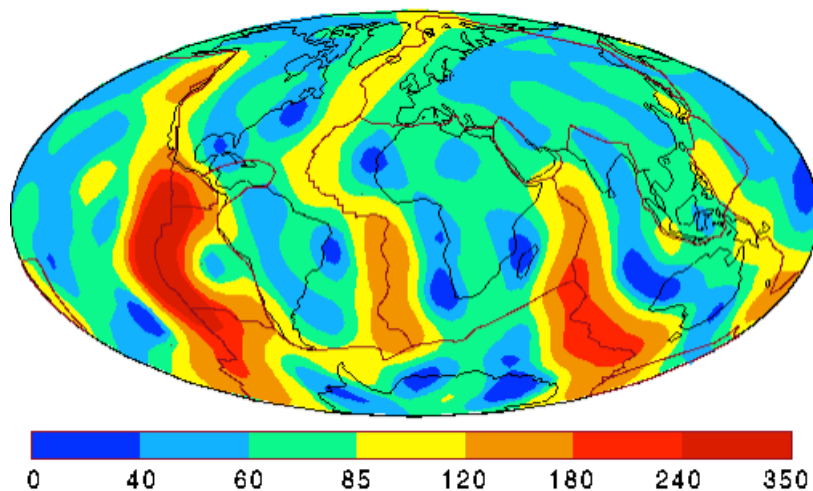

Rapport d'étude : Modélisation de la température de la couche terrestre



Etudiants :

AMAIRI Tahar
BERBAGUI Amine
DELABORDE Romane
HACHANI Ghassen
YONG Catherine

Enseignant référent :

Mr Samuel FAVRICHON

Projet Pluridisciplinaire

MAIN 3 2020-2021

10 janvier 2021

Table des matières

1	Introduction	2
1.1	Motivation	2
1.2	Impacts environnementaux et/ou éthiques et/ou sociétaux	2
1.3	Hypothèses	4
1.3.1	Simplification du sujet	4
1.3.2	Echelle de profondeur	4
1.3.3	Echelle de temps	4
2	Résolution analytique de l'équation de la chaleur 1D	5
2.1	Démonstration de l'équation	5
2.2	Résolution de l'équation	6
3	Discretisation de l'équation de la chaleur en 1D	7
4	Résultats	12
4.1	France été :	12
4.1.1	France hiver :	14
4.1.2	Observation France	15
4.2	Algérie hiver	15
4.2.1	Algérie été :	16
4.2.2	Observation Algérie	17
5	Conclusion	18
6	Bibliographie	19

1 Introduction

1.1 Motivation

Ce projet a pour but d'étudier et de modéliser l'évolution de la température dans plusieurs régions du globe. En effet, le domaine de la géothermie est devenu indispensable par exemple dans l'isolation thermique des bâtiments. La conservation de l'énergie se faisant de plus en plus nécessaire, les données sur la température du sol représentent un aspect important du calcul des besoins énergétiques, par exemple pour déterminer les pertes de chaleur dans les sous-sols ainsi que pour examiner la possibilité d'utilisation du sol comme source pour les pompes à chaleur. Il incombe donc aux ingénieurs qui doivent faire face à ces problèmes de connaître les facteurs déterminant les températures du sol et de savoir comment ces températures varient selon la saison et la profondeur du sol.

1.2 Impacts environnementaux et/ou éthiques et/ou sociétaux

Notre projet s'articulant autour de l'évolution de la température à la surface sur des différentes zones du globe, son intérêt réside en un point de vue environnemental. En effet, le changement climatique est l'un des enjeux majeurs de notre siècle. Ainsi, pour étudier et évaluer l'impact des dérives de celui-ci, la connaissance de la température au niveau de la surface de la planète est primordiale. Par exemple, l'étude des différentes températures de surface, peuvent permettre à la communauté scientifique de prévoir les éventuelles variations de climat et ainsi anticiper au mieux le réchauffement climatique.

Bien plus, l'intérêt de notre projet ne se limite pas à cet enjeu uniquement. En effet, la connaissance de la température à la surface rendra notre compréhension des orages, tempêtes et plus généralement des phénomènes géophysiques meilleure mais pas seulement puisque les méthodes d'agricultures pourront être innovées avec une agriculture dite « de précision ». Cela pourra permettre de connaître l'évolution de la température dans les terres à une période donnée et ainsi mieux comprendre la croissance des plantes. Enfin, un suivi climatique pourra être mis en place à l'échelle mondiale.

Cependant, si tout ceci paraît bénéfique, quelques inconvénients doivent être cités comme le coût environnemental et économique d'un tel projet à une échelle bien plus grande. En effet, pour arriver à des résultats convaincants, d'énormes moyens technologiques doivent être mis en place afin d'avoir une puissance de calcul suffisante. Comme par exemple, des super ordinateurs qui peuvent être très énergivores si leur nombre est important. De plus, des mesures par satellite sont nécessaires, ainsi, l'envoi de satellites dans l'espace devient aussi une nécessité ce qui en résulte donc en un budget économique de plus en plus important sans compter les tonnes de carburants utilisées et éventuellement les débris spatiaux, tout ceci représentant une menace à long terme.

D'un point de vue éthique, un tel projet ne soulève pas vraiment de question de ce genre excepté si les recherches ont été faites sur un territoire plutôt qu'un autre pour des raisons autres que scientifiques (problème de financement ou autre intérêt). Les recherches doivent avoir pour seule ligne directrice l'intérêt scientifique et la pertinence des résultats.

