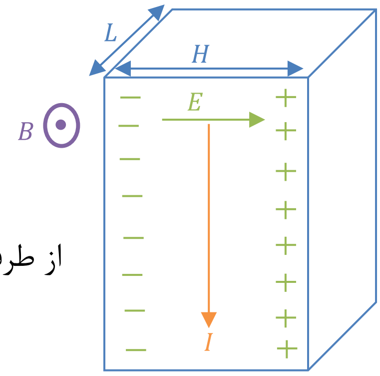
به نام خدا

پاسخ تکلیف سری ۶ فیزیک ۲

میدان مغناطیسی

نیمسال دوم ۱۴۰۳

۱-



$$\overrightarrow{v_d} = \frac{\vec{J}}{qn} \Rightarrow |\overrightarrow{v_d}| = \frac{|\vec{J}|}{qn} \Rightarrow v_d = \frac{\frac{I}{A}}{qn} = \frac{I}{qn\,(L\times d)}$$

$$qE = qv_dB\sin(90°) \Rightarrow E = v_dB$$

از طرفی با فرض یکنواخت بودن میدان داریم:

$$V_H = Ed = v_dBd = \frac{I}{qn\,(L\times d)}\,Bd \Rightarrow V_H = \frac{IB}{qnL} \Rightarrow B = \frac{V_HnqL}{I}$$

$$\rightarrow B = \frac{7.5\times10^{20}\times4.5\times10^{-3}\times1.6\times10^{-19}\times0.35\times10^{-3}}{0.25} = 7.56\times10^{-4}T$$

۲-

سرعت پیشروی :

$$V_0Cos(\theta) = V_L$$

سرعت دوران :

$$V_0Sin(\theta) = V_R$$

نیروی مرکز گرا :

$$F = qV_RB = qV_0BSin(\theta) = \frac{m\left(V_0Sin(\theta)\right)^2}{R}$$

شعاع دوران :

$$R = \frac{mV_0Sin(\theta)}{qB}$$

زمان موردنیاز برای یک دور چرخش بدست می‌آید :

$$\frac{2\pi R}{V_R} = T = \frac{2\pi m}{qB}$$

بنابر این میزان پیشروی (گام حرکت) بدست می‌آید :

$$p = V_LT = \frac{2\pi mV_0Cos(\theta)}{qB}$$

-۳

$$\vec{B} = y\vec{\imath} + x\vec{\jmath} + x\,\vec{k}$$

$$d\vec{l} = dx\vec{\imath} + dy\vec{\jmath} \rightarrow\ d\vec{F} = I\,d\vec{l}\times\vec{B} = I\begin{vmatrix}\vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k}\\ dx & dy & 0\\ y & x & x\end{vmatrix} = I\left(x\,dy\,\vec{\imath} - x\,dx\,\vec{\jmath} + (xdx - ydy)\vec{k}\right)$$

$$\overrightarrow{F_{OB}} = I\left(\int_O^B x\,dy\right)\vec{\imath} + I\left(-\int_O^B xdx\right)\vec{\jmath} + I\left(\int_O^B xdx - \int_O^B y\,dy\right)\vec{k} =$$

$$\overrightarrow{F_{OB}} = I\left(\int_0^a x\,(\tan 30\ \ dx)\right)\vec{\imath} + I\left(-\int_0^a xdx\right)\vec{\jmath} + I(\int_0^a xdx - \int_0^{a\tan 30} y\,dy)\vec{k} =$$

$$\overrightarrow{F_{OB}} = I\left(\tan 30\frac{x^2}{2}\,\Big|_0^a\right)\vec{\imath} + I\left(-\frac{x^2}{2}\,\Big|_0^a\right)\vec{\jmath} + I\left(\frac{x^2}{2}\,\Big|_0^a - \frac{y^2}{2}\,\Big|_0^{a\tan 30}\right)\vec{k} =$$

$$\overrightarrow{F_{OB}} = I\left(\frac{a^2}{2}\tan 30\right)\vec{\imath} + I\left(-\frac{a^2}{2}\right)\vec{\jmath} + \frac{Ia^2}{2}(1-\tan^2 30)\,\vec{k} =$$

$$\overrightarrow{F_{OB}} = \frac{Ia^2}{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\,\hat{\imath} - \hat{\jmath} + \frac{2}{3}\hat{k}\right)$$

$$\overrightarrow{F_{BA}} = I\left(\int_B^A x\,dy\right)\vec{\imath} + I\left(-\int_B^A xdx\right)\vec{\jmath} + I\left(\int_B^A xdx - \int_B^A y\,dy\right)\vec{k} =$$

$$\overrightarrow{F_{BA}} = 0\,\vec{\imath} + I\left(-\int_a^{-a} xdx\right)\vec{\jmath} + I\left(\int_a^{-a} xdx - 0\right)\vec{k} = 0$$

