

ریاضیات گسسته

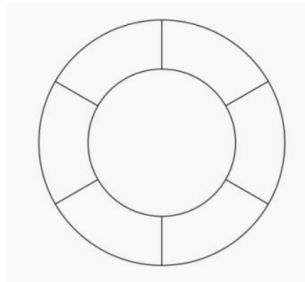
تمرین مقدماتی هشتم - روابط بازگشتی

سید حمید محمودی

تاریخ تحویل ۱۴۰۴/۶/۳

سؤال ۱.

می‌خواهیم شکل زیر که شامل هفت ناحیه است را با چهار رنگ به گونه‌ای رنگ کنیم که هیچ دو ناحیه مجاور هم‌رنگ نباشند. تعداد این روش‌های رنگ‌آمیزی را با استفاده از روابط بازگشتی بیابید.



سؤال ۲.

فرض کنید $n = 2^k$ فایل دانش‌آموزی داریم که با شناسه‌های یکتا شماره‌گذاری شده‌اند:

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$$

هر فایل دارای یک شناسه خاص است و هدف ما پیدا کردن جایگاه فایلی مشخص به نام a در این مجموعه است.

منظور از «پیدا کردن جایگاه» این است که بررسی کنیم فایل a در چه موقعیتی از آرایه A قرار دارد. برای انجام این کار، الگوریتم جستجو عناصر آرایه را بررسی کرده و هر بار a را با یک عنصر از مجموعه مقایسه می‌کند.

در اینجا منظور از «مقایسه» بررسی رابطه بین a و یک عنصر a_i از آرایه است، مانند:

$$a > a_i \text{ یا } a < a_i$$

هدف ما این است که تعیین کنیم در بدترین حالت، چند مقایسه لازم است تا فایل a را بیابیم.

راهنمایی:

در این مسئله، دو حالت را بررسی کنید:

- زمانی که فایل‌ها به صورت نامرتب ذخیره شده‌اند.
- زمانی که فایل‌ها به صورت صعودی مرتب شده‌اند، یعنی:

$$a_1 < a_2 < \dots < a_n$$

با توجه به ساختار فایل‌ها در هر حالت، روش مناسب جستجو و تعداد مقایسه‌های لازم در بدترین حالت متفاوت خواهد بود که باید توضیح داده شود.