ಗಣಿತ ವೈವಿಧ್ಯ

ವೈ. ಎಸ್. ಸುಬ್ರಹ್ಮಣ್ಯ
ರಾಷ್ಟ್ರ ಪ್ರಶಸ್ತಿ ಪುರಸ್ಕೃತ
ನಿವೃತ್ತ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಕ

Publisher Details

ಟೈಪ್‌ಸೆಟ್ :

ಶ್ರೀರಂಗ ಡಿಜಿಟಲ್ ಸಾಫ್ಟ್‌ವೇರ್ ಟೆಕ್ನಾಲಜೀಸ್ ಪ್ರೈ. ಲಿ.,

1ನೇ ಅಡ್ಡರಸ್ತೆ, ರಂಗನಾಥನಗರ, ಶ್ರೀರಂಗಪಟ್ಟಣ – 571438,

ಮಂಡ್ಯ ಜಿಲ್ಲೆ.

ದೂರವಾಣಿ: 08236 292432

ಅರ್ಪಣೆ

ಸನ್ಮಾನ್ಯ

ಪ್ರೊ|| ಜೆ. ಆರ್. ಲಕ್ಷಣರಾವ್

ಪ್ರೊ|| ಎಂ. ಆರ್. ನಾಗರಾಜ್

ಪ್ರೊ|| ಎಸ್. ಆರ್. ಮಾಧುರಾವ್

ಡಾ|| ಎಸ್. ಬಾಲಚಂದ್ರರಾವ್

ಶ್ರದ್ಧಾಪೂರ್ವಕವಾಗಿ

–ವೈ. ಎಸ್. ಸುಬ್ರಹ್ಮಣ್ಯ

ಮುನ್ನುಡಿ

ಲೇಖಕರೇ ಹೇಳಿರುವಂತೆ ಪ್ರಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಿ ನೋಡಿದರೂ ವೈವಿಧ್ಯವೇ! ಹಾಗೆಯೇ ಗಣಿತ ಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲೂ ವಿಷಯಗಳ, ಮಾದರಿಗಳ, ವಿಧಾನಗಳ ಮತ್ತು ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ವೈವಿಧ್ಯತೆಯನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು. ವೈವಿಧ್ಯತೆಯ ಒಂದು ವಿಶಿಷ್ಟವಾದ ಲಕ್ಷಣವೆಂದರೆ ಅದನ್ನು ಆಸ್ವಾದಿಸುವವರಿಗೆ ಬೇಸರಬರದೆ, ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ರುಚಿಗಳನ್ನು ಆಸ್ವಾದಿಸುವ ತೃಷೆಯುಂಟಾಗುತ್ತದೆ. ಅದೇ ಏಕತಾನತೆ ಇದ್ದಲ್ಲಿ ಬೇಸರ ನಿಶ್ಚಿತ.

ಲೇಖಕರಾದ ಶ್ರೀಮಾನ್ ವೈ. ಎಸ್. ಸುಬ್ರಹ್ಮಣ್ಯ ಅವರು ಸುಮಾರು ನಾಲ್ಕು ದಶಕಗಳ ದೀರ್ಘವಾದ ಅಧ್ಯಾಪನದ ಅನುಭವವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದು, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಯಾವ ಗೊಂದಲವೂ ಉಂಟಾಗದೆ ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಷಯ ಮಂಡನೆ, ಲೆಖ್ಖಗಳ ಸ್ವಾರಸ್ಯ ಹಾಗೂ ಅವುಗಳ ಪರಿಹಾರದ ವಿಧಾನಗಳು ಸುಲಭವಾಗಿ ಮನದಟ್ಟಾಗುವ ಶೈಲಿಯಲ್ಲಿ ಈ ಹೊತ್ತಿಗೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿದ್ದಾರೆ.

ಈ ಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಅಡಕವಾಗಿರುವ ಸ್ವಾರಸ್ಯಮಯವಾದ ವಿಷಯಗಳೆಂದರೆ ಪ್ರಾಚೀನ ಕಾಲದ ಭಾರತೀಯ ಗಣಿತಜ್ಞರು, ವಿರೋಧಾಭಾಸಗಳು ಮತ್ತು ಹೇತ್ವಾಭಾಸಗಳು (antinomies and fallacies), ಮಾಯಾಚೌಕಗಳ ಇತಿಹಾಸ ಮತ್ತು ರಚನೆ, ಸಮಸ್ಯೆಯ ಸುಳಿಯಲ್ಲಿ (ನಾಟಕ), ಪ್ಯಾಸ್ಕಲ್ ತ್ರಿಭುಜ, ಫರ್ಮನ ಅಂತಿಮ ಪ್ರಮೇಯ ಕುತೂಹಲ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಮುಂತಾದವುಗಳು.

ಒಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ ಗಣಿತದ ಉದ್ಯಾನವನದಲ್ಲಿ ಅರಳಿರುವ ಬಣ್ಣಗಳ, ಆಕಾರಗಳ ಮತ್ತು ಸುವಾಸನೆಗಳ ವೈವಿಧ್ಯತೆಯ ಬಹಳ ಆಕರ್ಷಕ ಹೂವುಗಳನ್ನು ಬಹಳ ಎಚ್ಚರಿಕೆಯಿಂದ ಆಯ್ದು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸಿದ ಎಂತಹವರನ್ನು ತನ್ನೆಡೆಗೆ ಸೆಳೆಯುವಂತಹ ಪುಷ್ಪಗುಚ್ಛವನ್ನು ಕನ್ನಡದ ಜಾಣ ಓದುಗರಿಗೆ ಅರ್ಪಿಸಿದ್ದಾರೆ, ಇತರರೂ ಶ್ರೀ ಸುಬ್ರಹ್ಮಣ್ಯ ಅವರ ಕೃತಿಯನ್ನು ಆಸ್ವಾದಿಸಿ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಅಭಿರುಚಿಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ನಿಶ್ಚಿತ!

ಇಂತಹ ಬಹಳಷ್ಟು ಸ್ವಾರಸ್ಯಮಯ ಹೊತ್ತಿಗೆಗಳನ್ನು ಹೊರತಂದಿರುವ ಶ್ರೀ ಸುಬ್ರಹ್ಮಣ್ಯ ಅವರು ಅಭಿನಂದನೀಯರು. ಇನ್ನಷ್ಟು ಕೃತಿಮುತ್ತುಗಳು ಲೇಖಕರಿಂದ ಹೊರಬಂದು ನಮ್ಮ ಸಹಸ್ರಾರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅವುಗಳ ಲಾಭಪಡೆಯಲಿ, ಎಂದು ಹಾರೈಸುತ್ತೇನೆ.

ಡಾ॥ ಎಸ್. ಬಾಲಚಂದ್ರರಾವ್

ಗೌ॥ ನಿರ್ದೇಶಕರು,
ವಿಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಮಾನವೀಯ ಮೌಲ್ಯಗಳ ಗಾಂಧೀ ಕೇಂದ್ರ,
ಭಾರತೀಯ ವಿದ್ಯಾಭವನ,
ಬೆಂಗಳೂರು

ಲೇಖಕನ ಮಾತು

ಪ್ರಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಿ ನೋಡಿದರೂ ವೈವಿಧ್ಯವೇ. ಒಂದು ವಸ್ತು ಇರುವ ಹಾಗೆ ಮತ್ತೊಂದಿಲ್ಲ. ಒಬ್ಬರ ಮುಖ ಇದ್ದ ಹಾಗೆ ಮತ್ತೊಬ್ಬರ ಮುಖವಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಎಷ್ಟು ತರಹ ಪ್ರಾಣಿಗಳು! ಎಷ್ಟು ರೀತಿಯ ಹೂಗಳು. ಮೃಗಾಲಯಕ್ಕೆ ಹೋದರೆ ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ಎಷ್ಟು ಪಕ್ಷಿಗಳನ್ನು ನೋಡ ಬಹುದು! ಊಟಿಗೆ ಹೋದಾಗ ಎಷ್ಟು ರೀತಿಯ ಸಸ್ಯಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು! ಮೋಡವಿಲ್ಲದ ರಾತ್ರಿಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ರೀತಿಯ ನಕ್ಷತ್ರಗಳನ್ನು ನೋಡಬಹುದು! ಪ್ರಪಂಚದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಭಾಷೆಗಳಿವೆ? ಹಾಗೆಯೇ ಸಾಹಿತ್ಯದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ವೈವಿಧ್ಯವಿದೆ. ಕಥೆ, ನಾಟಕ, ಕವನ, ಕಾದಂಬರಿ, ಕಾವ್ಯ, ಪ್ರಬಂಧ, ಹೀಗೆಯೇ ಮುಂದುವರೆಯುತ್ತದೆ. ಇನ್ನು ವಿಜ್ಞಾನಕ್ಕೆ ಬರೋಣ, ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರ, ರಸಾಯನಶಾಸ್ತ್ರ, ಜೀವಶಾಸ್ತ್ರ, ಭೂಗರ್ಭಶಾಸ್ತ್ರ, ಖಗೋಳಶಾಸ್ತ್ರ ಅಬ್ಬಾ! ಹೇಳುತ್ತಾ ಹೋದರೆ ಮುಗಿಯುವುದೇ ಇಲ್ಲ. ವಿಜ್ಞಾನದ ರಾಣಿ ಎಂದು ಕರೆಯುವ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಕ್ಕೆ ಬಂದರೆ. ಅಂಕಗಣಿತ, ಬೀಜಗಣಿತ, ರೇಖಾಗಣಿತ, ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ, ಕಲನಶಾಸ್ತ್ರ, ಸಂಖ್ಯಾಸಿದ್ಧಾಂತ, ಸಂಖ್ಯಾಕಲನಶಾಸ್ತ್ರ ಹೀಗೆ ವೈವಿಧ್ಯತೆ ಇಲ್ಲದ ಕ್ಷೇತ್ರವಿಲ್ಲ.

ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಕನಾದ ನನಗೆ ಗಣಿತ ವಿಷಯದಲ್ಲೂ ವೈವಿಧ್ಯವಿದೆ ಎಂದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತಿಳಿಸಬೇಕೆಂಬ ಹಂಬಲ.

ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿವಿಧ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಒಂದು ಕಿರುಪುಸ್ತಕವೇ "ಗಣಿತ ವೈವಿಧ್ಯ". ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಕ್ಕೆ ಪುರಾತನ ಕಾಲದ ಭಾರತೀಯ ಗಣಿತಜ್ಞರ ಕೊಡುಗೆ ಮುಖ್ಯವಾದರೆ, ಆಧುನಿಕ ಗಣಿತಜ್ಞರ ಕೊಡುಗೆಗಳೂ ಬೇರೆ ರೀತಿಯದು. ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರವು ಒಂದು ಮಹತ್ತರ ವಿಷಯವಾದರೆ ಅದನ್ನು ಬೋಧಿಸುವ ರೀತಿಯೂ ಮುಖ್ಯ. ಸೊನ್ನೆಯೂ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಅದರ ಬೆಲೆ ನಿಷ್ಕರ್ಶೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಎರಟಾಸ್ತನೀಸ್‌ನಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಹೆಚ್ಚೆಚ್ಚು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಪ್ರಯತ್ನ ನಿರಂತರವಾಗಿ ನಡೆಯುತ್ತಿದೆ. ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಆವಿಷ್ಕಾರ ಮಾಡಿದ ಗಣಿತಜ್ಞರ ಬಗ್ಗೆಯೂ ಸುದೀರ್ಘವಾಗಿ ಪ್ರಸ್ತಾಪಿಸಿದೆ.

ಗಣಿತ ನಿಖರವಾದ ಒಂದು ಶಾಸ್ತ್ರವಾದರೂ ಇಲ್ಲೂ ಸಹ ವಿರೋಧಾಭಾಸಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯ. ಇದರಲ್ಲಿರುವ ವಿರೋಧೋಕ್ತಿಗಳು ಮತ್ತು ಹೇತ್ವಾಭಾಸಗಳನ್ನು ನಾವು ಕಾಣಬಹುದು.

ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಮಾಯಾಚೌಕಗಳದ್ದೇ ಒಂದು ಇತಿಹಾಸ. ಇದೊಂದು ಕೌತುಕ. ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ಮಾಯಾಚೌಕಗಳನ್ನು ಪ್ರಸ್ತಾಪ ಮಾಡಿದೆ. 3×3 ಶ್ರೇಣಿಯ ಮಾಯಾಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಿದೆ. ಗಣಿತದ ಅನೇಕ ಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ನಾಟಕದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ತರುವ ಒಂದು ಪ್ರಯತ್ನ ಮಾಡಿದೆ. ಭಾರತೀಯರ ದೃಷ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಪೈ ಬೆಲೆ, ಕೆಲವು ಘನಗಳಿಗೆ ಆಯ್ಲರನ ಸೂತ್ರ ಹೇಗೆ ಅನ್ವಯಿಸುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ತಿಳಿಸಿದೆ. ಭಾರತೀಯ ಗಣಿತಜ್ಞರ ಮತ್ತು ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಗಣಿತಜ್ಞರ ಒಂದು ಪಟ್ಟಿ ನೀಡಿದೆ. ವೇದ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಬರುವ 16 ಸೂತ್ರಗಳ ಹೆಸರನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ಗಣಿತಜ್ಞರ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿದೆ.

ಇಲ್ಲಿರುವ ಕೆಲವು ಲೇಖನಗಳು ಮೈಸೂರು ಆಕಾಶವಾಣಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಸಾರವಾಗಿವೆ. ನಿರ್ದೇಶಕರಿಗೆ ನನ್ನ ಧನ್ಯವಾದಗಳು. "ಸಮಸ್ಯೆಯ ಸುಳಿಯಲ್ಲಿ" ನಾಟಕ ಶಾಲೆಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಯೋಗವಾಗಿದೆ. ಹೀಗೆ ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಒಂದು ಪಕ್ಷಿನೋಟ ನೀಡುವ ಈ ಕಿರುಪುಸ್ತಕ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಬಹಳ ಸಹಕಾರಿಯಾಗಿದೆ. ಗಣಿತದ ಲೆಖ್ಖಗಳನ್ನು ಮಾಡುವುದರ ಜೊತೆಗೆ ಗಣಿತದ ಇತಿಹಾಸವೂ ಮುಖ್ಯ. ಈ ಇತಿಹಾಸ ತಿಳಿದಾಗಲೇ ಗಣಿತದ ಲೆಖ್ಖಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಉತ್ಸಾಹ ಮತ್ತು ಪ್ರೇರಣೆಸಿಗುವುದು. ಇದರ ಜೊತೆಗೆ ಗಣಿತವನ್ನು ಬೋಧಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನೂ ತಿಳಿಸಿದೆ. ಇಷ್ಟು ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ದಿನದಲ್ಲಿ ಬರೆದಿದ್ದಲ್ಲ, ಮೂವತ್ತಾರು ವರ್ಷಗಳು ಪ್ರೌಢಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಬೋಧನೆ ಮಾಡುತ್ತಾ ಸಂಗ್ರಹಿಸಿದ ವಿಷಯಗಳು.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಈ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಓದಿ, ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡು ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಆಸಕ್ತಿ ಹೆಚ್ಚಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆಂಬ ನಂಬಿಕೆ ನನಗಿದೆ. ಈಗಾಗಲೇ "ಸಂಖ್ಯಾವಿನ್ಯಾಸ ಮತ್ತು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು", "ನಾವೆಷ್ಟು ಬುದ್ಧಿವಂತರು?", "ಜಗತ್ತಿನ ಪ್ರಖ್ಯಾತಗಣಿತಜ್ಞರು", "ಮೆದುಳಿಗೆ ಕಸರತ್ತು", "ಗಣಿತ ಅಗಣಿತ" ಮತ್ತು "ಮಕ್ಕಳ ಕೈ ಚಳಕ" ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಓದಿ ಒಳ್ಳೆಯ ಪ್ರತಿಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ನೀಡಿದ್ದರಿಂದಲೇ ಮತ್ತೊಂದು ಪುಸ್ತಕ ಬರೆಯಲು ಸ್ಫೂರ್ತಿ ದೊರಕಿದಂತಾಯಿತು.

ಈ ಕಾರ್ಯದಲ್ಲಿ ನೆರವಾದ ನಿವೃತ್ತ ಹಾಸನದ ಡಯಟ್ ಉಪನ್ಯಾಸಕರಾದ ಶ್ರೀ. ಎ. ವೆಂಕಟರಾಮ್, ಶ್ರೀ. ಸಿ. ಎಸ್. ಅರವಿಂದ್, ಡಾ. ಸಿ. ಎಸ್. ಯೋಗಾನಂದ ತಮ್ಮ ಅಮೂಲ್ಯ ಸಲಹೆಗಳನ್ನಿತ್ತು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಕರ ಮುನ್ನುಡಿ ನೀಡಿರುವ ಡಾ. ಎಸ್. ಬಾಲಚಂದ್ರರಾವ್ ಅವರಿಗೆ ಪ್ರಕಟಿಸಲು ಧೈರ್ಯವಾಗಿ ಮುಂದೆ ಬಂದಿರುವ ನನ್ನ ಬೆನ್ನು ತಟ್ಟಿ ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಿರುವ ಕರ್ನಾಟಕ ರಾಜ್ಯ ವಿಜ್ಞಾನ ಪರಿಷತ್ತಿನ ಅಧ್ಯಕ್ಷರು, ಗೌರವ ಕಾರ್ಯದರ್ಶಿಗಳು, ಪುಸ್ತಕ ಪ್ರಕಟಣಾ ಸಮಿತಿಯ ಅಧ್ಯಕ್ಷರು ಹಾಗೂ ಸದಸ್ಯರು, ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಂಯೋಜಕರು, ಆಡಳಿತಾಧಿಕಾರಿಗಳು ಮತ್ತು ಪ್ರಕಟಣಾ ವಿಭಾಗದ ಸಿಬ್ಬಂದಿಯವರಿಗೂ ನನ್ನ ವಂದನೆಗಳು.

ಬೆಂಗಳೂರು

ವೈ. ಎಸ್. ಸುಬ್ರಹ್ಮಣ್ಯ
ನಿವೃತ್ತ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಕ
ಮೊಬೈಲ್ ಸಂಖ್ಯೆ: +91 9972034501

ವಿಷಯಸೂಚಿ

ಅಧ್ಯಾಯ ೧

ಪುರಾತನ ಕಾಲದ ಭಾರತೀಯ ಗಣಿತಜ್ಞರು

ಭಾರತದ ಸಂಸ್ಕೃತಿಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸುವಾಗ ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ ವೇದಗಳ ಕಾಲದಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭ ಮಾಡುವುದುಂಟು. ಚರಿತ್ರೆಯ ದೃಷ್ಟಿಯಿಂದ ನೋಡಿದರೆ ವೇದಗಳು ಸುಮಾರು 5000 ವರ್ಷಗಳು ಹಿಂದಿನವು ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು. ಇದನ್ನು ಕರಾರುವಕ್ಕಾಗಿ ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಬೇರೆ ಬೇರೆಯವರಿಗೆ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ರೀತಿಯ ರುಜುವಾತುಗಳು ಸಿಕ್ಕಿರುತ್ತದೆ. ಅಂತೂ ರಾಮಾಯಣ, ಮಹಾಭಾರತಗಳು ಕ್ರಿ. ಪೂ. 3000 ವರ್ಷಗಳಿಂದೀಚೆಗೆ ನಡೆದಿದ್ದು. ಆಗ ವೇದಗಳಿಗೆ ಉನ್ನತ ಸ್ಥಾನವಿತ್ತು. ಅಂತಹ ವೇದಗಳ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರವಿತ್ತೇ? ಇದ್ದರೆ ಯಾವ ಮಟ್ಟದಲ್ಲಿತ್ತು? ಆ ಕಾಲದಲ್ಲಿದ್ದ ಹೆಸರುವಾಸಿಯಾದ ಗಣಿತಜ್ಞರು ಯಾರು? ಮೊದಲಾದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಉದ್ಭವಿಸುವುದು ಸಹಜ.

ಕ್ರಿ. ಪೂ. 5 ನೆಯ ಶತಮಾನದ ಶುಲ್ವ ಸೂತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. 'ಶುಲ್ವ' ಎಂದರೆ ಅಳೆಯುವುದು ಎಂಬ ಅರ್ಥವಿತ್ತು ಕಾಲಕ್ರಮೇಣ ಆ ಪದಕ್ಕೆ "ಹಗ್ಗ" ಎನ್ನುವ ಅರ್ಥವೂ ಬಂತು. ವೇದದ ಕಾಲದ ಜನರ ಪ್ರಮುಖ ಕಾರ್ಯವಾಗಿದ್ದ ಯಜ್ಞಗಳ ಆಚರಣೆಗಾಗಿ ಯಜ್ಞವೇದಿಕೆಯ ರಚನೆಯ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ರೇಖಾಗಣಿತ, ಅಂಕಗಣಿತ ಮತ್ತು ಬೀಜಗಣಿತದ ಬೆಳವಣಿಗೆ ಉಂಟಾಯಿತು. ರೇಖಾಗಣಿತಕ್ಕೆ ವೇದಗಳ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಕೊಂಚ ಪ್ರಾಮುಖ್ಯತೆ ಇದ್ದದ್ದು ಬೆಳಕಿಗೆ ಬಂದಿದೆ.

ಯಥಾ ಶಿಖಾ ಮಯೂರಾಣೌಂ ನಾಗಾನಾಂ ಮಣಯೋ ಯಥಾ
ತದ್ವದ್ವೇದಾಂಗ ಶಾಸ್ತ್ರಾಣಾಂ ಗಣಿತಂ ಮೂರ್ಧನಿಸ್ಥಿತಂ

ಈ ಮೇಲಿನ ಶ್ಲೋಕದ ಅರ್ಥ ಹೀಗಿದೆ. ನವಿಲುಗಳಿಗೆ ಶಿಖೆ ಹೇಗೋ, ಹಾವುಗಳಿಗೆ ಮಣಿ ಹೇಗೋ, ಹಾಗೆಯೇ ವೇದಾಂತಗಳಿಗೆ ಅಂದರೆ ವೇದಗಳ ಆರು ಭಾಗಗಳಾದ ಛಂದಸ್ಸು, ವ್ಯಾಕರಣ, ಜ್ಯೋತಿಷ್ಯ, ಶಿಕ್ಷಾ, ನಿರುಕ್ತ, ಕಲ್ಪಗಳ ಅಧ್ಯಯನಕ್ಕೆ ಗಣಿತವು ಶಿಖರ ಪ್ರಾಯವಾಗಿದೆ.

ಇಷ್ಟಾದರೂ ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸ್ಥಾನಮಾನವಿರಲಿಲ್ಲ. ಮತ ಧರ್ಮಕ್ಕೆ ಅದು ಅಧೀನವಾಗಿತ್ತು ಕೇವಲ ಯಜ್ಞಯಾಗಾದಿಗಳನ್ನು ಮಾಡುವವರು, ಹಬ್ಬಹರಿದಿನಗಳನ್ನು ಆಚರಿಸುವವರು ಗ್ರಹಣಗಳ ವಿಚಾರದಲ್ಲಿ ಅಂಕಿ ಅಂಶಗಳು ಬೇಕೆನ್ನುವವರು, ಖಗೋಳ ಜ್ಞಾನ ಬೇಕೆನ್ನುವ ಜ್ಯೋತಿಶಾಸ್ತ್ರದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣಿತಜ್ಞರ ಸಲಹೆಯನ್ನು ಕೇಳುತ್ತಿದ್ದರಂತೆ.

ಆಧುನಿಕ ರೀತಿಯ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮ ಮತ್ತು ತ್ರೈರಾಶಿ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಜಗತ್ತಿಗೆ ನೀಡಿದವರು ಹಿಂದೂ ಗಣಿತಜ್ಞರು.

(ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು a ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ r_1 ಶೇಷವೂ, b ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ r_2 ಶೇಷವೂ, ಬಂದರೆ ಸಂಖ್ಯೆದು ಸಂಖ್ಯೆ N ಆದರೆ $N = ax + r_1 = by + r_2$, ಆದ್ದರಿಂದ $r_1 - r_2 = c$ ಆದರೆ, $ax + c = by$. ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $a.b.c$ ಗೊತ್ತಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, x ಅಥವಾ y ತಿಳಿದರೆ N ನ ಬೆಲೆಯು ತಕ್ಷಣ ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಲ್ಲಿ ಸಾಧಿಸುವ ಪ್ರಶ್ನೆಯು ಕುಟ್ಟಕ ಎಂಬ ಹೆಸರಿನಿಂದ ಪ್ರಖ್ಯಾತವಾಗಿದೆ).

ಅಂದು ಭಾರತೀಯರಿಗೆ ಮಾತ್ರ ಅಂಕಗಣಿತ (ಪಾಟಿಗಣಿತ) ತಿಳಿದಿತ್ತು. 4-5 ಸಾವಿರ ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ π ಎಂಬ ಅಭಿಪ್ರಾಯವೇ ಇರಲಿಲ್ಲ. ವರ್ಗಮೂಲ ತಿಳಿಯುವುದು ಸಮಸ್ಯೆಯಾಗಿತ್ತು. ಶ್ರೇಷ್ಠಮಟ್ಟದ ಗಣಿತಜ್ಞರ ಸಹಾಯವಿಲ್ಲದೆ ಕೆಲಸವೇ ಆಗುತ್ತಿರಲಿಲ್ಲ. ಪಂಚಾಂಗಗಳನ್ನು ಬರೆಯಲು ಗಣಿತವು ಪ್ರತಿ ಹಂತದಲ್ಲೂ ಬೇಕಾಗಿತ್ತು.

ಇಡೀ ಪ್ರಪಂಚವೇ ಭಾರತಕ್ಕೆ ಅಭಾರಿಯಾಗಿರಬೇಕಾದ ಅತ್ಯಮೂಲ್ಯವೂ ಮಹತ್ತರವೂ ಆದ ಶೂನ್ಯ (ಸೊನ್ನೆ), ದಾಶಮಿಕ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ ಮತ್ತು ಅನಂತ ಕಲ್ಪನೆ, ಭಾರತ ಹಿಂದಿನ, ಇಂದಿನ ಮತ್ತು ಮುಂದಿನ ಜಗತ್ತಿಗೆ ನೀಡಿರುವ ಅಮೂಲ್ಯ ಕಾಣಿಕೆಗಳು, ಕ್ರಿ. ಪೂ. 200 ರ ಬಖಶಾಲಿಯ ಹಸ್ತಲಿಖಿತ ಗ್ರಂಥದಲ್ಲಿ, ಕ್ರಿ. ಪೂ. 2 ರ ಮುಂಚೆಯಿದ್ದ ಪಿಂಗಳನ ಛಂದ ಸೂತ್ರದಲ್ಲಿ, ಕ್ರಿ. ಶ. 505 ರ ಪಂಚಸಿದ್ಧಾಂತಿಕದಲ್ಲಿ, ಆರ್ಯಭಟನ ಟೀಕಾ ಗ್ರಂಥಗಳಲ್ಲಿ, ಕ್ರಿ. ಶ. 525 ರ ಭಾಸ್ಕರನ ಮಹಾಭಾಸ್ಕರೀಯ ಗ್ರಂಥದಲ್ಲಿ ಶೂನ್ಯದ ಪ್ರಸ್ತಾಪವಿದೆ. ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಸ್ಥಾನಪೂರಕವಾಗಿ ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ರೂಢಿಗೆ ತಂದ ಖ್ಯಾತಿ ಮೊದಲನೆಯ ಭಾಸ್ಕರನಿಗೆ ಸಲ್ಲುತ್ತದೆ. ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಬಿಟ್ಟರೆ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರ ಹೆಸರಿಲ್ಲದಂತಾಗುತ್ತದೆ. ಸೊನ್ನೆಯಿಲ್ಲದೆ ದಶಕ, ಶತಕ, ಸಹಸ್ರ ಸ್ಥಾನಗಳು ಹುಟ್ಟುತ್ತಲೇ ಇರಲಿಲ್ಲ.