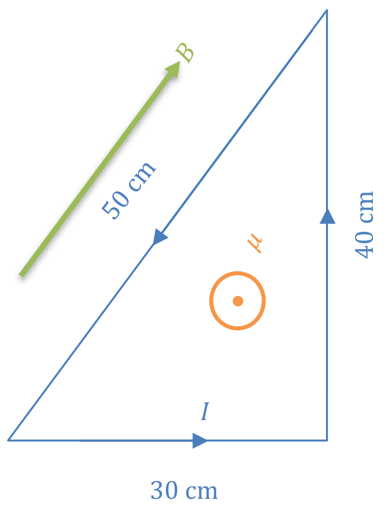
$$\overrightarrow{F_{AO}} = I\left(\int_A^O x\,dy\right)\vec{\imath} + I\left(-\int_A^O xdx\right)\vec{\jmath} + I\left(\int_A^O xdx - \int_A^O y\,dy\right)\vec{k} =$$

$$\overrightarrow{F_{AO}} = I\left(\int_{-a}^0 x\,(-\tan 30\ \ dx)\right)\vec{\imath} + I\left(-\int_{-a}^0 xdx\right)\vec{\jmath} + I(\int_{-a}^0 xdx - \int_{a\tan 30}^0 y\,dy)\vec{k} =$$

$$\overrightarrow{F_{AO}} = \frac{Ia^2}{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\,\hat{\imath} + \hat{\jmath} - \frac{2}{3}\hat{k}\right)$$

$$\overrightarrow{F_{tot}} = \overrightarrow{F_{OB}} + \overrightarrow{F_{BA}} + \overrightarrow{F_{AO}} = \frac{\sqrt{3}}{3}Ia^2\,\hat{\imath}$$

-۴



الف)

$$A = \frac{1}{2}(0.3)(0.4) = 0.06m^2$$

$$\mu = iA = (5)(0.06) = 0.3\ A.m^2$$

ب)

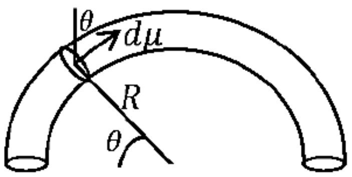
$$\tau = \mu B\sin\theta = (0.3)(80\times 10^{-3})\sin 90 = 0.024\ N.m$$

-۵

می‌دانیم اندازه گشتاور دو قطبی مغناطیسی یک حلقه به جریان I و به مساحت A برابر است با: $\mu = IA$

جهت بردار μ از خم کردن انگشتان دست راست در جهت جریان به دست می‌آید: شست دست راست همان جهت $\vec{\mu}$ است ($\vec{\mu}$ بر سطح حلقه عمود است). پس هرحلقه جریان یک $d\vec{\mu}$ دارد که همه هم جهت نیستند!

برای یافتن $\vec{\mu}$ کل، یک المان (در جای غیر خاص) را در نظر می‌گیریم و مولفه‌های x را با هم و مولفه‌های y را با هم جمع می‌کنیم:



$$d\mu = i\pi \, {d^2}/{4} \, dN$$

dN را از تناسب به دست می‌آوریم: $dN = \frac{d\theta}{\pi} N$

(در کل، N حلقه در طول خمیده πR داریم. چند حلقه در طول کوچک R dθ خواهیم داشت؟)

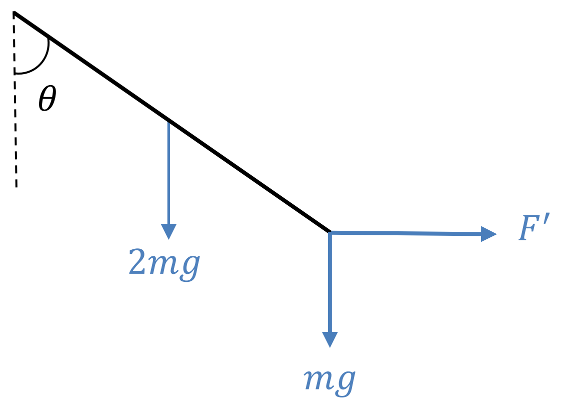
$$\vec{\mu}_{\text{کل}} = i\frac{Nd^2}{2}\hat{\imath} = \begin{cases} \mu_x = \int d\mu_x = \int d\mu \sin\theta = \int i\frac{\pi d^2}{4}\frac{d\theta}{\pi} N\sin\theta = \frac{iNd^2}{4}\int_0^{\pi} \sin\theta \, d\theta = \frac{iNd^2}{2} \\ \mu_y = \int d\mu_y = \int d\mu \cos\theta = \frac{i\pi d^2}{4}\int_0^{\pi} \cos\theta \, d\theta = 0 \end{cases}$$

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} = \frac{iNd^2}{2}\hat{\imath} \times B_0 \hat{\jmath} = \frac{iNd^2 B_0}{2}\hat{k}$$

مجموعه به صورت پادساعتگرد خواهد چرخید

-۶

با توجه به اینکه نیروهای وارد بر سیم‌های حامل جریان در راستای $\hat{x}$ و $\hat{y}$ است و با توجه به این نکته که نیروی عمود بر سیم حامل جریان همواره بر سیم و میدان مغناطیسی عمود است، از ضرب خارجی دو بردار در می‌یابیم که میدان مغناطیسی یکنواخت در راستای $\hat{z}$ است. برآیند نیروی وزن و نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان صفر است، در نتیجه خواهیم داشت :



$$F' = 2mg \tan\theta$$

$$F' = BIL$$

$$\Rightarrow F'(L\cos\theta) = mgL\sin\theta + 2mg\left(\frac{L}{2}\sin\theta\right)$$

$$\Rightarrow BIL = 2mg \times \tan\theta \;\rightarrow B = 2mg \times \tan\theta \,/\, IL$$

$$m = \rho V = \rho s L \Rightarrow \quad B = \frac{2\rho s g\tan\theta}{I}$$