سلسلة تمارين الاشتقاقية والاستمرارية -1-

التمرين الاول:

ادرس قابلية الاشتقاق للدالة f عند x_0 ثم فسر النتائج هندسيا في كل حالة مما يلي:

- $f(x)= -2x^2+3$, $x_0 = 3$
- $f(x)= 3x^2+3x+3$, $x_0 = 0$
- $f(x)= \sqrt{x+4}$, $x_0 = 5$
- $f(x)= \sqrt{x-1}$, $x_0 = 1$
- $f(x)= \frac{x+3}{x+1}$, $x_0= 1$
- $\begin{cases} f(x) = x^2+\frac{1}{2}x & x \le 0 \\ f(x) = \sqrt{x+1} & x > 0 \end{cases}$, $x_0= 0$
- $\begin{cases} f(x) = 2x^2-x & x > 5 \\ f(x) = x^3-2x & x \le 5 \end{cases}$, $x_0= 5$
- $\begin{cases} f(x) = x^2+x & x \le -1 \\ f(x) = \sqrt{x+1} & x \ge -1 \end{cases}$, $x_0=-1$
- $\begin{cases} f(x) = \sqrt{-x} & x \le 0 \\ f(x) = \sqrt{x} & x \ge 0 \end{cases}$, $x_0=0$
- $\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2-1} & x \ge 1 \\ f(x) = \sqrt{1-x} & x \le 1 \end{cases}$, $x_0=1$
- $f(x)= |x^2-x+1|$, $x_0= 4$
- $f(x)= |x^2+x-2|$, $x_0= 1$
- $f(x)= \sqrt{|x+2|}$, $x_0= -2$
- **##** $f(x)= \frac{|x+1|+3}{|x-1|}$ $x_0= -1$, $x_0=0$

التمرين الثاني:

احسب مشتق الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها مبينا القيم الحدية المحلية في حالة وجودها في كل حالة مما يلي :

- $f(x)= x^2+3x$ $D_f=R$
- $f(x)= x^3-4x^2+3$ $D_f=R$
- $f(x)= \frac{2x+2}{x-1}$ $D_f=R-\{1\}$
- $f(x)=\sqrt{2x-1}$ $D_f=[\frac{1}{2}, +\infty[$
- $f(x)= \frac{4}{x^2+x+2}$ $D_f=R$
- $f(x)= \frac{x+1}{x^2+5x+6}$ $D_f=R-\{-3,-2\}$
- $f(x)= (x^2-3x+1)(x+1)$ $D_f=R$
- $f(x)=(2x^2-2x)(\sqrt{2x-1})$ $D_f=[\frac{1}{2}, +\infty[$
- $f(x)=|x^2-x-6|$ $D_f=R$
- $f(x)= \left|\frac{x+2}{x^2-4x}\right|$ $D_f=R-\{0,4\}$
- **#** $f(x)=|x^2+x|+|x-6|$ $D_f=R$
- **#** $f(x)=x+\sqrt{|x^2+4x|}$ $D_f=R$

احسب مشتق الدوال التالية:

- $f(x)= Cos(-2x+2)$ $D_f=R$
- $f(x)= Sin(x-1)$ $D_f=R$
- $f(x)= Tan(x)$ $D_f=R-\{\frac{\pi}{2}+k\pi\}, k\in Z$
- $f(x)= CoTan(x)$ $D_f=R-\{k\pi\},k\in Z$
- $f(x)= (x^3+2x)^2$ $D_f=R$
- $f(x)= (\sqrt{x+1})^3$ $D_f=[-1,+\infty[$
- $f(x)=(\frac{x+3}{1-x})^2$ $D_f=R-\{1\}$
- $f(x)= \frac{5}{(2x+2)^2}$ $D_f=R-\{-1\}$
- $f(x)= \sqrt{x^2-3x}$ $D_f=R-]0,3[$
- $f(x)= \frac{2}{\sqrt{x^2+x+1}}$ $D_f=R$
- **#** $f(x)= \frac{(x^3+2x)^2}{(x+1)^3}$ $D_f=R-\{-1\}$
- **#** $f(x)= \frac{\sqrt{2x^2+2}+1}{\sqrt{x-1}}$ $D_f=]1,+\infty[$

التمرين الثالث:

نعتبر الدالة *f* المعرفة على *R-{1}* كما يلي: $f(x)=\frac{2x-3}{x-1}$, ونعتبر (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى م,م,م (o,i,j)

1) عين معادلة المماس (T)لبيان الدالة *f* في كل حالة من الحالات الاتية:
   أ) (T) هو المماس عند النقطة ذات الفاصلة 0.
   ب) (T) هو المماس عند النقطة ذات الترتيبة *1*.
2) هل توجد مماسات للبيان (C_f) في كل حالة من الحالات الاتية ثم اكتب معادلات لها ان وجدت:
   أ) المماس يوازي المستقيم ذو المعادلة $y=4x+1$.
   ب) المماس يعامد المستقيم ذو المعادلة $y=x+1$.
   ت) المماس يشمل النقطة (3,1).
   ث) المماس يوازي الشعاع $\vec{U}\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}$.
   ج) المماس يعامد الشعاع $\vec{V}\begin{pmatrix}2\\-8\end{pmatrix}$.
   ح) المماس يعامد الشعاع $\vec{w}\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$.
   خ) **#** المماس الذي يمس (C_f) في نقطتين.

