

# ریاضیات گسسته

## تمرین صفر - اثبات نویسی

مهدیس میرزایی و صادق صمدی

تاریخ تحویل: ۱۴۰۲/۱۲/۲

### سؤال ۱.

$n$  عدد در یک ردیف نوشته ایم. هر یک از آنها برابر  $1$  یا  $-1$  می باشند. در هر حرکت میتوان تمام علامت های چند عدد پشت سر هم را عوض کرد. دست کم چند بار باید این کار را انجام داد تا برای هر ترتیبی از اعداد که در آغاز انتخاب کرده ایم به دنباله ای برسیم که تنها شامل عدد  $1$  باشد.

### سؤال ۲.

۱۱۹ نفر در یک ساختمان شامل ۱۲۰ آپارتمان زندگی می کنند. یک آپارتمان را پرجمعیت می نامیم اگر حداقل ۱۵ نفر در آن زندگی کنند. هر روز ساکنان هر یک از آپارتمان های پرجمعیت با هم نزاع می کنند و هر یک به یک آپارتمان دیگر می رود. (هیچ دو نفری از یک آپارتمان پرجمعیت با هم به یک آپارتمان نمی روند.) آیا می توانیم بگوییم که بعد از چند روز حتما این روند متوقف می شود و دیگر هیچ کسی تغییر مکان نمی دهد؟

### سؤال ۳.

یک جدول  $1403 \times 1403$  داریم. در هر یک از خانه های آن یک فلش به سمت یکی از چهار جهت بالا، پایین، چپ یا راست قرار دارد. ضلع بالای بالا راست ترین خانه جدول باز است و سایر دیواره جدول یک مانع قرار دارد. یک ربات داخل این جدول قرار می دهیم. این ربات در هر مرحله به سمت جهتی که فلش آن خانه نشان می دهد حرکت می کند و اگر به مانع برخورد کند، سر جایش باقی می ماند. همچنین بعد هر حرکت فلش داخل خانه این حرکت،  $90$  درجه ساعت گرد تغییر می کند. ثابت کنید ربات پس از مدتی حتما از جدول خارج می شود.