ಕ್ರಿ. ಪೂ. 3 ನೆಯ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿದ್ದ ಗ್ರೀಕ್ ಗಣಿತಜ್ಞರಾದ ಆರ್ಕಿಮಿಡೀಸ್ ಮತ್ತು ಅಪಲೋನಿಯಸ್‌ರವರಿಗೇ ಹೊಳೆಯದಿದ್ದ ಈ ಸೊನ್ನೆಯ ಮಹತ್ವ ಹಿಂದೂ ಗಣಿತಜ್ಞರಿಗೆ ಹೊಳೆದದ್ದು ಭಾರತಕ್ಕೆ ಆ ಚಂದ್ರಾರ್ಕವಾದ ಖ್ಯಾತಿಯನ್ನು ತಂದುಕೊಟ್ಟಿದೆಯೆಂದು ಲಾಪ್ಲಾಸ್ ಎಂಬ ಗಣಿತಜ್ಞ ತಿಳಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಪ್ರಾಚೀನ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಗಣನೆ ಕೈ ಬೆರಳುಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಹುಟ್ಟಿದ್ದರಿಂದ ಆಗಿನ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಗೆ ದಶಮಾಂಶ ಪದ್ಧತಿ ಎಂದು ಹೆಸರು ಬಂದಿರುವ

ಸಾಧ್ಯತೆಗಳುಂಟು. ವೇದಗಳ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಹಿಂದೂಗಳು ಖಗೋಳ ಶಾಸ್ತ್ರವನ್ನು ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಿದ್ದರು. ವೇದಗಳ ಕಾಲಕ್ಕೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ನಿರ್ಮಿಸಲ್ಪಟ್ಟು ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಮೂಲ ಕ್ರಿಯೆಗಳೂ ಸಹ ಪ್ರಯೋಗದಲ್ಲಿದ್ದುವು. ಕ್ರಿ. ಶ. 476 ರ ಆರ್ಯಭಟ, ಕ್ರಿ. ಶ. 598 ರ ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತರಿಗೆ ದಶಮಾಂಶ ಪದ್ಧತಿಯ ಪರಿಚಯವಿತ್ತು. ಅಂದರೆ ಗ್ರಿಸೋ–ಸಿರಿಯನ್ ಹಾಗೂ ಅರಬ್ಬರಿಗಿಂತ ಮೊದಲೇ ಭಾರತೀಯರಿಗೆ ದಶಮಾಂಶ ಪದ್ಧತಿ ತಿಳಿದಿತ್ತು. ಕ್ರಿಸ್ತ ಶಕದ ಪ್ರಾರಂಭದಲ್ಲಿಯೇ ಭಾರತೀಯ ಬೌದ್ಧ ಭಿಕ್ಷುಗಳಿಂದ ಚೀನೀಯರು ದಶಮಾಂಶ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಅರಿತಿದ್ದರಂತೆ.

ನಮ್ಮ ದೇಶದಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಿದ್ದ ಅಂಕ ಸಂಕೇತಗಳು ಪ್ರಾಚೀನ ಹಿಂದೂಗಳು ಸೃಷ್ಟಿಸಿದ ಸುಂದರವಾದ, ಅಂಕಸಂಕೇತಗಳ ಸುಧಾರಿತ ಸಂಖ್ಯಾ ಕೃತಿಗಳೆಂದು ಕ್ರಿ. ಶ. 1033 ರಲ್ಲಿದ್ದ ಆಲ್ಬರೂನಿಯು ಪ್ರಕಟಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಗಣಿತ ಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರಾದ ಕೆಜೋರಿ ಮತ್ತು ಡಿಮಾರ್ಗನ್ ಪ್ರಾಚೀನ ಹಿಂದೂ ಗಣಿತ ಪದ್ಧತಿಯು ಗ್ರೀಕರ ಗಣಿತ ಪದ್ಧತಿಗಿಂತ ಉತ್ತಮವಾಗಿತ್ತೆಂದೂ ಈಗಿನ ಗಣಿತವು ಪ್ರಾಚೀನ ಗಣಿತದ ವಿಕಾಸಗೊಂಡ ಗಣಿತವೆಂದೂ ಅಭಿಪ್ರಾಯಪಟ್ಟಿದ್ದಾರೆ.

ಒಂದು ಕುತೂಹಲಕಾರಿ ಶ್ಲೋಕ ಹೀಗಿದೆ:–

> ಪೂರ್ಣಮದಃ ಪೂರ್ಣಮಿದಂ ಪೂರ್ಣಾತ್ ಪೂರ್ಣಮುದಚ್ಯತೇ ।
> ಪೂರ್ಣಸ್ಯ ಪೂರ್ಣಮಾದಾಯ ಪೂರ್ಣಮೇವಾವ ಶಿಷ್ಯತೇ ॥

ಗಣಿತಜ್ಞರೊಬ್ಬರ ಪ್ರಕಾರ ಈ ಶ್ಲೋಕದ ಅರ್ಥ ಹೀಗಿದೆ:–

ಪೂರ್ಣ ಎಂದರೆ ಶೂನ್ಯ ಶೂನ್ಯದಿಂದ ಶೂನ್ಯವನ್ನು ಕಳೆದರೂ, ಶೂನ್ಯವೇ ಬರುತ್ತದೆ.

ಕ್ರಿ. ಶ. 400 ರಿಂದ 1200 ರ ವರೆಗಿನ ಸುಮಾರು 800 ವರ್ಷಗಳನ್ನು ಭಾರತದ ಗಣಿತ ಶಾಸ್ತ್ರದ ಸ್ವರ್ಣಯುಗ ಎನ್ನಬಹುದು. ಹಲವಾರು ಹೊಸ ಪ್ರಯೋಗಗಳನ್ನು, ಹಲವು ಮೂಲ ಅಭಿಪ್ರಾಯಗಳನ್ನು, ಪ್ರಪಂಚಕ್ಕೇ ಮೊದಲ ಬಾರಿ ಕೊಟ್ಟ ಬುದ್ಧಿವಂತ ಶ್ರೇಷ್ಠರು ಈ 800 ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಕಾಣಿಸಿಕೊಂಡರು. ಇವರು ಕೊಟ್ಟ ಅನೇಕ ಗಣಿತದ ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ಸುಮಾರು 16 ಅಥವಾ 17 ನೆಯ ಶತಮಾನಗಳಲ್ಲಿ ಯುರೋಪಿನ ಹಲವು ಶ್ರೇಷ್ಠ ಗಣಿತಜ್ಞರು ಮತ್ತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಜನರ ಮುಂದಿಟ್ಟರು. ಅಂಥವರಲ್ಲಿ ಮುಖ್ಯರಾದವರೆಂದರೆ ಮೊದಲನೆಯ ಆರ್ಯಭಟ ಅವನ ಶಿಷ್ಯ ನಲ್ಲ, ವರಾಹಮಿಹೀರ, (ಒಂದನೆಯ) ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯ ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತ, ಪೃಥೂದಕಸ್ವಾಮಿ, ಶ್ರೀಧರಾಚಾರ್ಯ, ಮಹಾವೀರಾಚಾರ್ಯ, ಎರಡನೆಯ ಆರ್ಯಭಟ, ಶ್ರೀಪತಿ, (ಎರಡನೆಯ) ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯ, ರಾಜಾಧಿತ್ಯ, ಮಾಧವಚಾರ್ಯ, ಪರಮೇಶ್ವರ, ಸವಾಯಿ ಜಯಸಿಂಹ, ವರರುಚಿ, ನೀಲಕಂಠ ಸೋಮಯಾಜಿ ಮುಂತಾದವರು ಸ್ವರ್ಣ ಯುಗದ ಹಲವು ಪ್ರಮುಖ ಗಣಿತಜ್ಞರು.

ಮೊದಲನೆಯ ಆರ್ಯಭಟ:– ಈತ ಕ್ರಿ. ಶ. 476 ರಲ್ಲಿದ್ದ ಶ್ರೇಷ್ಠ ಪ್ರಾಚೀನ ಭಾರತೀಯ ಗಣಿತಜ್ಞ ಹಾಗೂ ಖಗೋಳಜ್ಞ, ಗಣಿತದ ಬೆಳವಣಿಗೆಗೆ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಅಡಿಪಾಯ ಹಾಕಿಕೊಟ್ಟವರಲ್ಲಿ ಮೊದಲಿಗ. ಇವನನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತದ ಪಿತಾಮಹನೆಂದು ಹೇಳುವುದುಂಟು. ದೊಡ್ಡ ತಪಸ್ವಿಯಾದ್ದರಿಂದ 23 ನೆಯ ವಯಸ್ಸಿನಲ್ಲಿಯೇ ಸಂಸ್ಕೃತದಲ್ಲಿ

"ಆರ್ಯಭಟೀಯಮ್" ಎಂಬ ಅಮೂಲ್ಯ ಗ್ರಂಥವನ್ನು ರಚಿಸಿದ. ತನ್ನ ತಪಸ್ಸಿನ ಮೂಲಕ ಗ್ರಹಗಳ ಚಲನೆಯ ಸ್ವರೂಪವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದಿದ್ದ. ಪಾಟ್ನಾದ ಬಳಿ ಇರುವ ಕುಸುಮಪುರ (ಈಗಿನ ಪಾಟಲೀಪುರ) ಈತನ ಜನ್ಮಸ್ಥಳವಾದ್ದರಿಂದ ಆ ನಗರದಲ್ಲಿ ಈ ಕೃತಿಗೆ ಬಹಳ ಮನ್ನಣೆ ದೊರಕಿತ್ತು. ಇದರಲ್ಲಿ 121 ಶ್ಲೋಕಗಳಿವೆ.

ಗೀತಿಕಾಪಾದ, ಗಣಿತಪಾದ, ಕಾಲಕ್ರಿಯಾಪಾದ ಹಾಗೂ ಗೋಳಪಾದ ಎಂಬ 4 ಪಾದಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡಿರುವ ಈ ಕೃತಿ ಬಹಳ ಮಹತ್ವವಾದದ್ದು. ಗ್ರಹಗಳು ಸುತ್ತುವ ವಿಧಾನ, ಕಾಲ ನಿರ್ಣಯ, ಯುಗಗಳ ಪ್ರಮಾಣ, ವಾರ, ಮಾಸಗಳ ನಿರ್ಣಯ, ಗ್ರಹಣ, ಸೂರ್ಯೋದಯ ಸೂರ್ಯಾಸ್ತ ಸಮಯಗಳನ್ನು ನಿರ್ಣಯಿಸುವುದು, ಗ್ರಹಗಳ ಗೋಚರಿಸುವ ರೀತಿ ಕಲ್ಪ ಮನ್ವಂತರ ಮುಂತಾದ ಅನೇಕ ವಿಷಯಗಳ ಬಗ್ಗೆ ವಿವರಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಈತನ ಕೆಲವು ಮಹತ್ವ ಕೊಡುಗೆಗಳೆಂದರೆ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಲೆಕ್ಕಗಳು. ಅಸಲಿನ ಮೇಲಿನ ಬಡ್ಡಿ ನಿರ್ಧರಿಸುವ ಸೂತ್ರ, ಕ್ರಮಾಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಘನಗಳ ಮೊತ್ತದ ಸೂತ್ರ

$$1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 \ldots n^3 = \left[\frac{1}{2}n(n+1)\right]^2$$

ಖಗೋಳ ವಿಜ್ಞಾನದಲ್ಲಿ ಬರುವ ಬೃಹತ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ದಾಶಮಿಕ ಸಂಖ್ಯಾಕ್ರಮ ಅನುಸರಿಸಿ ಅಕ್ಷರ ಮಾಲೆಯ ವರ್ಣಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಅಕ್ಷರ ಸಂಖ್ಯಾಕ್ರಮವನ್ನು ಪ್ರಯೋಗದಲ್ಲಿ ತಂದಿರುವುದು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಈ ವರ್ಣಸಮೂಹ ಛಂದೋಬದ್ಧ ಶ್ಲೋಕಗಳಲ್ಲಿ ಸೊಗಸಾಗಿ ಹೊಂದಿಕೊಂಡಿರುವುದು ಒಂದು ವಿಶೇಷ. ಯಾವುದೇ ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ ಮತ್ತು ವ್ಯಾಸಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಒಂದು ಸ್ಥಿರ ಸಂಖ್ಯೆ, ಇದನ್ನು π ಎಂಬ ಪ್ರತೀಕದಿಂದ ಸೂಚಿಸಿ ಇದು ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲವಾದ್ದರಿಂದ ಇದರ ಬೆಲೆಯನ್ನು 4 ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನದವರೆಗೆ ನಿಖರವಾಗಿರುವಂತೆ ಸುಮಾರು 3.1416 ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವುದು ಒಂದು ವಿಶೇಷವೆ. ಪ್ರಾಯಶಃ ಪ್ರಪಂಚದಲ್ಲೇ ಮೊದಲ ಬಾರಿಗೆ ಈ ಬೆಲೆ ಆರ್ಯಭಟೀಯದಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಆ ಶ್ಲೋಕ ಹೀಗಿದೆ.

> ಚತುರಧಿಕಂ ಶತಂ ಅಷ್ಟಗುಣಂ ದ್ವಾಷಷ್ಟಿಸ್ತಥಾ ಸಹಸ್ರಾಣಾಮ್
> ಅಯುತದ್ವಯ ವಿಷ್ಕಂಭಸ್ಯ ಆಸನ್ನಃ ವೃತ್ತಪರಿಣೌಹಃ ॥

ಅಂದರೆ $(100 + 4) \times 8 + 62,000$ ಎಂದರೆ 62,832 ನ್ನು ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನಾಗಿ ಉಳ್ಳ ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸವು 10000×2 ಎಂದರೆ 20,000 ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಆದ್ದರಿಂದ

$$\Pi = \frac{\text{ಸುತ್ತಳತೆ}}{\text{ವ್ಯಾಸ}} = \frac{62,832}{20,000} = 3.1416(\text{ಸುಮಾರಾಗಿ})$$

ತ್ರಿಕೋನ ಮಿತಿಯಲ್ಲಿ ಬರುವ ಜ್ಯಾ, ಕೋಟಿಜ್ಯಾ ಮುಂತಾದ ಪ್ರಮಾಣಗಳನ್ನು ಉಲ್ಲೇಖಿಸಿ ಅವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿರುವುದು. ಒಂದನೆಯ ಡಿಗ್ರಿ $ax - by = c$ ಮಾದರಿಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಿದವನೇ ಆರ್ಯಭಟ. ತ್ರಿಕೋನದ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಭುಜದ ಅರ್ಧವನ್ನು ಅದರ ಅಭಿಲಂಬದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಆ ತ್ರಿಕೋನದ ಸಲೆ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ ಎಂದಿರುವುದು, ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗ ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ ಎಂದು ತಿಳಿಸುವ ಇಂದಿನ ಪೈಥಾಗೊರಸನ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಆಗಲೇ ತಿಳಿಸಿರುವುದು, ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಅಂತಃಸ್ಥಿತವಾದ ಷಡ್ಭುಜದ ಒಂದೊಂದು ಭುಜವೂ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ, ವೃತ್ತ ಪರಿಧಿಯ ಅರ್ಧ ವನ್ನು ವ್ಯಾಸದ ಅರ್ಧದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ವೃತ್ತದ ಸಲೆ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ, ಎಂದೂ ತಿಳಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಭೂಮಿ ಗುಂಡಾಗಿದ್ದು ಅದು ದಿವಸಕ್ಕೊಮ್ಮೆ ತನ್ನ ಸುತ್ತ ಆವರ್ತಿಸುವುದರಿಂದ ಸೂರ್ಯೋ ದಯ ಸೂರ್ಯಾಸ್ತಗಳು ಸಂಭವಿಸುತ್ತವೆ ಎಂಬ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸತ್ಯವನ್ನು ಗೆಲಿಲಿಯೋಗಿಂತ ಸಾವಿರದ ಇನ್ನೂರು ವರ್ಷಗಳಿಗಿಂತ ಮುಂಚೆ ತಿಳಿಸಿದ್ದ. ಈತನ 15 ನೆಯ ಜನ್ಮ ಶತಾಬ್ದಿಯ ಅಂತ್ಯದಲ್ಲಿ 1975 ಏಪ್ರಿಲ್ 19 ರಂದು ಭಾರತೀಯ ಕೃತಕ ಉಪಗ್ರಹ ಆರ್ಯಭಟವನ್ನು ಈತನ ಗೌರವಾರ್ಥ ಉಡಾಯಿಸಲಾಯಿತು. ಕ್ರಿ. ಶ. 6 ನೆಯ ಶತಮಾನದ ವೇಳೆಗೆ ಆರ್ಯಭಟ ಖಗೋಳಶಾಸ್ತ್ರಕ್ಕೆ ಒಂದು ವಿಶೇಷ ಸ್ಥಾನ ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಟ್ಟಿದ್ದ.

ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಹಿಂದೂ–ಅರೇಬಿಕ್ ಪದ್ಧತಿ ಆರ್ಯಭಟನ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲ್ಪಟ್ಟು ಅರಬ್ಬರ ಮೂಲಕ ಯೂರೋಪಿಗೆ ಪ್ರಯಾಣ ಬೆಳೆಸಿತು. ಇಡೀ ಅಂಕಗಣಿತಕ್ಕೆ ಈ ಪದ್ಧತಿ ಆಧಾರಸ್ತಂಭವಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನುದಶಮಾಂಶ ಪದ್ಧತಿ ಎಂದೂ ಕರೆಯಬಹುದು.

ಈಗಿನ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯಲ್ಲಿ ಬಳಸುವ ಸೈನ್ ಕೋಷ್ಟಕಗಳನ್ನು ಆರ್ಯಭಟನು $3\frac{3}{4}$ ಡಿಗ್ರಿಗಳ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುತ್ತಾನೆ.

ಲಲ್ಲ:– ಈತ ಎಂಟನೆಯ ಶತಮಾನದ ಗಣಿತ ಮತ್ತು ಖಗೋಳತಜ್ಞ, ಭಾರತದ ಗುಜರಾತ್ ಪ್ರಾಂತ್ಯದವನು. 'ಸಿದ್ಧಾಂತ ತಿಲಕ' ಮತ್ತು 'ಪಾಟಿ ಗಣಿತ' ಇವನು ಬರೆದಿರುವ ಗ್ರಂಥಗಳು. ಗಣಿತಜ್ಞ ಮತ್ತು ಖಗೋಳತಜ್ಞ ಆರ್ಯಭಟನ 'ಆರ್ಯಭಟೀಯಮ್' ಗ್ರಂಥದ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಖಗೋಳ ಗ್ರಂಥವನ್ನು ಲಲ್ಲ ರಚಿಸಿದ್ದಾನೆಂದೂ ಖಂಡಖಾದ್ಯದ ರತ್ನಕೋಶ ಮೊದಲಾದ ಗ್ರಂಥಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿದ್ದಾನೆಂದೂ ತಿಳಿದುಬಂದಿದೆ. ಇವನ ಗ್ರಂಥಗಳಲ್ಲಿ ಅಂಕ ಗಣಿತ, ಬೀಜಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ಹೆಚ್ಚು ವಿಷಯಗಳಿವೆ.

ವರಾಹಮಿಹೀರ:– ಈತನು ಮೊದಲನೆಯ ಆರ್ಯಭಟನ ಸಮಕಾಲೀನ, ಕ್ರಿ. ಶ. 6 ನೆಯ ಶತಮಾನದ ಪ್ರಾಚೀನ ಭಾರತದ ಶ್ರೇಷ್ಠ ಖಗೋಳತಜ್ಞ, ಮಹಾಮೇಧಾವಿ, ವಿಕ್ರಮಾದಿತ್ಯನ ಆಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿದ್ದ ನವಮಣಿಗಳಲ್ಲೊಬ್ಬ ಎಂದೂ ಇವನ ಗ್ರಂಥದ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಕ್ರಿ. ಶ. 6 ನೆಯ ಶತಮಾನ ಎಂದೂ ತಿಳಿದು ಬಂದಿದೆ. ಆಧುನಿಕ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರ ಜೊತೆಗೆ ಸಂಸ್ಕೃತದಲ್ಲಿರುವ ಭಾರತೀಯ ಪುರಾತನ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಗಳನ್ನು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಿ ವಿಶ್ವವಿಖ್ಯಾತಿ ಪಡೆದ, ಗಣಿತದ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಖಗೋಳಶಾಸ್ತ್ರದ ಅಧ್ಯಯನಕ್ಕೆ ಅಳವಡಿಸಿ ಆಧುನಿಕ ಜ್ಯೋತಿಷ್ಯಶಾಸ್ತ್ರಕ್ಕೆ

ತಳಹದಿ ಹಾಕಿದ. ಇವನು ಬರೆದಿರುವ ಮೂರು ಗ್ರಂಥಗಳಲ್ಲಿ ಪಂಚಸಿದ್ಧಾಂತ ಜ್ಯೋತಿಷ್ಯ ಶಾಸ್ತ್ರಕ್ಕೆ ಬೇಕಾದ ಗಣಿತ ಹಾಗೂ ಖಗೋಳ ಶಾಸ್ತ್ರವನ್ನು ಕಲಿಯಲು ಸಹಾಯಕವಾಗಿದೆ. ಈ ಗ್ರಂಥದಲ್ಲಿ "ಸೂರ್ಯಸಿದ್ಧಾಂತ" ಬಹಳ ಅತ್ಯಮೂಲ್ಯವಾದುದು. ಈಗ ಬಳಕೆಯಲ್ಲಿರುವ ಪಂಚಾಂಗ ಬರೆಯಲು ಇದೇ ಆಧಾರ. ಪಂಚಾಂಗಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವವರು ಸೌರಮಾನವನ್ನೇ ಆಧಾರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಬೇಕು ಎಂಬುದು ವರಾಹಮಿಹೀರನ ವಾದ.

ಇದೇ ಗ್ರಂಥದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಫಲನ ದೂರದರ್ಶಕ, ದರ್ಶಕಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ವೀಕ್ಷಣಾಲಯ ಗಳ ನಿರ್ಮಾಣದ ವಿಷಯಗಳೂ ತಿಳಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈತ ಅಯನಾಂಶದ ಬಗ್ಗೆ ಪ್ರಸ್ತಾಪ ಮಾಡಿರು ವುದು ಅಸಾಧಾರಣ ಬುದ್ಧಿಶಕ್ತಿಯ ಪ್ರತೀಕ. ಅಯನಾಂಶ ಒಂದು ಬಾರಿ ಸುತ್ತಲು ಸುಮಾರು 25,800 ವರ್ಷಗಳು ಬೇಕು. "ಬೃಹಜ್ಜಾತಕ" ಎಂಬ ಗ್ರಂಥ ಜಾತಕ ಭಾಗವನ್ನು ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಲು ಸಹಕಾರಿಯಾಗಿದೆ. ಜನ್ಮಕಾಲದ ಕುಂಡಲಿಗಳ ತಯಾರಿಕೆ, ಗ್ರಹಗಳ ಬಲಗಳ ನಿರ್ಧಾರ, ಜನ್ಮಕಾಲದಲ್ಲಿದ್ದ ಗ್ರಹಗತಿಗಳಿಂದ ಮನುಷ್ಯನ ನಡವಳಿಕೆ, ಅಭಿಪ್ರಾಯಗಳು, ಸಾಧನೆಗಳು, ಗುಣ ಮತ್ತು ಅವಗುಣಗಳು, ರೋಗರುಜಿನಗಳು ಸಾಂಸಾರಿಕ ವಿಷಯಗಳು ಮುಂತಾದವುಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯುವ ವಿವರಣೆ ಈ ಗ್ರಂಥದಲ್ಲಿದೆ.

'ಬೃಹತ್ ಸಂಹಿತೆ' ಎಂಬ ಗ್ರಂಥದ ಜ್ಯೋತಿಷ್ಯದ ಫಲಭಾಗವನ್ನು ಕುರಿತು ಪ್ರಯೋಗ ಮಾಡಲು ಸಹಾಯಕವಾಗಿದೆ. ಇದರಿಂದ ಪಂಚಾಂಗವನ್ನು ಬರೆಯುವ ಜ್ಯೋತಿಷ್ಯರು ದೇಶದ ಆಗುಹೋಗುಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಮುನ್ಸೂಚನೆ ಕೊಡಲು ಮನೆ, ದೇವಾಲಯ, ರಾಜಗೃಹ ಮುಂತಾದವುಗಳನ್ನು ಕಟ್ಟಲು ಸ್ಥಳ ಪರೀಕ್ಷೆ ಅಳತೆಗಳು ಮತ್ತು ಕಟ್ಟಲು ಉಪಯುಕ್ತವಾದ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳ ವಿಚಾರವನ್ನು ತಿಳಿಸಿದೆ. ಒಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಈತನ ಅಧ್ಯಯನದ ವಿಷಯ ಭೂಮಿ, ಭೂಕಂಪ ಗ್ರಹಗಳು, ವಾತಾವರಣ, ಜಾತಕ, ಶಿಲ್ಪರತ್ನಗಳು ಮುಂತಾದವು. 1300 ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಇನ್ನೂ ಮುದ್ರಣದ ಕನಸೇ ಇಲ್ಲದ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಇವನ ಕುತೂಹಲ, ಆಸಕ್ತಿ, ಪ್ರತಿಭೆ ಹಾಗೂ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಚಿಂತನೆ ನಾವು ಮೆಚ್ಚಬೇಕಾದ್ದೆ.

ಮೊದಲನೆಯ ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯ:– ಈತ ಕ್ರಿ. ಶ. 600 ರಲ್ಲಿ ಸೌರಾಷ್ಟ್ರ ಪ್ರದೇಶದ ವಲ್ಲಭಿನಗರದಲ್ಲಿದ್ದವನು. ಆರ್ಯಭಟನ ನಂತರ ಬಂದ ಗಣಿತ ಹಾಗೂ ಖಗೋಲಜ್ಞ, 'ಮಹಾಭಾಸ್ಕರೀಯ' ಎಂಬ ಎಂಟು ಅಧ್ಯಾಯಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಖಗೋಲ ಗ್ರಂಥ 'ಆರ್ಯಭಟೀಯಮ್ ಭಾಷ್ಯ', 'ಲಘುಭಾಸ್ಕರೀಯ' ಮುಂತಾದ ಗ್ರಂಥಗಳನ್ನು ಬರೆದಿದ್ದಾನೆ. ಈತನ ಕೃತಿಗಳಲ್ಲಿ ಅನೇಕ ಗಣಿತ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉದಾಹರಣೆ ಸಹಿತ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಒಂದನೆಯ ಡಿಗ್ರಿಯ ಅನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಮೀಕರಣ ಬಿಡಿಸಲು ಸಮರ್ಪಕವಾದ ವಿಧಾನವನ್ನು ಮಹಾಭಾಸ್ಕರೀಯದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಆರ್ಯಭಟನ ಶಿಷ್ಯನಾದ ಈತ ಆರ್ಯಭಟೀಯಮ್ ಗ್ರಂಥಕ್ಕೆ ಬರೆದ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಬಹಳ ಪ್ರಖ್ಯಾತಿ ಪಡೆದಿದೆ.

ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತ:– ವರಾಹಮಿಹೀರನ ನಂತರ ಏಳನೆಯ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಉಜ್ಜಯಿನೀ ನಗರದಲ್ಲಿದ್ದ ಉತ್ತಮ ಮಟ್ಟದ ಖಗೋಲಜ್ಞ ಹಾಗೂ ಗಣಿತಜ್ಞ, ಕ್ರಿ. ಶ. 628 ರಲ್ಲಿ ಶ್ರೀ ವ್ಯಾಘ್ರ ಮುಖ ಎಂಬ ರಾಜನ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ತನ್ನ 30 ನೆಯ ವಯಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರಸಿದ್ಧ ಗ್ರಂಥವಾದ ಬ್ರಹ್ಮಸ್ಫುಟ

ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನು ರಚಿಸಿದ. ಇದರಲ್ಲಿ 24 ಅಧ್ಯಾಯಗಳಿವೆ. ಇದರಲ್ಲಿರುವ ಗಣಿತಾಧ್ಯಾಯ ಮತ್ತು ಕುಟ್ಟಕಾಧ್ಯಾಯ (ಬೀಜಗಣಿತ) ಎಂಬ ಎರಡು ಮುಖ್ಯ ಅಧ್ಯಾಯಗಳು ಶುದ್ಧ ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟವು.

ಗಣಿತಾಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಕೋನ, ವೃತ್ತಾಂತರ್ಗತ ಚತುರ್ಭುಜ, ವರ್ಗಸಮೀಕರಣಗಳು ಹಾಗೂ ಶೂನ್ಯ (ಸೊನ್ನೆ) ಮತ್ತು ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಗಣಿತ ಪರಿಕರ್ಮ ಗಳಿವೆ. ಕುಟ್ಟಕಾಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ (ಬೀಜಗಣಿತ) ಒಂದನೆಯ ಮತ್ತು ಎರಡನೆಯ ಡಿಗ್ರಿಯ ಅನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಮತ್ತೊಂದು ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಕೋನ ಮಿತಿಯ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನೂ, ಜ್ಯಾಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನೂ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಈತನ ಸಂಸ್ಕೃತ ಗ್ರಂಥಗಳ ಅರೇಬಿಕ್ ಭಾಷಾಂತರಗಳು ಎಂಟನೆಯ ಶತಮಾನದ ಹೊತ್ತಿಗೆ ಅರೇಬಿಯಾ ದೇಶದಲ್ಲಿ ಜನಪ್ರಿಯವಾಗಿತ್ತು.

ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜವೊಂದರ ಭುಜಗಳು a, b, c, d ಮತ್ತು ಇವುಗಳ ಮೊತ್ತ $2s$ ಆಗಿದ್ದರೆ ಇದರ ಸಲೆ $\sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$ ಎಂಬ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಕೊಟ್ಟ ಮೊದಲಿಗ ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತ. ಉದ್ದ ಒಂದು ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುವ ಬಾಹುಗಳ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು, $Nx^2 + 1 = y^2$ ಎಂಬ ಮಾದರಿಯ ಕ್ಲಿಷ್ಟ ಅನಿರ್ದಿಷ್ಟ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಬೆಲೆ ಹೊಂದುವಂತೆ ಬಿಡಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಮೊಟ್ಟ ಮೊದಲು ಚರ್ಚಿಸಿದವನು ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತ. ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜದ ಬಾಹುಗಳ ಮಾನಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಅದರ ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಪ್ರಮೇಯ, ತ್ರಿಕೋನದ ಪರಿವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟ ಪ್ರಮೇಯ, ಇವು ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತನ ಪ್ರಮೇಯಗಳೆಂದು ಪ್ರಸಿದ್ಧವಾಗಿವೆ. ಇದು ಅವನು ರೇಖಾಗಣಿತಕ್ಕೆ ನೀಡಿದ ಕೊಡುಗೆ. ಕ್ರಿ. ಶ. 655 ರಲ್ಲಿ ಬರೆದ 'ಖಂಡಖಾದ್ಯಕ' ಎಂಬ ಗ್ರಂಥದಲ್ಲಿ ಜ್ಯಾಪಟ್ಟಿ ರಚನೆಯ ವಿಧಾನ ಚರ್ಚಿಸುವ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತ ಆಧುನಿಕ ಗಣಿತದ ಅಂತಃಕ್ಷೇಪ interpolation ಎಂಬ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಹಳ ಸೊಗಸಾಗಿ ಪ್ರಯೋಗಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಇದು ಖಗೋಲಶಾಸ್ತ್ರವನ್ನು ಕುರಿತ ಒಂದು ಕರಣ ಗ್ರಂಥ. ಎರಡನೆಯ ಅಂತರಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಅಂತಃಕ್ಷೇಪೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಪ್ರಪಂಚದ ಚರಿತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಬಾರಿಗೆ ಪ್ರಯೋಗಿಸಿದವನು ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತ. ಈತನಿಗೆ ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯನು "ಗಣಿತ ಚಕ್ರಚೂಡಾಮಣಿ" ಎಂಬ ಬಿರುದನ್ನು ಕೊಟ್ಟು ಗೌರವಿಸಿದ್ದಾನೆ.

ಪೃಥೂದಕಸ್ವಾಮಿ:– ಈತ ಕ್ರಿ. ಶ. 850 ರಲ್ಲಿದ್ದ ಒಳ್ಳೆಯ ಗಣಿತಜ್ಞ, ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತನ ಬ್ರಹ್ಮಸ್ಫುಟ ಸಿದ್ಧಾಂತಕ್ಕೆ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವನ್ನು ಬರೆದಿದ್ದಾನೆ. ಇದರಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಒಳ್ಳೆಯ ಉದಾಹರಣೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಟಾಲಮಿಯ ಪ್ರಮೇಯಕ್ಕೆ ಇವನು ಸಾಧನೆ ಕೊಟ್ಟಿದ್ದಾನೆ. ಈತನನ್ನು ಚತುರ್ವೇದ ಪ್ರಥೂದಕಸ್ವಾಮಿ ಎಂದೂ ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ. ಈತ ಭಾರತದ ಉತ್ತರ ಪ್ರದೇಶದವನು ಎಂದು ಊಹಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಶ್ರೀಧರಾಚಾರ್ಯ:– ಈತ ಕ್ರಿ. ಶ. 850 ರ ಅತ್ಯುತ್ತಮಮಟ್ಟದ ಖಗೋಲಜ್ಞ ಹಾಗೂ ಗಣಿತಜ್ಞ, ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತನ ನಂತರ ಬಂದ ಗಣಿತ ಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರಲ್ಲಿ ಇವನು ಪ್ರಸಿದ್ಧನಾದವನು. ಇವನು

'ಪಾಟೀಗಣಿತಸಾರ' ಎಂಬ ಹೆಸರಿನ ಒಂದು ಅಂಕಗಣಿತವನ್ನೂ, ಒಂದು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನೂ ಬರೆದಿದ್ದಾನೆ. ಅಂಕಗಣಿತದಲ್ಲಿ 300 ಶ್ಲೋಕಗಳಿರುವುದರಿಂದ ಅದಕ್ಕೆ 'ತ್ರಿಶತಕಾ' ಎಂಬ ಹೆಸರು ಬಳಕೆಯಲ್ಲಿದೆ. ಇದು ಸಾಕಷ್ಟು ಗಣಿತ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಉತ್ಕೃಷ್ಟ ಗಣಿತ ಗ್ರಂಥ. ಈತ ಮುಖ್ಯವಾಗಿ ಸಲೆ, ಸಮಾಂತರ ಹಾಗೂ ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿಗಳು ಮತ್ತು ಮಿಶ್ರಣಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಕೂಡ ಚರ್ಚಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಶ್ರೀಧರನ ಮಹತ್ವ ಪೂರ್ಣಕೊಡುಗೆ $ax^2 + bx + c = 0$ ಮಾದರಿಯ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ವರ್ಗಪೂರ್ಣೀಕರಣ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿದುವುದು. ಎಂದರೆ $ax^2 + bx + c = 0$ ಆದಾಗ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ (ಎರಡನೆಯ) ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯ ಶ್ರೀಧರನ ಅನೇಕ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ತನ್ನ ಗ್ರಂಥದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿದ್ದಾನೆ.

ಮಹಾವೀರಾಚಾರ್ಯ:– ಆರ್ಯಭಟ ಮತ್ತು ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತನ ನಂತರ ಬಂದ 9 ನೆಯ ಶತಮಾನದ ಪ್ರಸಿದ್ಧ ಹೆಮ್ಮೆಯ ಕರ್ನಾಟಕದ ಗಣಿತಜ್ಞ ಹಾಗೂ ಖಗೋಳಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞ, ಅಮೋಘ ವರ್ಷ ನೃಪತುಂಗನ ಆಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿದ್ದವನು. ಒಬ್ಬ ಸಿದ್ಧ ಗಣಿತಜ್ಞನ ಬುದ್ಧಿ ತೀಕ್ಷ್ಣತೆ, ಕವಿಯ ರಸಿಕತೆ ಮತ್ತು ಕಲಾವಿದನ ಸೃಜನಾತ್ಮಕ ಕಲ್ಪನೆ ಈ ಮೂರು ಗುಣಗಳನ್ನೂ ಮೈಗೂಡಿಸಿ ಕೊಂಡಿದ್ದ. ಇವನು ರಚಿಸಿದ ಗ್ರಂಥ ಸಂಸ್ಕೃತದಲ್ಲಿರುವ "ಗಣಿತ ಸಾರ ಸಂಗ್ರಹ" ಇದು ಪಠ್ಯ ಪುಸ್ತಕದ ಮಾದರಿಯಲ್ಲಿದೆ. ಇವನಿಗೆ ಶುದ್ಧ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಬಹಳ ಆಸಕ್ತಿ. ಬಿಡಿಸಲು ಕಷ್ಟವೂ, ನೀರಸವೂ ಆಗಿರುವ ಲೆಕ್ಕ ಮತ್ತು ಕ್ಲಿಷ್ಟವಾದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಹಳ ಸರಳವಾಗಿ ಮತ್ತು ಕಾವ್ಯಮಯವಾಗಿ ಬಿಡಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಅಂಕಗಣಿತದೊಂದಿಗೆ ಬೀಜಗಣಿತ ಮತ್ತು ರೇಖಾ ಗಣಿತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಪ್ರಕರಣಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟು ಒಂಭತ್ತು ಅಧ್ಯಾಯಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಿ ತನ್ನ ಗ್ರಂಥವನ್ನು ರಚಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಈತನ ಹಲವು ವಿಶೇಷ ಕೊಡುಗೆಗಳೆಂದರೆ (1) ಎಡದಿಂದ ಬಲಕ್ಕೆ ಮತ್ತು ಬಲದಿಂದ ಎಡಕ್ಕೆ ಓದಿದಾಗ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗುವ ಮಾಲಾರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಗುಣಾಕಾರಗಳು (2) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ವಿವಿಧ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವುದು (3) ಯಾವ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯೇ ಆಗಲಿ ಅದನ್ನು ಒಂದು (1) ಅಂಶವಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಅನೇಕ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ತೋರಿಸುವ ವಿಧಾನ (4) ಕ್ರಮಯೋಜನೆ ಮತ್ತು ವಿಕಲ್ಪಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಅದರಲ್ಲೂ n_{c_r} ಗೆ ಒಂದು ಸಾರ್ವತ್ರಿಕ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಮೊಟ್ಟಮೊದಲು ನೀಡಿದ್ದು (5) ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಹಾಗೂ ಶೂನ್ಯಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ನೀಡಿರುವ ನಿಯಮಗಳನ್ನು $a \pm 0 = a$, $a \times 0 = 0$, ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ವರ್ಗಮೂಲ ಇರುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬ ಪರಿಕಲ್ಪನೆ (6) ಸಮಾಂತರ ಮತ್ತು ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟ ಸೂತ್ರಗಳು. (7) ತ್ರಿಕೋನ, ವೃತ್ತ ಮತ್ತು ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ಅನೇಕ ಪ್ರಮೇಯಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಿರುವುದು (8) ರೇಖಾಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ದೀರ್ಘವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ ಮತ್ತು ಸಲೆ ನೀಡುವ ಸೂತ್ರ ಮುಂತಾದುವು.

ಎರಡನೆಯ ಆರ್ಯಭಟ:– ಇವನು ಕ್ರಿ. ಶ. 950 ರಲ್ಲಿದ್ದವನು ತಾನು ಬರೆದಿರುವ 'ಮಹಾಸಿದ್ಧಾಂತ' ಎಂಬ ಗ್ರಂಥದಲ್ಲಿ ಪಾಟೀ, ಕುಟ್ಟಕ ಮತ್ತು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ವಿವರಿಸಿದ್ದಾನೆ.

ವರ್ಗಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಆರ್ಯಭಟನ ಮತ್ತು ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತನ ವಿಧಾನಗಳನ್ನೇ ಉಪಯೋಗಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಒಂದನೆಯ ಡಿಗ್ರಿಯ ಅನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಸುಲಭವಾಗುವಂತೆ ಕೆಲವು ಸಲಹೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಕುಟ್ಟಕಾಧ್ಯಾಯಕ್ಕೆ ಈತ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಹೊಸ ಆಯಾಮದಿಂದ ಮುಂದೆ ಬಂದ ಗಣಿತಜ್ಞರು ಈ ವಿಷಯಕ್ಕೆ ಬಹಳ ಬೆಲೆ ಕೊಟ್ಟಿದ್ದಾರೆ.

ಮಂಜುಳಾಚಾರ್ಯ:– ಕ್ರಿ. ಶ. 932 ರಲ್ಲಿದ್ದ ಮಂಜುಳಾಚಾರ್ಯ 'ಲಘುಮಾನಸಂ' ಎಂಬ ಉತ್ತಮ ಗ್ರಂಥ ಬರೆದಿದ್ದಾನೆ. ಅನೇಕರು ಇದಕ್ಕೆ ವಿಮರ್ಶೆ ಬರೆದಿದ್ದಾರೆ ಇದರಲ್ಲಿ ಖಗೋಳಶಾಸ್ತ್ರಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಅನೇಕ ವಿಷಯಗಳಿವೆ. ಕಲನಶಾಸ್ತ್ರದ ಬಗ್ಗೆಯೂ ಪ್ರಸ್ತಾಪ ಮಾಡಿದ್ದಾನೆ. ಇವನು ತಿಳಿಸಿದ ಕಲನ ಶಾಸ್ತ್ರದ ಅನೇಕ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಆರು ಶತಮಾನಗಳ ನಂತರ ಯೂರೋಪಿಯನ್ನರು ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಿ ತಮ್ಮದನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿಕೊಂಡರು.

ಶ್ರೀಪತಿ:– ಈತ ಕ್ರಿ. ಶ. 1039 ರಲ್ಲಿದ್ದ ಜೈನ ಗಣಿತಜ್ಞ ಹಾಗೂ ಖಗೋಲತಜ್ಞ. ಅಂಕ ಗಣಿತಕ್ಕೇ ಮೀಸಲಾದ 'ಗಣಿತ ತಿಲಕ' ಎಂಬ ಗ್ರಂಥ ಬರೆದಿದ್ದಾನೆ. 'ಸಿದ್ಧಾಂತ ಶೇಖರ' ಎಂಬ ಖಗೋಲ ಗ್ರಂಥದಲ್ಲಿ 20 ಅಧ್ಯಾಯಗಳಿವೆ ಅದರ ಎರಡು ಅಧ್ಯಾಯಗಳಲ್ಲಿ ಬೀಜಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವ್ಯಕ್ತಗಣಿತ ಮತ್ತು ಅವ್ಯಕ್ತಗಣಿತ ಎಂಬ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಿದ್ದಾನೆ.

(ಎರಡನೆಯ) ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯ:– ಈತನು ಕ್ರಿ. ಶ. 1114 ರಲ್ಲಿದ್ದ ಕರ್ನಾಟಕದ ಬಿಜಾಪುರ ದವನು. ಭಾರತೀಯ ಗಣಿತದ ಚರಿತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ಜನಪ್ರಿಯ ವ್ಯಕ್ತಿ. ಗಣಿತ ಹಾಗೂ ಖಗೋಲ ಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಇವನ ಕೊಡುಗೆ ಬಹಳ ಅಮೂಲ್ಯವಾದದ್ದು. ಕ್ರಿ. ಶ. 1150 ರಲ್ಲಿ ತನ್ನ 36 ನೆಯ ವಯಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ 'ಸಿದ್ಧಾಂತ ಶಿರೋಮಣಿ' ಎಂಬ ಗ್ರಂಥವನ್ನು ಸಂಸ್ಕೃತದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಇದು ಗಣಿತ ಮತ್ತು ಖಗೋಲ ಶಾಸ್ತ್ರಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡಿದೆ. ಬೀಜಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಬರುವ ಕ್ರಮಯೋಜನೆ ಮತ್ತು ವಿಕಲ್ಪಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಬರುವ ಸೂತ್ರ ಪ್ರಾಯಶಃ ಪ್ರಪಂಚದಲ್ಲೇ ಪ್ರಥಮ ಬಾರಿಗೆ ಲೀಲಾವತಿಯಲ್ಲಿ ಕೊಡಲ್ಪಟ್ಟಿದೆ. 'ಸಿದ್ಧಾಂತ ಶಿರೋಮಣಿ' ಎಂಬ ಗ್ರಂಥದಲ್ಲಿ ಲೀಲಾವತಿ ಬಹಳ ಪ್ರಸಿದ್ಧವಾಗಿದೆ. ಲೀಲಾವತಿಯನ್ನು ತಿಳಿದವನು ಮರಗಳಲ್ಲಿರುವ ಎಲೆಗಳನ್ನು ಹೇಳಬಹುದು ಎನ್ನುತ್ತಿದ್ದರು. ಕಷ್ಟಕರವಾದ ಗಣಿತದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕ್ಲಿಷ್ಟ ಗಣಿತ ನಿಯಮ ಗಳನ್ನು ಅತಿಮನೋಹರ ಶ್ಲೋಕಗಳಲ್ಲಿ ಬಹಳ ಸುಲಭ ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ 'ಲೀಲಾವತಿ' ಎಂಬ ಗ್ರಂಥದಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಇದರಲ್ಲಿ 277 ಶ್ಲೋಕಗಳಿವೆ. ಒಂದೊಂದು ಸೂತ್ರವನ್ನೂ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನೂ ಪದ್ಯದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿ, ಕಿವಿಗೆ ಇಂಪಾಗಿರುವಂತೆ ರಮಣೀಯವಾದ ವೃತ್ತ ಗಳನ್ನು ಆರಿಸಿ ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಗಿಣಿ, ಹಂಸ, ಹಾವು, ನವಿಲು, ಮಣಿ, ಮಾಣಿಕ್ಯ ಮೊದಲಾದವುಗಳ ವರ್ಣನೆಯನ್ನು ತುಂಬ ಚಿತ್ತಾಕರ್ಷಕವಾಗಿ ಮಗಳಿಗೆ ಬೋಧಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಲೀಲಾವತಿಯ ಸಂಸ್ಕೃತ ದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಶ್ಲೋಕದ ಕನ್ನಡ ಭಾಷಾಂತರ ಹೀಗಿದೆ.

ಒಂಭತ್ತು ಮೊಳದ ನಿಡುಗಂಬವೊಂದರ ಮೇಲೆ
ಆಡುತ್ತ ಕುಳಿತಿಹುದು ಒಂದು ನವಿಲು
ಹಾವೊಂದು ಸರಸರನೆ ಹರಿಯುತಿದೆ ಹುತ್ತದೆಡೆ
ಮೂರು ಕಂಬಗಳಷ್ಟು ದೂರದಲಿ
ನವಿಲು ಹಿಡಿಯಿತು ಹಾವ ವೇಗವೆರಡರದು ಸಮ
ಹಾವ ಹಿಡಿದಿದು ಬಿಲಕೆ ಎನಿತು ದೂರದಲಿ

(ಬಹಳ ಹಿಂದೆ ಮೊಳದಲ್ಲಿ ದೂರ ಹೇಳುತ್ತಿದ್ದುದರಿಂದ) ಇದರ ಉತ್ತರ 12 ಮೊಳ. ಲೀಲಾವತಿ ಕೇವಲ ಗಣಿತ ಗ್ರಂಥವಲ್ಲದೆ ಉತ್ತಮವಾದ ಕಾವ್ಯವೂ ಆಗಿದೆ. ರಸಭಾವ ಪುಷ್ಟಿಯೂ, ಉಪಮಾ ಅಲಂಕಾರಗಳೂ, ಚಿತ್ರವಿಚಿತ್ರವಾದ ವರ್ಣನೆಗಳೂ ಇದರಲ್ಲಿ ತುಂಬಿವೆ.

ಒಂದನೆಯ ಮತ್ತು ಎರಡನೆಯ ಡಿಗ್ರಿ ಅನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸುವುದನ್ನೂ ಕುಟ್ಟಕಾಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ತಿಳಿಸಿದ್ದಾನೆ. $61x^2 + 1 = y^2$ ಎಂಬ ಸಮೀಕರಣ ವನ್ನು x ಮತ್ತು y ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗುವಂತೆ ಖ್ಯಾತ ಗಣಿತಜ್ಞ ಆಯಿಲರ್ ಪೂರ್ಣ ಉತ್ತರ ಕೊಡುವುದಕ್ಕೆ 500 ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆಯೇ ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯನು ಚಕ್ರವಾಳ ವಿಧಾನದಿಂದ ಸಾಧಿಸಿ ಸಿದ್ಧಾಂತ ಶಿರೋಮಣಿಯಲ್ಲಿ ಉಲ್ಲೇಖಿಸಿದ್ದಾನೆ.

ಈ ಅನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಪೂರೈಸುವ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಪೈಕಿ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕದು ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯರ ಪ್ರಕಾರ

$$x = 226,153,980$$
$$y = 1,766,319,049$$

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗೆ 0 ಯನ್ನು (ಶೂನ್ಯ) ಕೂಡುವುದರಿಂದಾಗಲೀ, ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ 0 ಯನ್ನು ಕಳೆಯುವುದರಿಂದಾಗಲೀ ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆ ಬರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆ ಯನ್ನು 0 ಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ 0 ಯೇ ಬರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂತ್ರಗಳ ಮೂಲಕ ಉದಾಹರಣೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸಿದ್ದಾನೆ.

ಪಿರಮಿಡ್ಡಿನ ಛಿನ್ನಾಗ್ರದ ಗಾತ್ರದ ಸೂತ್ರವನ್ನು ನೀಡಲು ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯರು ಯತ್ನಿಸಿ ದ್ದಾರೆ.

ಯಾವುದೇ ಶೂನ್ಯವಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಶೂನ್ಯದಿಂದ (0) ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಅನಂತ ವಾಗುತ್ತದೆ (ಇನ್‌ಫಿನಿಟಿ) ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ $\frac{4}{0} = \infty$ ಅನಂತದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆ ಪ್ರಾಚೀನ ಭಾರತೀಯರಿಗೆ ತಿಳಿದಿದ್ದರೂ ಅದಕ್ಕೆ ಒಂದು ಸ್ಪಷ್ಟರೂಪ ಕೊಟ್ಟವರಲ್ಲಿ ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯರು ಮೊದಲಿಗರು. ನ್ಯೂಟನ್ ಮತ್ತು ಲೈಬ್ನಿಟ್ಸ್‌ರಿಗಿಂತ 500 ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆಯೇ ಗ್ರಹಗಣಿತಕ್ಕೆ ಅವಶ್ಯವಾದಂತೆ ಕಲನಶಾಸ್ತ್ರಕ್ಕೆ ಬುನಾದಿ ಹಾಕಿದವನು ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯನು. ಒಂದು ಉತ್ಪನ್ನವು ಅದರ ಗರಿಷ್ಠ ಅಥವಾ ಕನಿಷ್ಠ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಪಡೆದಾಗ ಅದರ ಚಲನಾಂಶವು ಶೂನ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದು ಅವಕಲನದಲ್ಲಿ ಹೆಸರುವಾಸಿಯಾದ ಪ್ರಮೇಯ. ಇದನ್ನು ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯ ನಿರೂಪಿಸಿದ್ದಾನೆ. 384 ಪಾರ್ಶ್ವಗಳ ತನಕ ಸಮ ಪ್ರಮಾಣದ ಬಹುಭುಜಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಅಭ್ಯಾಸಮಾಡಿ $\pi =$ ಸುಮಾರು 3.1416 ಎಂದು ಹೇಳಿದ್ದ. ಗೋಳದ ಮೇಲ್ಮೈ ಮತ್ತು ಗಾತ್ರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ರೂಪಿಸಿದ್ದ. ಗ್ರಹಗಳು ಸುತ್ತುವ ಪಥಕ್ಕೆ ಭೂಮಿ ಕೇಂದ್ರವಲ್ಲ ಎಂದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಹೇಳಿದ್ದ. ರೇಖಾಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿ ಸಿದಂತೆ ತ್ರಿಕೋನ, ವೃತ್ತ, ಚತುರ್ಭುಜ ಮತ್ತು ಕೆಲವು ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಬಗ್ಗೆ ತನ್ನ ಗ್ರಂಥದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯಕ್ಕೆ ಸಾಧನೆ ಕೊಟ್ಟಿದ್ದಾನೆ. ತನ್ನ 69 ನೆಯ ವಯಸ್ಸಿ

ನಲ್ಲಿ 'ಕರಣ ಕುತೂಹಲಂ' ಎಂಬ ಮತ್ತೊಂದು ಗ್ರಂಥವನ್ನು ಕ್ರಿ. ಶ. 1183 ರಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಈತ ನೀಡಿರುವ ನಿಯಮ ಮತ್ತು ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಆರ್ಯಭಟ, ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತ, ಶ್ರೀಧರ ಮತ್ತು ಮಹಾವೀರಾಚಾರ್ಯರ ಪ್ರಭಾವ ನಾವು ಕಂಡರೂ ಅನೇಕ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಸುಧಾರಣೆ ಮತ್ತು ಸರಳೀಕರಿಸಿರುವುದನ್ನು ನೋಡಬಹುದು. ಭಾರತವು ಇವನ ಜ್ಞಾಪಕಾರ್ಥವಾಗಿ ಬಾಹ್ಯಾಕಾಶಕ್ಕೆ ಹಾರಿಸಿದ ಉಪಗ್ರಹವೊಂದಕ್ಕೆ ಭಾಸ್ಕರ ಎಂದು ಹೆಸರಿಟ್ಟಿದ್ದಾರೆ.

ಲೀಲಾವತಿ ಗ್ರಂಥವನ್ನು ಹೆಚ್. ಟಿ. ಕೋಲ್ ಬ್ರೂಕ್ ಆಂಗ್ಲ ಭಾಷೆಗೆ ಭಾಷಾಂತರಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಇದನ್ನು ಹಿಂದಿ ಭಾಷೆಗೂ ಅನುವಾದ ಮಾಡಿದ್ದಾರೆ. ಅಕ್ಬರ್ ಚಕ್ರವರ್ತಿಯ ಆಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿದ್ದ ಅಬ್ದುಲ್ ಫಸಲ್ ಎಂಬುವನ ಸಹೋದರ ಫೀಜಿ ಎಂಬುವನು ಅಕ್ಬರನ ಆಪೇಕ್ಷೆಯಂತೆ ಲೀಲಾವತಿ ಗ್ರಂಥವನ್ನು ಪಾರ್ಸಿಭಾಷೆಗೆ ಭಾಷಾಂತರ ಮಾಡಿರುವನಂತೆ.

