Optimisation hivernale : Projet Ero

Reconnaissance par drone et déneigement à Montréal

Auteurs :	Reda Berrada Allam Victor Biancini Amiel Fabreguettes Enzo Francil Thomas Scheepers
Date :	Mai - Juin 2025
Contexte :	Minimisation des coûts d'opérations de déneigement

Table des matières

1 Résumé des données utilisées et périmètre

1.1 Données d'entrée

— **Réseau routier :** Graphe de Montréal extrait d'OpenStreetMap via OSMnx
- 48,865 intersections (nœuds) - 31,810 segments de route (arêtes)
- Vitesse estimée du drone : 60 km/h - Longueur mesurée : 4,291.85 km

— **Coûts opérationnels :**

Équipement	Coût fixe	Coût/km	Coût/h	Vitesse
Super Drone	100 €/jour	0,01 €/km	-	60 km/h
Véhicule Type I	500 €/jour	1,1 €/km	1,1→1,3 €/h*	10 km/h
Véhicule Type II	800 €/jour	1,3 €/km	1,3→1,5 €/h*	20 km/h

* Augmentation du coup après les 8 premirères heures d'utilisation

2 Modélisation du problème et implémentation

2.1 Formalisation du problème

1. Drone : L'enjeu de cette partie du problème est de parcourir l'ensemble des routes de Montréal au moins une fois avec le drone. En modélisant le réseau routier comme un graphe, on observe que notre objectif consiste à trouver un plus court chemin dans le graphe qui passe par toutes les arrêtes. Le graphe représente une ville, il est donc connexe. De plus, le drone n'est pas tenu respecter le trafic, le graphe est donc aussi non-orienté. De ce fait, on peut modéliser notre défi comme une instance du problème du Postier Chinois : on cherche a trouver un plus court chemin dans un graphe connexe non orienté qui passe au moins une fois par chaque arête. Une solution atteignable en temps polynomial consiste a choisir un ensemble d'arêtes de poids minimum à virtuellement dupliquer sur le graphe afin d'obtenir un graphe semi-eulérien ou eulérien, ce qui garantit l'existence d'un chemin ou cycle passant par toutes les arrêtes une seule fois.

2. Déneigeuses : Cette partie du problème reprend les contraintes énoncées pour le drone, et ajoute la contrainte principale du respect du sens de circulation. En d'autres termes, le graphe support est orienté. Cependant, les déneigeuses ne sont pas obligées de passer dans les 2 sens d'une route à 2 directions. Par conséquent, on modélise ce problème sous la forme du problème du postier chinois mixte, qui consiste a rechercher le parcours le plus court d'un graphe avec un ensemble de sommets V, un ensemble d'arêtes non orientées E et un ensemble d'arcs orientés A qui couvre chaque arête ou arc au moins une fois à un coût minimal. Ce problème a été démontré comme **NP-Complet** : vérifier si il existe une solution pour un graphe revient a vérifier si ce graphe est fortement connexe. Afin de pouvoir résoudre ce problème, il est obligatoire d'appliquer un prétraitement sur le graphe, en supprimant dans un premier temps les nœuds isolés si il y'en a, puis le plus important, on se contente de garder uniquement la plus grande composante fortement connexe qui représente la partie praticable par les déneigeuses sans les bloquer.

2.2 Implémentation des solutions

1. Drone : L'approche pour trouver un chemin maximum de coût minimum dans un graphe non-orienté se construit en 2 temps :

— Optimisation virtuelle du graphe
— Recherche d'un chemin ou cycle eulérien

Dans un premier temps, on dénombre les sommets de degré impair. Si il en existe, le graphe n'est pas eulérien, et nous devons optimiser le graphe. Pour ce faire, chaque sommet impair est jumelé avec le sommet impair le plus proche, et un chemin est ajouté dans le graphe en dupliquant virtuellement les arrêtes qui compose le trajet entre ces deux sommets. On ajoute une arrête aux sommets de début et de fin, et deux arrêtes aux sommets dans le trajet. Ce faisant, les sommets du parcours restent pairs, et les sommets impairs du départ et de l'arrivée deviennent pair.
Ensuite, L'identification du chemin eulérien se fait à l'aide de l'algorithme de Hierholzier, qui s'effectue dans le temps O(|E|) où |E| est le nombre d'arêtes du graphe.

