

Projet MOPSI :

Définitions des termes :

- Tractable models : Modèle facilement maniable
- Dynamic of an asset price : Prix de l'actif dynamique - Un actif (entreprise) est un élément identifiable du patrimoine d'une entité ou agent économique ayant une valeur économique positive.
- Lognormal mixture model - Modèle de mélange log-normal (statistique) : In statistics, a **mixture model** is a probabilistic model for representing the presence of subpopulations within an overall population, without requiring that an observed data set should identify the sub-population to which an individual observation belongs.
- Asset-price density : Un **actif** financier (marché) est un titre ou un contrat, généralement transmissible et négociable
- Volatility function : La **volatilité** (en finance) est l'ampleur des variations du cours d'un actif financier. Elle sert de paramètre de quantification du risque de rendement et de prix d'un actif financier. Lorsque la volatilité est élevée, la possibilité de gain est plus importante, mais le risque de perte l'est aussi.

La volatilité implicite se calcule à partir du prix des options, qui permettent de parier ou de se couvrir sur un scénario extrême. Par exemple, un céréalier qui craint que le prix du blé ne tombe de 100 à 60 euros la tonne en raison de la concurrence de nouveaux pays producteurs, va se couvrir avec une option de vente à 70 euros la tonne. Au cas où le prix chuterait jusqu'à 60 ou 50 euros, l'option lui donne le droit de vendre à 70 euros et donc de limiter sa perte à 30 euros par tonne.

In financial mathematics, the **implied volatility** of an option contract is that value of the volatility of the underlying instrument which, when input in an option pricing model (such as Black-Scholes) will return a theoretical value equal to the current market price of the option. A non-option financial instrument that has embedded optionality, such as an interest rate cap, can also have an implied volatility. Implied volatility, a forward-looking and subjective measure, differs from historical volatility because the latter is calculated from known past returns of a security.

- European option : En finance, une **option** est un produit dérivé qui établit un contrat entre un acheteur et un vendeur. L'acheteur de l'option obtient le droit, et non pas l'obligation, d'acheter (call) ou de vendre (put) un actif sous-jacent à un prix fixé à l'avance (strike), pendant un temps donné ou à une date fixée. Ce contrat peut se faire dans une optique de spéculation ou d'assurance.

Une option d'achat (*call*) est **dans la monnaie, en jeu**, ou ***in the money*** en anglais, lorsque le prix d'exercice est inférieur au cours du sous-jacent (je peux acheter ce sous-jacent moins cher en exerçant mon *call* que si je l'achetais sur le marché). Elle est **à la monnaie, à parité**, ou ***at the money*** en anglais, quand le prix d'exercice est égal au cours du sous-jacent (cela m'est égal d'exercer ou non mon *call*). Elle est **hors la monnaie, hors jeu**, ou ***out of the***

money en anglais, si le prix d'exercice est supérieur au cours du sous-jacent (je n'ai pas intérêt à exercer mon droit d'achat).

À l'inverse, une option de vente (*put*) est **dans la monnaie** lorsque le prix d'exercice est supérieur au cours du sous-jacent (je peux vendre ce sous-jacent plus cher en exerçant mon *put* que si je le vendais sur le marché).

- Skewed or smiley shapes :

Volatility smiles are implied volatility patterns that arise in pricing financial options. In particular for a given expiration, options whose strike price differs substantially from the underlying asset's price command higher prices (and thus implied volatilities) than what is suggested by standard option pricing models. These options are said to be either deep in-the-money or out-of-the-money.

When implied volatility is plotted against strike price, the resulting graph is typically downward sloping for equity markets, or valley-shaped for currency markets. For markets where the graph is downward sloping, such as for equity options, the term "**volatility skew**" is often used. For other markets, such as FX options or equity index options, where the typical graph turns up at either end, the more familiar term "**volatility smile**" is used. For example, the implied volatility for upside (i.e. high strike) equity options is typically lower than for at-the-money equity options. However, the implied volatilities of options on foreign exchange contracts tend to rise in both the downside and upside directions. In equity markets, a small tilted smile is often observed near the money as a kink in the general downward sloping implicit volatility graph. Sometimes the term "smirk" is used to describe a skewed smile.

The volatility skew is the difference in implied volatility (IV) between out-of-the-money options, at-the-money options and in-the-money options. Volatility skew, which is affected by sentiment and the supply and demand relationship, provides information on whether fund managers prefer to write calls or puts. It is also known as a "vertical skew."