ಸವಾಯಿ ಜಯಸಿಂಹ (ಎರಡನೆಯ ಜಯಸಿಂಹ):– ಇವನ ಹೆಸರು ಭಾರತೀಯ ಖಗೋಳಶಾಸ್ತ್ರದ ಚರಿತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಬಹಳ ಪ್ರಸಿದ್ಧವಾಗಿದೆ. ಅಂದು ಪ್ರಚಾರದಲ್ಲಿದ್ದ ಖಗೋಳ ಶಾಸ್ತ್ರದ ಕೋಷ್ಟಕಗಳೆಲ್ಲಾ ತಪ್ಪೆಂದು ತಿಳಿದು ದೆಹಲಿಯಲ್ಲಿ ವೇದಶಾಲೆಯೊಂದನ್ನು ಸ್ಥಾಪಿಸಿದ. ಇದನ್ನೇ ನಾವು "ಜಂತರ್ ಮಂತರ್" ಎಂದು ಕರೆಯುವುದು. ಇಲ್ಲಿ ಪಡೆದ ಮಾಹಿತಿ ಗಳನ್ನು ಖಚಿತ ಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಜಯಪುರ, ಮಧುರೆ ಕಾಶಿ ಮತ್ತು ಉಜ್ಜಯಿನಿಗಳಲ್ಲೂ ವೇದ ಶಾಲೆಸ್ಥಾಪಿಸಿದ ಈ ಕೇಂದ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಥಾಪಿತವಾದ ಜೈಪ್ರಕಾಶ, ರಾಮಯಂತ್ರ, ಸಂರಾಟ್ ಯಂತ್ರ ಜಯಸಿಂಹರಿಂದಲೇ ನಿರ್ಮಾಣವಾದ ಯಂತ್ರಗಳು. ಇವು ಗಣಿತದ ನಿಖರತೆಯನ್ನೂ ಶಿಲ್ಪಚಾತುರ್ಯವನ್ನೂ ಪ್ರದರ್ಶಿಸುತ್ತಿದ್ದವು.

ಗಣೇಶ ದೈವಜ್ಞ:– ಈತನು ಮಹಾರಾಷ್ಟ್ರದವನು ಬಹಳ ಜನಪ್ರಿಯ ಗಣಿತಜ್ಞ ಈತನ "ಗ್ರಹಲಾಘವ" ಜನರ ಮೆಚ್ಚುಗೆ ಪಡೆದಿದೆ. ಎರಡನೆಯ ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯರ 'ಲೀಲಾವತಿ' ಗ್ರಂಥಕ್ಕೆ ಇವನು ಬರೆದಿರುವ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಎಲ್ಲರ ಮೆಚ್ಚುಗೆಗೆ ಪಾತ್ರವಾಗಿದೆ. ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಗ್ರೀಕ್ ದೇಶದ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ ನೀಡಿದ್ದಾನೆ. ಇದಕ್ಕೆ ಮುಂಚೆಯೇ ಬೋಧಾಯನರು ಇದನ್ನು ತಿಳಿಸಿದ್ದರು. ಇದಕ್ಕೆ ಗಣೇಶ ದೈವಜ್ಞ ಉತ್ತಮ ಸಾಧನೆ ನೀಡಿದ್ದಾನೆ. ವೃತ್ತಪರಿಧಿ ಮತ್ತು ವ್ಯಾಸಗಳಿಗಿರುವ ಅನುಪಾತ $\frac{3927}{1250}$ ಎಂದು ತಿಳಿಸಿದ್ದಾನೆ.

ರಾಜಾಧಿತ್ಯ:– ಈತನು ಕ್ರಿ. ಶ. 1120 ರಲ್ಲಿದ್ದ ಜೈನಕವಿ. ಇವನನ್ನು ರಾಜವರ್ಮ, ಬಾಚಿರಾಜ, ಭಾಸ್ಕರ ಎಂಬ ಹೆಸರುಗಳಿಂದ ಕರೆಯುತ್ತಿದ್ದರು. ಕನ್ನಡದಲ್ಲಿ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರವನ್ನು ಬರೆದಿರುವವರಲ್ಲಿ ಇವನೇ ಮೊದಲನೆಯವನು. ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಂಕಗಣಿತ, ಕ್ಷೇತ್ರಗಣಿತ ಮುಂತಾದ ಸುಲಭ ವಿಷಯಗಳನ್ನೂ ವ್ಯವಹಾರ ಗಣಿತ, ಕ್ಷೇತ್ರಗಣಿತ ಜೈನಗಣಿತ ಸೂತ್ರ ಮೊದಲಾದ ಗಣಿತ ಗ್ರಂಥಗಳನ್ನೂ ರಚಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಇವನ ಗ್ರಂಥಗಳು ಅಂದಿನ ಗಣಿತಜ್ಞರಿಗೆ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಂತೆ ಹಾಗೂ ವಿನೋದ ಗಣಿತದಂತೆ ಇತ್ತಂತೆ. ಈತನು ಎರಡನೆಯ ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯನ ಸಮಕಾಲೀನ.

ಎರಡನೆಯ ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯರ ನಂತರ ಐತಿಹಾಸಿಕ ಕಾರಣಗಳಿಂದ ಭಾರತೀಯ ಗಣಿತ ಅಷ್ಟು ಸಮರ್ಪಕವಾಗಿ ಬೆಳೆಯಲಿಲ್ಲ. ಅಲ್ಲಲ್ಲಿ ಸಾಧಾರಣ ಮಟ್ಟದ ಗಣಿತಜ್ಞರು

ಕಾಣಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಿದ್ದರು. ಆದಾಗ್ಯೂ ಪ್ರಾಚೀನ ಸಂಪ್ರದಾಯದಿಂದ ಸ್ವಲ್ಪಮಟ್ಟಿಗೆ ಬೇರ್ಪಟ್ಟು, ಆಧುನಿಕ ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಹೋಲುವಂತಹ ಬೆಳವಣಿಗೆಯನ್ನು ಕೇರಳದ ಗಣಿತ ಖಗೋಳತಜ್ಞರಲ್ಲಿ ನಾವು ಕಾಣಬಹುದು. ಆಧುನಿಕ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದ ಅದೆಷ್ಟೋ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳನ್ನು ಶತಮಾನ ಹಿಂದೆಯೇ ಕೇರಳೀಯ ಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ತಾಳೆಗರಿ ಗ್ರಂಥಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆದಿದ್ದರು. ಅಂತಹ ಗಣಿತಜ್ಞರೇ ಮಾಧವ, ಪರಮೇಶ್ವರ ಮತ್ತು ನೀಲಕಂಠ ಸೋಮಯಾಜಿ.

ಮಾಧವ:– ಕೇರಳದ ಇವನು ಗಣಿತಜ್ಞ ಪರಮೇಶ್ವರನ ಸಮಕಾಲೀನ. ಈತ ಜ್ಯಾ, ಕೋಟಿ ಜ್ಯಾ ಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಈತ ತಿಳಿಸಿದ ಅನೇಕ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಮೂರು ಶತಮಾನಗಳ ನಂತರ ಬ್ರಿಟಿಷ್ ಗಣಿತಜ್ಞ ಬ್ರೂಕ್‌ಟೇಲರ್ ತಿಳಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಅನೇಕ ಕೃತಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿದ್ದಾನೆ, π ಗೆ ಹನ್ನೊಂದು ದಶಮಾನ ಸ್ಥಾನಗಳವರೆಗೆ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಬೆಲೆ ತಿಳಿಸಿದ್ದಾನೆ. 14 ನೆಯ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಮಾಧವ ತಿಳಿಸಿದ್ದ ಶ್ರೇಣಿಯನ್ನು 17 ನೆಯ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಗ್ರೆಗೊರಿ, ಗ್ರೆಗೋರಿ ಶ್ರೇಣಿ ಎಂದು ಪ್ರತಿಪಾದಿಸಿದ. ಈಗ ಮಾಧವ ಗ್ರೆಗೊರಿ ಶ್ರೇಣಿ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತಿದೆ.

ಪರಮೇಶ್ವರ:– ಕ್ರಿ. ಶ. 1360-1455 ರಲ್ಲಿದ್ದ ಕೇರಳದ ಗಣಿತಜ್ಞ, ಗ್ರಹ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಅನೇಕ ಸುಧಾರಣೆಯನ್ನು ತಂದ ಕೀರ್ತಿ ಈತನದು. ತಾನು ಬರೆದ ಸಿದ್ಧಾಂತ ದೀಪಿಕಾ ಗ್ರಂಥದಲ್ಲಿ ಸೂರ್ಯ, ಚಂದ್ರ ಗ್ರಹಣಗಳ ಬಗ್ಗೆ ವಿವರವಾಗಿ ತಿಳಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಎರಡನೆಯ ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯರ "ಲೀಲಾವತಿ ಗ್ರಂಥದ" ಮೇಲೆ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಮಾಡುತ್ತಾ ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜದ ಬಗ್ಗೆ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಮಾಡಿದ್ದಾನೆ. ಒಂದು ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜದ ಬಾಹುಗಳು a, b, c, d ಗಳಾಗಿದ್ದರೆ ಅದರ ಪರಿತ್ರಿಜ್ಯ $s = \frac{a+b+c+d}{2}$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಸಿದ್ದಾನೆ.

ನೀಲಕಂಠ ಸೋಮಯಾಜಿ:– ಈತ ಭಾರತದ ಪ್ರಾಚೀನ ಗಣಿತ ಮತ್ತು ಖಗೋಳತಜ್ಞ ಇವನು. 1501 ರಲ್ಲಿ ಬರೆದ "ತಂತ್ರಸಂಗ್ರಹ" ಎಂಬ ಗ್ರಂಥದಲ್ಲಿ ಕಲನಶಾಸ್ತ್ರದ ಬಗ್ಗೆ ಹೆಚ್ಚು ತಿಳಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಆರ್ಯಭಟೀಯಮ್ ಗ್ರಂಥಕ್ಕೆ ಈತ ಬರೆದಿರುವ ವಿಮರ್ಶಾಕೃತಿ ಅತ್ಯಂತ ಶ್ರೇಷ್ಠವಾದುದು. ಈತ ಸಾಧಿಸಿದ ಅನೇಕ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯರು 17 ಮತ್ತು 18 ನೆಯ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಸಾಧಿಸಿದರೆಂದು ತಿಳಿದುಬಂದಿದೆ.

ಪುರಾತನ ಭಾರತೀಯ ಗಣಿತಜ್ಞರ ಮಟ್ಟಕ್ಕೆ 19 ನೆಯ ಶತಮಾನದ ಕಡೆಯವರಿಗೂ ಯಾವ ಗಣಿತಜ್ಞನೂ ಕಾಣಿಸಿಕೊಂಡಿರಲಿಲ್ಲ. 1887 ರಲ್ಲಿ ಶ್ರೀನಿವಾಸ ರಾಮಾನುಜನ್ ಎಂಬ ಅಪೂರ್ವ ತಾರೆ ಚೆನ್ನೈಯಲ್ಲಿ ಉದಯವಾಯಿತು.

ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ಹೇಳಿಕೆ

1) ಗಣಿತದ ಪ್ರಗತಿ ಹಾಗೂ ಸುಧಾರಣೆ ರಾಷ್ಟ್ರದ ಪ್ರಗತಿಯೊಡನೆ ಹೊಂದಿಕೊಂಡಿದೆ

–ನೆಪೋಲಿಯನ್

ಅಧ್ಯಾಯ ೨

ಕೆಲವು ಆಧುನಿಕ ಗಣಿತಜ್ಞರು

೨.೧ ಶ್ರೀನಿವಾಸ ರಾಮಾನುಜನ್ (1887 – 1920)

ಆರ್ಯಭಟ, ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯ, ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತ, ಮಹಾವೀರಾಚಾರ್ಯ, ವರಾಹಮಿಹೀರ ಮೊದಲಾದ ಪುರಾತನ ಭಾರತೀಯ ಗಣಿತಜ್ಞರ ನಂತರ ಭಾರತದ ಕೀರ್ತಿ ಪತಾಕೆಯನ್ನು ಅಂತಾರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಮಟ್ಟದಲ್ಲಿ ಪಸರಿಸಿದ ಗೌರವಕ್ಕೆ ಪಾತ್ರರಾದ ಶ್ರೀನಿವಾಸ ರಾಮಾನುಜನ್ ಅವರನ್ನು ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯರು ಮುಕ್ತಕಂಠದಿಂದ ಹೊಗಳಿದ್ದಾರೆ. ಖ್ಯಾತ ವಿಜ್ಞಾನಿ ಜುಲಿಯನ್ ಹಕ್ಸ್ಲಿ ಶ್ರೀನಿವಾಸ ರಾಮಾನುಜನ್ 'ಈ ಶತಮಾನದ ಅತಿ ಶ್ರೇಷ್ಠ ಗಣಿತಜ್ಞ' ಎಂದು ಹೊಗಳಿ ಕೊಂಡಾಡಿದ್ದಾರೆ. ಖ್ಯಾತ ಹಾಗೂ ಜನಪ್ರಿಯ ಗಣಿತ ಇತಿಹಾಸ ಬರಹಗಾರ ಇ. ಟಿ. ಬೆಲ್ ಅವರ ಪ್ರಕಾರ "ರಾಮಾನುಜನ್ ಸ್ವರ್ಗದಿಂದ ಬಂದ ಒಂದು ವರದಾನ" ಎಂದೂ, ಇನ್ನು ರಾಮಾನುಜನ್ ಅವರನ್ನು ಬಹಳ ಹತ್ತಿರದಿಂದ ಬಲ್ಲ, ಅವರ ಗುರುವಾಗಿ, ಗಣಿತ ಸಂಶೋಧನೆಯಲ್ಲಿ ಮಾರ್ಗದರ್ಶಿಯಾಗಿ ಅಂತಾರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಮಟ್ಟದಲ್ಲಿ ಖ್ಯಾತಿಗೆ ಬರಲು ಕಾರಣರಾದ ಪ್ರೊ॥ ಜಿ. ಎಚ್. ಹಾರ್ಡಿಯವರು ಶ್ರೀನಿವಾಸ ರಾಮಾನುಜನ್ ಅವರನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸುತ್ತ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದ ಇತ್ತೀಚಿನ ಇತಿಹಾಸದಲ್ಲೇ ಅತ್ಯದ್ಭುತ ವ್ಯಕ್ತಿ; ಈತನ ವೃತ್ತಿ ಪಥವು ಬರೀ ಅಸಂಗತ ಮತ್ತು ವಿರೋದಾಭಾಸಗಳಿಂದಲೇ ತುಂಬಿದೆಯೇನೊ ಎಂಬಂತೆ ತೋರುತ್ತದೆ" . . . ಎಂದಿದ್ದಾರೆ.

ಪ್ರತಿಭೆಗೆ ಬಡವ ಬಲ್ಲಿದರೆಂಬ ಬೇಧಭಾವವಿಲ್ಲ. ಅದಕ್ಕೆ ಬೇಕಾಗಿರುವುದು ಉತ್ಸಾಹ, ಸತತ ಪ್ರಯತ್ನ, ಶ್ರದ್ಧೆ, ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ದೃಷ್ಟಿ ಪ್ರಯೋಗಶೀಲತೆ. ಈ ಮಾತು ರಾಮಾನುಜನ್ ಅವರ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಸತ್ಯವಾದದ್ದೆ.

ಆಧುನಿಕ ಭಾರತದ ಗಣಿತಜ್ಞರ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಮೊದಲನೆಯವರೆನ್ನಿಸಿ ವಿಶ್ವ ಪ್ರಸಿದ್ಧರಾದ ಶ್ರೇಷ್ಠ ಗಣಿತಜ್ಞ ಶ್ರೀನಿವಾಸ ರಾಮಾನುಜನ್ ಜನಿಸಿದ್ದು 1887 ಡಿಸೆಂಬರ್ 22 ರಂದು. ಇಂದಿಗೆ

125 ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಚೆನ್ನೈನ ಈರೋಡಿನಲ್ಲಿ. ಈ ಗಣಿತದ ಜೀನಿಯಸ್‌ನ ಹೆಸರಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಡಿಸೆಂಬರ್ 22 ನ್ನು ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಗಣಿತ ದಿನವೆಂದೂ 2012 ನ್ನು ಭಾರತದ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಗಣಿತ ವರ್ಷವೆಂದೂ ನಮ್ಮ ದೇಶದ ಪ್ರಧಾನಿ ಡಾ॥ ಮನಮೋಹನ ಸಿಂಗ್ ಅವರು ತಮಿಳುನಾಡಿನ ಅಲಗಪ್ಪ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದಲ್ಲಿ 'ರಾಮಾನುಜನ್ ಸೆಂಟರ್ ಫಾರ್ ಹೈಯರ್ ಮ್ಯಾಥಮ್ಯಾಟಿಕ್ಸ್' ಉದ್ಘಾಟಿಸಿ ಘೋಷಿಸಿದ್ದಾರೆ.

2012 ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಗಣಿತ ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಅನೇಕ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮಗಳು ನಡೆದವು. ಈ ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಮತ್ತು ಅಂತಾರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಸಮಾವೇಶಗಳು ಒಳಗೊಂಡಿದ್ದವು. ಗಣಿತ ವಿಜ್ಞಾನಿಗಳು ಅಂತಾರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಸಮಾವೇಶಗಳನ್ನು ಭಾರತದಲ್ಲಿ ನಡೆಸಿದರು.

ಶ್ರೀನಿವಾಸ ರಾಮಾನುಜನ್ ಅವರ ಜೀವನ ಚರಿತ್ರೆಯನ್ನು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ತಿಳಿಯೋಣ. ಅವರ ತಂದೆ ಶ್ರೀನಿವಾಸ ಅಯ್ಯಂಗಾರ್ ಮತ್ತು ತಾಯಿ ಕೋಮಲತ್ತಮ್ಮಾಳ್ ಒಂದು ಮಧ್ಯಮ ವರ್ಗದ ಶ್ರೀವೈಷ್ಣವ ಕುಟುಂಬಕ್ಕೆ ಸೇರಿದವರು. ರಾಮಾನುಜನ್ ತಮ್ಮ ವಿದ್ಯಾಭ್ಯಾಸ ವನ್ನು ಕುಂಭಕೋಣಮ್‌ನ ಸರಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆಯಲ್ಲೂ ಅನಂತರ ಸರಕಾರಿ ಕಾಲೇಜಿನಲ್ಲೂ ಕೈಗೊಂಡರು. ಇವರು ಮಿತಭಾಷಿ ಹೆಚ್ಚು ಸಹಪಾಠಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಸೇರುತ್ತಿರಲಿಲ್ಲ. ಇವರ ಅನೇಕ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಹಿರಿಯರು ಉತ್ತರ ಕೊಡುವುದು ಕಷ್ಟವಾಗಿತ್ತು.

ಒಂದು ಸಲ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿದ್ದಾಗ ಉಪಾಧ್ಯಾಯರು ಗಣಿತ ಪಾಠಮಾಡುತ್ತಾ "ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಒಂದು ಆಗುತ್ತದೆ" ಎಂದು ವಿವರಿಸುತ್ತಿದ್ದಾಗ, ರಾಮಾನುಜನ್ ತಕ್ಷಣ ಎದ್ದುನಿಂತು ಬಹಳ ವಿನಯದಿಂದ ಹಾಗಾದರೆ ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಸೊನ್ನೆಯಿಂದಲೇ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಏನು ಬರುತ್ತದೆ? ಎಂದು ಕೇಳಿದ್ದರಂತೆ. ಉಪಾಧ್ಯಾಯರು ಉತ್ತರ ನೀಡಲಾಗದೆ ತತ್ತರಿಸಿ ಹೋದರಂತೆ. ಆ ಪ್ರಶ್ನೆ ಕಲನಶಾಸ್ತ್ರಕ್ಕೆ (calculus) ನಾಂದಿಯಾಯಿತು ಎಂಬುದು ಒಂದು ಮಹತ್ವದ ವಿಷಯ.

ರಾಮಾನುಜನ್ ನಾಲ್ಕನೇ ಫಾರಂನಲ್ಲಿ ಓದುತ್ತಿದ್ದಾಗಲೇ ಬಿ. ಎ. ತರಗತಿಯ ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯಿಂದ ಲೋನಿ ಎಂಬುವನ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ (Trigonometry) ಎರಡನೆಯ ಭಾಗ ಎಂಬ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ತಂದು ಅದರಲ್ಲಿದ್ದ ಎಲ್ಲ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನೂ ಬಿಡಿಸಿದ್ದರಂತೆ ಜೊತೆಗೆ ಆ ಸ್ನೇಹಿತನಿಗೂ ಹೇಳಿಕೊಟ್ಟರಂತೆ. ಆರನೆಯ ಫಾರಂನಲ್ಲಿ ಓದುತ್ತಿದ್ದಾಗ ಕಾರ್ ಎಂಬಾತನ "ಸಿನೊಪ್ಸಿಸ್ ಆಫ್ ಪ್ಯೂರ್ ಮ್ಯಾಥೆಮ್ಯಾಟಿಕ್ಸ್" ಎಂಬ ಗ್ರಂಥ ರಾಮಾನುಜನ್‌ಗೆ ಬಹಳ ಸ್ಫೂರ್ತಿನೀಡಿ ಅವರ ಗಣಿತ ಪ್ರತಿಭೆ ವಿಕಾಸಗೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡಿತಂತೆ.

ಆ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿದ್ದ ಒಂದೊಂದು ಫಲಿತಾಂಶವೂ ರಾಮಾನುಜನ್ ಅವರಿಗೆ ಒಂದೊಂದು ಸಂಶೋಧನ ಸಮಸ್ಯೆಯಾಗಿಯೇ ತೋರಿತಂತೆ. ಅಂತಹ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಯಾರ ಸಹಾಯ ವಿಲ್ಲದೆ ಸ್ವಂತಿಕೆಯಿಂದ ಬಿಡಿಸುವ ಹಟ ಅವರದ್ದಾಗಿತ್ತಂತೆ.

ಮೆಟ್ರಿಕ್ಯುಲೇಷನ್ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಉತ್ತೀರ್ಣರಾಗುವುದಕ್ಕೆ ಮುಂಚೆಯೇ ಮಾಯಾಚೌಕ ರೇಖಾಗಣಿತದ ಕ್ಲಿಷ್ಟ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು, ಕಲನಶಾಸ್ತ್ರ, ಗಣಿತ ವಿಶ್ಲೇಷಣಾಶಾಸ್ತ್ರ ಮುಂತಾದ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಪರಿಣತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರಂತೆ. 1904 ರಲ್ಲಿ ಕುಂಭಕೋಣಂನ ಸರಕಾರಿ ಕಾಲೇಜಿನಲ್ಲಿ

ವಿದ್ಯಾಭ್ಯಾಸ ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದಾಗ ರಾಮಾನುಜನ್ ಗಣಿತ ಮತ್ತು ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಅಂಕಗಳಿಸಿ "ಸುಬ್ರಹ್ಮಣ್ಯಂ ಸ್ಕಾಲರ್‌ಶಿಪ್" ಪಡೆದಿದ್ದರು. ಇದು ಅವರು ಜೀವನ ನಡೆಸಲು ಸಹಾಯವಾಯಿತು. ತಾವು ಓದುತ್ತಿದ್ದ ತರಗತಿಯ ಮಟ್ಟಕ್ಕಿಂತ ಬಹಳ ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ಗಣಿತದತ್ತ ಒಲವು ತೋರಿಸಿದ್ದರಿಂದ ಇತರ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ಆಸಕ್ತಿ ಇರದೆ ಎಫ್.ಎ. ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಫೇಲಾದರು. ಹೊಟ್ಟೆಪಾಡಿಗಾಗಿ ವಿವಿಧ ಕಡೆ ಕೆಲಸ ಹುಡುಕಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದರು. ಆದರೆ ಪ್ರಯೋಜನವಾಗಲಿಲ್ಲ. ಪುನಃ ಕಾಲೇಜಿಗೆ ಸೇರಿದರು ಕೊನೆಗೂ ಎಫ್. ಎ. ಪರೀಕ್ಷೆ ಪಾಸಾಗಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗಲಿಲ್ಲ. ಹಾಜರಿ ಸಾಕಷ್ಟು ಇಲ್ಲದ್ದೇ ಇದಕ್ಕೆ ಕಾರಣವಾಗಿತ್ತು.

ಹಿರಿಯರ ಅಪೇಕ್ಷೆಯಂತೆ 22 ನೆಯ ವಯಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ 9 ರ ಬಾಲೆ ಜಾನಕಿಯನ್ನು ವಿವಾಹವಾದರು. ಕಷ್ಟಕಾರ್ಪಣ್ಯಗಳಿದ್ದರೂ ಗಣಿತದ ಸಂಶೋಧನೆಯನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿ ಬಂದ ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ಒಂದು ನೋಟ್‌ಬುಕ್‌ನಲ್ಲಿ ಬರೆದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳುತ್ತಿದ್ದರು. ಡೆಪ್ಯುಟಿ ಕಲೆಕ್ಟರ್ ಆಗಿದ್ದ ವಿ. ರಾಮಸ್ವಾಮಿ ಅಯ್ಯರ್, ಪ್ರೊ. ಪಿ. ವಿ. ಶೇಷು ಅಯ್ಯರಿಗೆ ಪತ್ರ ಬರೆದು ಅಕೌಂಟೆಂಟ್ ಜನರಲ್ ಕಛೇರಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಹಂಗಾಮಿ ಗುಮಾಸ್ತನ ಕೆಲಸ ಕೊಡಿಸಿದರು. ಅದು ಮುಗಿದ ನಂತರ ಪುನಃ ನಿರುದ್ಯೋಗಿಗಳಾದರು. ಖಾಸಗಿಯಾಗಿ ಪಾಠ ಹೇಳಿಕೊಟ್ಟು ಗಣಿತ ಸಂಶೋಧನೆಯನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿದರು.

ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಪರಿಶ್ರಮ ಹೊಂದಿದ್ದ ನೆಲ್ಲೂರ್ ಜಿಲ್ಲೆಯ ಕಲೆಕ್ಟರ್ ದಿವಾನ್ ಬಹದ್ದೂರ್ ಆರ್. ರಾಮಚಂದ್ರರಾವ್, ರಾಮಾನುಜನ್ ಅವರ ಸ್ಥಿತಿಯನ್ನು ಕಂಡು ತಮ್ಮ ಸ್ವಂತ ಖರ್ಚಿನಿಂದ ಕೆಲವು ತಿಂಗಳುಗಳ ಕಾಲ ತಾತ್ಕಾಲಿಕ ಪರಿಹಾರ ನೀಡಿದರಂತೆ.

