

Projet de Simulation

Dans ce projet, on s'intéresse au problème de la crise du système de retraite.

L'âge de départ en retraite étant fixé **actuellement à 62 ans**, on souhaite le **prolonger à 65 ans**. Ceci afin d'éviter un effondrement potentiel de la réserve de la caisse de retraite.

Pour cela, nous avons considéré :

- Un échantillon de **10 000 employés**, généré en s'inspirant du système réel de la fonction publique marocaine.
- Une caisse de retraite avec **10 000 adhérents**.
- Le nombre actuel de retraités, de la caisse de retraite considérée est déjà de **1000 pensionnaires** ;
- La réserve initiale de la caisse à cette date de début de simulation est de **200 Mdhs** (Millions de dirhams).

L'étude de simulation s'étalera sur **une période de 10 ans** allant de **2023 à 2033**.

Les **7 indicateurs à mesurer**, pour **chaque année simulée**, à la **fin du mois de décembre** de chaque année, sont :

- **Le nombre total d'employés adhérents à la caisse de retraite (TotEmp).**
- **Le nombre total de retraités pensionnaires de la caisse de retraite (TotRet).**
- **Le montant total des cotisations des adhérents à la caisse de retraite (TotCotis), en Mdhs.**
- **Le montant total des pensions des retraités (TotPens), en Mdhs.**
- **Le montant de la réserve de la caisse (Reserve), en Mdhs.**
- **Le nombre de nouveaux retraités pour chaque année simulée, qui seront comptabilisés dans le nombre total de retraités du mois de janvier de l'année d'après (NouvRet).**
- **Le nombre de nouveaux recrutés pour chaque année simulée, qui seront comptabilisés dans le nombre total d'employés du mois de janvier de l'année d'après (NouvRec).**

Ci-après, les distributions des différentes variables aléatoires de l'étude de simulation :

- **Salaire net actuel** : La distribution du salaire net actuel pour les 10.000 employés considérés dans l'étude est donnée par le tableau suivant :

Salaire actuel (dh)	[30.000 - 40.000]	[20.000 - 30.000]	[15.000 - 20.000]	[10.000 - 15.000]	[7.500 - 10.000]	[5.000 - 7.500]	[3.000 - 5.000]
Fréquence (%)	5	10	10	15	20	20	20

- **Age actuel des employés :** La distribution de l'âge actuel des employés considérés est donnée par le tableau suivant :

Age actuel (an)	[53 – 62]	[41 – 52]	[31 – 40]	[21 – 30]
Fréquence (%)	30	30	20	20

- **Nouveaux recrutements :** Le nombre de nouveaux recrutés par année varie entre **250** et **400** nouveaux employés suivant une loi uniforme.
- **Age à l'embauche :** La distribution de l'âge pour les nouveaux recrutements, tout au long de la simulation, est donnée par le tableau suivant :

Age à l'embauche (an)	[21 – 22]	[23 – 24]	[25 – 28]	[29 – 32]	[33 – 35]	[36 – 40]
Fréquence (%)	5	20	25	25	20	5

- **Salaire net à l'embauche :** Le salaire net des employés à l'embauche est distribué suivant le tableau 6 ci-après :

Salaire à l'embauche (dh)	[24.000-32.000]	[16.000-24.000]	[12.000-16.000]	[8.000-12.000]	[6.000-8.000]	[4.000-6.000]	[3000-4.000]
Fréquence (%)	5	5	10	20	20	20	20

- **Avancement** : Dans cette simulation, nous supposons que pour l'avancement des employés, les salaires sont augmentés de **5%** tous les **5 ans**, en janvier 2025 et en janvier 2030.
- **Cotisation mensuelle par rapport au salaire** : La distribution du taux de cotisation à la caisse de retraite par tranche de salaire est donnée par le tableau suivant :

Tranche de salaire (dh)	< 5.000	5.000 à 7.000	7.000 à 10.000	10.000 à 40.000
Taux de cotisation (%)	5	6	7	10

Dans le but **d'étudier l'impact d'un allongement de l'âge de départ en retraite** jusqu'à 65 ans, au lieu de 62 ans actuellement, sur **le montant de la « Reserve » de la caisse de retraite**, on se propose de faire une étude de simulation sur une **période de 10 ans**, allant de janvier **2023 à décembre 2033**. Ceci, pour les **2 scénarios** suivants :

- **Scénario 1** : Départ en retraite à **62 ans**.
- **Scénario 2** : Départ en retraite à **65 ans**.

Pour cela, faire une **estimation annuelle des 7 indicateurs** précédents pour chacun des **2 scénarios**, et ceci de manière périodique à la **fin décembre de chaque année**.

Au départ à la retraite d'un employé, la Pension de Retraite (PR) est calculée de la manière suivante :

$$PR = ((NAT * 2) / 100) * DSAR$$

Avec :

- NAT : Nombre d'Années Travaillées.
- DSAR : Dernier Salaire Avant la Retraite.

Remarque 1 :

Pour générer les données de la simulation, par rapport aux différentes variables aléatoires du problème, utiliser comme générateur de nombres pseudo-aléatoires la fonction « Alea » du devoir.

Remarque 2 :

Pour les germes de la fonction Alea :

- Ne pas les générer elles-mêmes aléatoirement, afin de pouvoir maîtriser les données des différents scénarios simulés.
- Ne pas les fixer dans le programme de simulation, pour ne pas avoir à modifier le programme à chaque simulation et à chaque scénario.
- Mais par contre, il serait préférable de les mettre comme paramètres de simulation, à saisir au niveau de l'interface de l'application.

