



به نام خدا
خازن و مقاومت الکتریکی

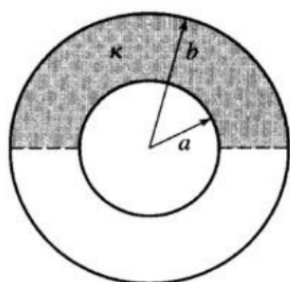
تکلیف سری ۴ فیزیک ۲

نیمسال دوم ۱۴۰۳

آخرین مهلت تحویل : سه شنبه ۹ اردیبهشت

-۱

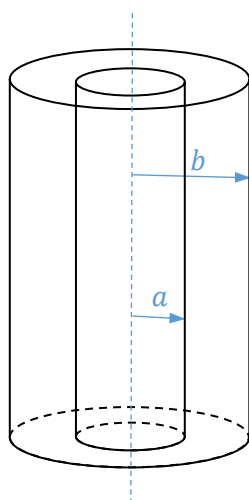
خازنی کروی به شعاع داخلی a و خارجی b داریم که مطابق شکل نیمی از آن با دی الکتریک با ثابت k پر شده است. ظرفیت این خازن چقدر است؟



$$ans: C_T = 2\pi\epsilon_0 \left(\frac{ab}{b-a} \right) [K + 1]$$

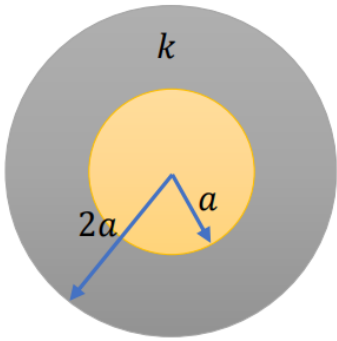
۲- دو پوسته استوانه بلند هم محور به شعاع های داخلی و خارجی به ترتیب a و b مطابق شکل زیر، نشان داده شده است. فضای بین آنها با دی الکتریکی با ضریب $k = k_0 r^\alpha$ (فاصله از محور دو استوانه است.) پر شده است. اگر چگالی بار سطحی روی پوسته داخلی σ_0 (C/m^2) باشد و چگالی بار سطحی روی پوسته بیرونی $-\sigma_0$ (C/m^2) باشد، α را به گونه ای تعیین کنید که میدان الکتریکی بین دو استوانه داخلی و خارجی ثابت باشد.

(راهنمایی : α باید به گونه ای باشد که میدان الکتریکی تابع فاصله از محور استوانه ها نباشد.)



$$Ans: \alpha = -1$$

عایقی با ضریب دی الکتریک متغیر $k = 1 + \frac{r}{a}$ بین دو پوسته کروی هم مرکز به شعاع های a و $2a$ قرار دارد. مطلوب است:



الف) ظرفیت الکتریکی بین این دو پوسته کروی.

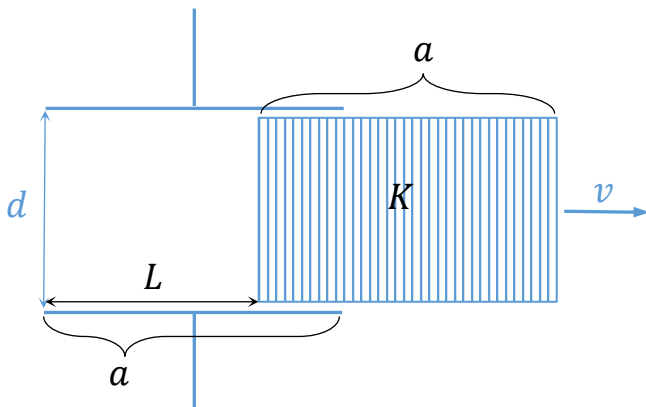
$$\text{ans: } C = \frac{4\pi a \epsilon_0}{\frac{1}{2} + \ln \frac{3}{4}}$$

ب) اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی بین این دو پوسته برابر V_0 باشد، انرژی پتانسیل الکتریکی ذخیره شده را در ناحیه $\frac{3a}{2} < r < a$ به دست آورید.

$$\text{ans: } U = 2\pi a \epsilon_0 V_0^2 \frac{\frac{1}{3} + \ln \frac{5}{6}}{\left(\frac{1}{2} + \ln \frac{3}{4}\right)^2}$$

۴- عایقی با ضریب دی الکتریک ثابت K به ضخامت d داخل یک خازن مسطح با صفحات مربع شکل به طول ضلع a قرار دارد. در حالی که دی الکتریک کاملاً درون خازن است، خازن با اختلاف پتانسیل V_0 شارژ شده و سپس از منبع جدا شده است.

