

جلسه سوم:

جمله ی اتمی:

عملگر های منطقی : نقض و عطف و فصل و اگر آنگاه و اگر ئ تنها اگر . این ها به ترتیب اولویت نوشته شدن و این اولویت مهم است.

حال تکلیف صور های ب وجودی و عمومی و ... چه میشود؟ این ها رو هم در اولویت یک در نظر بگیریم. سوال از اولویت صور احتمالا گفته میشود

تعریف: اگر متغیری در ترم یک جمله وجود داشت ولی در حوزه ی هیچ صوری نبود. متغیر آزاد نامیده میشود. اما بر عکس اگر متغیر در حوزه ی صوری بود. آنگاه وابسته است. اگر جمله ای متغیر آزاد نداشت جمله ی بسته Closed نام دارد.

اگر جمله نه متغیر آزاد نه متغیر وابسته داشت، متغیر زمینی Ground نام دارد.

هم ارزی های مهم مثل دمورگان و ... باید بلد باشیم. هم ارزی های مهم در منطق مرتبه اول:

$$\text{Naghiz all } x P(x) = \text{Exist } x \text{ Naghiz } P(x)$$

$$\text{Naghiz Exist } x P(x) = \text{All } x \text{ Naghiz } p(x)$$

$$\text{All } x \text{ All } y p(x,y) = \text{All } y \text{ All } x p(x,y)$$

$$\text{Exist } x \text{ Exist } y P(x,y) = \text{Exist } y \text{ Exist } x P(x,y)$$

$$\text{Exist } x \text{ All } y P(x,y) \neq \text{All } y \text{ Exist } x P(x,y)$$

نقیض Negation و عطف Conjunction و وصل Disjunction و اگر آنگاه Implication و اگر و تنها اگر Double implication .

مثال دنیای بلاک ها

تفسیر: انتصاب یک شی یا چیز به یک مفهوم.

ارضا پذیر: اگر و تنها اگر برای برخی تفاسیر و جایگذاری متغیر ها ارضا شود. در غیر این صورت ارضا ناپذیر یا Unsatisfiable گفته میشود. جمله ای معتبر Valid نامیده میشود که اگر و تنها اگر، برای هر تفسیر و جایگذاری متغیر ارضا شود.

جمله ای راضی کننده گفته میشه که حداقل به سطر جدول صحت آن True باشد.

همیشه درست Tautology که مون Valid است

همیشه نادرست unsatisfiable . Contradiction

تبدیل جملات منطق مرتبه اول به فارسی/انگلیسی یا برعکس: (مهم)

مثال . $\text{Exist } x(x=x^2)$ با فرض اینکه x در دامنه ی اعداد حقیقی.

ترجمه ی فارسی: عددی حقیقی وجود داشته باشد که خودش با مربعش برابر است

مثال : $\text{All } x (x < 0 \rightarrow x^3 < 0)$. هر عدد منفی، مکعب کوچکتر از صفر دارد.

مثال : $\text{All } x \text{ All } y (xy > 0 \rightarrow (x > 0 \text{ or } y > 0))$ حاصل ضرب دو عدد حقیقی اگر مثبت باشد، آنگاه یکی از آن دو باید مثبت باشد

مثال: $(\text{John} = F(\text{Mary})) \Rightarrow \text{Exist } x L(x, \text{Mary})$ اگر پدر ماری، جان باشد، شخصی وجود دارد که ماری را دوست داشته باشد.

به نام خدا

صور به انگلیسی Quantifier .

گرامر منطق مرتبه اول را میتوانیم ببینیم.

از انگلیسی به منطق مرتبه اول :

عدد صحیح بزرگتری از ۲ و کوچکتری از ۳ وجود دارد. $\text{Exist } x (x > 2 \text{ and } x < 3)$

هر مادری فرزندی دارد که آن را دوست دارد.

$\text{All } x (\text{Exist } y (x = \text{Mother}(y) \Rightarrow \text{Exist } z (\text{Child}(z, x) \text{ and } \text{Loves}(x, z)))$

نکات : تابع ها و رابطه ها معرفی میشوند.

لزوما با تعریف این ها شکل های نگارشی می تواند متفاوت باشد .

قانون های ترجمه

قانون ۱ : صور عمومی بر جملات اگر آنگاهی اعمال میشود. ("برای هر" یک کلمه ی مشخص کننده این است)

قانون ۲ : صور وجودی بر جملات عطفی اعمال میشود.

تمرین کنیم گفتن جملات در منطق مرتبه اول

مثال : تمام قارچ های بنفش، سمی هستند. $\text{Purple}(x) \text{ Mushroom}(x) \text{ Poisonous}(x)$ این مثال ۳ جواب کاملا درست دارد .

$\text{All } x (\text{Purple}(x) \Rightarrow (\text{Mushroom}(x) \Rightarrow \text{Poisonous}(x)))$

$\text{All } x (\text{Mushroom}(x) \Rightarrow (\text{Purple}(x) \Rightarrow \text{Poisonous}(x)))$