

ریاضیات گسسته

تمرین پیشرفته سوم - منطق

محمد عرفان دانایی

تاریخ تحویل ۱۴۰۳/۱۲/۲۳

سؤال ۱.

فرض کنید گزاره f تابعی از گزاره‌های a_1, a_2, \dots, a_n باشد. عدد باینری $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_3 a_2 a_1}$ را در نظر بگیرید. اگر جایگاه اولین ۱ از سمت چپ عدد باینری، فرد باشد، ارزش f برابر ۱ است و اگر زوج باشد ارزش f برابر ۰ است.

به طور مثال اگر $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_3 a_2 a_1} = 0000000101$ باشد چون اولین بیت ۱ از سمت چپ، برابر a_2 است و ۳ عددی فرد است؛ پس در این حالت، ارزش f برابر یک خواهد بود و در حالت $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_3 a_2 a_1} = 00000001011$ نیز چون اولین بیت ۱ از سمت چپ، برابر a_4 است و ۴ عددی زوج است؛ در این حالت ارزش f برابر صفر خواهد بود. در حالت $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_3 a_2 a_1} = 0000000000$ نیز ارزش f را ۰ در نظر می‌گیریم.

گزاره f را به شکل ریاضی برحسب a_1, \dots, a_n بنویسید.

سؤال ۲.

عملگر $*$ را به شکلی تعریف می‌کنیم که عبارت $p * (q, r)$ زمانی که p صفر است برابر ارزش q و زمانی که p یک است برابر ارزش r خواهد بود.

الف) عبارت زیر را به ساده‌ترین فرم DNF بنویسید:

$$(p * (q, q * (p, s))) * (s, q)$$

ب) عبارت زیر را فقط به کمک عملگر $*$ با حداکثر ۲ بار استفاده از آن بازنویسی کنید:

$$pr + s\bar{q}\bar{p} + sp\bar{r}$$