

ریاضیات گسسته

تمرین مقدماتی ششم - گراف پیشرفته

صادق صمدی

تاریخ تحویل ۱۴۰۴/۲/۲۱

سؤال ۱.

ثابت کنید که هر گراف مسطح، ۵ رنگ پذیر است.

سؤال ۲.

برای یک گراف ساده $G = (V, E)$ ، عدد استقلال $\alpha(G)$ اندازه بزرگ‌ترین زیرمجموعه مستقل از رئوس است:

$$\alpha(G) = \max\{|S| : S \subseteq V, \forall u, v \in S, \{u, v\} \notin E\}.$$

برای هر گراف ساده G با n رأس و عدد استقلال $\alpha(G)$ ، ثابت کنید:

$$\chi(G) \geq \frac{n}{\alpha(G)}.$$

سؤال ۳.

فرض کنید G یک گراف ساده همبند مسطح با n رأس باشد و اندازه کمر (کوچک‌ترین دور) آن دست کم ۵ باشد. نشان دهید:

$$|E(G)| \leq \frac{5}{3}(n - 2).$$