الف) اگر عایق را با سرعت v از بین صفحات بیرون بیاوریم، انرژی ذخیره شده در خازن را به صورت تابعی از زمان بنویسید.

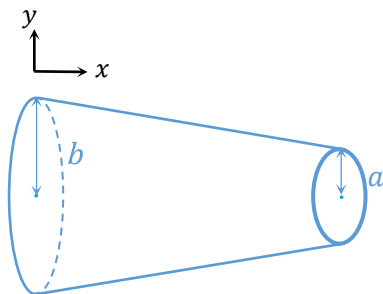


$$\text{Ans: } W = \frac{\left(\frac{K\epsilon_0 a^2 V_0}{d}\right)^2}{\frac{2a\epsilon_0}{d}(Ka + (1-K)vt)}$$

ب) اگر عایق به اندازه L از بین صفحات بیرون آمده باشد، اختلاف پتانسیل جدید دو سر خازن چه مقدار می باشد؟ (از اثرات لبه ها صرف نظر کنید و ضریب دی الکتریک عایق را ثابت و برابر K در نظر بگیرید.)

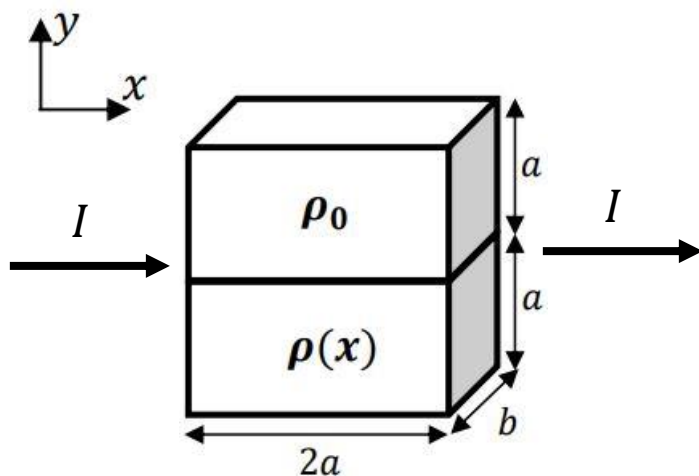
$$\text{Ans: } V' = \left[\frac{Ka}{Ka + (1-K)L} \right] V_0$$

۵- در شکل زیر مخروط ناقصی به طول L و با سطح مقطع‌هایی به شعاع‌های a و b داریم. مقاومت ویژه‌ی مخروط ناقص برابر $\rho(x) = \rho_0 x$ است که x فاصله از مرکز سطح مقطع جسم با شعاع b می‌باشد. مقاومت کل جسم داده‌شده (R) را بیابید.



Ans:
$$R = \frac{\rho_0 L^2}{\pi(a-b)^2} \left(\frac{b}{a} - \ln\left(\frac{b}{a}\right) - 1 \right)$$

۶- مطابق شکل، قطعه‌ای رسانا داریم که از دو بخش هم اندازه ولی با مقاومت‌های متفاوت تشکیل شده‌است. نیمه‌بالایی دارای مقاومت ویژه ثابت ρ_0 و نیمه پایینی دارای مقاومت ویژه $\rho(x) = \rho_0 x^2 + a$ است که x فاصله از وجه سمت چپ قطعه می‌باشد. اگر جریان ثابت I در راستای محور x از طول قطعه عبور کند، مقاومت الکتریکی کل قطعه را بیابید.



Ans:
$$R_{tot} = \frac{2a(4\rho_0 a + 3)}{b \left(4a^2 + \frac{3a}{\rho_0} + 3 \right)}$$