

Министерство образования и науки РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Рыбинский государственный авиационный технический университет имени
П. А. Соловьева

Отчет по лабораторной работе №5

по дисциплине
Математические методы анализа данных
на тему
«Спектральный анализ и синтез»

Студент группы ИПБ - 18_____Кондратенко М.М.
Преподаватель_____Задорина Н.А.

Рыбинск 2021

Цель работы:

1. Изучение основных определений и положений представления сигналов в частотной области.
2. Изучение методов спектрального анализа.
3. Представление функций рядом Фурье.

6 вариант $f(t) = \cos t \cos |\sin t|$

1. Вычислить первые шесть пар коэффициентов разложения в ряд Фурье функции $f(t)$ на отрезке $[0, 2\pi]$.

Построить графики 1, 2 и 3 гармоник.

Выполнить гармонический синтез функции $f(t)$ по 1, 2 и 3 гармоникам.

Результаты синтеза отобразить графически.

Вариант 6

Задание1

$$f(t) := \cos(t) \cdot \cos(|\sin(t)|) \quad k := 0..3$$

$$t := 0, 0.01..2\pi$$

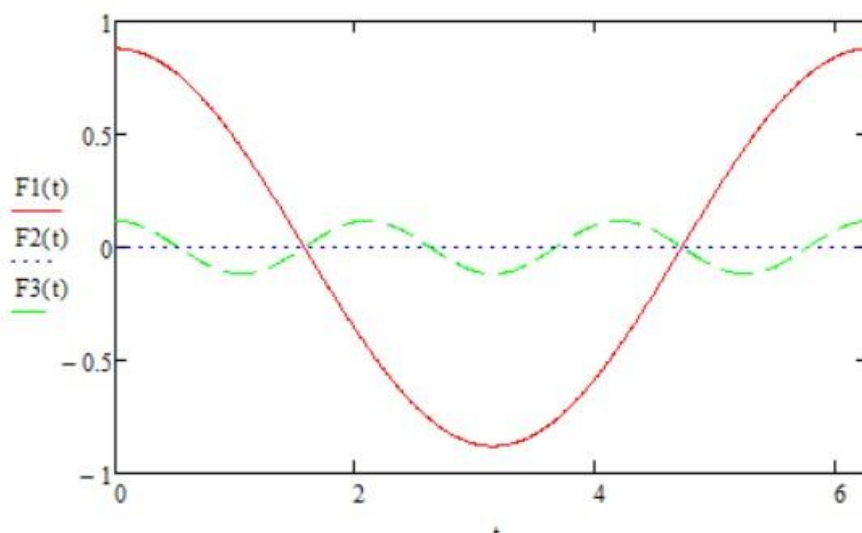
$$a_k := \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t) \cdot \cos(k \cdot t) dt$$

$$b_k := \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t) \cdot \sin(k \cdot t) dt$$