A volatility smile is a common graph shape that results from plotting the strike price and implied volatility of a group of options with the same expiration date. The volatility smile is so named because it looks like a person smiling. The implied volatility is derived from the Black-Scholes model, and the volatility adjusts according to the option's maturity and the extent to which it is in-the-money (moneyness).

- Maturity : La **maturité** ou **maturité résiduelle** (en finance) désigne le temps qui sépare la date à laquelle une obligation est émise, et la date à laquelle la valeur nominale de cette obligation est remboursée. En revanche, le terme **maturité** est un anglicisme. Le bon terme à utiliser est **échéance**.

Dans le cas des obligations zéro-coupon, le souscripteur de l'obligation perçoit non seulement le principal (montant prêté), mais en plus la totalité des intérêts qui lui sont dus. La maturité d'une obligation est très variable selon les pays : certains titres ont une maturité de

quelques semaines ou quelques mois (comme les *Treasury Bills américains*) alors que d'autres ont une maturité de plusieurs décennies, comme les *Treasury Bonds américains*.

- Stock-price models :

In financial markets, **stock valuation** is the method of calculating theoretical values of companies and their stocks. The main use of these methods is to predict future market prices, or more generally, potential market prices, and thus to profit from price movement – stocks that are judged *undervalued* (with respect to their theoretical value) are bought, while stocks that are judged *overvalued* are sold, in the expectation that undervalued stocks will overall rise in value, while overvalued stocks will generally decrease in value.

- Continuum of traded strikes :

In finance, the **strike price** (or **exercise price**) of an option is the fixed price at which the owner of the option can buy (in the case of a call), or sell (in the case of a put), the underlying security or commodity. The strike price may be set by reference to the spot price (market price) of the underlying security or commodity on the day an option is taken out, or it may be fixed at a discount or at a premium.

The strike price is a key variable in a derivatives contract between two parties. Where the contract requires delivery of the underlying instrument, the trade will be at the strike price, regardless of the market price of the underlying instrument at that time.

- For example, an IBM may call a strike price of \$50 a share. When the option is exercised, the owner of the option will buy 100 shares of IBM stock for \$50 per share.

- Risk-neutral probabilities

In mathematical finance, a **risk-neutral measure**, (also called an equilibrium measure, or *equivalent martingale measure*), is a probability measure such that each share price is exactly equal to the discounted expectation of the share price under this measure. This is heavily used in the pricing of financial derivatives due to the fundamental theorem of asset pricing, which implies that in a complete market a derivative's price is the discounted expected value of the future payoff under the unique risk-neutral measure.^[1] Such a measure exists if and only if the market is arbitrage-free.

- Consecutive strikes :

Pour une option d'achat (call), plus le prix d'exercice est élevé, plus la prime est faible ;

Pour une option de vente (put), plus le prix d'exercice est élevé, plus la prime est importante.

Le vendeur d'une option d'achat est obligé de livrer le sous-jacent si l'option d'achat est exercée. Le détenteur d'une option de vente a le droit de vendre le sous-jacent et de recevoir en échange le prix d'exercice. Dans ce cas, le vendeur de l'option de vente devra accepter le sous-jacent et payer le prix d'exercice.

- Jump diffusion model :
 - Jump Process : A **jump process** is a type of stochastic process that has discrete movements, called jumps, with random arrival times, rather than continuous movement, typically modelled as a simple or compound Poisson process. ^[1] In finance, various stochastic models are used to model the price movements of financial instruments; for example the Black–Scholes model for pricing options assumes that the underlying instrument follows a traditional diffusion process, with continuous, random movements at all scales, no matter how small. John Carrington Cox and Stephen Ross^{[2]:145-166} proposed that prices actually follow a 'jump process'.
 - Diffusion process : In probability theory, a branch of mathematics, a **diffusion process** is a solution to a stochastic differential equation. It is a continuous-time Markov process with almost surely continuous sample paths. Brownian motion, reflected Brownian motion and Ornstein–Uhlenbeck processes are examples of diffusion processes.

In option pricing, a jump-diffusion model is a form of mixture model, mixing a jump process and a diffusion process. Jump-diffusion models have been introduced by Robert C. Merton as an extension of jump models.^[6] Due to their computational tractability, the special case of a basic affine jump diffusion is popular for some credit risk and short-rate models.

