

## سؤال ۱.

مجموعه  $X = \{1, 2, \dots, n\}$  تعریف شده است. به چند طریق می‌توان سه زیر مجموعه  $A$ ،  $B$  و  $C$  از  $X$  انتخاب کرد به طوری که:

$$\text{الف) } C \cap A = \emptyset \text{ و } B \cap C = \emptyset \text{ و } A \cap B = \emptyset$$

$$\text{ب) } A = B \cup C$$

$$\text{پ) } A \neq B \text{ و } A \subseteq B$$

$$\text{ت) } A \cap B \cap C = \emptyset \text{ الف) هر عضو از } X \text{ دقیقاً عضو یکی از سه زیرمجموعه است یا هیچکدام. پس پاسخ برابر } 4^n \text{ است.}$$

ب)  $B$  و  $C$  هر کدام به  $2^n$  حالت انتخاب می‌شوند و با مشخص شدن آن‌ها،  $A$  به طور یکتا معلوم خواهد شد. پس پاسخ برابر با  $4^n$  است.

پ) تعداد حالاتی که  $A$  زیرمجموعه  $B$  است را می‌شماریم و تعداد حالاتی که آن‌ها برابر هستند را از آن کم می‌کنیم. زیرمجموعه  $C$  هم به طور مستقل به  $2^n$  طریق انتخاب می‌شود. پس جواب برابر با  $2^n \times (3^n - 2^n)$

ت) هیچ عضوی از  $X$  نمی‌تواند عضو هر سه زیرمجموعه باشد و حداکثر عضو دوتای آن‌هاست. پس مجموعاً  $7^n$  حالت داریم.