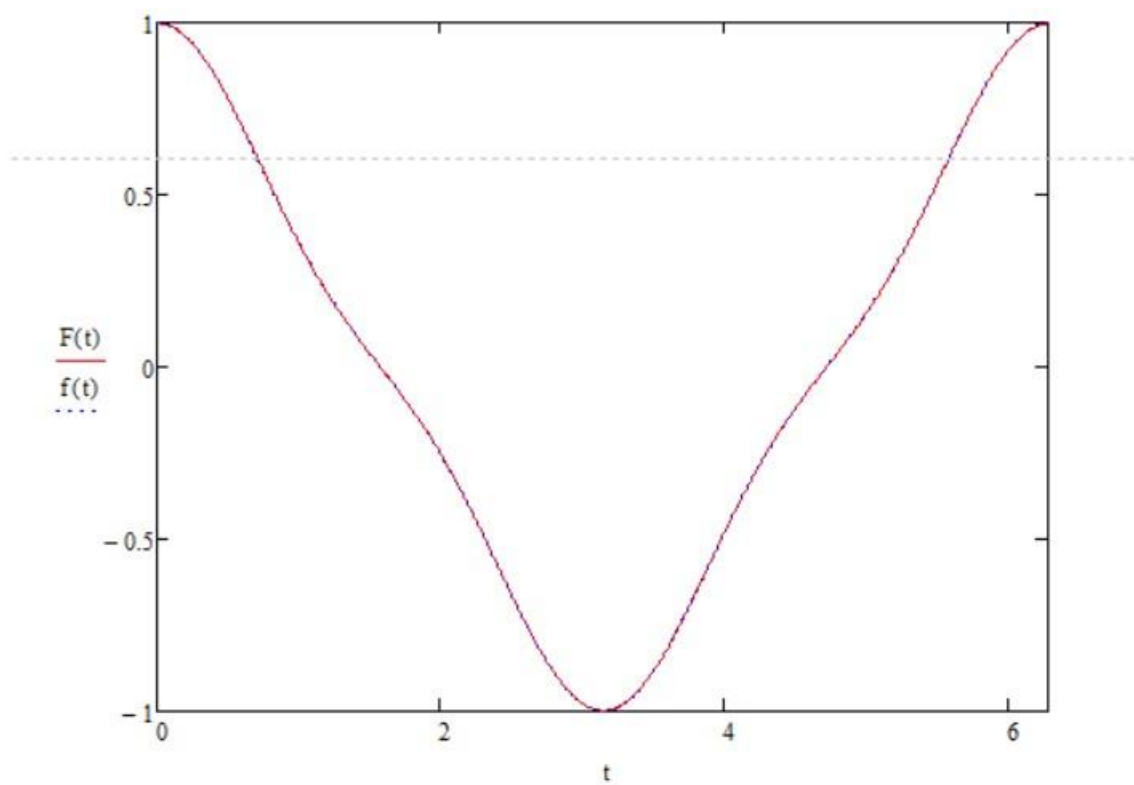
$$F1(t) := a_1 \cdot \cos(t) + b_1 \cdot \sin(t)$$

$$F2(t) := a_2 \cdot \cos(2t) + b_2 \cdot \sin(2t)$$

$$F3(t) := a_3 \cdot \cos(3t) + b_3 \cdot \sin(3t)$$



$$\underline{\underline{F(t)}} := \frac{a_0}{2} + \left[\sum_{k=1}^3 (a_k \cdot \cos(k \cdot t) + b_k \sin(k \cdot t)) \right]$$



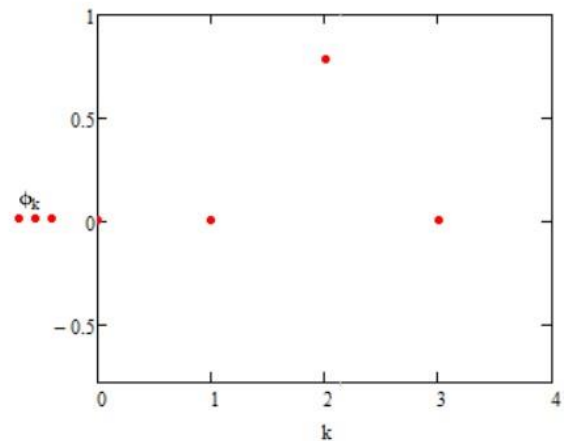
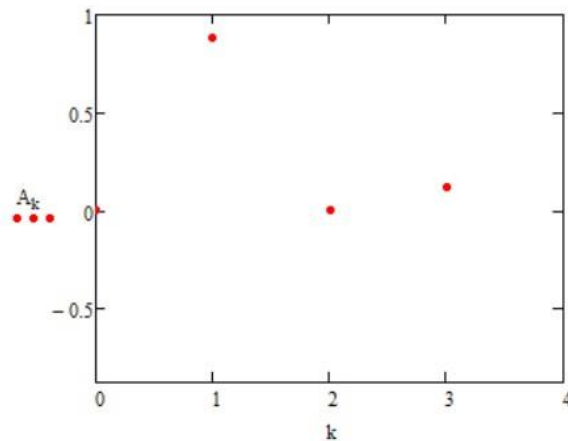
Исходя из графиком можно сделать вывод, что гармонический синтез функции по трём гармоникам достаточно хорошо приближается к исходной функции.

