بسمه تعالی

رویتگرهای خطی و طراحی جبران کننده

بخش اول

ایمان شریفی

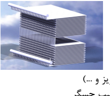
برگرفته از اسلایدهای کتاب اصول کنترل مدرن
دکتر علی خاکی صدیق

❖ **مقدمه**

✓ جابابی مقادیر ویژه و پایدارسازی سیستم ها با فیدبک حالت: *دسترسی به تمامی متغیرهای حالت برای فیدبک ضروری است.*

✓ در سیستمی مانند سوپرهیتر نیروگاه تا ۸۰ متغیر حالت وجود دارد!

✓ فرض دسترسی به تمامی متغیرهای حالت در بسیاری از موارد غیر واقعی است:



- متغیرهای حالت غیر فیزیکی
- تعداد زیاد متغیرهای حالت
- هزینه بالای حسگر
- مساله تعمیر و نگه داری
- آلودگی های مختلف محیطی (نویز و ...)
- دسترسی دشوار و موقعیت نامناسب حسگر

- یک واقعیت کلیدی: به دست آوردن *تخمین متغیرهای حالت* برای *کنترل فیدبک حالت* الزامی هست.

- *رویتگر:* سیستم دینامیکی ای که خروجی آن تخمین متغیرهای حالت است.

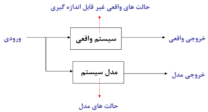
Kalman

Luenberger

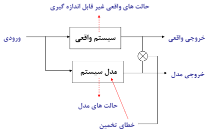
✓ *نگاه تاریخی* به مساله طراحی رویتگر:

- Wiener (1942)
- Kalman (1960)
- Kalman and Bucy (1961): *Kalman Filter*
- Luenberger (1963): *Observers*

- **شمای کلی:**


حالت های واقعی غیر قابل اندازه گیری
ورودی
سیستم واقعی
خروجی واقعی
مدل سیستم
خروجی مدل
حالت های مدل

* اصلاح ساختار برای رفع پاره ای از مشکلات :



- **کاربردهای رویتگر و رویتگرهای بهینه یا فیلترهای کالمن**

  - ✓ تخمین متغیرهای حالت برای کنترل
  - ✓ عیب یابی
  - ✓ پیش بینی رفتار فرایندهای دینامیکی
    - هدایت موشک ها
    - مهندسی مالی: رفتار سهام-نرخ تورم ...
    - مهندسی قدرت: پیش بینی بار ...
    - مهندسی مدیریت
    - مهندسی پزشکی
    - ....

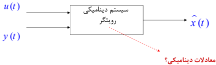
❖ ساختار و خواص رویتگرها

$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$ $\longrightarrow$ **سیستم با متغیرهای حالت غیر قابل اندازه گیری**

$u(t) = -Kx(t)$ $\longrightarrow$ **کنترل فیدبک حالت**

$y(t) = Cx(t)$ $\longrightarrow$ **خروجی های قابل اندازه گیری**

- سیستم دینامیکی رویتگر:



روال طراحی رویت گر خطی

- معادله دینامیکی فضای حالت رویتگرها:

$$\dot{\hat{x}}(t)=\hat{A}\hat{x}(t)+\hat{B}u(t)+Ly(t)$$

این ماتریس ها را چنان انتخاب کنید که *خطای رویت*
سیستم دینامیکی رویتگر به طور مجانبی صفر شود:

$$e(t)=x(t)-\hat{x}(t)$$

$$\Rightarrow \dot{e}(t)=\dot{x}(t)-\dot{\hat{x}}(t)=Ax(t)+Bu(t)-[\hat{A}\hat{x}(t)+\hat{B}u(t)+Ly(t)]$$

$$\Rightarrow \dot{e}(t) = Ax(t) + Bu(t) - [\hat{A}\hat{x}(t) + \hat{B}u(t) + Ly(t)]$$

$$\Rightarrow \dot{e}(t) = Ax(t) + Bu(t) - \hat{A}[x(t) - e(t)] - \hat{B}u(t) - LCx(t)$$

$$\Rightarrow \dot{e}(t) = \hat{A}e(t) + \underline{(A - LC - \hat{A})}x(t) + \underline{(B - \hat{B})}u(t)$$

