

سؤال ۱.

مجموعه $X = \{1, 2, \dots, n\}$ تعریف شده است. به چند طریق می‌توان سه زیر مجموعه A ، B و C از X انتخاب کرد به طوری که:

$$\text{الف) } A \cap B = \emptyset \text{ و } B \cap C = \emptyset \text{ و } B \cup C = X$$

$$\text{ب) } A \subseteq B \subseteq C$$

$$\text{پ) } A \subseteq (B \cup C)$$

$$\text{ت) } A \cup B \cup C = X$$

پاسخ:

الف) چون اشتراک A و B تهی است، هر عضو از X سه حالت دارد که یا عضو A یا عضو B یا هیچکدام است. با مشخص شدن اعضای B ، اعضای C هم به طور یکتا مشخص می‌شوند. پس پاسخ برابر با 3^n است.

ب) هر عضو از X یا عضو A و B و C یا عضو B و C یا فقط عضو C است یا عضو هیچکدام از آن‌ها نیست. پس پاسخ برابر با 4^n است.

پ) هر عضو از X می‌تواند عضو B یا C یا هر دو باشد در این صورت دو حالت بودن یا نبودن آن عضو در A ممکن است. (مجموعه ۶ حالت) ممکن است عضو هیچ یک از B و C هم نباشد پس جواب 7^n است.

ت) هر عضو از X باید حداقل عضو یکی از A یا B یا C باشد. (دقیقا عضو دو تا یا یکی یا همه) پس جواب 7^n است.