

# ریاضیات گسسته

## تمرین پیشرفته هفتم - درخت

محمد مهدی یاری

تاریخ تحویل ۱۴۰۴/۳/۸

### سؤال ۱.

فرض کنید  $T$  یک درخت باشد. ثابت کنید که  $T$  راسی مانند  $v$  دارد به طوری که برای هر یال  $e \in E(T)$ ، مؤلفه‌ای از  $T - e$  که شامل  $v$  است، حداقل  $\lceil n(T)/2 \rceil$  رأس دارد.

همچنین ثابت کنید که یا چنین راسی یکتاست، یا دقیقاً دو رأس مجاور با این خاصیت وجود دارند.

### سؤال ۲.

درخت دلقک درختی با  $m$  یال هست که بتوان رأس‌های آن را با اعداد متمایز از مجموعه  $\{0, 1, \dots, m\}$  طوری شماره گذاری کرد که اختلاف بین شماره‌های دو رأس هر یال، یکتا بوده و دقیقاً تمام اعداد  $\{1, 2, \dots, m\}$  را شامل شود.

اگر  $T$  درختی دلقک باشد و  $m$  یال داشته باشد ثابت کنید  $K_{2m+1}$  را میتوان به  $2m + 1$  تا  $T$  افزاز کرد.