- Exotic claims : revendications exotiques
- Bond = Obligation
- À zero-coupon bond :

Une **obligation** est une valeur mobilière qui constitue une **créance** sur son émetteur, elle est donc représentative d'une dette financière à moyen, long terme, parfois même à perpétuité. Cette dette est émise dans une devise donnée, pour une durée définie et elle donne droit au paiement d'un intérêt fixe ou variable, appelé coupon qui est parfois capitalisé jusqu'à sa maturité. Les certificats de dépôts, ou le papier commercial, sont considérés comme des instruments financiers à court terme, et sont donc bien distincts des obligations. Les obligations sont notées en fonction du profil de risque de leurs émetteurs par des agences de notation. Il existe une grande diversité de titres sur le marché obligataire.

En finance, une **obligation zéro-coupon** est une obligation qui ne donne pas droit à détachement de coupon, d'où le terme. L'acquéreur souscrit l'obligation à un prix inférieur à sa valeur faciale, laquelle est payée à l'échéance du contrat. Le zéro-coupon est généralement indexé sur l'inflation

- Underlies : sous entend
- asset price = Prix de l'actif

- T forward adjusted measure :

In finance, a **T-forward measure** is a pricing measure absolutely continuous with respect to a risk-neutral measure but rather than using the money market as numeraire, it uses a bond

with maturity T . The use of the forward measure was pioneered by Farshid Jamshidian (1987), and later used as a means of calculating the price of options on bonds.^[1]

- Strike K and written on the asset :

Le **strike** désigne le prix d'exercice d'une option, qui correspond au prix fixé dans le contrat pour l'acquisition ou la cession du sous-jacent.

In finance, the **strike price** (or **exercise price**) of an option is the fixed price at which the owner of the option can buy (in the case of a call), or sell (in the case of a put), the underlying security or commodity. The strike price may be set by reference to the spot price (market price) of the underlying security or commodity on the day an option is taken out, or it may be fixed at a discount or at a premium.

The strike price is a key variable in a derivatives contract between two parties. Where the contract requires delivery of the underlying instrument, the trade will be at the strike price, regardless of the market price of the underlying instrument at that time.

- Forward asset price :

The forward price (or sometimes forward rate) is the agreed upon price of an asset in a forward contract. Using the rational pricing assumption, for a forward contract on an underlying asset that is tradeable, we can express the forward price in terms of the spot price and any dividends etc. For forwards on non-tradeables, pricing the forward may be a complex task.

- Moneyness : In finance, **moneyness** is the relative position of the current price (or future price) of an underlying asset (e.g., a stock) with respect to the strike price of a derivative, most commonly a call option or a put option. Moneyness is firstly a three-fold classification: if the derivative would make money if it were to expire today, it is said to be **in the money**, while if it would not make money it is said to be **out of the money**, and if the current price and strike price are equal, it is said to be **at the money**. There are two slightly different definitions, according to whether one uses the current price (spot) or future price (forward), specified as "at the money spot" or "at the money forward", etc.

- atm forward implied volatility :

Forward volatility is a measure of the implied volatility of a financial instrument over a period in the future, extracted from the term structure of volatility (which refers to how implied volatility differs for related financial instruments with different maturities).

ATM Volatility

A tool that measures the calculated or implied mid-rate volatility for an ATM option for a specific expiration date. In other words, at the money (ATM) volatility of an option is figured out by solving for the implied volatility of an ATM option. Using the Black-Scholes model, the ATM volatility can be defined as the volatility value that makes the implied price of an ATM vanilla option equal to the market price of that option.

ATM volatility can also be calculated for a futures contract, where it is usually interpolated between the two strikes in nearest months. For example, if the futures is settled at a price of 51.5, and if the 50 strike settles at 10 percent volatility, and the 52 strike settles at 11 percent, then the ATM volatility would be 10.5 percent.

- Twofold manner : Deux façons
- A forward Libor rate :

Le **Libor** est une série de taux de référence du marché monétaire de différentes devises.

Son nom a été formé à partir des initiales de la dénomination anglaise *London interbank offered rate* (en français : « taux interbancaire pratiqué à Londres »). Historiquement, c'est le premier des nombreux taux IBOR.

Pour une devise considérée et pour une échéance donnée, le Libor est un indice de taux calculé chaque jour ouvré à 11h (heure de Londres) et publié par l'*ICE Benchmark Administration*¹, devant en principe refléter le taux moyen auquel un échantillon de seize grandes banques internationales établies à Londres prêtent « en blanc »² (c'est-à-dire sans que le prêt soit gagé par des titres) à d'autres grandes banques (voir IBOR).