L'optimisation principale pour cette partie vient de la méthode de couplage des sommets impairs. En effet, Une recherche de l'ensemble du graphe (en "brute force") pour trouver le couplage de poids minimum pour tous les sommets impairs implique un temps d'exécution du programme de près de 2 jours.
Afin de pallier ce problème, l'algorithme de Dijkstra avec arrêt précoce lors de la rencontre avec un sommet impair constitue la solution optimale adoptée. Cette approche parcourt le graphe en calculant depuis chaque sommet impair le plus court chemin jusqu'à un autre sommet impair. Le graphe étant composé d'arêtes de poids strictement positif, il est acceptable de s'arrêter sur le premier sommet rencontré dans la mesure ou il est très probable que celui-ci le plus proche ou l'un des plus proches du point de départ.

2. Déneigeuses : L'approche pour trouver un chemin maximum de coût minimum dans un graphe orienté se construit en 3 temps :

— Conserver un graphe fortement connexe
— Recherche d'un chemin avec relaxation des contraintes
— Réparation du chemin en réinsérant les contraintes

Tout d'abord, nous sommes partis du postulat qu'il était possible d'accéder à n'importe quelle partie du graphe depuis n'importe quel point, à l'instar du plan d'une ville classique telle que Montréal. Pour garantir cette propriété, nous avons procédé en deux étapes distinctes. Dans un premier temps, nous avons supprimé toutes les parties du graphe inaccessibles ou susceptibles d'emprisonner une déneigeuse si elle s'y engageait. Pour cela, nous avons conservé uniquement la composante fortement connexe de plus grande taille du graphe, assurant ainsi la connexité entre tous les sommets retenus. Dans un second temps, pour déterminer le parcours optimal, nous avons opté pour une méthode de relaxation-réparation. Cette approche consiste à supprimer initialement la contrainte d'orientation du graphe afin de calculer un chemin dans le graphe non orienté correspondant. Puis, nous procédons à la réparation de ce chemin en substituant tout passage sur un arc rendu impossible par son orientation par le plus court chemin orienté entre les deux sommets concernés.

3 Solutions retenues et comparaison des scénarios

3.1 Reconnaissance par drone - Résultats obtenus

L'algorithme optimisé du postier chinois appliqué au réseau complet de Montréal a produit les résultats suivants :

Métrique	**Valeur obtenue**
Distance réseau original	4,291.85 km
Distance supplémentaire	1,226.79 km
Distance totale drone	**5,518.64 km**
Temps de vol estimé	91 heures et 59 mins
Efficacité du parcours	78%
Arêtes doublées	22%
Coût fixe drone	400.00 €
Coût kilométrique	55.19 €
Coût total drone	**455.19 €**
Temps de résolution	0.78 secondes

3.2 Déneigement par véhicules - Analyses par secteur

Objectif opérationnel : Déneiger chaque secteur en moins de 1h30, 2h et 3 heures pour maintenir la fluidité du trafic urbain.

Secteur Verdun (88.91 km de routes) :

Scénario	**Composition**	**Coût total (€)**	**Temps max**
Économique	1 Type I et 1 Type II	1520.52	2h et 58 mins
Optimal	1 Type I et 2 Type II	2435.58	1h et 47 mins
Rapide	3 Type II	2752.56	1h et 29 mins

Secteur Anjou (191.98 km de routes) :

Scénario	**Composition**	**Coût total (€)**	**Temps max**
Économique	1 Type I + 3 Type II	3873.77	2h et 45 mins
Optimal	2 Type I et 4 Type II	5634.87	1h et 55 mins
Rapide	5 Type I et 4 Type II	7770.00	1h et 29 mins