Travail à faire :

Pour les 2 scénarios considérés, initialiser la simulation. Pour cela :

- Générer et stocker en mémoire les 10.000 employés adhérents à la caisse de retraite, avec leurs âges et salaires actuels.
- Générer et stocker en mémoire les 1000 retraités, déjà pensionnaires de la caisse de retraite, avec leurs pensions calculées selon leurs salaires actuels au moment de la retraite.

Pour chacun des 2 scénarios simulés :

- 1- Faire une simulation sur 10 années, 2023 à 2033. Et, pour chaque année :
 - Mesurer les 7 indicateurs considérés annuellement.
 - Effectuer toutes les mises à jour nécessaires sur les données des employés et de la caisse de retraite.
- 2- Etudier un échantillon de taille $n = 40$ simulations, et :
 - Pour chacune des 40 simulations :
 - Estimer les valeurs des 7 indicateurs étudiés annuellement, sur 10 années allant de 2023 à 2033.
 - Utiliser des germes différentes pour la fonction Alea, pour que les données générées soient différentes d'une simulation à l'autre ; Et pour ne pas avoir beaucoup de germes à manipuler, une procédure simple peut être la suivante :
 - + Pour la 1^{ère} simulation ($i = 1$), utiliser des germes IX, IY et IZ, à fixer.
 - + Et à chaque simulation suivante i ($i=2$ à 40), appliquer une relation mathématique aux germes utilisées lors de la simulation ($i - 1$) pour obtenir celles à utiliser dans la simulation i .

Exemple :

Les germes à utiliser lors d'une simulation i peuvent être calculées par la même relation :

$$IX_i = IX_{i-1} + 5$$

$$IY_i = IY_{i-1} + 5$$

$$IZ_i = IZ_{i-1} + 5$$

Ou bien, par des relations différentes :

$$IX_i = IX_{i-1} + 10$$

$$IY_i = IY_{i-1} + 30$$

$$IZ_i = IZ_{i-1} + 20$$

Ou n'importe quelles autres relations. Le plus simple serait d'utiliser la même relation pour les 3 germes, et la plus simple possible. Il faut juste s'assurer qu'avec la relation utilisée, les valeurs des germes IX, IY et IZ seraient toujours comprises entre 1 et 30000, comme indiqué dans le devoir, lors de la définition de la fonction « Alea ». Autrement dit, et pour simplifier au maximum, dans la relation mathématique utilisée, éviter d'ajouter de grands nombres, éviter les soustractions et éviter les multiplications. Le plus simple, et comme illustré par les exemples précédents, serait d'ajouter des petits nombres, ce qui offre déjà un embarras de choix.

Et, il est démontré que, mêmes si les germes utilisés à chaque simulation sont obtenus à partir d'une relation mathématique, les nombres pseudo-aléatoires générés restent indépendants.

- Présenter les résultats des 40 simulations, pour les 7 indicateurs mesurés, sous forme de 3 tableaux, le premier en 2023, le deuxième en 2028 et le troisième en 2033. **Chaque tableau doit se terminer par une ligne « Moyenne » pour chacun des indicateurs.**
- Présenter sous forme d'un tableau « **la Reserve moyenne** » de la caisse de retraite, des 40 simulations, sur les 10 années simulées
- Présenter les différents résultats de manière graphique, par différents types de graphes, pour les différents indicateurs, et ceci de façon séparée et/ou groupée.

- Présenter également les résultats par des **graphiques croisés** représentant les mêmes indicateurs à la fois pour le scénario 1 et pour le scénario 2. Ceci pour une meilleure comparaison.
- Commenter et interpréter les différents résultats et graphiques présentés.
- Calculer les intervalles de confiance à 95% pour l'indicateur « **réserve de la caisse de retraite** » (**Reserve**), pour les années 2023, 2028 et 2033. Et dans ce cas, le $Z_{\alpha/2}$ à utiliser pour calculer l'IC serait égal à 1.96 d'après la table de la loi normale.

Remise :

- **Programme de simulation**, à faire en des groupes de 4 à 5 personnes.
- Dans le langage de votre choix : C++, Java, VB, Python, R.
- **Démonstration sur machine.**
- **Un rapport détaillé :**
 - Présentation du travail fait, de l'introduction à la conclusion.
 - En passant par les 8 étapes de la méthodologie de simulation vue dans le cours.
 - Mettre les algorithmes principaux.
 - Le programme source.
 - Pour les 2 scénarios, et comme indiqué ci-haut :
 - ✓ Donner les différents résultats demandés, de façon détaillée, et sous différentes formes (résultats simples, tableaux, graphiques, moyennes, intervalle, etc.).
 - ✓ Interpréter et comparer les différents résultats.

N.B. :

Faire attention à la qualité des données et des résultats. La fiabilité de la simulation va de pair avec celle de ses résultats, qui elle-même dépend de la qualité des données. Pour cela :

- Les données doivent être générées avec soin.
- Les résultats des différentes simulations des différents scénarios doivent être présentés avec beaucoup de soin.
- Le rapport doit présenter, de manière détaillée et avec beaucoup de soin, et aussi commenter les résultats des simulations des 2 scénarios. Cela compte beaucoup pour la valeur du travail.

Date de remise :

- **Démonstration : jeudi 15 juin 2023 à partir de 9h, selon un planning qui vous sera communiqué ultérieurement.**
- **Envoi du rapport par mail : jeudi 15 juin 2023 avant minuit.**
- **Le rapport doit être envoyé sous forme d'un fichier pdf, portant le nom du groupe « Groupe i », $i = 1$ à 12. La liste détaillée des membres du groupe sera bien entendu indiquée dans la page de garde du rapport.**