D'un point de vue sociétal, ce projet peut trouver son utilité dans plusieurs domaines. On sait que la température du sol constitue une donnée essentielle pour l'étude de divers projets de construction d'infrastructures comme les logements d'habitations en termes d'isolation thermique (afin de minimiser les couts énergétiques) et autres infrastructures plus importantes : aéroports ou autoroutes. Mais pas que, puisque ces données sont aussi importantes pour déterminer la profondeur à laquelle les canalisations d'alimentation en eau des bâtiments peuvent être installées sans risque de gel, la conception des fondations et la construction des sous-sols des bâtiments.

Finalement, ce projet trouve sa place d'un point de vue environnemental et sociétal avec de nombreuses applications. Cependant, on se doit d'être vigilant sur les moyens utilisés pour mettre en place celui-ci en prenant garde de ne pas rentrer dans un paradoxe où l'on cherche à préserver notre planète en se servant de moyens nuisibles pour cette dernière.

1.3 Hypothèses

1.3.1 Simplification du sujet

Afin de simplifier l'étude de la diffusion thermique, nous avons décidé de négliger plusieurs phénomènes physiques.

- **Homogénéité** : Nous considérons que le sol est homogène, c'est-à-dire à matériau unique dont la densité est constante. Nous négligeons donc la présence de racines d'arbres, nappes phréatiques ou de roches par exemple. Ceci a pour conséquence que nous ne considérons pas les échanges de chaleur latéraux. Le flux de chaleur se propage verticalement dans notre étude.
- **Convection** : En effet, comme nous étudions le problème à une profondeur maximale de 10m, nous pouvons nous permettre de négliger la convection.
- **Rayonnement** : Intégrer les problèmes de diffusion et de réflexion liés au rayonnement dans notre raisonnement et nos calculs ne semble pas pertinent. Le flux d'émission et d'absorption se compensent en grande partie. Il est donc possible de négliger le transfert de chaleur par rayonnement.
- **Changements d'état** : Tous les changements d'états concernant les solides, liquides et gaz ne seront pas pris en compte.

1.3.2 Echelle de profondeur

Nous déterminons la profondeur maximale celle à partir duquel l'amortissement de la température est au delà de 0.99. Au niveau du sol, nous considérons que la température peut être assimilée à un signal périodique, d'où le lien avec l'amortissement du signal périodique. Cette profondeur correspond à 10m.

1.3.3 Echelle de temps

Lors de ce projet, la question de l'échelle de temps est rapidement devenue une question centrale du sujet. Nous avons ainsi jugé pertinent de visualiser la diffusion thermique sur 2 échelles de temps différentes : sur **une année** jour par jour et sur **une journée** heure par heure

Nous disposons d'un document relatant la **température à la surface du sol** en Algérie et en France, heure par heure sur une année. Avoir accès à deux pays nous permet de comprendre l'évolution de la diffusion thermique dans deux régions du monde très différentes l'une de l'autre.

2 Résolution analytique de l'équation de la chaleur 1D

2.1 Démonstration de l'équation

Nous allons maintenant faire la démonstration de l'équation de la chaleur .

Loi de Fourier : $\vec{j}_{th} = -K.\overrightarrow{grad}.T$ avec K la conductivité thermique ($W.m^{-1}.K^{-1}$).

On établit un bilan énergétique du flux thermique.

On a : $\phi_{th} = \frac{\delta Q}{dt}$ et $\delta\phi = \vec{j}_{th}.d\vec{S}$ ce qui donne :

$$\begin{cases} \delta Q_e = \vec{j}_{th}(x, t) S dt \\ \delta Q_s = \vec{j}_{th}(x_p dx, t) S dt \end{cases}$$

La variation de l'énergie interne est : $dU = \delta Q + \delta W$ or $\delta W = 0$ car il n'y a pas d'échange de travail. Donc $dU = \delta Q$

$$\Longleftrightarrow \delta Q_e - \delta Q_s$$

$$\Longleftrightarrow \vec{j}_{th}(x, t) S dt - \vec{j}_{th}(x_p dx, t) S dt$$

$$\Longleftrightarrow \vec{j}_{th}(x, t) S dt - (\vec{j}_{th}(x, t) S dt + \frac{\partial \vec{j}_{th}}{\partial x} dx S dt)$$

$$\Longleftrightarrow \boxed{-\frac{\partial \vec{j}_{th}}{\partial x} dx S dt} (*)$$

D'autre part ,

$$dU = (\rho S dx) c dT \text{ car } (c = c_v = c_p)$$

$$\text{car } \frac{dU}{dT} = m.c \Longleftrightarrow \frac{dU}{dT} = \rho v c \Longleftrightarrow \boxed{\frac{dU}{dT} = (\rho S dx) c} (**)$$

$$\text{On a donc } \boxed{-\frac{\partial \vec{j}_{th}}{\partial x} dx S dt = \rho S dx.c.dT}$$

On applique la Loi de Fourier $\vec{j}_{th} = -K.\overrightarrow{grad}.T$ (en 1D) donc $\vec{j}_{th} = -K \frac{\partial T}{\partial x} \vec{e}_z$

Donc :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{\partial x} (\partial (-K \frac{\partial T}{\partial x})) = \boxed{K \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}}$$

Finalement, on obtient l'équation de la diffusion de la **chaleur unidimensionnelle**.

$$\boxed{\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\rho c}{K} \frac{\partial T}{\partial t}}$$

2.2 Résolution de l'équation

Température sinusoïdale imposée en surface , régime périodique établi

On a $T(z = 0, t) = T_i + T_0 \cos(\omega t)$

On impose une température sinusoïdale (périodique en surface) avec $T_i = T(x, t = 0)$ la température initiale. Ainsi , l'équation de la chaleur s'écrit : $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\rho c}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t}$. (1)

En posant $a = \frac{\lambda}{\rho c}$ on a donc $\boxed{\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t}}$

Avec les conditions aux limites $\begin{cases} T(0, t) = T_i + T_0 \cos(\omega t) \\ T(\infty, t) = T \end{cases}$

On cherche une solution en régime établi pour laquelle le champ de température du milieu évolue comme $T(x, t) = T; e^{i\omega t} f(x)$.On réinjecte ce résultat dans (1) avec f une fonction complexe.