'ಜರ್ನಲ್ ಆಫ್ ದಿ ಇಂಡಿಯನ್ ಮ್ಯಾಥಮ್ಯಾಟಿಕಲ್ ಸೊಸೈಟಿ', ಎಂಬ ಸಂಶೋಧನಾ ನಿಯತಕಾಲಿಕಕ್ಕೆ ರಾಮಾನುಜನ್ ತಮ್ಮ ಮೊದಲನೆಯ ಲೇಖನ, ತದನಂತರ ಸಂಶೋಧನಾ ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ಕಳುಹಿಸಿದರು. ಅನಂತರ ಎಸ್. ನಾರಾಯಣ ಅಯ್ಯರ್ ಮದ್ರಾಸ್ ಪೋರ್ಟ್ ಟ್ರಸ್ಟ್‌ನಲ್ಲಿ ಒಂದು ಗುಮಾಸ್ತೆಯ ಕೆಲಸವನ್ನು ಕೊಡಿಸಿದರು. ಕೆಲಸದ ಬಿಡುಸಮಯದಲ್ಲಿ 'ಬರ್ನೌಲಿ ನಂಬರ್ಸ್' ಎಂಬ ವಿಷಯದ ಬಗ್ಗೆ ರಾಮಾನುಜನ್ ತಮ್ಮ ಸಂಶೋಧನಾ ಲೇಖನವನ್ನು ಪ್ರಕಟಿಸಿದರು. ಇದರಿಂದ ಅನೇಕರ ಉತ್ತೇಜನ ಸಿಕ್ಕಿತು ಹಾಗೂ ಬೆಳಕಿಗೆ ಬಂದರು.

ಗಣಿತ ಪ್ರಪಂಚದಲ್ಲಿ ಬಹಳ ಖ್ಯಾತಿಯನ್ನು ಪಡೆದ ಕೇಂಬ್ರಿಡ್ಜ್ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ ಪ್ರೊ. ಗಾಡ್ ಫ್ರೇ ಹಾರೊಲ್ಡ್ ಹಾರ್ಡಿ (ಜಿ. ಎಚ್. ಹಾರ್ಡಿ) ಅವರಿಗೆ ರಾಮಾನುಜನ್‌ರವರು ತಮ್ಮ ಸಾಧನೆಗಳನ್ನು ಕುರಿತು ವಿವರವಾಗಿ ಪತ್ರ ಬರೆದರು.

ರಾಮಾನುಜನ್ ನಿಜಕ್ಕೂ ಒಬ್ಬ ಪ್ರತಿಭಾಶಾಲಿ, ಆತನಿಗೆ ಪಾಶ್ಚಿಮಾತ್ಯ ಅಗ್ರಗಣ್ಯ ಗಣಿತಜ್ಞರ ಕೊಡುಗೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಪರಿಚಯ ಮತ್ತು ಶಾಸ್ತ್ರೋಕ್ತವಾದ ತರಬೇತಿಯ ಅವಶ್ಯಕತೆ ಇದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಪ್ರೊ. ಹಾರ್ಡಿಯವರು ಮನಗಂಡರು. ಹೇಗಾದರೂ ಮಾಡಿ ಕೇಂಬ್ರಿಜ್ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯಕ್ಕೆ ಅವರನ್ನು ಬರಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬೇಕೆಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಿದರು. ತಮ್ಮ ಸಹೋದ್ಯೋಗಿ ಪ್ರೊ. ಇ. ಎಚ್. ನೆವಿಲ್ಲೆ ಎಂಬುವರಿಗೆ "ನೀವು ಮದ್ರಾಸಿನಿಂದ ಇಂಗ್ಲೆಂಡಿಗೆ

ಬರುವಾಗ ಹೇಗಾದರೂ ಮಾಡಿ ರಾಮಾನುಜನ್ ಅವರನ್ನು ಜೊತೆಯಲ್ಲಿ ಕರೆದುಕೊಂಡು ಬನ್ನಿ" ಎಂದು ವಿನಂತಿಸಿಕೊಂಡರು. ಆದರೆ ರಾಮಾನುಜನ್ ತಾಯಿ ಮಡಿವಂತ ಕುಟುಂಬದಿಂದ ಬಂದ ಮಗ ಸಮುದ್ರ ದಾಟಲು ಒಪ್ಪಲಿಲ್ಲ. ಕೊನೆಗೆ ದೇಶದ ಒಳಿತಿಗಾಗಿ, ಮಗನ ಶ್ರೇಯಸ್ಸಿಗಾಗಿ ಒಪ್ಪಿದರು.

ಮದ್ರಾಸ್ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ ರಿಜಿಸ್ಟ್ರಾರ್ ವರ್ಷಕ್ಕೆ 250 ಪೌಂಡ್‌ಗಳಂತೆ ಎರಡು ವರ್ಷಗಳ ವೇತನ ಮತ್ತು ಇಂಗ್ಲೆಂಡಿಗೆ ಹೋಗಲು ಹಡಗಿನ ಖರ್ಚನ್ನು ಮಂಜೂರು ಮಾಡಿದರು. 1914 ರ ಮಾರ್ಚ್ 17 ರಂದು ಇಂಗ್ಲೆಂಡಿಗೆ ರಾಮಾನುಜನ್ ಪ್ರಯಾಣ ಬೆಳೆಸಿದರು. ಇಂಗ್ಲೆಂಡ್ ಪರಿಸರಕ್ಕೆ ಹೊಂದಿಕೊಂಡು ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ನಿರಂತರವಾಗಿ ಅಧ್ಯಯನಶೀಲರಾದರು. ಮಾಡ್ಯುಲರ್ ಸಮೀಕರಣ ಸಂತತ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು ಮುಂತಾದ ಗಹನವಾದ ವಿಷಯಗಳು ತಿಳಿದಿದ್ದರೂ ಸರಳವಾದ ಗಣಿತ ತತ್ತ್ವಗಳ ಬಗ್ಗೆ ರಾಮಾನುಜನ್ ಮತ್ತಷ್ಟು ವಿಷಯ ತಿಳಿಯಬೇಕಾಗಿತ್ತು.

ರಾಮಾನುಜನ್ ಅವರಿಗೆ ಕ್ರಮಬದ್ಧವಾದ ಶಿಕ್ಷಣ ಕೊಡುವುದು ಅಸಾಧ್ಯವಾಗಿತ್ತು. ಪ್ರೊ. ಹಾರ್ಡಿಯವರಿಗೆ ಇದೊಂದು ದೊಡ್ಡ ಸಮಸ್ಯೆಯೇ ಆಗಿತ್ತು. ರಾಮಾನುಜನ್ ಅವರಿಂದ ಉಕ್ಕಿ ಬರುತ್ತಿದ್ದ ಗಣಿತ ಪ್ರತಿಭೆಯ ಹೊಸಪ್ರಭಾವವನ್ನು ತಡೆಹಿಡಿಯಲಾಗಲಿಲ್ಲ. ತಮಗೆ ತಿಳಿಯದ ಹೊಸ ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ನೋಡಿ ಅಚ್ಚರಿಗೊಳ್ಳುತ್ತಿದ್ದರು.

ಭಾರತೀಯರಲ್ಲದ ಪ್ರೊ. ಹಾರ್ಡಿ ಅವರಿಗೆ ರಾಮಾನುಜನ್‌ರಂತಹ ಭಾರತೀಯ ಪ್ರತಿಭಾವಂತರನ್ನು ಜಗತ್ತಿನಾದ್ಯಂತ ಪ್ರಖ್ಯಾತರನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಬೇಕೆಂಬ ಉತ್ಸಾಹ ಮತ್ತು ಅವರಿಂದ ಹೆಚ್ಚು ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ಹೊರತರಬೇಕೆಂಬ ಹಂಬಲ ಇದ್ದುದನ್ನು ನಾವು ಮುಖ್ಯವಾಗಿ ಗಮನಿಸಬೇಕು.

ರಾಮಾನುಜನ್, ಹಾರ್ಡಿ, ಲಿಟ್ಲ್‌ವುಡ್ ಈ ಮೂವರು ಪ್ರತಿಭಾನ್ವಿತ ಗಣಿತಜ್ಞರ ಹೆಸರಿನಲ್ಲಿ ಉನ್ನತಮಟ್ಟದ ಅನೇಕ ಸಂಶೋಧನಾ ಲೇಖನಗಳು ಲಂಡನ್ ಮ್ಯಾಥಮ್ಯಾಟಿಕಲ್ ಸೊಸೈಟಿ, ಕೇಂಬ್ರಿಜ್ ಫಿಲಿಸೋಫಿಕಲ್ ಸೊಸೈಟಿ ಮತ್ತು ಯೂರೋಪಿನ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ವಿಜ್ಞಾನ ಸಂಶೋಧನ ಸಂಸ್ಥೆಗಳ ನಿಯತಕಾಲಿಕಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಟಗೊಂಡವು.

ಪಾರ್ಟಿಷನ್ ಥಿಯರಿ, ಎಲಿಪ್ಟಿಕ್ ಫಂಕ್ಷನ್ಸ್, ಕಂಟಿನ್ಯೂಡ್ ಫ್ರಾಕ್ಷನ್ಸ್ ಮುಂತಾದ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ರಾಮಾನುಜನ್ ಅತ್ಯುತ್ತಮವಾದ ಪ್ರತಿಭೆಯನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತಿದ್ದರು ಎಂದಿದ್ದಾರೆ ಪ್ರೊ.ಹಾರ್ಡಿಯವರು.

"ರಾಮಾನುಜನ್ ಮುಖ್ಯರಾಗಿರುವುದು ಅವರ ಗಣಿತ ಜ್ಞಾನದಿಂದ ಮಾತ್ರವಲ್ಲ ಮಾನವನ ಮನಸ್ಸು ಏನೆಲ್ಲವನ್ನು ಸಾಧಿಸಬಲ್ಲದು ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಅವರು ತೋರಿಸಿಕೊಟ್ಟಿದ್ದರಿಂದ" ಎಂದಿದ್ದಾರೆ ರಿಚರ್ಡ್ ಆಸ್ಕೆ.

"ರಾಮಾನುಜನ್ ಮತ್ತು ಹಾರ್ಡಿ ಇವರಿಬ್ಬರದು ಒಂದು ಅಸಾಧ್ಯವಾದ ಗಣಿತ ತಂಡ! ನನಗೆ ಗೊತ್ತಿರುವ ಹಾಗೆ ಇತಿಹಾಸದಲ್ಲಿ ಇಂತಹುದು ಇನ್ನೊಂದಿಲ್ಲ" ಎಂದಿದ್ದಾರೆ ಪೆನ್ಸಿಲ್ವೇನಿಯ

ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ ಪ್ರೊ. ಆಂಡ್ರ್ಯೂಸ್‌ರವರು. ರಾಮಾನುಜನ್ ಅವರ ಟಿಪ್ಪಣಿ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವ 300 ಫಲಿತಾಂಶಗಳು ಇಂದು ಗಣಿತಜ್ಞರಿಂದ ನಿಜವೆಂದು ಸಾಧಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿವೆ.

1916 ರ ಮಾರ್ಚಿಯಲ್ಲಿ ಕೇಂಬ್ರಿಜ್ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯವು ರಾಮಾನುಜನ್ ಅವರ ಸಂಶೋಧನೆಗೆ ಬಿ. ಎ. ಪದವಿಯನ್ನು ನೀಡಿತು. ಇವರ ಅಸಾಧಾರಣ ಸಂಶೋಧನೆಗಳನ್ನು ಮೆಚ್ಚಿ ಲಂಡನ್ನಿನ ರಾಯಲ್ ಸೊಸೈಟಿ ಆಫ್ ಸೈನ್ಸ್ ಸಂಸ್ಥೆಯು 1918 ರ ಫೆಬ್ರವರಿ 28 ರಂದು 'ಎಫ್. ಆರ್. ಎಸ್. ಫೆಲೊ ಆಫ್ ದಿ ರಾಯಲ್ ಸೊಸೈಟಿ' ಎಂಬ ಅತ್ಯುನ್ನತ ಪ್ರಶಸ್ತಿ ನೀಡಿ ಗೌರವಿಸಿದೆ.

ಪ್ರಶಸ್ತಿಗಳಿಂದ ಸ್ಫೂರ್ತಿಗೊಂಡ ರಾಮಾನುಜನ್ ಮತ್ತಷ್ಟು ಸಂಶೋಧನೆಯ ಕಡೆಗೆ ಗಮನ ನೀಡಿದರು. ಆರೋಗ್ಯ ಕೆಟ್ಟು ಕೇಂಬ್ರಿಜ್ ಆಸ್ಪತ್ರೆ ಸೇರಿದರು. ಅನಂತರ ವಿಶ್ರಾಂತಿ ಧಾಮಕ್ಕೆ ಸೇರಿದರು. ಕಾಯಿಲೆ ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಾಯಿತು. ಕೊನೆಗೆ ಪುಟ್ನಿ ಆಸ್ಪತ್ರೆ ಸೇರಿದರು. ದೇಹ ಅನಾರೋಗ್ಯದಿಂದ ಬಳಲುತ್ತಿದ್ದರೂ ಅವರ ಮನಸ್ಸು ಮಾತ್ರ ಗಣಿತದ ಸಂಶೋಧನೆಯ ಕಡೆಗೇ ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸಿತ್ತು.

1918 ರ ಅಕ್ಟೋಬರ್‌ನಲ್ಲಿ ರಾಮಾನುಜನ್ ಟ್ರಿನಿಟಿ ಕಾಲೇಜಿನ "ಫೆಲೋ" ಆಗಿ ಸನ್ಮಾನಿತರಾದರು.

ರಾಮಾನುಜನ್ ಪುಟ್ನಿ ಆಸ್ಪತ್ರೆಯಲ್ಲಿದ್ದಾಗ ಪ್ರೊ. ಹಾರ್ಡಿ ಅವರು ಅಲ್ಲಿಗೆ ಒಂದು ಟ್ಯಾಕ್ಸಿಯಲ್ಲಿ ಹೋದರು. ಹಾಸಿಗೆ ಮೇಲೆ ಅನಾರೋಗ್ಯದಿಂದ ಬಳಲುತ್ತಿದ್ದ ರಾಮಾನುಜನ್ ಅವರನ್ನು ಕುರಿತು ಪ್ರೊ. ಹಾರ್ಡಿಯವರು ಏನು ರಾಮಾನುಜನ್! ನೀವು ಹಾಸಿಗೆ ಹಿಡಿದಿದ್ದೀರಿ ನಾನು ಇಲ್ಲಿಗೆ ಬರುವಾಗ ಶಕುನವೂ ಯಾಕೋ ಸರಿಯಾಗಿದ್ದಂತೆ ಕಾಣಲಿಲ್ಲ. ನಾನು ಬಂದ ಟ್ಯಾಕ್ಸಿ ನಂಬರ್ 1729. ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಳ್ಳೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲ ಅಂತ ಕಾಣಿಸುತ್ತೆ. ಏಕೆಂದರೆ ಇದರ ಅಪವರ್ತನಗಳಾದ 7, 13 ಮತ್ತು 19 ಇವು ಮೂರೂ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂದರಂತೆ. ಆಗ ರಾಮಾನುಜನ್ ತಕ್ಷಣ 1729 ಒಂದು ವಿಶಿಷ್ಟವಾದ ಸಂಖ್ಯೆ ಏಕೆಂದರೆ ಎರಡು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪೈಕಿ ಇದು ಕನಿಷ್ಠವಾದ ಸಂಖ್ಯೆ $10^3 + 9^3 = 1729$, $12^3 + 1^3 = 1729$ ಎಂದು ಹೇಳಿದರಂತೆ. ಅಂದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವೂ ರಾಮಾನುಜನ್ ಅವರ ಆತ್ಮೀಯ ಮಿತ್ರರಲ್ಲಿ ಒಂದಾಗಿತ್ತು. ಅನಾರೋಗ್ಯದಿಂದ ಬಳಲುತ್ತಿದ್ದಾಗಲೂ ಅವರ ಜ್ಞಾಪಕ ಶಕ್ತಿಯನ್ನು ನಾವು ಮೆಚ್ಚಬೇಕಾದ್ದೆ.

ಕ್ಷಯರೋಗದಿಂದ ಬಳಲುತ್ತಿದ್ದ ರಾಮಾನುಜನ್ ಪ್ರೊ. ಹಾರ್ಡಿ ಮತ್ತು ಮಿತ್ರರ ಒತ್ತಾಯದಿಂದ 1919 ರ ಫೆಬ್ರವರಿ 27 ರಂದು ಹಡಗಿನಲ್ಲಿ ಇಂಗ್ಲೆಂಡಿನಿಂದ ಹೊರಟು ಮಾರ್ಚಿ 27 ಬೊಂಬಾಯಿಗೆ ಬಂದು ಅನಂತರ ಏಪ್ರಿಲ್ 2ರಂದು ಮದ್ರಾಸಿಗೆ ಬಂದರು. ಅಪಾರ ಅಭಿಮಾನಿಗಳು ಸ್ವಾಗತಿಸಿದರು. ದೇಹಸ್ಥಿತಿ ಹದಗೆಟ್ಟು ವೈದ್ಯರು ಮಾಡಿದ ಪ್ರಯತ್ನಗಳೆಲ್ಲಾ ವಿಫಲವಾಯಿತು. ಆದರೂ ಅವರ ಹೊಸ ಸಂಶೋಧನೆಯ ವಿಷಯವಾದ 'ಮಾಕ್–ಥೀಟಾ–ಫಂಕ್ಷನ್ಸ್' ಬಗ್ಗೆ ಮನಸ್ಸನ್ನು ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸಿದ್ದರು. 1920 ಏಪ್ರಿಲ್ 26 ರಂದು ರಾಮಾನುಜನ್ ದೇಹತ್ಯಾಗ ಮಾಡಿದರು. ಆಗ ಅವರಿಗೆ 33 ವರ್ಷವಾಗಿತ್ತು.

ಇಂತಹ ಪ್ರತಿಭಾಶಾಲಿ ಗಣಿತಜ್ಞರ ಜನ್ಮಶತಮನೋತ್ಸವದ ಅಂಗವಾಗಿ ಅವರ ಜನ್ಮಸ್ಥಳ ಕುಂಭಕೋಣದಲ್ಲಿ 1987 ರ ಡಿಸೆಂಬರ್ 15 ರಿಂದ 18 ರವರೆಗೆ ಅಂತಾರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಸಮ್ಮೇಳನ ನಡೆಯಿತು. ರಾಮಾನುಜನ್ ಅವರ ಹೆಸರು ಮತ್ತು ಖ್ಯಾತಿಯನ್ನು ಅಮರಗೊಳಿಸುವಂತೆ ಶುದ್ಧ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದ ಅನೇಕ ಶಾಖೆಗಳಲ್ಲಿ ಉನ್ನತ ಅಧ್ಯಯನ ಮತ್ತು ಸಂಶೋಧನೆಗಾಗಿ ಮೀಸಲಾಗಿರುವ ರಾಮಾನುಜನ್ ಇನ್‌ಸ್ಟಿಟ್ಯೂಟ್ ಫಾರ್ ಅಡ್ವಾನ್ಸ್‌ಡ್ ಸ್ಟಡೀಸ್ ಇನ್ ಮ್ಯಾಥಮೆಟಿಕ್ಸ್ ಎಂಬ ಸಂಸ್ಥೆ ಇದು. ಚೆನ್ನೈ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ ಒಂದು ಭಾಗವಾಗಿ ಜಗತ್ತಿನಾದ್ಯಂತ ಪ್ರಖ್ಯಾತವಾಗಿದೆ.

ಒಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಭಾರತದ ಹೆಮ್ಮೆಯ ಆಧುನಿಕ ಗಣಿತಜ್ಞ ಶ್ರೀನಿವಾಸ ರಾಮಾನುಜನ್. ತಮ್ಮ ಅಲ್ಪಾವಧಿಯಲ್ಲಿಯೆ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಅನೇಕ ಹೊಸ ಸಂಶೋಧನೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಿದ್ದಾರೆ. π ನ ಸನ್ನಿಹಿತ ಬೆಲೆಗಳು, ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ಮಾಯಾಚೌಕಗಳು, ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತಗಳ ಅಧ್ಯಯನ, ಅನಂತ ಶ್ರೇಢಿಗಳು, ಉತ್ಪನ್ನಗಳು, ಸಮಘಾತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ, ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅನುಕಲದ ಒಂದು ಫಲಿತಾಂಶ, ಉತ್ಪನ್ನದ ಸಂಬಂಧಿತ ಒಂದು ಅಂದಾಜು, ಸಂಖ್ಯಾ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಹೊಸ ಹೊಸ ಸಂಶೋಧನೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಿದ್ದಾರೆ.

"ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರವು ಒಂದು ಮಹಾಸಾಗರವಿದ್ದಂತೆ, ಮೇಲ್ಮೈಯಲ್ಲಿ ಬಹಳ ಗಂಭೀರ ಮತ್ತು ಪ್ರಚಂಡವಾದ ಅಬ್ಬರವಿದೆ. ಆದರೆ ಆಳದಲ್ಲಿ ಶುದ್ಧವೂ, ಶಾಂತವೂ ಆದ ರಶ್ಮಿಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಮುತ್ತು ರತ್ನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ" ಎಂಬುದು ಸ್ವಾಮಿರಾಮತೀರ್ಥರ ಅವರ ಒಂದು ಪ್ರಖ್ಯಾತ ಉಕ್ತಿ.

ಇತ್ತೀಚಿನ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ರಾಮಾನುಜನ್ ಅವರ ಸಂಶೋಧನೆಗಳು ಗಣಕಯಂತ್ರ ವಿಜ್ಞಾನದಿಂದ ಕ್ಯಾನ್ಸರ್ ಸಂಶೋಧನೆ ಮತ್ತು ಪಾಲಿಮರ್ ರಸಾಯನ ವಿಜ್ಞಾನದವರೆಗೆ ಬಹಳ ಸಹಾಯಕಾರಿಯಾಗಿವೆ.

ಇಂತಹ ಪ್ರತಿಭಾವಂತ ಗಣಿತಜ್ಞರನ್ನು ಗೌರವಿಸುವ ಸಲುವಾಗಿ ತಮಿಳುನಾಡು ಸರ್ಕಾರ, ಭಾರತ ಸರ್ಕಾರ, ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯಗಳು ಹಾಗೂ ವಿವಿಧ ಶಿಕ್ಷಣ ಸಂಸ್ಥೆಗಳು ಹಲವು ಕಾರ್ಯಕ್ರಮಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಿದ್ದವು.

ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಗಣಿತ ವರ್ಷ 2012 ರ ಅಂಗವಾಗಿ ಕೇಂದ್ರ ಸರ್ಕಾರದ ಅಧೀನ ಸಂಸ್ಥೆಯಾದ 'ವಿಜ್ಞಾನ ಪ್ರಸಾರ' ಅನೇಕ ಯೋಜನೆಗಳನ್ನು ಕಾರ್ಯರೂಪಕ್ಕೆ ತಂದಿತ್ತು. ಗಣಿತ ವಿಷಯಗಳ ಬಗ್ಗೆ ದೂರದರ್ಶನದಲ್ಲಿ ಪ್ರಚಾರ ಮಾಡುವುದು, ಗಣಿತ ವಿಷಯಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಸಿ.ಡಿ. ಮತ್ತು ಭಿತ್ತಿಪತ್ರಗಳನ್ನು ಮುದ್ರಿಸಿ ಮಾರಾಟ ಮಾಡುವುದು, ಗಣಿತ ವಿಷಯಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಉಪನ್ಯಾಸಕರಿಗೆ, ಪ್ರೌಢಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಶಿಬಿರಗಳನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸುವುದು, ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಕ್ಕೆ ಪುರಾತನ ಭಾರತೀಯ ಗಣಿತಜ್ಞರ ಕೊಡುಗೆ ಮುಂತಾದ ಗಣಿತದ ಉಪಯುಕ್ತ ವಿಷಯಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಆಕಾಶವಾಣಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಚಾರ ಮಾಡಿತು. ಕರ್ನಾಟಕ ರಾಜ್ಯ ವಿಜ್ಞಾನ ಪರಿಷತ್ತು. ಬೆಂಗಳೂರು ಬಾಲ ವಿಜ್ಞಾನ ಮಾಸಿಕ ಪತ್ರಿಕೆಯ ಮೂಲಕ ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ವಿಶೇಷ ಲೇಖನಗಳನ್ನು ಪ್ರಕಟಿಸಿತು. ರಾಜ್ಯದ

ವಿಜ್ಞಾನ ಕೇಂದ್ರಗಳು ರಾಮಾನುಜನ್ ಅವರ ಬಗ್ಗೆ ಅನೇಕ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮಗಳನ್ನು ಹಮ್ಮಿಕೊಂಡು ಕಾರ್ಯೋನ್ಮುಖವಾಗಿವೆ.