2. Выполнить классический спектральный анализ и синтез функции $f(t)$. Отобразить графически спектры амплитуд и фаз, результат спектрального синтеза функции $f(t)$.

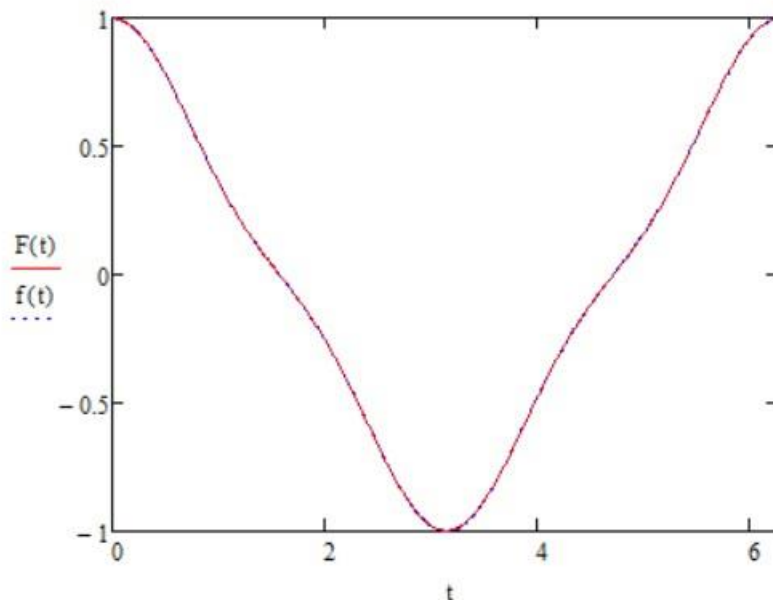
Задание 2

$$A_k := \sqrt{(a_k)^2 + (b_k)^2}$$

$$\phi_k := -\operatorname{atan}\left(\frac{b_k}{a_k}\right)$$



$$F(t) := \frac{-a_0}{2} + \sum_{k=1}^3 (A_k \cdot \cos(k \cdot t + \phi_k))$$



Исходя из графиков можно сделать вывод, что классический спектральный синтез функции достаточно хорошо приближается к исходной функции. Он также почти совпадает с графиком гармонической функции.

3. Выполнить численный спектральный анализ и синтез функции $f(t)$. Для этого необходимо задать исходную функцию $f(t)$ дискретно в 32 отсчетах. Отобразить графически спектры амплитуд и фаз, результат спектрального синтеза функции $f(t)$.