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{i\omega}{a} f = 0$$

On a donc une équation différentielle du 2nd ordre.

Équation caractéristique : $r^2 - \frac{i\omega}{a} = 0$ donc $r = \pm \sqrt{\frac{i\omega}{a}}$

donc $f(x) = Ae^{-\sqrt{\frac{i\omega}{a}}x} + Be^{\sqrt{\frac{i\omega}{a}}x}$ or $\sqrt{i} = (e^{i\frac{\pi}{2}})^{0.5} = e^{i\frac{\pi}{4}}$

Ainsi , on a :

$$f(x) = A \exp(-e^{i\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{\omega}{a}} x) + B \exp(e^{i\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{\omega}{a}} x)$$

pour $x \mapsto \infty$, f ne doit pas diverger donc $B = 0$ et $f(0) = A + B = T_0$ donc $f(0) = A = T_0$ d'où

$$T(x, t) - T_i = T_0 \exp(-e^{i\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{\omega}{a}} x) e^{i\omega t}$$

$$\iff T(x, t) - T_i = T_0 \exp(-\sqrt{\frac{\omega}{2a}} x) \exp(i(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2a}} x))$$

Le problème étant linéaire , il est équivalent de prendre la partie réelle ou imaginaire de la solution complexe trouvée.

Ainsi, on obtient

$$T(x, t) = T_i + T_0 e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2a}} x} \cos(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2a}} x)$$

Remarque : $\sqrt{\frac{\omega}{2a}} = \sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\lambda}}$ et $\omega = \frac{2\pi}{T}$ avec :

- $T \simeq$ une journée.
- $\rho = 1880 \text{ kg/m}^3$
- $c = 835 \text{ J/K}^{-1} / \text{Kg}^{-1}$
- $\lambda = 0.8 \text{ W.m}^{-1} . \text{K}^{-1}$

3 Discrétisation de l'équation de la chaleur en 1D

Afin de modéliser l'évolution de la chaleur au sein d'une colonne de terre au cours du temps, il existe de nos jours de nombreuses méthodes numériques. Dans le cas de l'étude de la température des couches d'un sol, il est possible d'utiliser le procédé des différences finies afin d'approcher au mieux les valeurs théoriques trouvées précédemment.

Le cas suivant traite de la discrétisation de l'équation de la chaleur en 1D, où cette unique dimension correspond à la profondeur du sol. Par ailleurs, la conduction est le seul moyen de transfert thermique intervenant dans ce problème. En effet, d'après le postulat, on néglige le rayonnement ainsi que la convection, ce qui nous permet de simplifier les calculs tout en obtenant des résultats assez proches de la réalité.

Dans un premier temps, il est important de rappeler l'équation de la chaleur pour mieux aborder la résolution numérique de ce problème unidimensionnel.

Le champ de température $T(z,t)$ avec z la profondeur et t le temps écoulé, vérifie l'équation de la chaleur suivante :

$$(\rho C)_{soil} \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_T \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

Avec :

- T température du sol, z distance de la surface, t le temps
- ρC_{soil} capacité thermique volumique du sol ($J.m^{-3}.K^{-1}$)
- λ_T conductivité du sol ($W.m^{-1}.K^{-1}$)

La capacité thermique volumique du sol et la conductivité thermique du sol sont des valeurs qui dépendent de la nature du sol.

Les tableaux qui suivent regroupent des données en fonction du type de sol ainsi que de sa teneur en eau.

Type de sol	Conductivité thermique pour sol sec (W/m.K)	Conductivité thermique pour sol à 10% d'eau (W/m.K)	Conductivité thermique pour sol saturé (W/m.K)
Terre	0.321	0.912	1.307
Sable	0.396	2.224	2.402
Argile	0.543	1.298	1.715

Valeur de la capacité thermique volumique des composants du sol :

Eléments minéraux : $2.10^6 J.m^{-3}.K^{-1}$

Matière organiques : $2,5.10^6 J.m^{-3}.K^{-1}$

Eau : $4,2.10^6 J.m^{-3}.K^{-1}$

Air : $1250 J.m^{-3}.K^{-1}$

Habituellement dans les sols :

$$10^6 J.m^{-3}.K^{-1} < C_F < 3.10^6 J.m^{-3}.K^{-1}$$

$$\rightarrow \text{sol sec} < C_F < \text{sol saturé}$$

En outre, afin de simplifier l'implémentation des algorithmes et de faciliter la compréhension de la résolution numérique de cette équation différentielle, il est nécessaire de poser une variable α .

Cette variable α vaut :

$$\alpha = \frac{\lambda_T}{(\rho C)_{soil}}$$

De plus, le nom de la variable « z » qui correspond à la profondeur dans l'équation de la chaleur sera remplacée par « x » par la suite.