این ماتریس ها را چنان انتخاب کنید که *خطای رویت*
سیستم دینامیکی رویتگر به طور مجانبی و مستقل از
بردارهای حالت و ورودی صفر شود :

$$\boxed{\begin{aligned}\hat{A} &= A - LC \\ \hat{B} &= B\end{aligned}}$$

ماتریس طراحی رویتگر

$$\dot{\hat{x}}(t)=\hat{A}\hat{x}(t)+\hat{B}u(t)+Ly(t)$$

$$\Downarrow$$

$$\dot{\hat{x}}(t)=(A-LC)\hat{x}(t)+Bu(t)+Ly(t)$$

$$\Downarrow$$

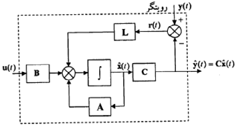
$$\dot{\hat{x}}(t)=(A-LC)\hat{x}(t)+\begin{bmatrix}B & L\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u(t)\\ y(t)\end{bmatrix}$$

معادلات دینامیکی رویتگر

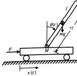
or

$$\dot{\hat{x}}(t)=A\hat{x}(t)+Bu(t)+L[y(t)-C\hat{x}(t)]$$

• دیاگرام بلوکی سیستم دینامیکی رویتگر:



$$(m+M)\ddot{x}+ml\ddot{\theta}\cos\theta-ml\dot{\theta}^2\sin\theta=F$$
$$(I+ml^2)\ddot{\theta}+ml\ddot{x}\cos\theta-mgl\sin\theta=0$$



مثال:

$$\dot{x}_1(t)=x_2(t)$$
$$\dot{x}_2(t)=-\frac{\bar{m}_1\bar{m}_2 g\cos x_3(t)\sin x_3(t)}{1-\bar{m}_1\bar{m}_2\cos^2 x_3(t)}+\frac{\bar{m}_1\sin x_3(t)x_4^2(t)}{1-\bar{m}_1\bar{m}_2\cos^2 x_3(t)}+\frac{1}{(m+M)(1-\bar{m}_1\bar{m}_2\cos^2 x_3(t))}u$$
$$\dot{x}_3(t)=x_4(t)$$
$$\dot{x}_4(t)=\frac{g\bar{m}_2\sin x_3(t)}{1-\bar{m}_1\bar{m}_2\cos^2 x_3(t)}-\frac{\bar{m}_1\bar{m}_2\left[\cos x_3(t)\sin x_3(t)\right]x_4^2(t)}{1-\bar{m}_1\bar{m}_2\cos^2 x_3(t)}-\frac{\bar{m}_2\cos x_3(t)}{(m+M)(1-\bar{m}_1\bar{m}_2\cos^2 x_3(t))}u(t)$$

$$\dot{\mathbf{x}}(t)=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & \frac{-\bar{m}_1\bar{m}_2 g}{1-\bar{m}_1\bar{m}_2} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & \frac{\bar{m}_2 g}{1-\bar{m}_1\bar{m}_2} & 0\end{bmatrix}\mathbf{x}(t)+\begin{bmatrix}0\\ \frac{1}{(m+M)(1-\bar{m}_1\bar{m}_2)}\\ 0\\ \frac{-\bar{m}_2}{(m+M)(1-\bar{m}_1\bar{m}_2)}\end{bmatrix}u(t)$$

$$y=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

فرض کنید تنها متغیر حالت قابل اندازه گیری x_1 است.

$\Phi_o = \begin{bmatrix} C & CA & CA^2 & CA^3 \end{bmatrix}$

```
>> obsv(A,[1,0,0,0])

ans =

    1.0000         0         0         0
         0    1.0000         0         0
         0         0   -3.2667         0
         0         0         0   -3.2667
```

سیستم
رویت پذیر
است.

$-4 \pm j10$
$-8 \pm j20$

قطبهای مطلوب رویتگر

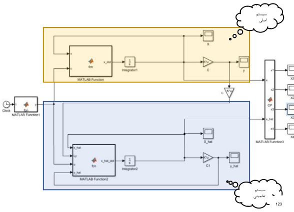
```
>> L=place(A',C',[(-4+j),(-4-j),(-8+20*j),(-8-20*j)])'

L =

   1.0e+03 *

    0.0240
    0.6025
   -1.1716
   -1.2098
```

با استفاده از قضیه دوآلیتی در
طراحی فیدبک حالت برای
طراحی طراحی رویتگر


سیستم
اصلی
X
x
u
fcn
x_dot
1/s
Integrator1
MATLAB Function
K*u
C
y
Clock
MATLAB Function1
L
x1
x2
x3
x4
x
x_hat
CP
X1
X2
X3
X4
MATLAB Function3
X_hat
x_hat
Ly
u
y_hat
x_hat_dot
Integrator2
C1
y_hat
MATLAB Function2
سیستم
تخمینی