_f^2}{\frac{1}{2}I_i\omega_i^2} = (\frac{R_f}{R_i} \times \frac{\omega_f}{\omega_i})^2 = (\frac{1}{2} \times 4)^2 = \boxed{4}$$

---

۹ معلومات مسئله: جرم M و طول L ، pin in A ، برخورد ذره او میله: کاملا غیرکشسان
برخورد ذره ۲ و میله: کشسان

حل:

الف)

$$L_1 = L_2 \Rightarrow mv\frac{L}{2} = (\frac{1}{12}ML^2 + m\frac{L^2}{4})\omega_2$$

$$\Rightarrow \frac{mv}{2} = (\frac{3m+M}{12})L\omega_2 \Rightarrow \boxed{\omega_2 = \frac{6mv}{(3m+M)L}}$$

ب)

$$L_2 = L_3 \Rightarrow I\omega_2 = I\omega_3 + mv'\frac{L}{2} \Rightarrow I(\omega_2 - \omega_3) = mv'\frac{L}{2}$$

برخورد کشسان: $K_2 = K_3 : \frac{1}{2}I\omega_2^2 = \frac{1}{2}I\omega_3^2 + \frac{1}{2}mv'^2 \Rightarrow I(\omega_2^2 - \omega_3^2) = mv'^2$

$$\div \Rightarrow \omega_2 + \omega_3 = \frac{2v'}{L}$$

$$\omega_2 - \omega_3 = \frac{mv'L}{2I}$$

ادامه صفحه بعد

ادامه سوال ۹:

$$\omega_2 + \omega_3 = \frac{2v'}{L}$$

$$\omega_2 - \omega_3 = \frac{\frac{mv'L}{2}}{\frac{1}{12}ML^2} = \frac{6mv'}{ML} \Rightarrow 2\omega_3 = \frac{2v'}{L} - \frac{6mv'}{ML}$$

$$\Rightarrow \omega_3 = \frac{(M-3m)v'}{ML}$$

$$\Rightarrow \omega_2 = \frac{(6m+M-3m)v'}{ML} = \frac{(3m+M)v'}{ML} \Rightarrow \frac{6mv}{(3m+M)L} = \frac{(3m+M)v'}{ML}$$

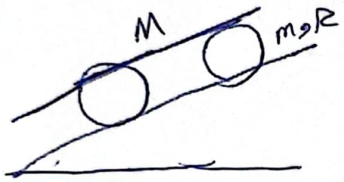
$$\Rightarrow 6mMv = (9m^2+6mM+M^2)v'$$

$$\Rightarrow \boxed{v' = \frac{6mM}{9m^2+6mM+M^2}v}$$

---

۱۰ معلومات مسئله: M: جرم تخته m: جرم استوانه

R: شعاع استوانه



حل:

$$v_{\text{تخته}} = 2v_{\text{استوانه}} \Rightarrow \Delta y_{\text{تخته}} = 2\Delta y_{\text{استوانه}}$$

$$\Delta K + \Delta U = 0 \Rightarrow K_2 + \Delta U = 0 \Rightarrow -\Delta U = K_2$$

$$\Delta U = -2(mgh) - Mg(2h) = -2mgh - 2Mgh \Rightarrow K_2 = 2gh(m+M)$$

$$K_2 = 2\left(\frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv_{cm}^2\right) + \frac{1}{2}Mv_{\text{تخته}}^2$$

$$K_2 = \frac{1}{2}mR^2\left(\frac{v_{cm}}{R}\right)^2 + mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}M \times 4v_{cm}^2$$

$$K_2 = \frac{3}{2}mv_{cm}^2 + 2Mv_{cm}^2 = v_{cm}^2\left(\frac{3}{2}m + 2M\right)$$

$$\Rightarrow v_{cm}^2 = \frac{2gh(m+M)}{\left(\frac{3}{2}m+2M\right)} \Rightarrow \boxed{v_{cm} = \sqrt{\frac{2gh(m+M)}{\left(\frac{3}{2}m+2M\right)}}}$$