Donc l'équation de la chaleur est également vérifiée par :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

A cette équation différentielle partielle s'ajoute deux conditions aux limites de la colonne de terre étudiée. D'une part, une température T_g est maintenue au niveau du sol et d'autre part, une température T_d est appliquée sur la dernière couche de sol étudié. En outre, les autres températures de la colonne sont initialisées à la valeur T_0 , qui sera généralement égale à 0°C .

La colonne de terre est alors discrétisée en $N+1$ nœuds de coordonnées, régulièrement espacés. Cette valeur N devra être entrée par l'utilisateur en paramètre des fonctions finales de modélisation de l'équation de la chaleur. Par ailleurs, plus ce nombre sera élevé, plus la colonne étudiée sera divisée en un nombre important de « sections ».

En outre, l'utilisateur devra entrer une valeur pour la profondeur étudiée. Le pas d'espace Δ_x correspond à la distance entre deux points de nœuds coordonnées. De plus, ces points étant équidistants, le pas d'espace est donc constant pour un N fixé. Le temps est également discrétisé en intervalles de pas constant noté Δ_t .

L'évolution de la température est étudiée sur n fois Δ_t . Par exemple, en posant n=3600 et $\Delta_t=1$ seconde, le programme qui sera implanté par la suite simulera la diffusion de chaleur dans la colonne de terre sur une durée de 3600 secondes, soit l'équivalent d'une heure. Il aurait également été possible pour arriver à ce même résultat, de considérer n=36 et $\Delta_t=100$ secondes.

Cependant les valeurs entre chaque boucle de l'algorithme auraient été dissemblables selon les valeurs de n et de Δ_t étant donné les intervalles de temps différents. Δ_t représente effectivement le temps écoulé entre deux étapes de l'algorithme.

Dans le programme que nous avons implanté, la valeur n n'est pas mise en paramètres de fonction. En effet, cette valeur est imposée avant le début de la boucle principale et vaut 100000 par défaut. Ainsi, pour changer cette valeur, il suffit de la modifier directement au sein du code.

La liste de variables qui suit est un récapitulatif de toutes les données qui seront utiles dans l'implémentation de nos algorithmes.

Signification des variables :

Profondeur : profondeur à laquelle on arrête d'étudier l'évolution de la température

N : nombre de points étudiés dans la colonne de terre

T_initial : valeurs initiales des températures de la colonne de terre (0 généralement)

Tg : température au niveau du sol

Td : température au niveau de la dernière couche de sol étudiée dans la colonne de terre

λ_T : conductivité thermique du sol en $W.m^{-1}.K^{-1}$

ρC_{soil} : capacité thermique volumique du sol en $J.m^{-3}.K^{-1}$

Δ_x : le pas spatial

Δ_t : le pas temporel

n : nombre de fois on Δ_t est « ajouté » dans le temps

Par ailleurs, afin d'implémenter nos méthodes, il sera nécessaire de poser une variable servant à la résolution numérique. Cette variable nommée λ vaut :

$$\lambda = \alpha \frac{\Delta_t}{\Delta_x^2} \text{ avec } \lambda \neq \lambda_T$$

À présent, on s'intéresse aux moyens de mettre en place un programme permettant d'étudier l'évolution des couches supérieures du sol, à partir des paramètres énoncés ci-dessus. Deux approches peuvent être utilisées dans le but de discrétiser l'équation de la chaleur : d'une part la méthode dite explicite et d'autre part la méthode dite implicite.

Dans les deux cas, les valeurs des températures dans la colonne de terre convergent vers les températures à l'équilibre thermodynamique. Ce phénomène est observable lorsqu'on augmente la valeur de n , qui est un indicateur du temps écoulé. En effet, pour rappel : $n\Delta_t$ indique le temps réel d'étude de l'évolution de la température au sein de la colonne de terre. Ainsi les valeurs de T_{initial} ne sont pas importantes et peuvent par conséquent être choisies aléatoirement. Cependant, nous avons décidé d'initialiser par défaut ce vecteur à 0 pour toutes ses valeurs.

Méthode explicite : A chaque boucle, on calcule les nouvelles valeurs des températures dans la colonne de terre. Sous forme matricielle cela revient à résoudre :

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_{N-2} \\ T_{N-1} \end{bmatrix}^{n+1} = \begin{bmatrix} 1-2\lambda & \lambda & 0 & \dots & 0 \\ \lambda & 1-2\lambda & \lambda & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \lambda & 1-2\lambda & \lambda \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 1-2\lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_{N-2} \\ T_{N-1} \end{bmatrix}^n + \lambda \begin{bmatrix} T_g \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ T_d \end{bmatrix}$$

Méthode implicite : De la même façon, on résout sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} 1+2\lambda & -\lambda & 0 & \dots & 0 \\ -\lambda & 1+2\lambda & -\lambda & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & -\lambda & 1+2\lambda & -\lambda \\ 0 & 0 & 0 & -\lambda & 1+2\lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_{N-2} \\ T_{N-1} \end{bmatrix}^{n+1} = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_{N-2} \\ T_{N-1} \end{bmatrix}^n + \lambda \begin{bmatrix} T_g \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ T_d \end{bmatrix}$$

Il est nécessaire de préciser qu'un système avec une telle matrice tridiagonale peut être résolu grâce à diverses méthodes telles que l'algorithme de Thomas. Cependant, dans le cadre de l'évolution des températures supérieures du sol, nous avons juger que la fonction « `linalg.solve()` » de la bibliothèque « `numpy` » était suffisante pour une résolution de ce type.

Une troisième méthode numérique permettant de résoudre l'équation de chaleur est celle de Crank-Nicolson. Celle-ci est un mixte entre les deux approches explicites et implicites.

