

تاریخ تحویل: ۱۴۰۳ / ۱۰ / ۰۶

فیزیک ۱

نام و نام خانوادگی: امین غلامی

یکشنبه ها و سه شنبه ها

روز و ساعت: ۱۲ - ۱۰:۳۰

تمرین سری چهارم

شماره دانشجویی: ۸۱۵۰۳۴۸۰

$$\vec{v}_i = 200\hat{i}, v_{if} = 100\hat{j}, \vec{v}_{2f} = -500\hat{i}$$

$$m = 20\text{ kg}, m_1 = 10\text{ kg}, m_2 = 4\text{ kg}$$

معلومات مسئله عبارت اند از:

$$\Delta P_{\text{total}} = 0 \Rightarrow \vec{P}_{i, \text{total}} = \vec{P}_{f, \text{total}} \Rightarrow m\vec{v}_i = m_1\vec{v}_{1f} + m_2\vec{v}_{2f} + m_3\vec{v}_{3f}$$

$$\Rightarrow 20(200)\hat{i} = -2000\hat{i} + 1000\hat{j} + 6\vec{v}_{3f}$$

حل: الف)

$$\Rightarrow 6\vec{v}_{3f} = 6000\hat{i} - 1000\hat{j} \Rightarrow \vec{v}_{3f} = 1000\hat{i} - \frac{500}{3}\hat{j} \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_i = 200\hat{i} \Rightarrow K_i = \frac{1}{2}(20)(4 \times 10^4) = 4 \times 10^5 \text{ J}$$

$$K_f = \frac{1}{2}(10 \times 10^4 + 4 \times (25 \times 10^4) + 6 \times (10^6 + \frac{25}{9} \times 10^4))$$

$$\Rightarrow K_f = \frac{1}{2}(10^5 + 10^5 + 6 \times 10^6 + \frac{50}{9} \times 10^4) = \frac{1}{2}(63,66 \times 10^5) = 31,83 \times 10^5$$

$$E = \Delta K = K_f - K_i = 28 \times 10^5 \text{ J}$$

معلومات مسئله عبارت اند از: $m_A = 1100\text{ kg}, m_B = 1400\text{ kg}, \mu_k = 0,13$
 $d_B = 6,1\text{ m}, d_A = 8,2\text{ m}$

$$\Sigma F = ma \quad \begin{cases} A: -f_k = m_A a_A \Rightarrow -\mu_k m_A g = m_A a_A \Rightarrow a_A = -\mu_k g \\ B: -f_k = m_B a_B \Rightarrow -\mu_k m_B g = m_B a_B \Rightarrow a_B = -\mu_k g \end{cases} \quad \text{حل: الف)}$$

A: از لحظه برخورد تا استادن: $a_A = -0,13 \times 10 = -1,3 \text{ m/s}^2$ و $0 - v_{iA}^2 = 2a_A d_A \Rightarrow -v_{iA}^2 = -2 \times 1,3 \times 8,2$

$$\boxed{v_{iA} \approx 4,61 \text{ m/s}} \approx 4,6 \text{ m/s}$$

B: از لحظه برخورد تا استادن: $a_B = -0,13 \times 10 = -1,3 \text{ m/s}^2$

$$0 - v_{iB}^2 = 2a_B d_B \Rightarrow -v_{iB}^2 = -2 \times 1,3 \times 6,1 \Rightarrow \boxed{v_{iB} \approx 3,98 \text{ m/s}} \approx 3,9 \text{ m/s}$$

$$\Delta P_{\text{total}} = 0 \Rightarrow P_{\text{before collision}} = P_{\text{after collision}}$$

ب)

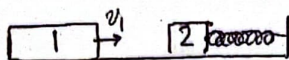
$$\Rightarrow m_{iA} v_{iA} + m_{iB} v_{iB} = m_{fA} v_{fA} + m_{fB} v_{fB} \Rightarrow 0 + 1400 v_{iB} = 1100 \times 4,6 + 1400 \times 3,9$$

$$\Rightarrow \boxed{v_{iB} \approx 7,5 \text{ m/s}}$$

سرعت B قبل از برخورد

ج) بنابر اصل یابیشتن، تکانه، به قانون سوم نیوتون، برای یک سیستم انزوله، صومنتوم ثابت است. این یعنی اگر سیستمها انزوله نباشند و نیروهای خارجی در حین برخورد به دو خودرو وارد نشود، آنگاه دیگر نمی توان از قانون یابیشتن، تکانه استفاده کرد. بنابر این، برای استفاده از این اصل نباید در یک بازه زمانی کوتاه قبل و بعد از برخورد، نیروی خارجی وجود داشته باشد و اصطلاحاً سیستم باید انزوله باشد.