ರಾಮಾನುಜನ್ ಗಣಿತ – ಒಂದು ಕಿರುನೋಟ

I ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಒಂದು ಮಾದರಿ

ಅನುಕ್ರಮ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಮತ್ವ

$1 + 2 = 3$

$2 + 3 = 5$

$3 + 7 = 2 \times 5$

$2 \times 5 + 11 = 3 \times 7$

$3 \times 5 + 7 = 2 \times 11$

$2 + 3 \times 11 = 5 \times 7$

$2 \times 3 \times 7 + 13 = 5 \times 11$

$3 \times 5 \times 11 + 17 = 2 \times 7 \times 13$

$1 + 2 \times 3 \times 7 \times 17 = 5 \times 11 \times 13$

II ಸಹಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಒಂದು ಮಾದರಿ

$$3 = \frac{2^2(2^2-1)}{4}$$

$$18 = \frac{3^2(3^2-1)}{4}$$

$$60 = \frac{4^2(4^2-1)}{4}$$

III $A^A \cdot B^B \cdot C^C = P^P \cdot Q^Q \cdot R^R$

$1^1 \cdot 1^1 \cdot 2^2 \cdot 6^6 = 3^3 \cdot 3^3 \cdot 4^4$

$1^1 \cdot 8^8 \cdot 9^9 = 3^3 \cdot 3^3 \cdot 12^{12}$

$1^1 \cdot 1^1 \cdot 2^2 \cdot 3^3 \cdot 4^4 \cdot 5^5 \cdot 6^6 = 3^3 \cdot 3^3 \cdot 3^3 \cdot 4^4 \cdot 4^4 \cdot 5^5$

IV ಕೆಲವು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸ್ವಾರಸ್ಯಕರ ಮಾದರಿಗಳು

$\pi = 3 \cdot 1415\ 9265 \cdot 3589 \cdot 7932 \cdot 3846 \cdot 26434 \ldots\ldots$

$\frac{\pi}{2} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{10}{9} \cdot \frac{10}{11} \ldots\ldots$

$2^{\frac{1}{3}} = 1 \cdot 259921\ 049894 \cdot 873164 \cdot 767208 \ldots\ldots$

V ವರ್ಗಮೂಲಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

1) $\sqrt{1 + 2\sqrt{1 + 3\sqrt{1 + 4\sqrt{\ldots}}}} = 3$

2) $\sqrt{6 + 2\sqrt{7 + 3\sqrt{8 + 4\sqrt{\ldots}}}} = 4$

VI ಸಮಘಾತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ

1) $A^3 + B^3 = C^3 + D^3$, $2^3 + 16^3 = 9^3 + 15^3 = 4104$

2) $A^3 + B^3 + C^3 = D^3$

3) $4^4 + 6^4 + 8^4 + 9^4 = 15^4$

VII ಕೆಲವು ಸ್ವಾರಸ್ಯಕರ ಸಮ ವರ್ಗೀಕರಣಗಳು

1) $(a+1)(b+1)(c+1)+(a-1)(b-1)(c-1) = 2(a+b+c+abc)$

2) $a + b + c = 0$ ಆಗಿದ್ದರೆ $2(ab + bc + ca)^2 = a^4 + b^4 + c^4$

VIII ಸಂಖ್ಯಾಘಾತಗಳ ಕೆಲವು ವಿಶೇಷ ಗುಣಗಳು

1) $4^4 + 6^4 + 8^4 + 9^4 + 14^4 = 15^4$

2) $\left(11\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 = (39)^2$

3) $(11)^3 + (37)^3 = (228)^2$

4) $3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3$

IX π ಸ್ಥಿರ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ರಾಮನುಜನ್ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಕೆಲವು ಸನ್ನಿಹಿತ ಬೆಲೆಗಳು

1) $\frac{19}{16}\sqrt{7} = 3 \cdot 1418\ldots$

2) $\frac{7}{3}\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{5}\right) = 3 \cdot 14162\ldots$

3) $\frac{99}{80}\left(\frac{7}{7 - 3\sqrt{2}}\right) = 3 \cdot 1415927$

(7 ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನಗಳವರೆಗೆ ಸರಿಯಾಗಿದೆ)

4) $\frac{63}{25}\left(\frac{17 + 15\sqrt{5}}{7 + 15\sqrt{5}}\right) = 3 \cdot 415926538$

5) $\frac{9}{5} + \sqrt{\frac{9}{5}} = 3 \cdot 14164$

6) $\left(9^2 + \frac{19^2}{22}\right)^{\frac{1}{4}} = 3 \cdot 141592652$

7) $\frac{355}{113}\left(1 - \frac{\cdot 0003}{3533}\right) = 3 \cdot 1415926535897943\ldots\ldots$

8) $\Pi = 3 + \frac{1}{7+} \cdot \frac{1}{15+} \cdot \frac{1}{1+} \cdot \frac{1}{288+} \ldots\ldots = 3 \cdot 14159265\ldots\ldots$

X ಕೆಲವು ರೀತಿಯ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಉತ್ಪಾದಕಗಳು

$13 = 4(3) + 1 = 3^2 + 2^2$

$17 = 8(2) + 1 = 5^2 - 2(2^2)$

XI ಘನಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಅಥವಾ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

$1 = 1^3 \pm 0^3, \quad 2 = 1^3 + 1^3, \quad 7 = 2^3 - 1^3, \quad 8 = 2^3 \pm 0^3$

$9 = 2^3 + 1^3, \quad 16 = 2^3 + 2^3, \quad 19 = 3^3 - 2^3, \quad 26 = 3^3 - 1^3$

XII ರಾಮಾನುಜನ್ ಅವರ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಆಧರಿಸಿದ ಮಾಯಾಚೌಕಗಳು

1) ರಾಮಾನುಜನ್ ಜನ್ಮ ದಿನದ ಮಾಯಾಚೌಕ

ಜನ್ಮದಿನ 22 – 12 – 1887

ಚಿತ್ರ .1

22	12	18	87
39	85	9	6
76	41	4	18
2	1	108	28

ಮೊತ್ತ 139

2) ರಾಮಾನುಜನ್ ಜನ್ಮ ಶತಾಬ್ದಿಯ ಮಾಯಾಚೌಕ

ಜನ್ಮಶತಾಬ್ದಿ

ಚಿತ್ರ .2

22	12	19	87
42	61	28	9
66	15	36	23
10	52	57	21

ಮೊತ್ತ 140

3 ನೇ ವರ್ಗದ ಮಾಯಾ ಚೌಕದ ರಚನೆ ಆದಮೇಲೆ $A+B+C+P+Q+R$ ಇದಕ್ಕೆ ಒಂದು ಮಾಯಾ ಚೌಕ ರಚಿಸಬೇಕು. $A \cdot B \cdot C$ ಮತ್ತು $P \cdot Q \cdot R$ ಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಮಾತ್ರ ಕೆಳಗೆ ರಚಿಸಿರುವಂತೆ ಮಾಯಾಚೌಕ ರಚಿಸಬಹುದು.

$C+Q$	$A+P$	$B+R$
$A+R$	$B+Q$	$C+P$
$B+P$	$C+R$	$A+Q$

4 ನೇ ವರ್ಗದ ಮಾಯಾಚೌಕದ ರಚನೆ. A, B, C, D ಮತ್ತು P, Q, R, S ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಿರಲಿ. ಆಗ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಮಾಯಾಚೌಕವು ಮೇಲಿನ ಅಕ್ಷರಗಳಿಗೆ ಯಾವುದೇ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಬೆಲೆ ಕೊಟ್ಟರೂ ಸರಿ ಹೋಗುವ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮಾಯಾಚೌಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

$A+P$	$D+S$	$C+Q$	$B+R$
$C+R$	$B+Q$	$A+S$	$D+P$
$B+S$	$C+P$	$D+R$	$A+Q$
$D+Q$	$A+R$	$B+P$	$C+S$

3) ಮಹಾತ್ಮಾ ಗಾಂಧಿಯವರ ಜನ್ಮದಿನದ ಮಾಯಾಚೌಕ

ಗಾಂಧಿಯವರ ಜನ್ಮದಿನ 2 – 10 – 1869

2	10	18	69
18	62	16	3
73	8	13	5
6	19	52	22

ಚಿತ್ರ .3 ಮೊತ್ತ 99

1) ಚಿತ್ರ ಮೊದಲನೆಯದರಲ್ಲಿ ಚೌಕ ರಚಿಸುವುದು ಹೇಗೆ?

ಅಡ್ಡಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಇರುವ ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ರಾಮಾನುಜನ್ ಅವರ ಜನ್ಮದಿನ 22-12-1887 ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತ 139 ಇದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಡ್ಡಸಾಲಿನ, ಕಂಬಸಾಲಿನ ಮತ್ತು ಕರ್ಣಸಾಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 139.

ಈ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು ಹೇಗೆ?

ಮೊದಲನೆಯ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನ ಮಧ್ಯದ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ (12 + 18 = 30). ಕೊನೆಯ ಅಡ್ಡ ಸಾಲಿನ ಮೊದಲನೆ ಮತ್ತು ಕೊನೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 30 ಆಗುವಂತೆ ನಮಗಿಷ್ಟ ಬಂದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಆರಿಸಬಹುದು. (2 + 28 = 30) ಆಗಿದೆ. 6 ಮನೆಗಳನ್ನು ತುಂಬಿದ ಹಾಗಾಯಿತು. ಅನಂತರ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನ. ಕಂಬಸಾಲಿನ ಮೊತ್ತ 139 ಬರುವಂತೆ ಮಾಡಿ ಕೊನೆಗೆ ಮಧ್ಯದ 4 ಚೌಕಗಳನ್ನು ತುಂಬಲು ಅಡ್ಡಸಾಲು, ಕಂಬಸಾಲು ಮತ್ತು ಕರ್ಣಸಾಲುಗಳ ಮೊತ್ತ 139 ಆಗುವಂತೆ ಯುಕ್ತವಾದ 4 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆರಿಸಿ ತುಂಬಬೇಕು.

ರಾಮಾನುಜನ್ ಅವರ ಮತ್ತಷ್ಟು ಕೊಡುಗೆಗಳು

- ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅನುಕಲನ ಒಂದು ಫಲಿತಾಂಶ.
- ರಾಮಾನುಜನ್ ಉತ್ಪನ್ನಗಳು ಮತ್ತು ಯಾಕೋಬಿ ಸರ್ವಸಮೀಕರಣ.
- ಗರಿಷ್ಠ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಉತ್ಪನ್ನದ ಸಂಬಂಧಿತ ಒಂದು ಅಂದಾಜು.
- ಸಹಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿಭಾಗೀಕರಣ ಸಿದ್ಧಾಂತ.
- ಘನ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಒಂದು ಫಲಿತಾಂಶ.
- ಕುಟ್ಟಕ ಮತ್ತು ವರ್ಗ ಪ್ರಕೃತಿ.
- ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತಗಳ ಅಧ್ಯಯನಕ್ಕೆ ಕೊಡುಗೆ.

- ರಾಮಾನುಜನ್ ಅವರ ಅನಂತ ಶ್ರೇಢಿಗಳು.
- ಚಚ್ಚೌಕವನ್ನು ವೃತ್ತೀಕರಿಸುವ ಸಮಸ್ಯೆ.
- ವೃತ್ತವನ್ನು ಚಚ್ಚೌಕಿಸುವ ಸಮಸ್ಯೆ (ವೃತ್ತವನ್ನು ಚೌಕೀಕರಿಸುವುದು).
- ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಆಧರಿಸಿದ ಒಂದು ಸಮಸ್ಯೆ.
- ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಷರಾ.
- ಒಂದು ಸಹಜ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ.

೨.೨ ಡಿ. ಆರ್. ಕಪ್ರೇಕರ್ (1905 - 1986)

ದತ್ತಾತ್ರೇಯ ರಾಮಚಂದ್ರ ಕಪ್ರೇಕರ್ ಅವರ ಜನನ 1905 ಜನವರಿ 17 ರಂದು ಮಹಾರಾಷ್ಟ್ರದ ಥಾಣೆ ಜಿಲ್ಲೆಯ ದಹನೂ ಎಂಬ ಗ್ರಾಮದಲ್ಲಿ. ಪ್ರೌಢಶಿಕ್ಷಣವನ್ನು ಥಾಣೆಯ ಬಿ. ಜೆ. ಹೈಸ್ಕೂಲಿನಲ್ಲಿ ಅನಂತರ ಪುಣೆಯ ಫರ್ಗೂಸನ್ ಕಾಲೇಜಿನಲ್ಲಿ ಇಂಟರ್‌ಮೀಡಿಯಟ್ ಮತ್ತು ಬಿ. ಎಸ್‌ಸಿ. ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಿ 1929 ರಲ್ಲಿ ಆಗಿನ ಬಾಂಬೆ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದಿಂದ ಬಿ. ಎಸ್‌ಸಿ. ಪದವಿಯನ್ನು ಪಡೆದರು. 1930 ರಿಂದ ಅನೇಕ ವರ್ಷಗಳ ಕಾಲ ಅಧ್ಯಾಪಕರಾಗಿ ಸೇವೆ ಸಲ್ಲಿಸಿದರು. ಮೊದಲಿನಿಂದಲೂ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಆಸಕ್ತಿ. ತಂದೆಯಿಂದ ಜ್ಯೋತಿಷ್ಯವನ್ನು ಕಲಿತರು. ಅನಂತರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಲೋಕವನ್ನು ಪ್ರವೇಶಿಸಿದರು. ಗಣಿತ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅತ್ಯಂತ ಸರಳವಾಗಿ ಬೇಗ ಬಿಡಿಸುವಂತೆ ಚಿಂತನೆ ಮಾಡಿದರು. ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಇವರು ಮಾಡಿದ ಸಾಧನೆಗೆ ಆರ್. ಪಿ. ಪರಾಂಜಪೆ ಬಹುಮಾನ ಸಿಕ್ಕಿತು. ತಮ್ಮ ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಮಯವನ್ನು ಮನೋರಂಜನಾ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಿದ್ಧಾಂತ ಮತ್ತು ಮೋಜಿನ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಲ್ಲಿ ಕಳೆದರು. ಅನೇಕ ಲೇಖನಗಳನ್ನು ತಾವೇ ಸ್ವಂತ ಖರ್ಚಿನಿಂದ ಮುದ್ರಿಸಿ, ಕಡಿಮೆ ಬೆಲೆಗೆ ಆಸಕ್ತರಿಗೆ ಸಿಗುವಂತೆ ಮಾಡಿದ್ದರು. ಇವರಿಗೆ ಖಗೋಳ ಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲೂ ಹೆಚ್ಚು ಆಸಕ್ತಿಯಿತ್ತು.

1975 ರಲ್ಲಿ ಅಮೆರಿಕದ ಒಬ್ಬ ವಿಜ್ಞಾನಿ ಮಾರ್ಟಿನ್ ಗಾರ್ಡ್‌ನರ್ ಎಂಬುವರು ಕಪ್ರೇಕರ್ ಅವರ ಬಗ್ಗೆ ಒಂದು ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸಂಚಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಲೇಖನ ಬರೆದ ಮೇಲೆ ಜನ ಇವರನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು ಆರಂಭಿಸಿದರು.

ಇವರು 'ಇಂಡಿಯನ್ ಮ್ಯಾಥಮ್ಯಾಟಿಕಲ್ ಸೊಸೈಟಿಯ' ಆಜೀವ ಸದಸ್ಯರಾಗಿದ್ದರು. ಹಾಗೆಯೇ ಇವರು 'ಇಂಡಿಯನ್ ಸೊಸೈಟಿ ಆಫ್ ಥಿಯರೆಟಿಕಲ್ ಅಂಡ್ ಅಪ್ಲೈಡ್ ಮೆಕಾನಿಕ್ಸ್' ನ ಗೌರವ ಸದಸ್ಯತ್ವ ಪಡೆದಿದ್ದರು.

ಕಪ್ರೇಕರ್ 1946 ರಲ್ಲಿ ತಮ್ಮ 'ಕಪ್ರೇಕರ್ ಸ್ಥಿರಾಂಕ'ವನ್ನು ಆವಿಷ್ಕರಿಸಿದರು. ಅಂಕಿಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿರದ ನಾಲ್ಕು ಅಂಕಗಳ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಎರಡಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸೊನ್ನೆಗಳಿಲ್ಲದ ಅದನ್ನು ಅರೋಹಣ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆದು, ಬಂದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಗಳನ್ನು

ಆವರೋಹಣ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆದುಕೊಂಡು, ಅವರೋಹಣ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆದ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಆರೋಹಣ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ. ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸುತ್ತಾ ಹೋದಂತೆ ಕೊನೆಗೆ 6174 ಎಂಬ ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ ಬರುವುದು ಇದೇ ಕಪ್ರೇಕರ್ ಸ್ಥಿರಾಂಕ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ: ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆ 8426 ಆಗಿರಲಿ. ಇದನ್ನು ಆರೋಹಣ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆದರೆ 2468 ಬರುತ್ತದೆ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅವರೋಹಣ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆದರೆ 8642 ಬರುತ್ತದೆ. 8642 ರಲ್ಲಿ 2468 ನ್ನು ಕಳೆದರೆ 6174 ಸ್ಥಿರಾಂಕ ಬರುತ್ತದೆ.

ಇದೇ ಕಪ್ರೇಕರ್ ಸ್ಥಿರಾಂಕ. ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ ಎರಡು ಅಥವಾ ಮೂರು ಹಂತಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಯುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಅನೇಕ ಹಂತಗಳಲ್ಲಿ ಮುಂದುವರಿಯುತ್ತದೆ.

ಕಪ್ರೇಕರ್ ಅವರ ಮೂರಂಕಿಯ ಸ್ಥಿರಾಂಕವೂ ಇದೆ. ಅದೇ 495.

ನಾಲ್ಕು ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಯಾವ ರೀತಿ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ ಮಾಡಿದೆವೋ, ಅದೇ ರೀತಿ ಮೂರು ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಮಾಡಬೇಕು.

ಇದೇ ರೀತಿ 153 ಸಹ ಕಪ್ರೇಕರ್ ಸ್ಥಿರಾಂಕವೇ.

$1, 9, 45, 55, 703, \ldots\ldots$ ಇತ್ಯಾದಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಪ್ರೇಕರ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಏಕೆಂದರೆ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ವರ್ಗಮಾಡಿ ಬಂದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಲ ಅಂಕಿ ಮತ್ತು ಎಡ ಅಂಕಿ ಕೂಡಿದರೆ ನಾವು ಇಟ್ಟುಕೊಂಡ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಬರುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ: 55 ರ ವರ್ಗ 3025, 30 ಮತ್ತು 25 ವರ್ಗ 55.

ಕಪ್ರೇಕರ್ ಅವರು ಡೆಮ್ಲೊ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ನೀಡಿದ ಕಾಣಿಕೆಗಾಗಿ ಮತ್ತು ಮನೋರಂಜನೆ ಉಂಟುಮಾಡುವ ಗಣಿತ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗಾಗಿ ಅವರನ್ನು ಜ್ಞಾಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ.

ಮಾಯಾಚೌಕ ರಚಿಸುವುದರಲ್ಲಿ ಇವರಿಗೆ ವಿಶೇಷ ಆಸಕ್ತಿಯಿತ್ತು. ಅಕ್ಟೋಬರ್ 2, 1969 ಮಹಾತ್ಮಾ ಗಾಂಧಿಯವರ ಜನ್ಮ ಶತಾಬ್ದಿಯಂದು ಕಪ್ರೇಕರ್ ಅವರು ರಚಿಸಿದ ಮಾಯಾಚೌಕ ಹೀಗಿದೆ.

02	10	19	69
64	24	12	00
16	01	63	20
18	65	06	11

ಪ್ರತಿಸಾಲಿನ ಮೊತ್ತ 100
02 – 10 – 1969
ಇದು ಗಾಂಧಿಯವರ ಜನ್ಮಶತಾಬ್ದಿ ದಿನಾಂಕ

ಇವರಿಗೆ ಮಾಲಾಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಗ್ಗೆಯೂ ವಿಶೇಷ ಆಸಕ್ತಿಯಿತ್ತಂತೆ (Palindrome.) ಕೆಲವು ವಿಚಿತ್ರ ಮಾಲಾಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿಶೇಷತೆಯನ್ನು ತಿಳಿಸಿದ್ದಾರೆ.

ಉದಾ: ಕೆಲವು ಮಾಲಾಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಗಳ ಮೊತ್ತದಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ.

ಕಪ್ರೇಕರ್ ಅವರು ಕೆಲವು ಸ್ವಯಂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಗ್ಗೆಯೂ ತಿಳಿಸಿದ್ದಾರೆ (self Numbers.) ಇದೇ ರೀತಿ ಹಲವಾರು ವಿಚಿತ್ರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಂಶೋಧಿಸಿದ್ದಾರೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ: ಹರ್ಷದ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಕಂಪನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ದತ್ತಾತ್ರೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ವಿಜಯೀ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇತ್ಯಾದಿ.

ಇವರ ಸಂಶೋಧನೆಗಳನ್ನು ಆಧಾರಿಸಿ ಅನೇಕರು ಹೆಚ್ಚಿನ ಕೀರ್ತಿಗಳಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಈತನನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾ ಮಾಂತ್ರಿಕನೆಂದು ಕರೆಯುವ ವಾಡಿಕೆ.

೨.೩ ಡಾ॥ ಸಿ. ಎನ್. ಶ್ರೀನಿವಾಸ ಅಯ್ಯಂಗಾರ್ (1901 - 1972)

ಡಾ॥ ಸಿ. ಎನ್. ಶ್ರೀನಿವಾಸ ಅಯ್ಯಂಗಾರ್ 20 ನೆಯ ಶತಮಾನದ ಒಬ್ಬ ಶ್ರೇಷ್ಠಗಣಿತಜ್ಞ, ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಕ್ಕೆ ಶ್ರೀಯುತರು ಅಪಾರ ಸೇವೆ ಸಲ್ಲಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಇವರು ಕೇವಲ ಗಣಿತಜ್ಞರಲ್ಲದೆ, ಉತ್ತಮ ಸಂಸ್ಕೃತ ಪಂಡಿತರೂ ಹೌದು. ಇವರ ಜನನ 1901 ರ ಫೆಬ್ರವರಿ 21 ಚಿಕ್ಕಮಗಳೂರು ಜಿಲ್ಲೆಯ ಮೂಡಿಗೆರೆ ತಾಲ್ಲೂಕಿನ ಕನ್ನೇಹಳ್ಳಿಯಲ್ಲಿ. ತಂದೆ ನಾರಾಯಣ ಅಯ್ಯಂಗಾರ್. ಬಾಲ್ಯದಿಂದಲೂ ಇವರಿಗೆ ಗಣಿತ ಮತ್ತು ಸಂಸ್ಕೃತ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ಬಹಳ ಆಸಕ್ತಿ. ಹದಿಮೂರನೇ ವಯಸ್ಸಿಗೆ ಸಂಸ್ಕೃತದ ವಾಲ್ಮೀಕಿ ರಾಮಾಯಣದ ಬಗ್ಗೆ ನಿರರ್ಗಳವಾಗಿ ಉಪನ್ಯಾಸ ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದರಂತೆ. 1916 ರಲ್ಲಿ ಎಸ್.ಎಸ್.ಎಲ್.ಸಿ. ಯನ್ನು ಮೂರನೇ ರ‍್ಯಾಂಕ್ ಪಡೆದು 1917 ರಲ್ಲಿ ಎಂಟ್ರೆನ್ಸ್ ಪರೀಕ್ಷೆ ಮುಗಿಸಿ, 1920 ರಲ್ಲಿ ಬಿ.ಎಸ್‌ಸಿ. (ಆನರ್ಸ್) ಪರೀಕ್ಷೆಯನ್ನು ಮೊದನೆಯ ದರ್ಜೆಯಲ್ಲೂ 1922 ರಲ್ಲಿ ಕಲ್ಕತ್ತ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯದಿಂದ ಎಂ.ಎಸ್‌ಸಿ. ಪದವಿಯನ್ನು ಮೊದಲನೆಯ ದರ್ಜೆಯಲ್ಲೂ ಪಾಸುಮಾಡಿ ಮೂರು ಚಿನ್ನದ ಪದಕ ಪಡೆದು, ಅತ್ಯಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಅಂಕ ಪಡೆದ ಕೀರ್ತಿಯೂ ಶ್ರೀಯುತರಿಗೆ ಬಂದಿತು. 1923 ರಲ್ಲಿ ಉಪನ್ಯಾಸಕರಾಗಿ ಮೈಸೂರಿನ ಮಹಾರಾಜಾ ಕಾಲೇಜಿನಲ್ಲಿ ವೃತ್ತಿಜೀವನ ಆರಂಭಿಸಿದರು. ನಂತರ ಬೆಂಗಳೂರಿನ ಸೆಂಟ್ರಲ್ ಕಾಲೇಜಿನಲ್ಲಿ ಅಸಿಸ್ಟೆಂಟ್ ಪ್ರೊಫೆಸರ್ ಆದರು. 1923 ರಲ್ಲಿ ಇಂಡಿಯನ್ ಆಡಿಟ್ಸ್ ಅಂಡ್ ಅಕೌಂಟ್ಸ್ ಮತ್ತು ಐ.ಸಿ.ಎಸ್. ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಎರಡನೆಯ ಸ್ಥಾನ ಪಡೆದರು. 1928 ರ ಅನಂತರ ಬೆಂಗಳೂರಿನ ಎಂಜಿನಿಯರ್ ಕಾಲೇಜಿನ ಪ್ರೊಫೆಸರ್ ಆದರು. ಇವರು ಬರೆದ ಅನೇಕ ಲೇಖನಗಳು ಸಂಶೋಧನಾ ಪತ್ರಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಟವಾದವು. ಕಲ್ಕತ್ತಾ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯದಲ್ಲಿ "ಸಿಂಗ್ಯುಲರ್ ಸಲ್ಯೂಷನ್ಸ್ ಆಫ್ ಡಿಫರೆನ್ಷಿಯಲ್ ಈಕ್ವೇಷನ್ ಎಕ್ಸೆಟ್ರ" ಎಂಬ ಸಂಶೋಧನಾ ಪ್ರಬಂಧವನ್ನು ಮಂಡಿಸಿದರು. 1932 ರಲ್ಲಿ ಡಿ.ಎಸ್.ಸಿ. ಪದವಿಯನ್ನು ಶ್ರೀಯುತರಿಗೆ ಕಲ್ಕತ್ತಾ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯ ನೀಡಿತು. ಇವರ ಮಾರ್ಗದರ್ಶನದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪಿಹೆಚ್.ಡಿ. ಪದವಿ ಪಡೆದರು.

ಮೈಸೂರು ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯದ ಪ್ರಚಾರ ಪುಸ್ತಕ ಮಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಇವರ ಮೊದಲ ಕೃತಿ "ಖಗೋಳಶಾಸ್ತ್ರ ಪ್ರವೇಶ" ಹೊರಬಂತು. ಈ ಕಿರುಹೊತ್ತಿಗೆಯಲ್ಲಿ ಭೂಮಿಯ ದೈನಂದಿನ

ಮತ್ತು ವಾರ್ಷಿಕ ಚಲನೆಯ ಬಗ್ಗೆ, ಸೌರವ್ಯೂಹ, ಚಂದ್ರ, ವಿವಿಧ ಗ್ರಹಣಗಳು, ನಕ್ಷತ್ರಗಳು ಮುಂತಾದವನ್ನು ವೈಜ್ಞಾನಿಕವಾಗಿ ವಿವರಿಸಿದ್ದಾರೆ.

ಇಲ್ಲಿರುವ ವಿಷಯಗಳು, 1939 ರಲ್ಲಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯದಿಂದ ಆನೇಕಲ್‌ನಲ್ಲಿ ನೀಡಿರುವ ಭಾಷಣಗಳು.

ಇನ್ನು 'ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದ ಸ್ವರೂಪ' ಇನ್ನೊಂದು ಕನ್ನಡದಲ್ಲಿ ಬರೆದ ಗ್ರಂಥ. ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವು ಮೂರನೆಯ ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುವ ಕೆಲವು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ನೀಡಿದ್ದಾರೆ.

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

ಇದಕ್ಕೆ ಸಾರ್ವತ್ರಿಕ ಸೂತ್ರವನ್ನೂ ನೀಡಿದ್ದಾರೆ.

$$(m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = (m^2 + n^2)^2$$

ಇಲ್ಲಿ $m = 4$ ಮತ್ತು $n = 3$ ಆದರೆ, $7^2 + 24^2 = 25^2$ ಬರುತ್ತದೆ.

ಈ ಕಿರುಹೊತ್ತಿಗೆಯಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಬೀಜಗಣಿತ, ಕೆಲವು ಅನಂತಕ್ರಿಯೆಗಳು, ರೇಖಾ ಗಣಿತ ಮುಂತಾದ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಸ್ಥೂಲವಾಗಿ ಪ್ರಸ್ತಾಪ ಮಾಡಿದ್ದಾರೆ. ವಿಲ್ಸನ್ ಪ್ರಮೇಯ, ಫರ್ಮಟನ ಪ್ರಮೇಯ, ಗೋಲ್ಡ್‌ಬಾಕನ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ತಿಳಿಸಿದ್ದಾರೆ.

ಸಂನ್ಯಾಸಿಯೊಬ್ಬನ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಶ್ರೀಯುತರು ಅವರ ಗುರುಗಳಾದ ಪುರಿ (ಜಗನ್ನಾಥ) ಕ್ಷೇತ್ರದ ಗೋವರ್ಧನ ಪೀಠದ ಶ್ರೀ ಜಗದ್ಗುರು ಭಾರತೀ ಕೃಷ್ಣತೀರ್ಥರು ಬರೆದ 'ವೇದಗಣಿತದ' ಗ್ರಂಥವನ್ನು ಆಧಾರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ಅನೇಕ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಪ್ರಸ್ತಾಪಿಸಿದ್ದಾರೆ.

ಶ್ರೀಯುತರು ತಮ್ಮ ಗುರುಗಳು ತಿಳಿಸಿರುವ ಕೆಲವು ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಸರಳವಾಗಿ ಕನ್ನಡದಲ್ಲಿ ತಿಳಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಸುಲಭ ಗುಣಾಕಾರ, ಘನಮಾಡುವ ರೀತಿ, ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಂತರ ಮತ್ತು ಮೊತ್ತ, ಆವರ್ತಕ ದಶಮಾಂಶಗಳ ಭಾಗಿಸದೆಯೇ ಭಾಗಾಕಾರ ಮುಂತಾದ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿದ್ದಾರೆ.

ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದ ಚರಿತ್ರೆ ಎಂಬ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಶ್ರೀಯುತರು ಜಗತ್ತಿನ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರ ಚರಿತ್ರೆ, ಪುರಾತನ ಭಾರತೀಯ ಗಣಿತಜ್ಞರ ಪರಿಚಯ, ಭಾರತದ ಅತ್ಯಂತ ಪ್ರಾಚೀನ ಕಾಲದ ಗಣಿತ ಶಾಸ್ತ್ರದ ವಿವರಣೆ, ಪ್ಲೇಟೊ, ಅರಿಸ್ಟಾಟಲ್ ಅವರ ಕೊಡುಗೆ, (ಎರಡನೆಯ) ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯರ ಲೀಲಾವತಿ ಗ್ರಂಥದಿಂದ ಆಯ್ದ ಸ್ವಾರಸ್ಯಕರವಾದ ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯದ ಆಧಾರದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನೂ ಕೊಟ್ಟಿದ್ದಾರೆ. ಜೈನರಗಣಿತ, ಮಹಾವೀರಾಚಾರ್ಯರ ಮಾಲಾಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಗ್ಗೆಯೂ ತಿಳಿಸಿದ್ದಾರೆ.

The History of Ancient Indian Mathematics ಎಂಬ ಇಂಗ್ಲೀಷಿನಲ್ಲಿ ಬರೆದಿರುವ ಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದ ಶುಲ್ವ ಸೂತ್ರಗಳು, ಜೈನರಗಣಿತ, ಭಾರತೀಯ ಗಣಿತಜ್ಞರು ಗಣಿತಕ್ಕೆ ನೀಡಿರುವ ಕೊಡುಗೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಿದ್ದಾರೆ.

ಶ್ರೀಯುತರೇ ಕಂಡುಹಿಡಿದಿರುವ "ಪಾರ್ಷಿಯಲ್ ಡಿಫರೆನ್ಷಿಯಲ್ ಈಕ್ವೇಷನ್ಸ್" ಅನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ ಉತ್ತರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಒಂದು ವಿಶೇಷ ವಿಧಾನ 'ಮೆಥಡ್ ಆಫ್ ಪ್ಯಾರಾಮೀಟರ್ಸ್' ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದಿದ್ದಾರೆ.

ಮೂಲ ವಾಲ್ಮೀಕಿ ರಾಮಾಯಣದ ಪದಶಃ ಕನ್ನಡ ಗದ್ಯದ ಅನುವಾದವನ್ನು ಬರೆದಿದ್ದಾರೆ. ಜೊತೆಗೆ ಟಿಪ್ಪಣಿ ನೀಡಿದ್ದಾರೆ. ಇದು ಎರಡು ಸಂಪುಟಗಳಲ್ಲಿದೆ ಶ್ರೀಯುತರ ಗಣಿತ ಪುಸ್ತಕ ಗಳು ಹಾಗೂ ಕನ್ನಡ ವಾಲ್ಮೀಕಿ ರಾಮಾಯಣವನ್ನು ಮೈಸೂರಿನ ಡಿ.ವಿ.ಕೆ. ಮೂರ್ತಿಯವರು ಪ್ರಕಟಿಸಿದ್ದಾರೆ.

ಮೈಸೂರು ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯದ ವಿಸ್ತರಣಾ ಉಪನ್ಯಾಸ ಮಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಸೂರ್ಯ, ಚಂದ್ರ, ನಕ್ಷತ್ರಗಳು, ಸೌರವ್ಯೂಹ ವಿಷಯಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಉಪನ್ಯಾಸ ಮಾಡಿದ್ದಾರೆ.

ಸುಮಾರು 25 ಕ್ಕೂ ಹೆಚ್ಚು ಸಂಶೋಧನಾ ಕೃತಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿದ್ದಾರೆ.

ಶ್ರೀಯುತರು ರಚಿಸಿರುವ ಪ್ರಮುಖ ಗ್ರಂಥಗಳೆಂದರೆ; ಬೀಜರೇಖಾಗಣಿತ, ಆಧುನಿಕ ಬೀಜಗಣಿತ, ಗಣಿತ ತರ್ಕಪ್ರವೇಶಿಕ, congruence Geometry, Leelavathi - Bhaskaracharya, Pre-university Texts with other authors ಇತ್ಯಾದಿ.

ಅಧ್ಯಾಯ ೩

ಗಣಿತ ಅದರ ಪ್ರಾಮುಖ್ಯ ಮತ್ತು ಬೋಧಿಸುವ ವಿಧಾನ

ಗಣಿತವು ಒಂದು ಸ್ವಾರಸ್ಯವಾದ ಕಲೆ, ಮತ್ತೊಂದು ದೃಷ್ಟಿಯಿಂದ ಅದು ಶಾಸ್ತ್ರವೂ ಹೌದು. ಮನುಷ್ಯನು ತನ್ನ ಬುದ್ಧಿಶಕ್ತಿಯನ್ನು ಪ್ರಕಾಶಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದಕ್ಕೆ ಗಣಿತದಲ್ಲಿರುವಷ್ಟು ಅವಕಾಶ ಬೇರೆ ಯಾವ ಕಲೆಯಲ್ಲೇ ಆಗಲಿ, ಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲೇ ಆಗಲಿ ಇಲ್ಲವೆಂದು ಹೇಳಿದರೆ ತಪ್ಪಲ್ಲ. ಪ್ರಾಚೀನ ಕಾಲದಿಂದಲೂ ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಬಹಳ ಹೆಚ್ಚಿನ ಮಹತ್ವವಿದೆ. ಮಾನವನ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ವ್ಯವಹಾರಕ್ಕೆ, ಅಂಕಿಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಕ್ಕೆ, ರಾಷ್ಟ್ರದ ಪ್ರಗತಿಗೆ, ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಹಾಗೂ ತಾಂತ್ರಿಕ ಬೆಳವಣಿಗೆಗೆ ಗಣಿತ ಮಹತ್ವದ ಕೊಡುಗೆ ನೀಡಿದೆ. ಒಂದು ದೇಶದ ಸಂಸ್ಕೃತಿ, ನಾಗರೀಕತೆ ಪ್ರಗತಿಯನ್ನು ಗಣಿತದಿಂದ ನಾವು ತಿಳಿಯಬಹುದು. "ರಾಷ್ಟ್ರದ ಪ್ರಗತಿ ಹಾಗೂ ಸುಧಾರಣೆ ಗಣಿತದ ಪ್ರಗತಿಯೊಂದಿಗೆ ಹೊಂದಿಕೊಂಡಿದೆ" ಎಂಬ ನೆಪೋಲಿಯನ್ ಮಹಾಶಯನ ಮಾತು ಎಷ್ಟು ಅರ್ಥಗರ್ಭಿತವಾಗಿದೆ!

ಗಣಿತದ ವ್ಯಾಪ್ತಿ ಊಹಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲದಷ್ಟು ವಿಶಾಲವಾಗಿದೆ. ಮಾನವನ ಬದುಕಿಗೆ ಹುಟ್ಟಿನಿಂದ ಸಾಯುವವರೆಗೂ ಇದು ಸಹಾಯಕಾರಿ. ಗಣಿತವು ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರ, ರಸಾಯನಶಾಸ್ತ್ರ, ಅರ್ಥಶಾಸ್ತ್ರ, ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ, ಮನೋವಿಜ್ಞಾನ, ತರ್ಕ ಮತ್ತು ತತ್ತ್ವಶಾಸ್ತ್ರಗಳೊಂದಿಗೆ ನಿಕಟ ಸಂಪರ್ಕ ಹೊಂದಿದೆ. ತಾನು ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಬೆಳೆಯುವುದರ ಜೊತೆಗೆ ಇನ್ನಿತರ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಬೆಳೆಸುವಲ್ಲಿ ಸಹಾಯಕವಾಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದಲೇ ಗಣಿತವನ್ನು "ವಿಜ್ಞಾನದ ರಾಣಿ" ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ. ಮಿಕ್ಕ ಎಲ್ಲಾ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ನಿಖರವಾಗಿ ತಿಳಿಯಲು ಗಣಿತವೇ ಅಡಿಪಾಯ.

ಪ್ರಗತಿ ಹೊಂದುತ್ತಿರುವ ಈ ಆಧುನಿಕ ಯುಗದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲರಿಗೂ ಗಣಿತ ಜ್ಞಾನವು ಅತ್ಯವಶ್ಯಕವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಹಾಗೂ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ವಿಷಯವನ್ನು

ಕಡ್ಡಾಯವಾಗಿ ಬೋಧಿಸಲಾಗುತ್ತಿದೆ. ಗಣಿತವು ಸಾಮಾಜಿಕವಾಗಿ, ಸಾಂಸ್ಕೃತಿಕವಾಗಿ ನೈತಿಕವಾಗಿ ಮತ್ತು ಪ್ರಾಯೋಗಿಕವಾಗಿ ಉಪಯೋಗಕ್ಕೆ ಬರುವುದರಿಂದ ಈ ವಿಷಯವನ್ನು ಹತ್ತು ವರ್ಷದ ಶಾಲಾ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಕಡ್ಡಾಯವಾಗಿ ಬೋಧಿಸಬೇಕೆಂದು ಕೊಠಾರಿ ಶಿಕ್ಷಣ ಆಯೋಗವು ಶಿಫಾರಸ್ಸು ಮಾಡಿದೆ.

ಗಣಿತ ಬೋಧಿಸುವುದರಿಂದ ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ ನಾವು ಶಿಸ್ತು, ನೈತಿಕ, ಬೌದ್ಧಿಕ, ಸಾಂಸ್ಕೃತಿಕ, ಉಪಯುಕ್ತತೆ, ಸೌಂದರ್ಯ ಮತ್ತು ಮನರಂಜನಾ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಬೆಳೆಸಬಹುದು. ಕೆಲವು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಉದ್ದೇಶಗಳನ್ನು ಮುಖ್ಯವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ಗಣಿತವನ್ನು ನಾವು ಬೋಧಿಸುತ್ತಿದ್ದೇವೆ. ಆ ಉದ್ದೇಶಗಳೇ ಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ತಿಳಿವಳಿಕೆ, ಅನ್ವಯ, ಕೌಶಲ ಮನೋಭಾವ, ಆಸಕ್ತಿ ಮತ್ತು ಮೆಚ್ಚುಗೆ ಮುಂತಾದವು. ಈ ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಉದ್ದೇಶಗಳು ಕೆಲವು ಮುಖ್ಯ ಲಕ್ಷಣ ಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ. ಅವುಗಳೆಂದರೆ ಕಲಿಯುವವರಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುವ ಪರಿವರ್ತನೆ, ಕಲಿತ ವಿಷಯವನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸುವ ನಿರ್ದಿಷ್ಟತೆ ಮತ್ತು ತಿಳಿವಳಿಕೆ ಮಟ್ಟಗಳು.

ಇಂದಿನ ಶಾಲಾ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ ಬೋಧನೆ ಮತ್ತು ಅಧ್ಯಯನದ ದೃಷ್ಟಿಯಿಂದ ಗಣಿತವು ಮುಖ್ಯವಾಗಿ ಅಂಕಗಣಿತ, ಬೀಜಗಣಿತ ಮತ್ತು ರೇಖಾಗಣಿತ ಎಂಬ ಮೂರು ವಿಭಾಗಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಇವುಗಳ ಬೋಧನೆಯ ಗುರಿ ಮತ್ತು ಉದ್ದೇಶಗಳು ಸ್ವಲ್ಪ ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿವೆ ಆದರೂ ಮೂಲ ಉದ್ದೇಶ ಒಂದೇ.

ಗಣಿತ ವಿಷಯವನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಶಿಕ್ಷಕರ ಸಹಾಯವಿಲ್ಲದೆ ಕಲಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಇಂದಿನ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಕ ಗೆಳೆಯನಾಗಿ, ಮಾರ್ಗದರ್ಶಿಯಾಗಿ ಹಾಗೂ ತತ್ತ್ವಜ್ಞಾನಿಯಾಗಿ ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ ಆಸಕ್ತಿ ಹುಟ್ಟಿಸಿ ಗಣಿತ ಬೋಧಿಸಬೇಕು. ಆದರೆ ಇಂದು ಗಣಿತ ಉಪಾಧ್ಯಾಯನಿಗೆ ಒಂದು ಮುಖ್ಯ ಸಮಸ್ಯೆಯೆಂದರೆ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಯಾವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಆಸಕ್ತಿ ಹುಟ್ಟಿಸುವುದು, ಅವರನ್ನು ಯಾವ ವಿಧದಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಕಲಿಯುವುದಕ್ಕೆ ಪ್ರೇರೇಪಿಸುವುದು ಎಂಬುದೇ ಆಗಿದೆ. ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಉಪಾಧ್ಯಾಯರುಗಳಲ್ಲಿ ಉದ್ಭವಿಸಲು ಕಾರಣವೇ ನಿರಬಹುದು? ಎಂದು ವಿಚಾರಮಾಡಿದರೆ ಅನೇಕ ವಿಷಯಗಳು ಬೆಳಕಿಗೆ ಬರುತ್ತವೆ. ಇಂದು ಶಾಲೆಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಕಲಿಕೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಬೇಡವಾದ ವಿಷಯವಾಗಿದೆ. ಗಣಿತ ಕಷ್ಟ, ಅದೊಂದು ದಾರುಣವಾದ, ಕಠಿಣವಾದ ವಿದ್ಯೆ ಎಂಬ ತಪ್ಪು ಕಲ್ಪನೆ ಉಂಟಾಗಿದೆ. ಯಾವಾಗ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಒಂದು ವಿಷಯವನ್ನು ಇಷ್ಟಪಡುವುದಿಲ್ಲವೋ ಅದನ್ನು ಅವರು ಕಲಿಯುವುದಿಲ್ಲ. ಇದರಿಂದ ಅವರ ಪ್ರಗತಿ ಕುಂಠಿತವಾಗುತ್ತದೆ. ಹೀಗೇ ಮುಂದುವರೆದರೆ ಒಂದು ಸ್ಥಿತಿಯಲ್ಲಿ ಅವರು ಕಲಿಯುವುದನ್ನು ನಿಲ್ಲಿಸಬಹುದು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ಒಂದು ರೀತಿಯ ತಾತ್ಸಾರ ಮನೋಭಾವ ಹೊಂದಲು ಅನೇಕ ಕಾರಣಗಳಿವೆ. ಇಂತವರ ಮನಸ್ಸನ್ನು, ನಡವಳಿಕೆಯನ್ನು ಬದಲಿಸುವಂತೆ ಮಾಡುವುದು ಶಿಕ್ಷಕರ ಜವಾಬ್ದಾರಿ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಅಭಿರುಚಿಯನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವುದು ಅಷ್ಟು ಸುಲಭವಲ್ಲ. ಒಂದು ಸಲ ಆಸಕ್ತಿ ಹುಟ್ಟಿಸಿದ ಮೇಲೆ ಉಪಾಧ್ಯಾಯರ ಸಹಾಯವಿಲ್ಲದೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹೆಚ್ಚಿನ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತಾರೆ. ವಿಷಯ ತಿಳಿದವರಲ್ಲಿ ಜಿಜ್ಞಾಸೆ

ಮಾಡುತ್ತಾರೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭದಿಂದಲೇ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಆಸಕ್ತಿ ಮತ್ತು ಅಭಿರುಚಿ ಉಂಟಾಗುವಂತೆ ಉಪಾಧ್ಯಾಯರು ಶ್ರಮವಹಿಸಬೇಕು ಹಾಗೂ ಅನೇಕ ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರೇರೇಪಿಸಬೇಕು. ಹೀಗೆ ಮಾಡಲು ಗಣಿತ ಉಪಾಧ್ಯಾಯರು ಮುಖ್ಯವಾದ ಆರು ಉದ್ದೇಶಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರಬೇಕು.

1. ಮೂಲಭೂತ ಕೌಶಲಗಳಲ್ಲಿ ಪರಿಣತಿ
2. ಮೂಲ ಕಲ್ಪನೆಗಳ ವ್ಯಾಪಕ ಜ್ಞಾನ
3. ಪಾರಿಭಾಷಿಕ ಶಬ್ದಗಳ ಅರ್ಥವ್ಯಾಪ್ತಿ
4. ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಗಳ ಬೆಳವಣಿಗೆ
5. ಅನ್ವಯ ಪ್ರಾವಿಣ್ಯತೆ
6. ಸ್ವತಂತ್ರ ಮತ್ತು ಸರಿಯಾದ ನಿರ್ಣಯ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ

ಕೇವಲ ಮೇಲಿನ ಆರು ಉದ್ದೇಶಗಳನ್ನು ತಿಳಿದಿದ್ದರೆ ಸಾಲದು ಅವುಗಳನ್ನು ಸಮಯೋಚಿತವಾಗಿ ಬೋಧನೆಯ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಬಳಸಬೇಕು.

ಗಣಿತ ಬೋಧನೆಯು ಒಂದು ವಿಶೇಷ ಕಲೆ. ಅದನ್ನು ಪರಿಶ್ರಮದಿಂದ ಹಂತಹಂತವಾಗಿ ಸಾಧಿಸಬೇಕು. ಪಠ್ಯವಿಷಯ, ಪರಿಸರ ಹಾಗೂ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಬೌದ್ಧಿಕ ಮತ್ತು ಮಾನಸಿಕ ಮಟ್ಟಗಳು ಒಂದು ಬೋಧನಾ ಕ್ರಮವನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುತ್ತವೆ. ನಿಜ ಆದರೆ ಗಣಿತ ಉಪಾಧ್ಯಾಯರು ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಯುಕ್ತರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಮನ್ವಯ ಮಾಡಿ ಬೋಧಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಆ ಬೋಧನಾ ವಿಧಾನಗಳು ಯಾವುವೆಂದರೆ

1. ಅನುಗಮನ ವಿಧಾನ
2. ನಿಗಮನ ವಿಧಾನ
3. ವಿಶ್ಲೇಷಣಾ ವಿಧಾನ
4. ಸಂಶ್ಲೇಷಣಾ ವಿಧಾನ
5. ಚಟುವಟಿಕೆ ವಿಧಾನ
6. ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ವಿಧಾನ
7. ಸಂಶೋಧನಾ ವಿಧಾನ

8. ಸಾಕ್ರಟೀಸ್ ವಿಧಾನ
9. ಯೋಜನಾ ವಿಧಾನ
10. ಘಟಕ ವಿಧಾನ

ಗಣಿತ ಉಪಾಧ್ಯಾಯರು ವಿಷಯ, ಉದ್ದೇಶಗಳು ಮತ್ತು ವಿವಿಧ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ತಿಳಿದಿದ್ದರೂ ಗಣಿತ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಹೀಗೆ ಬೋಧಿಸಬೇಕು ಎಂದು ತಿಳಿದಿರಬೇಕು.

1. ಸರಳತೆಯಿಂದ ಕಠಿಣತೆಯ ಕಡೆಗೆ
2. ಗೊತ್ತಿದ್ದ ಸಂಗತಿಯಿಂದ ಗೊತ್ತಿಲ್ಲದ ಸಂಗತಿ ಕಡೆಗೆ
3. ಅನುಗಮನ ವಿಧಾನದಿಂದ ನಿಗಮನದ ಕಡೆಗೆ
4. ಇಡಿಯಿಂದ ಬಿಡಿಯ ಕಡೆಗೆ
5. ಮೂರ್ತದಿಂದ ಅಮೂರ್ತದ ಕಡೆಗೆ

ಗಣಿತ ಉಪಾಧ್ಯಾಯರು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಹೊಸಪಾಠವನ್ನು ಪ್ರಾರಂಭಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಮೊದಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಹಿಂದಿನ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಅಳೆಯಬೇಕು. ಹೊಸ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಬೇಕಾದಾಗ ಅವರು ಎಷ್ಟರಮಟ್ಟಿಗೆ ಆ ಹೊಸ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಆಗಲೇ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾರೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಉಪಾಧ್ಯಾಯರು ಅರಿಯಬೇಕು. ಇದರಿಂದ ಹೊಸವಿಷಯವನ್ನು ಎಲ್ಲಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭ ಮಾಡಬೇಕೆಂಬುದು ಮತ್ತು ಹೇಗೆ ಮಾಡಬೇಕೆಂಬುದು ಉಪಾಧ್ಯಾಯರಿಗೆ ಅರ್ಥವಾಗುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತಿಳಿದ ಹಳೆಯ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಮತ್ತು ತಿಳಿಸಬೇಕಾದ ಹೊಸ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಸರಿಯಾದ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಉಪಾಧ್ಯಾಯನು ಸಂಯೋಜಿಸಬೇಕು. ಇದರಿಂದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮಗೆ ತಿಳಿದ ಜ್ಞಾನದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಹೊಸ ವಿಷಯವನ್ನು ಕಲಿಯಲು ಇಷ್ಟಪಡುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಸುಲಭವಾಗಿ ಕಲಿಯುತ್ತಾರೆ.

ಗಣಿತ ಉಪಾಧ್ಯಾಯರು ಬೋಧನಾಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಸಾಧ್ಯವಾದಷ್ಟು ಮಟ್ಟಿಗೆ ಜೀವನಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಪಡಬೇಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಲಾಭ, ನಷ್ಟ ಮುಂತಾದವುಗಳನ್ನು ಹೇಳುವಾಗ ದಿನನಿತ್ಯದ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಹೆಚ್ಚು ತಿಳಿಸಬೇಕು. ನಿತ್ಯ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಬರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಹೆಚ್ಚು ಆಕರ್ಷಿಸುತ್ತವೆ. ಇದರಿಂದ ಅವರಿಗೆ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಆಸಕ್ತಿ ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ. ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಪಾತ್ರ ಬಹಳ ಮಹತ್ವವಾದದ್ದು. ಗಣಿತವಿಲ್ಲದೆ ಯಾವ ವ್ಯವಹಾರವೂ ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಗಣಿತವು ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರ, ರಸಾಯನಶಾಸ್ತ್ರ, ಜೀವಶಾಸ್ತ್ರ, ಅರ್ಥಶಾಸ್ತ್ರ, ಭೂಗೋಳ, ಚರಿತ್ರೆ ಹೀಗೆ ಎಲ್ಲಾ ವಿಷಯಗಳಿಗೂ ಸಂಬಂಧಿಸಿದೆ ಎಂಬ ವಿಷಯವನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತಿಳಿಸಿದಾಗ ಅವರು ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು

ಆಸಕ್ತಿ ವಹಿಸುತ್ತಾರೆ. ಹೀಗೆ ಹೊಸ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಲು ಉಪಾಧ್ಯಾಯರು ಉತ್ತಮ ಗ್ರಂಥಗಳನ್ನು ಓದುತ್ತಿರಬೇಕು. ಅಧ್ಯಯನ ಮತ್ತು ಅಧ್ಯಾಪನ ಅವನ ಎರಡು ಕಣ್ಣುಗಳಾಗಬೇಕು. ಪಾಠಮಾಡುವ ವಿಷಯದ ಬಗ್ಗೆ ಶಿಕ್ಷಕನಿಗೆ ನಿಖರವಾದ, ಸ್ಪಷ್ಟವಾದ, ಆಳವಾದ ತಿಳಿವಳಿಕೆ ಇರಬೇಕು. ಇದರಿಂದ ತಾನು ತಿಳಿದ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತಿಳಿಸಬಹುದು. ಈ ರೀತಿಯ ಹೊಸ ವಿಷಯಗಳ ನಿರೂಪಣೆಯಿಂದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಆಸಕ್ತಿ ಮೂಡುತ್ತದೆ. ತರಗತಿಯ ಎಲ್ಲ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನೂ ಒಂದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ನೋಡಬೇಕು. ಸ್ವಲ್ಪ ಚುರುಕಾದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಬೆನ್ನುತಟ್ಟುವುದಾಗಲಿ ಚುರುಕಿಲ್ಲದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಅವಹೇಳನ ಮಾಡುವುದಾಗಲಿ ಮಾಡಬಾರದು. ಕಾಲವನ್ನು ವ್ಯಯಮಾಡದೆ ಸಕಾಲಕ್ಕೆ ತರಗತಿಗೆ ಹೋಗುವುದು, ವೇಳೆ ಆದನಂತರ ತರಗತಿಯಿಂದ ಹೊರಬರುವುದು, ಗೊತ್ತಾದ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಗೊತ್ತಾದ ಅಧ್ಯಾಯಗಳನ್ನು ಮುಗಿಸುವುದು ಮುಂತಾದವುಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಆಸಕ್ತಿ ಮೂಡಲು ಪೂರಕವಾಗುತ್ತವೆ.

ಪಂಚೇಂದ್ರಿಯಗಳಲ್ಲಿ ಕಣ್ಣು ಮತ್ತು ಕಿವಿಗಳು ಜ್ಞಾನ ಸಂಪಾದನೆಯಲ್ಲಿ ವಿಶೇಷ ಪಾತ್ರವನ್ನು ವಹಿಸುತ್ತವೆ. ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಮನೋವಿಜ್ಞಾನದ ಪ್ರಕಾರ ನಾವು ಶೇ.1 ರುಚಿಯಿಂದ, ಶೇ.1.5 ಸ್ಪರ್ಶದಿಂದ, ಶೇ.3.5 ವಾಸನೆಯಿಂದ, ಶೇ.11 ಕೇಳುವುದರಿಂದ ಮತ್ತು ಶೇ.83 ನೋಡುವುದರಿಂದ ಕಲಿಯುತ್ತೇವೆ. ಶೇ.20 ಕೇಳುವುದರಿಂದ, ಶೇ.30 ನೋಡುವುದರಿಂದ, ಶೇ.50 ನೋಡುತ್ತಾ ಕೇಳುವುದರಿಂದ ಕಲಿಯುತ್ತೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಉಪಾಧ್ಯಾಯರು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಪಾಠಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನೂ, ನಕ್ಷೆಗಳನ್ನೂ, ಮಾಡಲ್‌ಗಳನ್ನು ಇವೇ ಮುಂತಾದ ಉಪಕರಣಗಳನ್ನು ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಕುತೂಹಲವನ್ನು ಕೆರಳಿಸಲು ಮತ್ತು ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಆಸಕ್ತಿ ಹುಟ್ಟಿಸಲು ಉಪಯೋಗಿಸಬೇಕು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೇ ಇಂತಹ ಉಪಕರಣಗಳನ್ನು ತಯಾರು ಮಾಡಲು ಪ್ರೇರೇಪಿಸಬಹುದು. ಭಾರತದ ಪ್ರಸಿದ್ಧ ಪುರಾತನ ಗಣಿತಜ್ಞರಾದ ಆರ್ಯಭಟ, ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯ, ಮಹಾವೀರಾಚಾರ್ಯ, ವರಾಹಮಿಹೀರ, ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತ, ಶ್ರೀಧರ, ಸವಾಯಿ ಜಯಸಿಂಹ, ಶ್ರೀನಿವಾಸ ರಾಮಾನುಜನ್ ಹಾಗೂ ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಗಣಿತಜ್ಞರಾದ ಯೂಕ್ಲಿಡ್, ಪೈಥಾಗೊರಸ್, ಅಪಲೋನಿಯಸ್, ಡೆಕಾರ್ಟೆ, ಟಾಲಮಿ, ಥೇಲ್ಸ್ ಮುಂತಾದವರ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುವುದು, ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಉಪಕರಣಗಳನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಸಂದರ್ಭಕ್ಕೆ ಅನುಸಾರವಾಗಿ ಪ್ರದರ್ಶಿಸುವುದು, ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ ಮಾಡುವಾಗ ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ ಎಂದು ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್‌ಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ತೋರಿಸುವುದು, ವಿವಿಧ ಘನಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ತರಗತಿಗೆ ತಂದು ಆಯ್ಲರ್‌ನ ಸೂತ್ರ $V + F = E + 2$ ಅನ್ನು ಪ್ರಮಾಣೀಕರಿಸುವುದು, ಬಿಡಿಸಲಾರದ ಅನೇಕ ಗಣಿತ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಮ್ಮ ಹಿಂದಿನ ಗಣಿತಜ್ಞರು ಹೀಗೆ ಬಿಡಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದರು ಎಂದು ತಿಳಿಸುವುದು, ಇವೇ ಮುಂತಾದವುಗಳಿಂದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಆಸಕ್ತಿ ಹುಟ್ಟಿಸಬಹುದು. ಕಣ್ಣಿನಿಂದ ನೋಡಿ ಅದಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟ ವಿಷಯವನ್ನು ಉಪಾಧ್ಯಾಯರು ವಿಶದೀಕರಿಸಿದಾಗ, ಆಲಿಸಿ

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹೆಚ್ಚಿನ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಸಂಪಾದಿಸುವುದರ ಜೊತೆಗೆ ಕಲಿತ ಜ್ಞಾನವು ಹೆಚ್ಚುಕಾಲ ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲೇ ನಿಲ್ಲುವಂತೆ ಮಾಡಬಹುದು. ಬಣ್ಣಬಣ್ಣದ ಸೀಮೆಸುಣ್ಣದಿಂದ ಬರೆಯುವುದರ ಮೂಲಕ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಗಮನವನ್ನು ಸೆಳೆದು ಅವರಿಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಮತ್ತು ತಿಳಿವಳಿಕೆಯನ್ನು ಕೊಡಬಹುದು.