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} -\lambda & 2+2\lambda & -\lambda & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\lambda & 2+2\lambda & -\lambda & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \dots & \dots & -\lambda & 2+2\lambda & -\lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ T_{N-2} \\ T_{N-1} \end{bmatrix}^{N+1} \\
 &= \begin{bmatrix} \lambda & 2-2\lambda & \lambda & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda & 2-2\lambda & \lambda & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \dots & \dots & \lambda & 2-2\lambda & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_2 \\ T_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ T_{N-2} \\ T_{N-1} \end{bmatrix}^N
 \end{aligned}$$

4 Résultats

4.1 France été :

Pour nos observations, nous avons choisi deux jours en été ,le 25 et 26 juillet 2016.

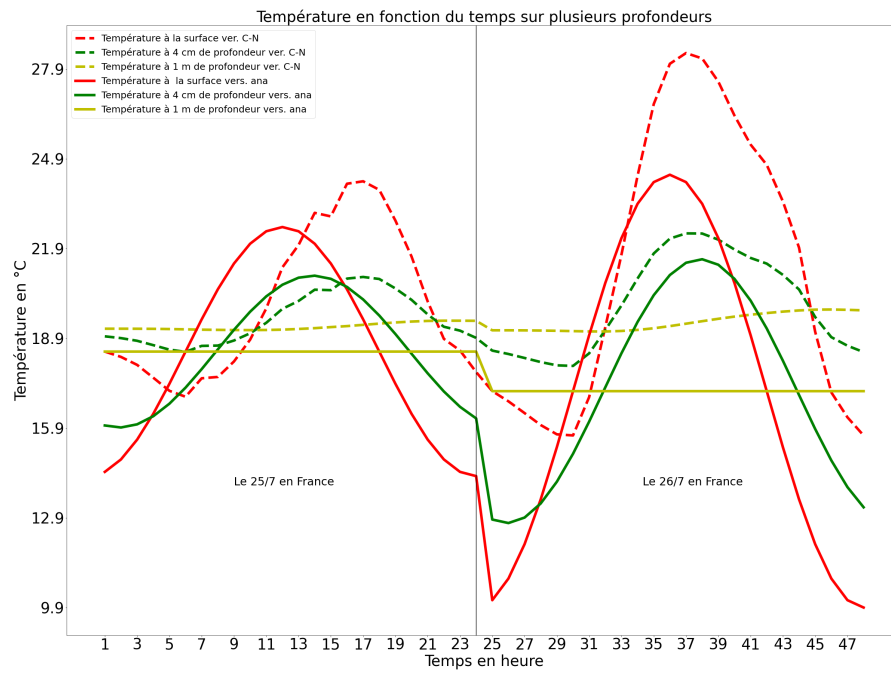


FIGURE 1 – Méthode de Crank-Nicholson et analytique

L'évolution de la température en fonction du temps et de la profondeur d'un sol français de type terre

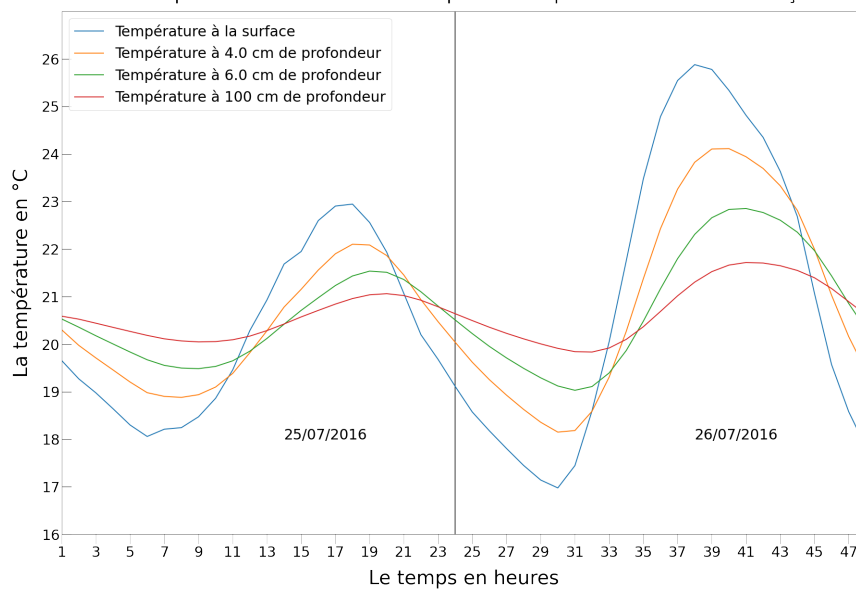


FIGURE 2 – Méthode de résolution explicite

4.1.1 France hiver :

De la même manière, nous avons pris le 13 et le 14 janvier .