$$v_{i1} = v_1, v_{i2} = 0$$



معلومات مسئله عبارت اند از: برخورد کاملاً غیر الاستیک

$$v_{2f} = v_{1f} = v$$

حل: الف)

$$\Delta p_{total} = 0 \Rightarrow p_i = p_f \Rightarrow m_1 v_{i1} + m_2 v_{i2} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

$$\Rightarrow m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v \Rightarrow v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

$$\Delta E_{mech} = 0 \Rightarrow \Delta K + \Delta U_s = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} (m_1 + m_2) (0 - v^2) + \frac{1}{2} k x_f^2 = 0$$

بلای کل مجموع
انرژیان برخورد
یعنی حداقل انرژی

$$\Rightarrow k x_f^2 = (m_1 + m_2) \left(\frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} \right)^2 \Rightarrow x_f^2 = \frac{m_1^2 v_1^2}{k (m_1 + m_2)}$$

$$\Rightarrow x_f = \frac{m_1 v_1}{\sqrt{k (m_1 + m_2)}}$$

ب) با توجه به اینکه برخورد از نوع برخورد کاملاً غیر الاستیک است پس بیشترین انرژی جنبشی در هنگام برخورد ارتکاف می شود بنابراین انرژی مکانیکی تابعی از زمان می ماند.

$$\Delta E_i = \Delta K_i = \frac{1}{2} m_1 \left(\left(\frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} \right)^2 - v_1^2 \right)$$

معلومات مسئله عبارت اند از: M و m و h برخورد الاستیک



$$v_h^2 - 0 = 2gh \Rightarrow v_h = \sqrt{2gh}$$

سرعت برخورد
بر زمین هدف

حل: الف)

= برخورد الاستیک: $v_{mf} = \left(\frac{M-m}{M+m} \right) v_{mi} + \left(\frac{2m}{M+m} \right) v_{mi}$

$$0 = \left(\frac{M-m}{M+m} \right) (-\sqrt{2gh}) + \left(\frac{2m}{M+m} \right) (\sqrt{2gh}) \Rightarrow \frac{M-m}{M+m} < \frac{2m}{M+m}$$

$$M < 3m \Rightarrow m < \frac{M}{3}$$

$$v_{h_{max}} = 0 \Rightarrow h_{max}$$

$$v_{h_{max}}^2 - v_{mf}^2 = 2gh_{max} \Rightarrow h_{max} = \frac{v_{mf}^2}{2g}$$

ب)

نیز: $v_{mf} = \dots$

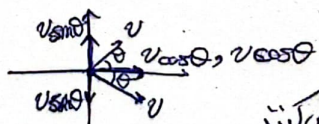
$$v_{mf} = \left(\frac{m-M}{m+M} \right) \sqrt{2gh} + \left(\frac{2M}{m+M} \right) (-\sqrt{2gh})$$

$$v_{mf} = \left(\frac{-2m}{4m} \right) \sqrt{2gh} + \left(\frac{6M}{4M} \right) (-\sqrt{2gh}) = -2\sqrt{2gh}$$

سرعت بالا

$$\Rightarrow h_{max} = \frac{4(2gh)}{2g} = 4h$$

معلومات مسئله عبارت اند از: $v_i = v$



$$\vec{v}_{tot} \rightarrow v \cos \theta$$

حل: الف)

بنابراین مجموع سین از برخورد به هم جیبین و روی محور x حرکت می کنند

ب) در برخورد الاستیک انرژی جنبشی ثابت می ماند پس جیبی که در ربع سوم دستگاه مختصات است بر روی خط ۲ ادامه مسیر می دهد و جیب دیگر بر روی خط ۳ ادامه مسیر می دهد

ج) دو منقسم ثابت است پس مولفه x سرعت ها کاهش نمی یابد و فقط مولفه y سرعت ها کم می شود
بنابراین جیب پایینی در ناحیه B و جیب بالایی در ناحیه C ادامه مسیر می دهد.