L'échantillon des banques choisies est connu à l'avance et plutôt stable dans le temps. Les taux les plus extrêmes (les quatre plus hauts et les quatre plus bas) relevés sont écartés du calcul en utilisant une moyenne tronquée, afin de protéger l'indice d'éventuelles erreurs ou d'une crise de liquidité qui affecterait telle ou telle banque de l'échantillon. C'est en quelque sorte un baromètre de la stabilité financière et de la santé du système bancaire mondial².

- Market volatilities :

Volatility is a statistical measure of the dispersion of returns for a given security or market index. Volatility can either be measured by using the standard deviation or variance between returns from that same security or market index. Commonly, the higher the volatility, the riskier the security.

Read more: Volatility Definition | Investopedia

<http://www.investopedia.com/terms/v/volatility.asp#ixzz4QZYzQ7cl>

Follow us: Investopedia on Facebook

- Market data : Données du marché
- Option Greeks

In mathematical finance, the **Greeks** are the quantities representing the sensitivity of the price of derivatives such as options to a change in underlying parameters on which the value of an instrument or portfolio of financial instruments is dependent. The name is used because the most common of these sensitivities are denoted by Greek letters (as are some other finance measures). Collectively these have also been called the **risk sensitivities**,^[1] **risk measures**^{[2]:742} or **hedge parameters**.^[3]

- Option Delta : **Delta** measures the rate of change of the theoretical option value with respect to changes in the underlying asset's price. Delta is the first derivative of the value of the option with respect to the underlying instrument's price
- Ito Formula :

Le **lemme d'Itô**, ou encore **formule d'Itô** est l'un des principaux résultats de la théorie du calcul stochastique. Ce lemme offre un moyen de manipuler le mouvement brownien ou les solutions d'équations différentielles stochastiques (EDS).

Énoncé [[modifier](#) | [modifier le code](#)]

Soit un processus d'Itô X_t , processus stochastique de la forme

$$X_t = X_0 + \int_0^t \mu_s ds + \int_0^t \sigma_s dB_s,$$

autrement formulé, on a

$$dX_t = \mu_t dt + \sigma_t dB_t$$

avec μ_t et σ_t deux fonctions aléatoires satisfaisant quelques hypothèses techniques d'adaptation au processus B_t ([mouvement brownien](#)).

Si $f(X_t, t)$ est une fonction de classe $\mathcal{C}^2(\mathbb{R} \times \mathbb{R}_+, \mathbb{R})$, alors la **formule d'Itô** s'écrit

$$d(f(X_t, t)) = \frac{\partial f}{\partial t}(X_t, t)dt + \frac{\partial f}{\partial x}(X_t, t)dX_t + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(X_t, t)\sigma_t^2 dt.$$

Un exemple : le modèle Black-Scholes [\[modifier | modifier le code \]](#)

Le [mouvement brownien](#) géométrique est souvent utilisé en [finance](#) comme le plus simple modèle d'évolution de cours de bourse. Il s'agit de la solution de l'équation différentielle stochastique :

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dB_t$$

où

- S_t est le prix de l'action sous-jacente,
- μ (constant) est le [taux de dérive](#) ([en](#)) du prix de l'action,
- σ (constante) est la volatilité du prix de l'action,
- B_t est un [mouvement brownien](#).

Si $\sigma = 0$, alors nous sommes face à une équation différentielle ordinaire dont la solution est

$$S_t = S_0 \exp(\mu t).$$

En posant $f(S_t, t) = \ln S_t$, on obtient grâce à la formule d'Itô :

$$\begin{aligned} d(\ln S_t) &= 0dt + \frac{1}{S_t} dS_t + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{S_t^2} \right) (\sigma S_t)^2 dt, \\ &= \frac{1}{S_t} (\mu S_t dt + \sigma S_t dB_t) - \frac{1}{2} \sigma^2 dt, \\ &= \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) dt + \sigma dB_t. \end{aligned}$$

On peut alors intégrer et il en découle que :

$$S_t = S_0 \exp \left(\sigma B_t + \mu t - \frac{1}{2} \sigma^2 t \right).$$

- Local volatility :

A **local volatility** model, in mathematical finance and financial engineering, is one that treats volatility as a function of both the current asset level and of time $\{ \displaystyle t \}$. As such, a local volatility model is a generalisation of the Black-Scholes model, where the volatility is a constant.