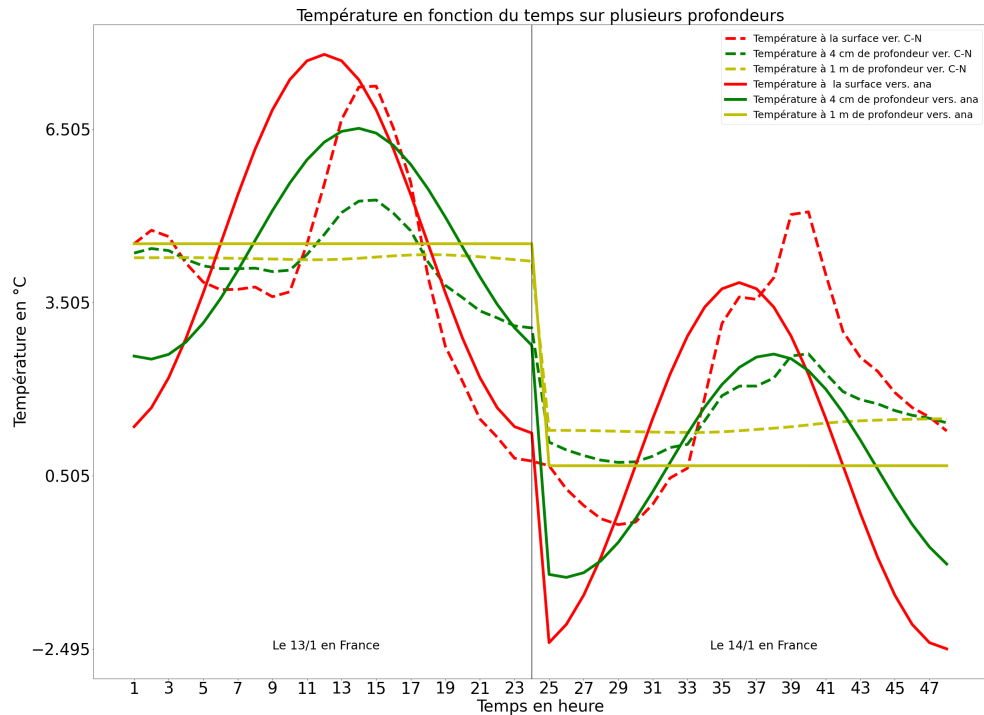


FIGURE 3 – Méthode de Crank-Nicholson et analytique

L'évolution de la température en fonction du temps et de la profondeur d'un sol français de type terre

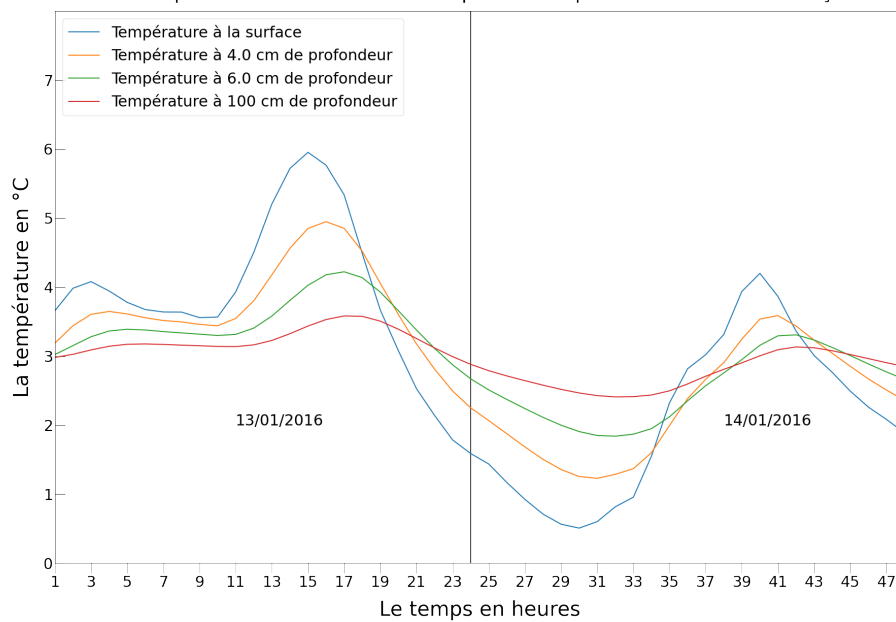


FIGURE 4 – Méthode de résolution explicite

4.1.2 Observation France

Ici, nous pouvons constater plusieurs choses. Tout d'abord, les graphes obtenus avec la méthode explicite et la méthode de Crank-Nicholson sont grandement similaires. En effet, ils ont tous deux une allure sinusoïdale, ce qui est en accord avec ce qui est attendu avec la résolution analytique. Par ailleurs, les extremums sont non seulement atteints en même temps, mais on a aussi le premier maximum qui est plus petit que le second. Cette caractéristique est aussi vérifiée lors de la résolution analytique. Pour cette dernière, l'allure discontinue à la fin du cycle diurne est due au changement de T_0 une fois la journée finie. Ce changement est nécessaire pour avoir des résultats plus précis.

Cependant, nous pouvons remarquer que la méthode de Crank-Nicholson présente certaines incohérences non attendues. En effet, l'intersection entre les différentes courbes est un intervalle très restreint, voire un point, tandis que pour la méthode explicite et analytique, nous observons un déphasage.

Dans le cas de la méthode analytique, les valeurs de départ sont très faibles. Cette observation s'explique par l'initialisation du T_0 , qui ne convient pas à chaque schéma. Par la suite, T_0 est modifié, les températures sont donc plus logiques et raisonnables.