د) انرژی جنبشی در این حالت ثابت است پس $v_f = v$

$$\Delta p = 0$$

ه) دو جیب به هم جیبین اند و $m(2v \cos \theta) = 2mv' \Rightarrow v' = v \cos \theta$

معلومات مسئله عبارت اند از : $m =$ جرم هر مرد ، $N =$ مرد ، $M =$ جرم کوری
 سرعت مرد نسبت به کوری $v_{mc} = u$

$$\Delta P_{total} = 0 \Rightarrow \vec{P}_i = \vec{P}_f \xrightarrow{P_i=0} \vec{P}_f = 0$$

$$\Rightarrow Nm(v_f - u) + Mv_f = 0 \Rightarrow Nmu = v_f(Nm + M) \quad \text{حل : الف)}$$

$$\Rightarrow v_f = \left(\frac{Nm}{Nm + M} \right) u$$

(ب) اول یک مرد میپرد .

$$\Delta P_{total} = 0 \Rightarrow P_0 = P_1 = 0 \Rightarrow P_1 = ((N-1)m + M)v_1 + (v_1 - u)m = 0$$

کانه پیش از پرش مرد اول
 کانه پس از پرش مرد اول

$$\Rightarrow v_1(Nm - m + M + m) = mu$$

$$\Rightarrow v_1 = \left(\frac{m}{Nm + M} \right) u$$

سرعت اضافه شده به کوری پس از پرش مرد اول

$$P_1 = P_2 = 0 \Rightarrow P_2 = ((N-2)m + M)v_2 + (v_2 - u)m = 0$$

کانه پس از پرش مرد دوم

$$\Rightarrow v_2 = \left(\frac{m}{(N-1)m + M} \right) u$$

$$\Rightarrow v_3 = \left(\frac{m}{(N-2)m + M} \right) u , \dots , v_N = \left(\frac{m}{m + M} \right) u$$

سرعت اضافه شده به کوری پس از پرش مرد N ام

$$\Rightarrow v_f = v_1 + v_2 + \dots + v_N = \left(\frac{m}{Nm + M} + \frac{m}{(N-1)m + M} + \frac{m}{(N-2)m + M} + \dots + \frac{m}{m + M} \right) u$$

M : جرم قوطی ، m : جرم نوشته ، H : ارتفاع

$$h = X_{cm} = \frac{M(\frac{H}{2}) + m(\frac{H}{2})}{M + m} = \frac{H}{2}$$

معلومات مسئله عبارت اند از :

حل : الف)

$$h = X_{cm} = \frac{M(\frac{H}{2})}{M} = \frac{H}{2} \quad \text{کانه خالی}$$

$$h = X_{cm} = \frac{M(\frac{H}{2}) + m_t(\frac{H}{2} - x)}{M + m_t} \quad \text{ب)}$$

m_t : جرم نوشته در لحظه ، مقدار ارتفاع خالی شدن : x

$$h = \frac{M(\frac{H}{2}) + \frac{mx}{H}(\frac{x}{2})}{M + \frac{mx}{H}} = \left(\frac{MH}{2} + \frac{mx^2}{2H} \right) H \quad \text{ج)}$$

$$h = \frac{MH^2 + mx^2}{2MH + 2mx} \Rightarrow h'(x) = \frac{(2MH + 2mx) - (2mx)(MH^2 + mx^2)}{(2MH + 2mx)^2}$$

$$h'(x) = 0 \Rightarrow 4m^2x^2 - 2m^2x^2 - 2mMH^2 + 4mMxH = 0$$

$$\Rightarrow 2m^2x^2 = 2mMH^2 - 4mMxH$$

$$\xrightarrow{\div 2m} mx^2 = MH^2 - 2MxH$$

$$mx^2 + 2MxH + MH^2 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{MH}{m} \left(\sqrt{1 + \frac{m}{M}} - 1 \right)$$

صفحه ۳ از ۴

$$|\vec{F}| = \text{constant} \quad |\vec{F}| \leq mg$$

$$\theta = kt \quad v_i = 0 = 0^\circ$$

معلومات مسئله عبارت انداز:

