

ریاضیات گسسته

پاسخنامه آزمون کوتاه دوم - شمارش پیشرفته

فاطمه بلوک آذری

تاریخ برگزاری ۱۴۰۳/۱۲/۱۲

سؤال ۱.

با استفاده از دوگانه شماری ثابت کنید:

$$\sum_{r=0}^n k^{n-r} \binom{n}{r} = (k+1)^n$$

پاسخ:

n نفر داریم. می‌خواهیم به هر یک از آن‌ها یک رنگ از ۱ تا $k+1$ نسبت دهیم. سمت راست: برای رنگ هر نفر $k+1$ حالت داریم. پس پاسخ برابر $(k+1)^n$ است. سمت چپ: اگر r نفر رنگ ۱ را بگیرند، $\binom{n}{r}$ حالت برای انتخاب آن‌ها و k^{n-r} حالت برای مشخص کردن رنگ بقیه داریم. پس پاسخ برابر $\sum_{r=0}^n k^{n-r} \binom{n}{r}$ است. یک مسئله را به دو صورت حل کردیم بنابراین این دو مقدار با هم برابر اند و حکم مسئله ثابت می‌شود.