

Министерство образования и науки РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Рыбинский государственный авиационный технический университет имени
П. А. Соловьева

Отчет по лабораторной работе №6

по дисциплине
Математические методы анализа данных
на тему
«Интерполирование функций многочлена Лагранжа. Сплайн-интерполяция»

Студент группы ИПБ - 18_____Кондратенко М.М.
Преподаватель_____Задорина Н.А.

Рыбинск 2021

1. Задание

1. Написать интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$, которая задана на отрезке $[x_0, x_n]$ в четырех точках (узлах). Значения функции взять из таблицы заданий. Оценить погрешность интерполяции, предполагая, что $|f^{(n+1)}(\xi)| \leq 1$.

x	0	0.2	0.4	0.6
y	5	0	2	-1

2. Разработать текст программы для приближенного вычисления значений функции $f(x)$ и погрешности интерполяции в любой точке отрезка $[x_0, x_n]$,

3. На ЭВМ набрать и отладить программу.

4. Провести вычисления функции в точках между заданными узлами. Провести интерполяцию с помощью программы MATHCAD и сравнить результаты.

5. Составить сплайн, заданный интерполяционной таблицей.

6. Проверить практическое совпадение значений «соседних» выражений сплайна в узловых точках, а также совпадение их со значениями функции в узлах интерполяции.

2. Результаты работы

Был составлен интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$, которая задана на отрезке $[x_0, x_n]$ в четырех точках (узлах). Данные были взяты из таблицы значений:

x	0	0.2	0.4	0.6
y	5	0	2	-1

$$L(x) = 5 \frac{(x-0.2)(x-0.4)(x-0.6)}{(0-0.2)(0-0.4)(0-0.6)} + 2 \frac{(x-0)(x-0.2)(x-0.6)}{(0.4-0)(0.4-0.2)(0.4-0.6)} - 1 \frac{(x-0)(x-0.2)(x-0.4)}{(0.6-0)(0.6-0.2)(0.6-0.4)}$$

$$L(x) = -250x^3 + 237.5x^2 - 62.5x + 5$$

Погрешность интерполяции:

$$R_n(x) = \omega(x) * \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!},$$

$$\omega(x) = (x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_n),$$

$$R_n(x) \approx (x-0)*(x-0.2)*(x-0.4)*(x-0.6) * \frac{1}{(4+1)!}$$

Результат работы программы

```
Ln(0,1)=0,875
Погрешность:-1,25E-5
Ln(0,3)=0,875
Погрешность:7,5E-6
Ln(0,5)=1,875
Погрешность:-1,25E-5
Ln(0,7)=-8,125
Погрешность:8,749999999999999E-5
```

Код программы:

```
unit Unit1;

interface

uses
  Windows, Messages, SysUtils, Variants, Classes, Graphics, Controls, Forms,
  Dialogs, StdCtrls;

type
  TForm1 = class(TForm)
    Memo1: TMemo;
    Edit1: TEdit;
    Button1: TButton;
    Label1: TLabel;
    procedure FormCreate(Sender: TObject);
    procedure Button1Click(Sender: TObject);

  private
    { Private declarations }
  public
    { Public declarations }
    function FunctX(X:real):real;
    function PogChamp(X:real):real;
  end;

var
  Form1: TForm1;

implementation

{$R *.dfm}

function TForm1.FunctX(X:real):real;
begin
  FunctX: =( -250 *x*x*x + 237.5 *x*x - 62.5*x + 5); //вычисление значения
  функции
end;
function TForm1.PogChamp(X:real):real;
begin
  PogChamp: =( (0-X) * (0.2-X) * (0.4-X) * (0.6-X) ) /120; //вычисление погрешности
end;

procedure TForm1.FormCreate(Sender: TObject);
begin
  memo1.Clear;
end;

procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
var
  x:real;
  xx:array [1..4] of real;
  i:integer;
begin
  //x:=StrToFloat(edit1.text);
  xx[1]:=0.1;
  xx[2]:=0.3;
  xx[3]:=0.5;
  xx[4]:=0.7;

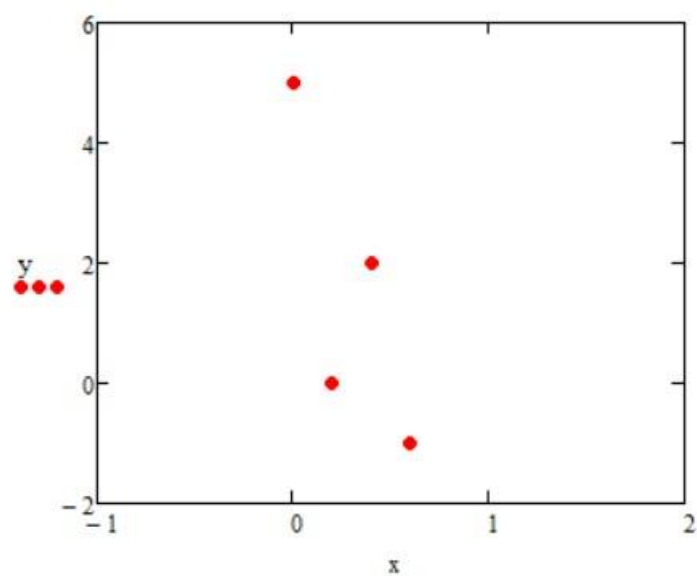
  for i:=1 to 4 do
  begin
    memo1.Lines.Add('Ln(' + floattostr(xx[i]) + ') = ' + FloatToStr(FunctX(xx[i])));
```

```
        memol.Lines.Add('Погрешность:'+FloatToStr(PogChamp(xx[i])));  
    end;  
end;  
end.
```