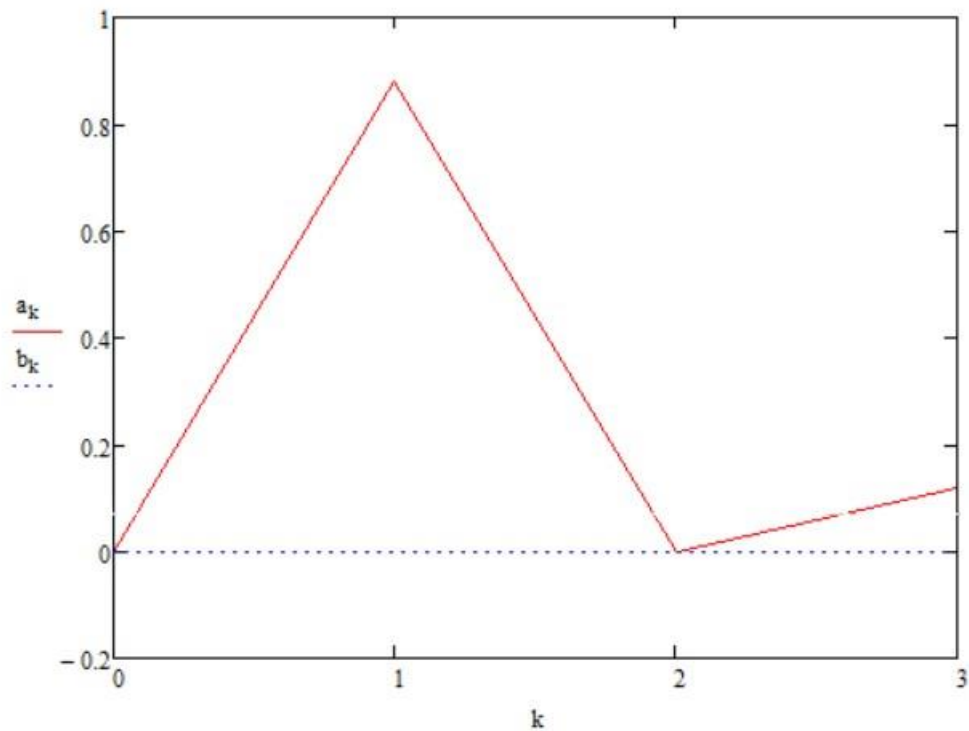
Задание 3

$$i := 0..31 \quad T := 2 \cdot \pi$$

$$N := 32 \quad t_i := i \cdot \left(\frac{T}{32} \right) \quad y_i := f(t_i)$$

$$a_k := \frac{2}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} \left(y_i \cdot \cos \left(k \cdot i \cdot \frac{T}{N} \right) \right)$$

$$b_k := \frac{2}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} \left(y_i \cdot \sin \left(k \cdot i \cdot \frac{T}{N} \right) \right)$$



4. Выполнить спектральный анализ и синтез функции $f(t)$ с помощью БПФ. Для этого необходимо:

- задать исходную функцию $f(t)$ дискретно в 128 отсчетах;
- выполнить прямое БПФ с помощью функции fft и отобразить графически найденные спектры амплитуд и фаз первых шести гармоник;
- выполнить обратное БПФ с помощью функции $ifft$ и отобразить графически результат спектрального синтеза функции $f(t)$.

$k := 0..127$ $t_k := k \cdot \left(\frac{T}{128}\right)$ Задание 4

$v_k := f(t_k)$

$F := fft(v)$

	0
0	0
1	4.979
2	0
3	0.664
4	0
5	0.014
6	0
7	$1.19 \cdot 10^{-4} - 6.655i \cdot 10^{-14}$
8	0
9	$5.345 \cdot 10^{-7} - 1.818i \cdot 10^{-14}$
10	0
11	$1.491 \cdot 10^{-9} - 2.049i \cdot 10^{-14}$
12	0
13	$2.899 \cdot 10^{-12} - 2.267i \cdot 10^{-14}$
14	0
15	...

$i := 0..6$

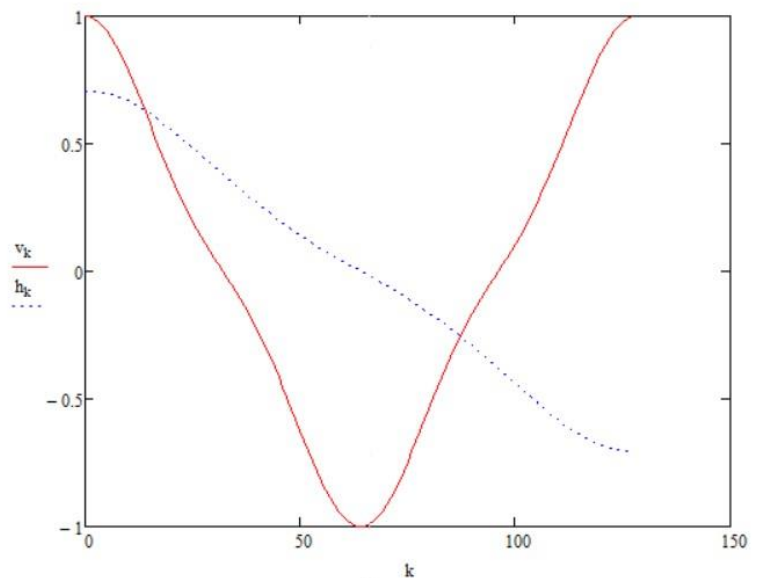
$A_i := \sqrt{(\text{Re}(F_i))^2 + (\text{Im}(F_i))^2}$