4.2 Algérie hiver

De la même manière, on prend 2 jours en hiver, le 13 et le 14 janvier et on obtient :

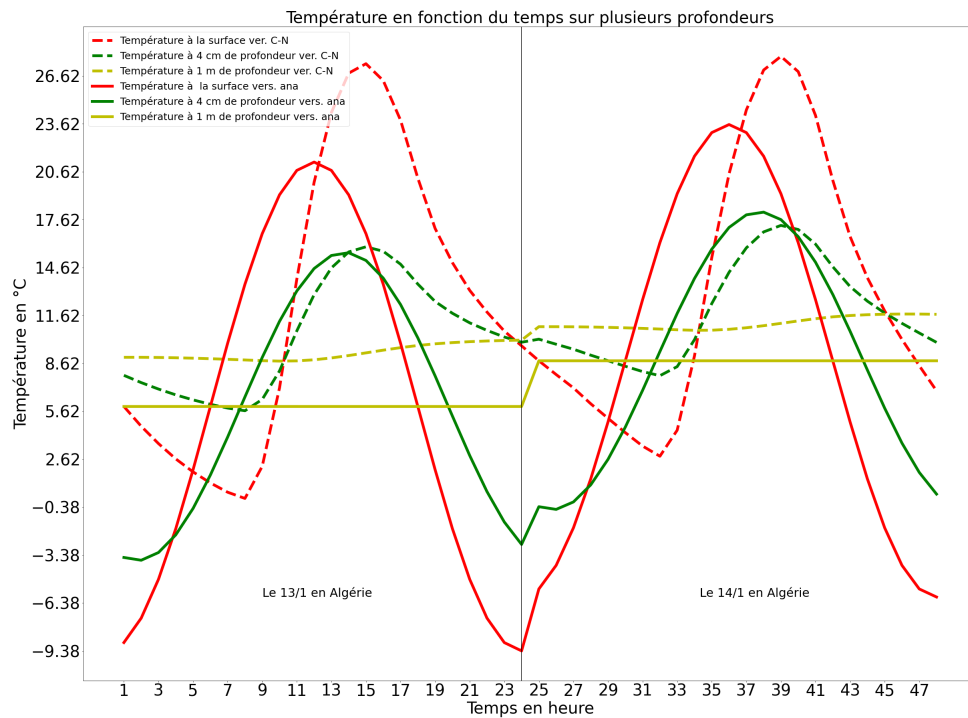


FIGURE 5 – Méthode de Crank-Nicholson et analytique

L'évolution de la température en fonction du temps et de la profondeur d'un sol algérien de type sable

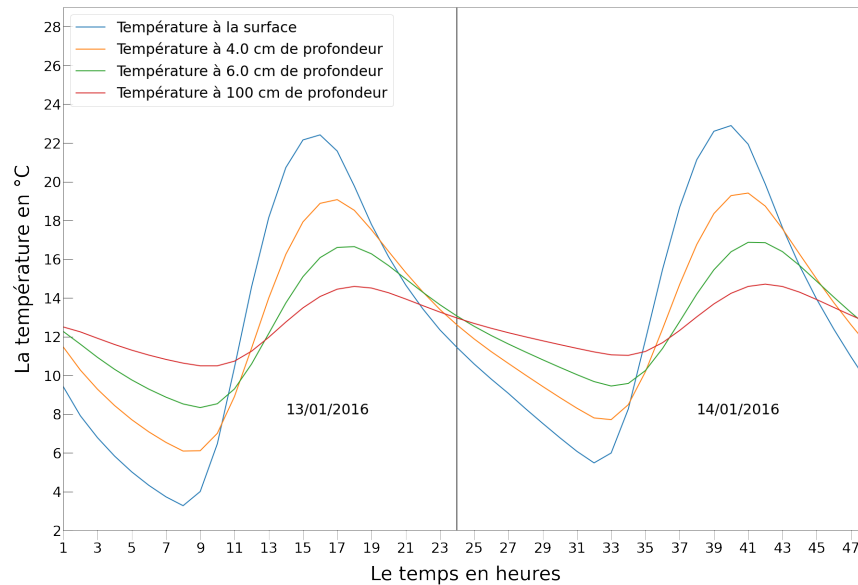


FIGURE 6 – Méthode de résolution explicite

4.2.1 Algérie été :

Cette fois-ci en été toujours avec les même dates.

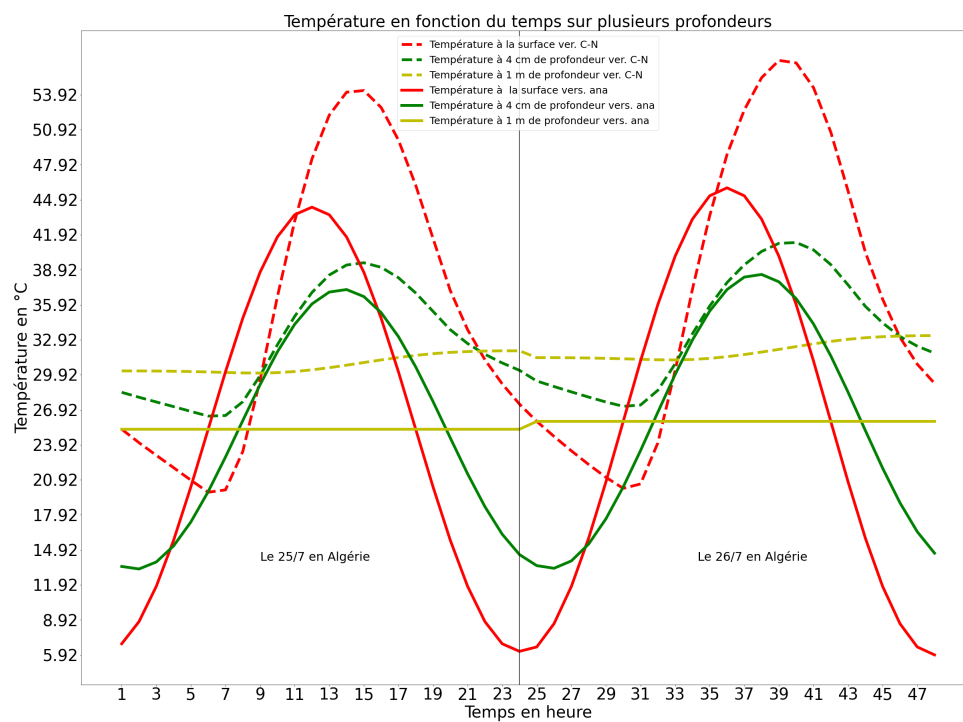


FIGURE 7 – Méthode de Crank-Nicholson et analytique

L'évolution de la température en fonction du temps et de la profondeur d'un sol algérien de type sable

