

# ریاضیات گسسته

## پاسخنامه آزمون کوتاه دوم - شمارش پیشرفته

فاطمه بلوک آذری

تاریخ برگزاری ۱۴۰۳/۱۲/۱۲

### سؤال ۱.

با استفاده از دوگانه شماری ثابت کنید:

$$\sum_{r=1}^n r \binom{n}{r} = n * 2^{n-1}$$

پاسخ:

$n$  نفر داریم. می‌خواهیم یک گروه از آن‌ها به همراه یک سرگروه انتخاب کنیم. سمت راست:  $n$  حالت برای انتخاب سرگروه داریم.  $n - 1$  نفر باقی‌مانده می‌توانند در گروه باشند یا نباشند بنابراین  $2^{n-1}$  حالت برای آن‌ها داریم. پس پاسخ برابر  $n * 2^{n-1}$  است. سمت راست: اگر تعداد اعضای گروه  $r$  نفر باشد، به  $\binom{n}{r}$  حالت اعضاء و سپس به  $r$  حالت از بین آن‌ها سرگروه را انتخاب می‌کنیم. پس پاسخ برابر  $\sum_{r=1}^n r \binom{n}{r}$  است. یک مسئله را به دو صورت حل کردیم بنابراین این دو مقدار با هم برابر اند و حکم مسئله ثابت می‌شود.