Вычисления с помощью MATHCAD'a

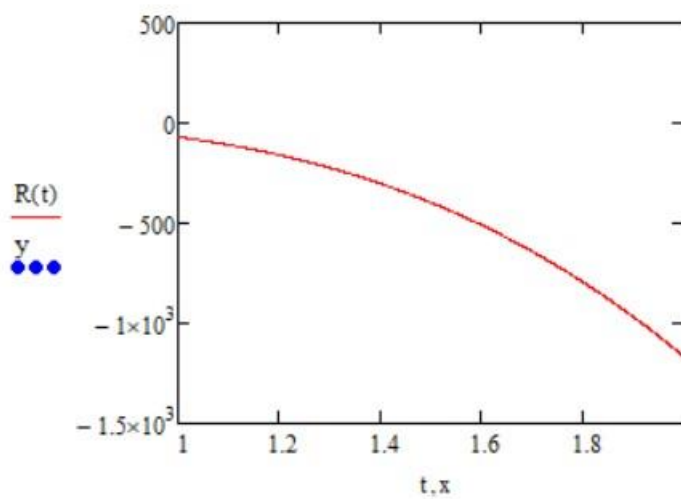
$$x := (0 \ 0.2 \ 0.4 \ 0.6)^T$$

$$y := (5 \ 0 \ 2 \ -1)^T$$



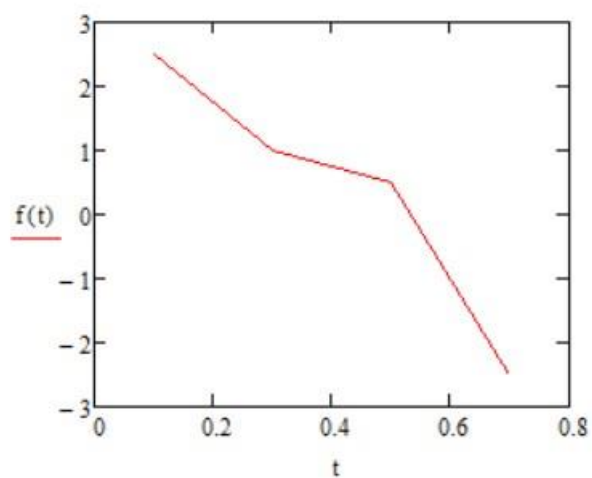
$$c := \text{cspline}(x, y)$$

$$R(t) := \text{interp}(c, x, y, t)$$



$f(t) := \text{linterp}(x, y, t)$

$t := 0.1, 0.3 \dots 0.7$



$R(t) =$

0.875
0.875
1.875
-8.125

MathCad	Программа	Различия
0.875	0.875	0
0.875	0.875	0
1.875	1.875	0
-8.125	-8.125	0

Значения полученные в «маткаде» совпадают с теми, что были получены в программе.

3. Вывод:

В результате выполнения данной работы вычислен многочлен Лагранжа для заданной точками функции $f(x)$, который получился равен:

$$L(x) = -250 x^3 + 237.5 x^2 - 62.5 x + 5 ,$$

а его погрешность примерно равна:

$$(x-0)*(x-0.2)*(x-0.4)*(x-0.6) * \frac{1}{(4+1)!}$$

в любой точке отрезка $[x_0; x_n]$.

Разработана и отлажена на ЭВМ программа нахождения, приближенного значений функции $f(x)$ и погрешности интерполяции в любой точке отрезка $[x_0; x_n]$.

Проведено интерполирование в Mathcad и построена сплайн-интерполяция, также вычислены промежуточные значения некоторых точек функции $f(x)$: Сравнив значения, вычисленные программой и в Mathcad можно сделать вывод, что значения совпадают, следовательно, разработанная программа и сплайн-интерполяция, выполненная в Mathcad, интерполируют функцию, с очень небольшой погрешностью.