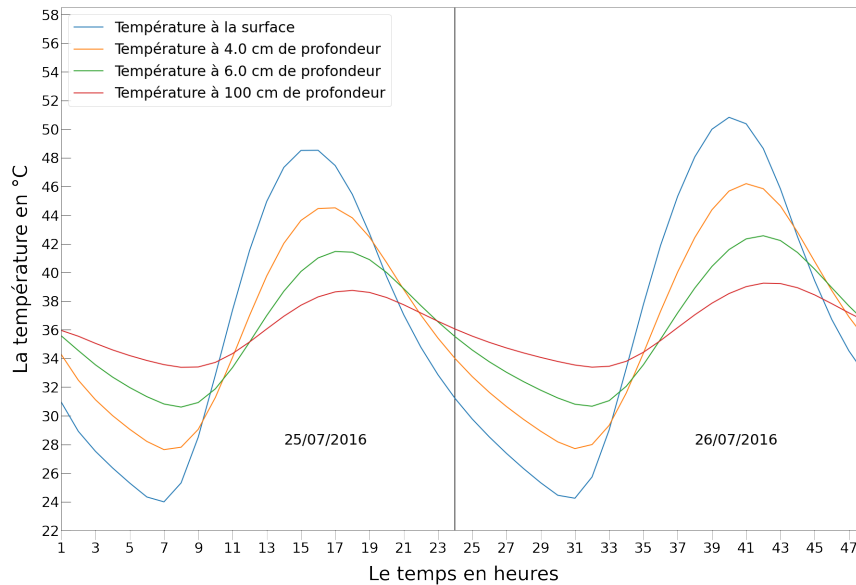


FIGURE 8 – Méthode de résolution explicite

4.2.2 Observation Algérie

Ici, nous pouvons affirmer que les résolutions numériques et analytique ont, de manière générale, la même allure. En effet, L'évolution est similaire, mais les températures sont différentes pour chaque cas. Cependant, l'écart est sensiblement le même. Cet écart peut être expliqué par l'utilisation des différents paramètres du code qui sont plus ou moins précis. Les extremums se situent aux mêmes endroits, mais nous pouvons remarquer que la méthode explicite est plus proche de la théorie.

Encore une fois, la méthode de Crank-Nicholson ne présente pas de déphasage, contrairement aux deux autres méthodes. Par ailleurs, pour la méthode analytique, nous remarquons que les températures de départ sont très basses, qui s'explique par l'initialisation du T_0 . Par la suite, T_0 est modifié, les températures sont donc plus logiques et raisonnables.

5 Conclusion

Pour conclure, nous avons acquis de nombreuses compétences grâce à ce projet pluridisciplinaire. Nous avons pu approfondir nos connaissances en Python ainsi que notre compréhension des lois qui régissent notre monde, soit l'équation de la chaleur en une dimension dans notre cas. Nous avons par ailleurs découvert de nombreux moyens pour approcher au mieux la diffusion de la chaleur dans les couches supérieures du sol, leurs inconvénients et leurs avantages.

Afin de rendre le projet réalisable, nous avons décidé d'omettre certains éléments (*cf Hypothèses*). Par conséquent, le fait de négliger certains de ces éléments influence sur la véracité de nos résultats. En effet, supposer le sol comme homogène n'est pas réaliste, cependant nous avons voulu nous rapprocher au maximum de la réalité en prenant en compte trois types de sol.

Au delà des compétences scolaires, c'est aussi au niveau social que nous appris. En raison de la crise sanitaire du Covid-19 et du confinement qui en a résulté, il a fallu redoubler de rigueur, de sérieux mais aussi de clarté dans nos propos. Dès le départ, il a fallu qu'on se mette d'accord sur le rôle de chacun, nos moyens de communication et surtout sur notre compréhension du sujet.

Nous remercions notre professeur référent, M. Samuel Favrichon, qui a su nous guider tant dans notre réflexion que dans notre implémentation, ainsi que M. Thibault Hilaire, qui nous a permis de travailler sur ce sujet.

6 Bibliographie

Les différents types de sol dans le monde :

- https://www.lyceedadultes.fr/sitepedagogique/documents/SVT/SVT2S/Chapitre_5_Le_sol_un_

Site températures minimales et maximales du sol dans le monde :

- <https://www.meteo-paris.com/monde/analyses.html>

Polycopié sur l'étude du sol :

- https://www.globe.gov/documents/10157/380996/soil_chap_fr.pdf?fbclid=IwAR34UAvA5SSrQu

Installation sdl pour Python :

- <https://openclassrooms.com/fr/courses/19980-apprenez-a-programmer-en-c/17117-installation-de-la-sdl>

Site équation de la chaleur :

- <http://www.tangentex.com/EquationChaleur.htm>

Google Doc commun pour partager nos avancées :

- <https://docs.google.com/document/d/1teogHDHFqIhxBpAUk5TTacsNWi28Qrn5fEhb7EOg->