التمرين الرابع:

اعط تقريبا تالفيا لعبارة $f(a+h)$ من اجل $|h|$ قريب من 0 مبينا الارتياب المرتكب من اجل $|h|< 10^{-3}$.

1) $f(x)=3x^2-5x+1$ و $a=2$.
2) $f(x)=\frac{1}{x-2}$ و $a=-2$.
3) $f(x)= \sqrt{x^2+1}$ و $a=-1$.

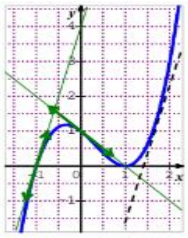
####التمرين الخامس:

بدون حساب وباستعمال التقريب التالي عين العدد المشتق للدالة f عند a في كل من الحالتين التالتين:

1) $x \mapsto 1-2x+3x\tan x$ و $a=0$.

2) $x \mapsto 2x+(x+1)^2\sqrt{x^4+3}$ و $a=-1$.

التمرين السادس:



67 في الشكل المقابل ، $\mathscr{C}_f$ هو المنحني الممثل في معلم متعامد ومتجانس لدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ؛ و المماسان لـ $\mathscr{C}_f$ عند نقطتيه A و B فاصلتاهما -1 و 0 .

1) بقراءة بيانية ، عيّن القيم $f(-1)$ ، $f(0)$ ، $f(1)$ ، $f'(-1)$ ، $f'(0)$ و $f'(1)$.

2) حل بينيا ، في المجال $\left[-\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right]$:

أ) المعادلة $f(x)=0$.

ب) المعادلة $f'(x)=-1$.

ج) المتراجحة $f'(x)\geq 4$.

ت) انشئ جدول اشارة f و f'

التمرين السابع:

نعتبر الدالة f المعرفة على R كما يلي: $f(x)=x^3+3$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعامد متجانس (o,i,j).

- بين بثلاث طرق ان النقطة $A(0,3)$ نقطة انعطاف ل (C_f).

التمرين الثامن:

لتكن الدالة f المعرفة على R كما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = x^2 - 2x + 1 & x \leq 2 \\ f(x) = x^2 + x - 5 & x > 2 \end{cases}$$

1) ادرس استمرارية الدالة f عند 2.

2) هل الدالة f مستمرة على R؟لماذا؟

التمرين التاسع:

f الدالة العددية المعرفة كما يلي :

$f(x)=\frac{x^3-1}{x-1}$ اذا كان $x\neq1$ و $f(1)=3$.

1) ادرس استمرارية f عند 1.

2) هل الدالة f مستمرة على R.

التمرين العاشر:

نعتبر الدالة f المعرفة على R ب:

$$\begin{cases} f(x) = x^2 + 2x - a & x > 2 \\ f(x) = \dfrac{2x^2 - a + b}{x} & x \leq 2 \end{cases}$$

حيث a و bعددان حقيقيان ثابتان. عين علاقة بين a و b حتى تكون الدالة f مستمرة عند 2.

التمرين الحادي عشر:

1) برهن باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة ان المعادلة $x^3-4x=-2$ تقبل على الاقل حلا في المجال $[-3,-2]$.

2) f هي دالة معرفة على R كما يلي: $f(x)=3x^2-2x-\frac{1}{4}$

أ) احسب $f(-1)$, $f(-\frac{1}{2})$, $f(0)$, $f(1)$.

ب) استنتج ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل على الاقل ثلاثة حلول في المجال $[-1,1]$.

3) لتكن f دالة مستمرة على المجال $]-3,+\infty[$ وجدول تغيراتها هو الاتي:

x	-3		0		2		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	4	↘	2

بين ان (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين مختلفتين يطلب اعطاء حصرا لفاصلتيهما.

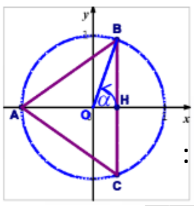
f## دالة مستمرة معرفة على المجال $I=[0,1]$ بحيث من اجل كل x من I , $f(x)\in I$.

بين انه يوجد على الاقل عدد حقيقي α من I بحيث $f(\alpha)=\alpha$.

##التمرين الثاني عشر:

المستوي منسوب الى م م م مباشر(o,I,J) ABC مثلث متساوي الساقين راسه A(-1,0) محيط بالدائرة ذات المركز O ونصف القطر 1

النقطة B تقع فوق المحور (Ox) وH المسقط العمودي للنقطة A على (BC) ليكن α قيسا رئيسيا موجبا مقدرا بالراديان للزاوية $(\vec{OI},\vec{OB})$



1) -عين احداثيتي النقطة B.
-عبر عن المسافتين BH و AH بدلالة α.
-استنتج بدلالة α مساحة المثلث ABC .

2) نعتبر الدالة f المعرفة على $[0,\pi]$ كما يلي :

$f(x)=\sin x\,(1+\cos x)$

- عين الدالة المشتقة للدالة f وبرهن انه من اجل كل $x\in[0,\pi]$, $f'(x)=2\cos^2 x+\cos x-1$
- استنتج انه $f'(x)=(2\cos x-1)(\cos x+1)$.
- ادرس اشارة $f'(x)$ ثم انجز جدول تغيرات الدالة f.

3). برهن انه توجد قيمة للعدد α التي من اجلها تكون مساحة المثلث ABC اكبر ما يمكن, المطلوب هو تحديد هذه المساحة,ماهي اذن طبيعة المثلث ABC؟