$j := 0..128$

$\phi_i := -\arg(F_i)$

$g_j := \text{if}(j \leq 6, F_j, 0)$

$h := ifft(g)$



5. Выполнить фильтрацию функции $f(t)$ с помощью БПФ:

- синтезировать функцию $f(t)$ в виде полезного сигнала, представленного 128 отсчетами вектора v ;
- к полезному сигналу v присоединить шум с помощью функции rnd ($rnd(2) - 1$) и сформировать вектор из 128 отсчетов зашумленного сигнала s ;
- преобразовать сигнал с шумом s из временной области в частотную, используя прямое БПФ (функция fft). В результате получится сигнал f из 64 частотных составляющих;
- выполнить фильтрующее преобразование с помощью функции Хевисайда (параметр фильтрации $\alpha = 2$);
- с помощью функции $ifft$ выполнить обратное БПФ и получить вектор выходного сигнала h ;
- построить графики полезного сигнала v и сигнала, полученного фильтрацией зашумленного сигнала s .

Задание 5

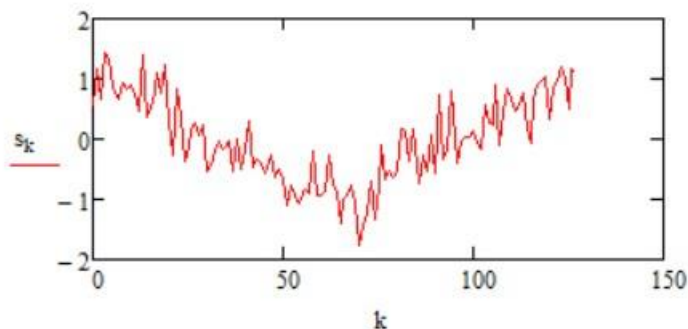
$$f(t) := \cos(t) \cdot \cos(|\sin(t)|)$$

$$T := 2\pi$$

$$t_k := \frac{T}{128} \cdot k$$

$$v_k := f(t_k)$$

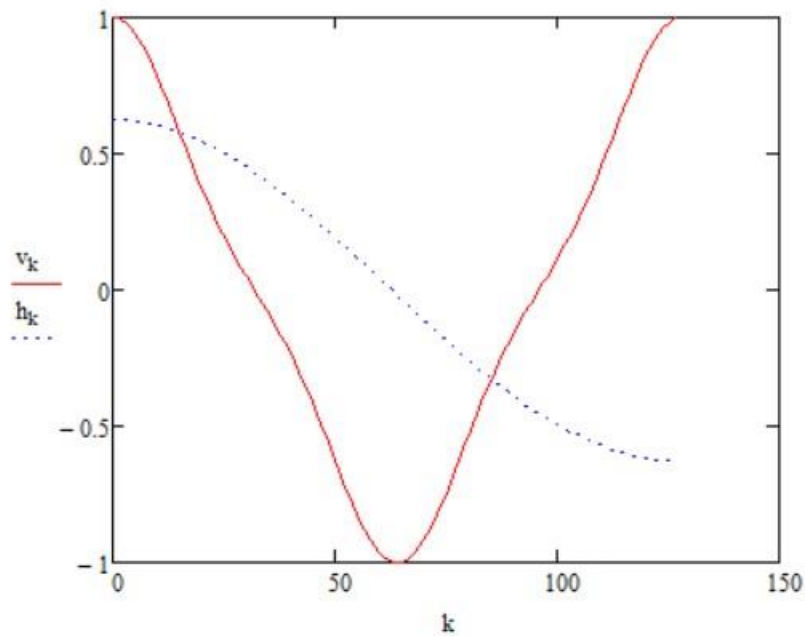
$$s_k := v_k + md(md(2) - 1)$$




```

 $\alpha := 2$     $\underline{f} := \text{fft}(s)$ 
 $j := 0..64$ 
 $\underline{g}_j := f_j \cdot \Phi(|f_j| - \alpha)$ 
 $\underline{h} := \text{ifft}(\underline{g})$ 

```



Вывод: в ходе выполнения данной лабораторной работы были изучены основные определения и положения представления сигналов в частотной области, были изучены методы спектрального анализа, а также было проведено представление заданной функции рядом Фурье.