



جبر خطی پروژه پایانی

استاد درس: دکتر عطریانفر



۱. در این سوال قصد داریم دو روش فشرده سازی تصویر را پیاده سازی و مقایسه کنیم.

SVD Compression: یکی از روش های فشرده سازی عکس استفاده تخمین مرتبه پایین در تجزیه SVD می باشد. تجزیه SVD یک ماتریس به شکل زیر می باشد.

$$D = U \Sigma V^T \quad (1)$$

در رابطه بالا U و V به ترتیب بردار ویژه های چپ و راست می باشند. Σ نیز به فرم زیر می باشد.

$$\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_m) \quad (2)$$

فشرده سازی در این روش با صفر قرار دادن درایه های روی قطر در Σ انجام می شود. هر چه تعداد درایه بیشتری مساوی با صفر شود حجم و کیفیت تصویر مربوطه کمتر می شود. در این بخش شما باید فشرده سازی را برای مقادیر $k = 5, \dots, 130$ و $k = k + 25$ انجام دهید و نموداری بر اساس مقدار k و درصد فشرده سازی ارایه دهید. واضح است هرچه k بزرگتر باشد کیفیت تصویر بیشتر می باشد. همچنین کمترین مقدار k که در آن تصویر کیفیت قابل قبولی دارد را بیان کنید.

DCT Compression: یکی دیگر از روش های فشرده سازی تصاویر استفاده از تبدیل DCT می باشد. الگوریتم DCT تصویر را به حوزه فرکانس برده و تصویر را به حوزه هایی با اهمیت های متفاوت تقسیم می کند. عملکرد این الگوریتم همانند DFT می باشد. الگوریتم DCT به این گونه عمل می کند که در ابتدا با استفاده از رابطه زیر ماتریس DCT را برای تصویر مورد نظر محاسبه می کند.

$$D(i, j) = \frac{1}{\sqrt{2N}} C(i) C(j) \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} p(x, y) \cos \left[\frac{(2x+1)i\pi}{2N} \right] \cos \left[\frac{(2y+1)j\pi}{2N} \right] \quad (3)$$

$$C(u) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & \text{if } u = 0 \\ 1 & \text{if } u > 0 \end{cases} \quad (4)$$

پس از محاسبه ماتریس DCT می توان باز هم از تقریب مرتبه پایین استفاده کرد. ماتریس مورد نظر به این صورت است که در گوشه بالای سمت راست فرکانس های پایین قرار گرفته اند و هر چه به گوشه پایینی سمت چپ نزدیک تر شویم فرکانس های بالاتری قرار دارند. چشم انسان نسبت

به فرکانس های پایین حساس تر می باشد. از این رو شما باید با صفر قرار دادن این فرکانس های بالا تصویر را فشرده کنید. این کار را برای مقادیر $k = 25, \dots, 225$ و $k = k + 50$ انجام دهید و نمودار میزان فشرده سازی بر اساس مقدار k را رسم کنید. برای هر دو قسمت تصاویر مربوط به هر k را بازیابی و رسم کنید. در انتها دو روش را به صورت تحلیلی با هم مقایسه کنید. ۲. در این قسمت قصد داریم تا با الگوریتم MUSIC آشنا شویم.

در این الگوریتم هدف یافتن جهت ورود سیگنال های مختلف با استفاده از آرایه ای از آنتن ها می باشد. برای این کار در ابتدا با استفاده از تجزیه مقادیر منفرد ماتریس کوواریانس سیگنال دریافت شده فضای نویز و سیگنال را از هم جدا کرده و سپس به یافتن جهت ورود سیگنال می پردازیم. در این بخش به شما ماتریسی شامل اندازه گیری حاصل از یک آرایه آنتنی در چندین لحظه مختلف داده می شود. شما باید با استفاده از الگوریتم گفته شده جهت ورود سیگنال های موجود را پیدا کنید.

فایلی که در اختیار شما قرار گرفته است حاوی اطلاعات مربوط به 15 آنتن در 200 لحظه مختلف می باشد. فاصله بین هر دو آنتن متوالی نیز نصف طول موج می باشد.