1

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N + F \sin \theta = mg \Rightarrow N = mg - F \sin \theta$$

$$f_k = \mu_k N = \mu_k (mg - F \sin \theta)$$

حل:

$$\sum F_x = ma \Rightarrow \sum F_x = F \cos \theta - f_k = F \cos \theta - \mu_k (mg - F \sin \theta)$$

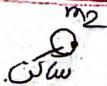
$$\Delta p = \int_0^t \vec{F}_{\text{net}} dt = \int_0^t (F \cos \theta - \mu_k mg + \mu_k F \sin \theta) dt$$

$$\left. \begin{array}{l} \theta = kt \\ d\theta = k dt \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta p = \frac{1}{k} (F \sin \theta - \mu_k mg \theta - \mu_k F \cos \theta) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$\Delta p = \frac{1}{k} (F(1 + \mu_k) - \frac{\pi \mu_k mg}{2}) = m(v_2 - v_1)$$

$$v_2 = v_1 + \frac{1}{mk} (F(1 + \mu_k) - \frac{\pi \mu_k mg}{2})$$

$$v_1 = v_2 \Rightarrow F(1 + \mu_k) = \frac{\pi \mu_k mg}{2} \Rightarrow F = \frac{\pi \mu_k mg}{2(1 + \mu_k)}$$



معلومات مسئله عبارت انداز: برخورد الاستیک

9

$$\vec{v}_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) (-v)$$

$$\vec{v}_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) (-v)$$

$$\Rightarrow \vec{v}_{1f} = -\vec{v}_{2f}$$

$$\Rightarrow \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = -\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow m_2 = 3m_1$$

حل: الف) \oplus
x

$$y \text{ در راستای } : p_i = p_f = 0 \Rightarrow p_f = 0 \Rightarrow m_1 v_1 \sin \theta = m_2 v_2 \sin \theta \Rightarrow m_1 v_1 = m_2 v_2 \quad *$$

$$x \text{ در راستای } : p_i = p_f \Rightarrow m_1 v = m_1 v_1 \cos \theta + m_2 v_2 \cos \theta \quad *$$

$$\Rightarrow v = 2v_1 \cos \theta$$

$$k_i = k_f \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

$$\Rightarrow m_1 (2v_1 \cos \theta)^2 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 \Rightarrow m_1 v_1^2 (4 \cos^2 \theta - 1) = m_2 v_2^2$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 4 \cos^2 \theta - 1 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 4 \cos^2 \theta - 1 = 2$$

$m = \text{جرم جسم}$ $M = \text{جرم جرم}$ $h = \text{ارتفاع اول}$

معلومات مسئله عبارت انداز:

10

از لحاظ مکانیک
تاریخچه به اول
لخته

$$\Delta E_{\text{mech}} = 0 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2} m v_e^2 \Rightarrow v_e = \sqrt{2gh}$$

سرعت
لخته به لخته

حل: الف)

$$\Delta p_{\text{total}} = 0 \Rightarrow p_i = p_f \Rightarrow m v_e = m v'_m + M v'_M \Rightarrow m \sqrt{2gh} = m v' + \frac{mM}{2(m+M)} \sqrt{2gh}$$

$$\Rightarrow m \sqrt{2gh} \left(1 - \frac{mM}{2m+M} \right) = m v' + \frac{m^2}{2(m+M)} \sqrt{2gh} \Rightarrow v' = \sqrt{\frac{gh}{2}}$$

$$\Delta p = 0 \Rightarrow m v_e = (M+m) v_f \Rightarrow v_f = \frac{m}{M+m} v_e = \frac{m}{M+m} \sqrt{2gh}$$

$$W_f = \Delta E_{\text{sys}} = \Delta K + \Delta U \Rightarrow W_f = \frac{1}{2} (M+m) v_f^2 - mgh$$

$$W_f = \frac{1}{2} \left(\frac{m^2}{M+m} \right) (2gh) - mgh = mgh \left(\frac{m}{M+m} - 1 \right) = mgh \left(\frac{-M}{M+m} \right)$$

$$W_f = \frac{-mMgh}{M+m}$$

سرعت از 1