ಉಪಾಧ್ಯಾಯರು ಪಾಠಮಾಡಿದ ನಂತರ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಕುತೂಹಲಕ್ಕೆ ಅನುಸಾರವಾಗಿ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಕೊಡುವುದು ಉತ್ತಮ. ಪ್ರಯತ್ನ ಮಾಡಿದಷ್ಟೂ ಕುತೂಹಲ ಅಧಿಕವಾಗುತ್ತದೆ. ಕುತೂಹಲ ಅಧಿಕವಾದಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಕಾತುರರಾಗುತ್ತಾರೆ. ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿದ ನಂತರ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಆನಂದವಾಗುತ್ತದೆ. ಹೊಸವಿಷಯಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಆಸೆ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುತ್ತಾರೆ. ಉಪಾಧ್ಯಾಯರು ಅಂತಹ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಉತ್ತಮವಾದ ವಾತಾವರಣವನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಬೇಕು.

ಉಪಾಧ್ಯಾಯರು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕೇವಲ ಉಪನ್ಯಾಸ ಕ್ರಮದಿಂದ ಕುತೂಹಲವನ್ನು ಕೆರಳಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆಗ ಉಪನ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಬದಲಾಗಿ ಅನುಗಮನ ಪದ್ಧತಿ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ವಿಧಾನ ಮತ್ತು ಚಿತ್ರ ನಕ್ಷೆ ಮಾಡಲ್‌ಗಳ ಮೂಲಕ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಕುತೂಹಲವನ್ನು ಕೆರಳಿಸಬೇಕು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಜ್ಞಾನ, ವಯಸ್ಸು, ಆಸಕ್ತಿ, ಅಭಿರುಚಿ ಇವುಗಳನ್ನು ತಿಳಿದು ಪಠ್ಯವಸ್ತುಗಳಿಗೆ ತಕ್ಕಂತೆ ವಾತಾವರಣವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಿ ಪಾಠಮಾಡಿದ ಪಕ್ಷದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪ್ರಚೋದನೆ ಹೊಂದಿ ತಮ್ಮ ಬುದ್ಧಿಶಕ್ತಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಅತ್ಯಂತ ಕುತೂಹಲದಿಂದ ಗಣಿತ ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಲು ಉತ್ಸಾಹ ತೋರಿಸುತ್ತಾರೆ.

ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರ ಚರಿತ್ರೆಯನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತಿಳಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ, ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ಅವರ ಆಸಕ್ತಿಯನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಸಬಹುದು. ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಉಗಮ, ಈಗ ನಾವು ಬರೆಯುತ್ತಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಹಿಂದೂ–ಅರಬ್ಬೀ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಂದು ಏಕೆ ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ? ರೋಮನ್ ಈಜಿಪ್ಷಿಯನ್, ಬೇಬಿಲೋನಿಯನ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಸೊನ್ನೆಯ ಕಲ್ಪನೆ, ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಏಕೆ? ಹೇಗೆ? ಉಪಯೋಗಿಸಬೇಕು. ಇವುಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿದವರು ಯಾರು, ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಕ್ಕೆ ಭಾರತೀಯ ಗಣಿತಜ್ಞರ ಕೊಡುಗೆ ಏನು? ಎಣಿಕೆ ಹೇಗೆ ಆರಂಭವಾಯಿತು? ದಶಮಾಂಶಪದ್ಧತಿ ಹೇಗೆ ಪ್ರಾರಂಭವಾಯಿತು? ಅನಂತದ ಕಲ್ಪನೆ ಮುಂತಾದ ವಿಷಯಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟ ಇತಿಹಾಸವನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತಿಳಿಸಿದಾಗ ಅವರ ಕುತೂಹಲ ಹೆಚ್ಚಿ, ಪುರಾತನ ಭಾರತೀಯ ಗಣಿತಜ್ಞರ ಬಗ್ಗೆ ಅವರ ಅಭಿಮಾನ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಅವರ ಮೇಲ್ಪಂಕ್ತಿಯನ್ನು ಅನುಸರಿಸುವುದರಲ್ಲಿ ಆಶ್ಚರ್ಯವೇನಿಲ್ಲ? ಪೈ ಬೆಲೆ ತಿಳಿಯಲು ಆರ್ಯಭಟ, ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯರ ಪ್ರಯತ್ನ, ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಅವ್ಯಕ್ತಪದದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಶ್ರೀಧರರು ನೀಡಿದ $\dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ಎಂಬ ಸೂತ್ರ, ದೆಹಲಿಯ ಜಂತರ್ ಮಂತರ್‌ನಲ್ಲಿರುವ ಸವಾಯಿ ಜಯಸಿಂಹರ ಆವೇಕ್ಷಣಾ ಕೇಂದ್ರ, ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಶ್ರೀನಿವಾಸರಾಮಾನುಜನ್‌ಗೆ ಇದ್ದ ಅಸಾಧ್ಯ ಜ್ಞಾಪಕಶಕ್ತಿ ಮುಂತಾದ ವಿಷಯಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಇತಿಹಾಸವನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತಿಳಿಸಿದಾಗ ಅವರ ಕುತೂಹಲ ಕೆರಳಿ ಅವರೂ ಸಹ ಪುರಾತನ ಭಾರತೀಯ ಗಣಿತಜ್ಞರ ಆದರ್ಶಹೊಂದಿ ಅವರ ಮೇಲ್ಪಂಕ್ತಿ

ಯನ್ನು ಅನುಸರಿಸುವುದರಲ್ಲಿ ಇದರಿಂದ ಎಲ್ಲಾ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲೂ ಆಸಕ್ತಿ ಮೂಡದಿದ್ದರೂ, ಕೆಲವರಲ್ಲಿಯಾದರೂ ಆಸಕ್ತಿ ಮೂಡಬಹುದು.

ಗಣಿತದ ಆಟಗಳು, ಮಾಯಾಚೌಕಗಳು, ಒಗಟುಗಳು, ಸುಲಭ ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ, ಸುಲಭ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು, ಮೆದುಳಿಗೆ ಕಸರತ್ತು ಕೊಡುವ ಬುದ್ಧಿವಂತಿಕೆ ಲೆಕ್ಕಗಳು ಇವೇ ಮುಂತಾದವು ಗಣಿತದ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಆನಂದವನ್ನುಂಟು ಮಾಡುತ್ತವೆ, ವಿಜ್ಞಾನ ಸಂಘಗಳಿರುವಂತೆ, ಗಣಿತ ಸಂಘಗಳ ಮೂಲಕ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಮನರಂಜನೆಯನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಬಹುದು. ಕೆಲವು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲದೇ ಇರಬಹುದು. ಆದರೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಆಸಕ್ತಿಯನ್ನುಂಟುಮಾಡಲು ಈ ರೀತಿಯ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಗಮನಕ್ಕೆ ತರುವುದು ಒಳ್ಳೆಯದು. ಇದರಿಂದ ಆಶ್ಚರ್ಯ ಮತ್ತು ಆನಂದ ಏಕಕಾಲದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ. 9 ನೆಯ ಮಗ್ಗಿ ಹೇಳುವಾಗ ಬರುವ

$$9 \times 1 = 09 \quad 0 + 9 = 9$$

$$9 \times 2 = 18 \quad 1 + 8 = 9$$

$$9 \times 3 = 27 \quad 2 + 7 = 9$$

....

....

ಹೀಗೆ ಹೇಳಿ ಇದೇ ರೀತಿ ಬರುವ ಮತ್ತೊಂದು ಉದಾಹರಣೆ ಕೇಳಿ ಕುತೂಹಲ ಕೆರಳಿಸಬಹುದು. ಒಂದೇ ರೀತಿಯ 5 ಅಥವಾ 6 ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿಸಿ ಹಂತಹಂತವಾಗಿ ಕಠಿಣತೆಯ ಮಟ್ಟಕ್ಕೆ ಏರುವುದು ಬಲುಮುಖ್ಯ. ಗಣಿತ ತರ್ಕದ ಮೇಲೆ ನಿಂತಿರುವುದರಿಂದ ತರ್ಕಬದ್ಧವಾಗಿ ಯೋಚಿಸಿದ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ಬುದ್ಧಿ ಚುರುಕಾಗುವಂತೆ ಮಾಡುವುದು ಉಪಾಧ್ಯಾಯರ ಕರ್ತವ್ಯ. ಇವೆಲ್ಲದರ ಜೊತೆಗೆ ಆಗಾಗ್ಯೆ ಗಣಿತ ಸುಲಭ. ಹೆಚ್ಚು ಅಂಕ ಪಡೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವ ವಿಷಯ ಇದು ಎಂಬುದನ್ನು ಹೇಳುತ್ತ ಧೈರ್ಯತುಂಬಿ ಆತ್ಮವಿಶ್ವಾಸ ಮೂಡುವಂತೆ ಮಾಡಬೇಕು.

ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಬೋಧನಾಕಾಲವು ಕಡಿಮೆ ಇರುವುದರಿಂದ ಎಲ್ಲವನ್ನೂ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡಿ ಮುಗಿಸುವುದು ಉಪಾಧ್ಯಾಯರಿಗೆ ಕಷ್ಟ. ಜೊತೆಗೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕಲಿತಿದ್ದನ್ನು ಚಿಂತನೆ ಮಾಡುವುದು ಅತ್ಯವಶ್ಯಕ. ಇದಕ್ಕಾಗಿಯೇ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಮನೆಕೆಲಸ ಕೊಡುವುದು. ಹೀಗೆ ಮನೆ ಕೆಲಸ ಕೊಡುವಾಗ ಅತಿ ಸುಲಭ ಸಮಸ್ಯೆ, ಸುಲಭ ಸಮಸ್ಯೆ, ಕಠಿಣ ಸಮಸ್ಯೆ, ಅತಿ ಕಠಿಣ ಸಮಸ್ಯೆ ಹೀಗೆ ಹಂತ ಹಂತವಾಗಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ನೀಡಬೇಕು. ಬೋಧಿಸದೇ ಇರುವ ವಿಷಯಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ, ಮನೆಕೆಲಸವನ್ನು ಕೊಡುವುದು ಅಷ್ಟು ಉತ್ತಮವಲ್ಲ. ಕೊಟ್ಟ ಮನೆಕೆಲಸವನ್ನು ಉಪಾಧ್ಯಾಯರು ಸರಿಯಾಗಿ ನೋಡಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಮಾಡಿರುವ ತಪ್ಪನ್ನು ಅವರ ಗಮನಕ್ಕೆ ತಂದು ಅವರು ತಿದ್ದುಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ನೋಡಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಈ ರೀತಿ ಗಣಿತವನ್ನು ಆಕರ್ಷಣೀಯವಾಗಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಆಸಕ್ತಿ ಕುತೂಹಲ ಮೂಡುವಂತೆ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ

ಪಾಠಮಾಡುವುದು ಉತ್ತಮ. ಉಪಾಧ್ಯಾಯರ ಕರ್ತವ್ಯ ಜೊತೆಗೆ ಹೇಳಿದ ವಿಷಯವನ್ನು ಕೇಳಿ, ಆಲೋಚಿಸಿ, ಚರ್ಚಿಸಿ ತೀರ್ಮಾನಕ್ಕೆ ಬರುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಉಪಾಧ್ಯಾಯರು ಉತ್ತಮ ವಾತಾವರಣವನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಬೇಕು.

ಅದು ಪೂರ್ಣ, ಇದು ಪೂರ್ಣ, ಪೂರ್ಣದಿಂದ ಪೂರ್ಣವು ಹೊರಹೊಮ್ಮಿದೆ. ಪೂರ್ಣದಿಂದ ಪೂರ್ಣವು ಹೊರಬಂದರೂ ಉಳಿದಿರುವುದು ಪೂರ್ಣವಾಗಿಯೇ ಇದೆ.

–ಉಪನಿಷತ್

ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ಹೇಳಿಕೆ

1 ಅಂಗೈಯಲ್ಲಿರುವ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ನೋಡ್ತಾಯಿದ್ದರೆ ರೇಖಾಗಣಿತ ಬರುತ್ತದೆಯೆ? ಗಣತಿ ಮಾಡಬೇಕಾದರೆ ಗಣಿತ ಬರಲೇಬೇಕು.

ಗಣಿತ ಗಣಿ ಇದ್ದ ಹಾಗೆ ಅಗೆದಷ್ಟೂ ಅಪಾರ ಸಂಪತ್ತು ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಗಣಿತವೆಂಬ ಮಹಾನಾಟಕದಲ್ಲಿ ಅಂಕಗಳೇ ಪಾತ್ರಧಾರಿಗಳು ಗುರುಮೂಲ, ನದೀಮೂಲ ಬೇಡದೇ ಇದ್ದರೂ ವರ್ಗಮೂಲ ಬೇಕೇ ಬೇಕು.

2 "ಗಣಿತವು ಸಂಖ್ಯಾವಿಜ್ಞಾನ," ಪರಿಮಾಣ ವಿಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಅಳತೆಯ ವಿಜ್ಞಾನ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು. "ಗಣಿತದೊಡನೆ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗದ ಎಲ್ಲಾ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಶಿಕ್ಷಣವೂ ನ್ಯೂನತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ"

. . . ಕಾಮ್ಟೆ

3 "ರೇಖಾಗಣಿತದ ಪರಿಚಯವಾಗಲೀ ಅಥವಾ ಜ್ಞಾನವಾಗಲೀ ಇರದವರಿಗೆ ಒಳಗೆ ಪ್ರವೇಶವಿಲ್ಲ"

–ಪ್ಲೇಟೋ

4 ಗಣಿತವು ಒಂದು ಕಲೆ, ಸ್ವಾರಸ್ಯವಾದಕಲೆ, ಮತ್ತೊಂದು ದೃಷ್ಟಿಯಿಂದ ಅದು ಶಾಸ್ತ್ರವೂ ಹೌದು. ಮನುಷ್ಯನು ತನ್ನ ಬುದ್ಧಿಶಕ್ತಿಯನ್ನು ಪ್ರಕಾಶ ಪಡಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಬುದ್ಧಿಯ ಕುಶಲತೆಯನ್ನು ಪ್ರದರ್ಶಿಸುವುದಕ್ಕೆ; ಗಣಿತದಲ್ಲಿರುವಷ್ಟು ಅವಕಾಶ ಬೇರೆ ಯಾವ ಕಲೆಯಲ್ಲೇ ಆಗಲಿ, ಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲೇ ಆಗಲಿ ಇಲ್ಲವೆಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

5 "ವಿಜ್ಞಾನಿಗಳ ರಾಣಿ ಗಣಿತ" ಬೌದ್ಧಿಕ ಸಂಸ್ಕಾರಕ್ಕೆ, ಆನಂದಕ್ಕೆ ತನ್ಮನತೆಗೆ ಗಣಿತದಂಥ ಶಾಸ್ತ್ರ ಇನ್ನೊಂದಿಲ್ಲ.

–ಗೌಸ್

ಅಧ್ಯಾಯ ೪

ವಿರೋಧೋಕ್ತಿಗಳು (Antinomies)

ವಿರೋಧಾಭಾಸಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ವಿಧ

1) **ಹೇತ್ವಾಭಾಸಗಳು** fallacies

2) **ವಿರೋಧೋಕ್ತಿಗಳು** Antinomies

ಹೇತ್ವಾಭಾಸ ಎಂದರೇನು?

ತರ್ಕಬದ್ಧ ವಾದಗಳಿಂದ ಸ್ಥಾಪಿಸಿದಂತೆ ಮೇಲ್‌ನೋಟಕ್ಕೆ ಕಂಡು ಬಂದರೂ ಪುನಃ ವಿಮರ್ಶಿಸಿದಾಗ ವಾದದಲ್ಲಿ ದೋಷವಿರುವುದನ್ನು ನಾವು ಕಾಣಬಹುದು. ಇವು ಪರಸ್ಪರ ವಿರುದ್ಧವಾಗಿಯೂ, ಅನರ್ಥವಾಗಿಯೂ ಕಾಣುವ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳು. ಈಗ ವಿರೋಧೋಕ್ತಿಗಳು ಎಂದರೇನು ತಿಳಿಯೋಣ.

ತಾರ್ಕಿಕವಾಗಿ ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿರುವ (ಊನವಿಲ್ಲದ)ವಾದಗಳಿಂದ ಹುಟ್ಟುವ ವಿರೋಧಾಭಾಸಗಳನ್ನು ವಿರೋಧೋಕ್ತಿಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಇಂತಹ ವಿರೋಧಾಭಾಸಗಳಿಗೆ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಕಷ್ಟ. ಮೂರು ಬಹಳ ಮುಖ್ಯವಾದ ವಿರೋಧೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ

1) ಎಪಿಮೆನೈಡಿಸ್‌ನ ವಿರೋಧೋಕ್ತಿ

ಎಪಿಮೆನೈಡಿಸ್ ಎಂಬುವನು ಕ್ರೀಟ್ (crete) ದೇಶದ ಪ್ರಸಿದ್ಧ ಕವಿ ಮತ್ತು ಸಂತ. ಒಂದು ಸಲ ಇವನು ಹೇಳಿದನಂತೆ "ಕ್ರೀಟ್ ದೇಶದಲ್ಲಿರುವವರೆಲ್ಲ ಸುಳ್ಳು ಹೇಳುತ್ತಾರೆ" ಎಂದು. ಆದರೆ ಕ್ರೀಟ್ ದೇಶದವರೆಲ್ಲಾ ಸುಳ್ಳು ಹೇಳುತ್ತಾರೆ ಎಂದು ಹೇಳಿದವನೂ ಕ್ರೀಟ್ ದೇಶದವನೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಾಗ ಇಲ್ಲಿರುವ ವಿರೋಧಾಭಾಸವು ವ್ಯಕ್ತವಾಗುವುದು, ಎಪಿಮೆನೈಡಿಸ್ ಕ್ರೀಟ್ ದೇಶದವನೇ ಆದುದರಿಂದ, ಅವನು ಹೇಳಿದ "ಕ್ರೀಟ್ ದೇಶದವರೆಲ್ಲ ಸುಳ್ಳು ಹೇಳುತ್ತಾರೆ" ಎಂಬ ಹೇಳಿಕೆಯು ಸುಳ್ಳಾಯಿತು. ಎಂದರೆ

ಕ್ರೀಟ್ ದೇಶದವರೆಲ್ಲ ನಿಜ ಹೇಳುವವರು ಎಂಬ ತೀರ್ಮಾನಕ್ಕೆ ಬರಬೇಕಾಗುವುದು. ಇದನ್ನು ಪುನಃ ಕ್ರೀಟ್ ದೇಶದ ಎಪಿಮೆನೈಡಿಸನ ಹೇಳಿಕೆಗೆ ಅನ್ವಯಿಸಿದರೆ "ಕ್ರೀಟ್ ದೇಶದವರೆಲ್ಲ ಸುಳ್ಳು ಹೇಳುತ್ತಾರೆ" ಎಂಬ ಹೇಳಿಕೆ ಸತ್ಯವಾಗುವುದು. ಹೀಗೆ ಪರಸ್ಪರ ವಿರೋಧವಾದ ತೀರ್ಮಾನಗಳಿಗೆ ಈ ಸಂದರ್ಭವು ಅವಕಾಶ ಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತದೆ.

2 ಪ್ರೊಟಾಗೊರಾಸನ ವಿರೋಧೋಕ್ತಿ

ಕ್ರಿ. ಪೂ. 5 ನೆಯ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಪ್ರೊಟಾಗೊರಾಸ್ ಎಂಬ ಗ್ರೀಕ್ ದೇಶದ ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿ ಇದ್ದ. ಇವನ ಹತ್ತಿರ ವಕೀಲಿ ವೃತ್ತಿಯನ್ನು ಅಭ್ಯಾಸಮಾಡಲು ಒಬ್ಬ ಶಿಷ್ಯ ಬಂದನಂತೆ. ಶಿಕ್ಷಣವು ಮುಗಿದ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಗೊತ್ತಾದ ಹಣವನ್ನು ಗುರುದಕ್ಷಿಣೆಯಾಗಿ ಕೊಡಬೇಕೆಂದು ತೀರ್ಮಾನವಾಯಿತು. ಆ ಒಪ್ಪಂದ ಹೀಗಿತ್ತು ಶಿಷ್ಯನು ವೃತ್ತಿಯನ್ನು ಆರಂಭಿಸಿದ ಮೇಲೆ ಮೊಟ್ಟಮೊದಲು ಯಾವ ಕೇಸಿನಲ್ಲಿ ಗೆಲುವು ಪಡೆಯುತ್ತಾನೆಯೋ ಆ ಮೊಕದ್ದಮೆಯ ನಂತರ ಬಂದ ಹಣವನ್ನು ಗುರುವಿಗೆ ಶಿಷ್ಯನು ಕೊಡಬೇಕಾಗಿತ್ತು. ಶಿಷ್ಯನು ಶಿಕ್ಷಣ ಮುಗಿದ ಮೇಲೆ, ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿ ವಕೀಲ ವೃತ್ತಿಯನ್ನು ಆರಂಭಿಸಿದ. ಯಾವ ಕೇಸೂ ಬರಲಿಲ್ಲ. ಅಂದರೆ ಕಕ್ಷಿಗಾರರೇ ಬರಲಿಲ್ಲ. ಪ್ರೊಟಾಗೊರಾಸನು ಬಹಳ ವರ್ಷ ಕಾದು ಕಡೆಗೆ ಶಿಷ್ಯನ ಮೇಲೆ ಕೋರ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಮೊಕದ್ದಮೆ ಹೂಡಿದ. ಗುರು ಶಿಷ್ಯನಿಗೆ ಬರೆದ ಕಾಗದದ ಒಕ್ಕಣೆ ಹೀಗಿತ್ತು.

"ಈ ಮೊಕದ್ದಮೆಯಲ್ಲಿ ನೀನಾಗಲಿ, ನಾನಾಗಲೀ ಜಯಗಳಿಸಬೇಕಲ್ಲ, ನಾನು ಗೆದ್ದರೆ ಕೋರ್ಟಿನ ತೀರ್ಪಿಗೆ ಅನುಸಾರವಾಗಿ ನೀನು ನನಗೆ ಗುರುದಕ್ಷಿಣೆ ಕೊಡಲೇಬೇಕು. ಒಂದು ಸಮಯ ನೀನು ಗೆದ್ದರೂ ನಮ್ಮಿಬ್ಬರ ನಡುವೆ ಆಗಿರುವ ಒಪ್ಪಂದದ ಪ್ರಕಾರ, ನೀನು ನನಗೆ ಗುರುದಕ್ಷಿಣೆ ಕೊಡಲೇಬೇಕು. ಯಾವ ರೀತಿಯಲ್ಲಾದರೂ ನನಗೆ ಬರುವ ಹಣ ಬಂದೇ ಬರುವುದು" ಎಂದು.

ಗುರುವನ್ನು ಮಿಂಚಿದ ಶಿಷ್ಯನಲ್ಲವೇ? ಶಿಷ್ಯನು ಬರೆದ ಉತ್ತರ ಹೀಗಿತ್ತು "ನಾನು ಗೆದ್ದರೆ ಕೋರ್ಟಿನ ತೀರ್ಪಿನ ಪ್ರಕಾರ, ನಾನು ನಿಮಗೆ ಏನೂ ಕೊಡಬೇಕಾಗುವುದಿಲ್ಲ, ನಾನು ಸೋತರೂ, ನಮ್ಮಿಬ್ಬರ ನಡುವೆ ಆಗಿರುವ ಒಪ್ಪಂದದ ಪ್ರಕಾರ, ನಿಮಗೆ ನಾನು ಏನೂ ಕೊಡಬೇಕಾಗಿಲ್ಲ. ಯಾವ ರೀತಿಯಲ್ಲಾದರೂ ನಾನು ನಿಮಗೆ ಗುರುದಕ್ಷಿಣೆ ಸಲ್ಲಿಸಬೇಕಾಗಿಲ್ಲ." ಇವರಿಬ್ಬರಲ್ಲಿ ಯಾರ ವಾದ ಸರಿಯೋ ನೀವೇ ಹೇಳಿ.

3) ರಸೆಲ್ಲನ ವಿರೋಧೋಕ್ತಿ

ಒಂದು ಹಳ್ಳಿಯಲ್ಲಿರುವ ನಾಪಿತನೊಬ್ಬ ಕೆಳಗೆ ಬರೆದಿರುವ ನಿಬಂಧನೆಗೆ ಅನುಸಾರವಾಗಿ ಕ್ಷೌರಮಾಡುತ್ತಿದ್ದ.

"ಸ್ವಂತ ಕ್ಷೌರ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳದವರಿಗೆ ಮಾತ್ರ ಈ ನಾಪಿತನು ಕ್ಷೌರ ಮಾಡುತ್ತಾನೆ", ಈಗ ನಾಪಿತನು ತನಗೆ ತಾನೇ ಕ್ಷೌರ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾನೆಯೇ ಎಂದು ಪ್ರಶ್ನೆ ಹಾಕಿದರೆ

ನಾವು ತೊಂದರೆಗೆ ಸಿಕ್ಕಿಹಾಕಿಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ. ಇವನು ತಾನೇ ಕ್ಷೌರ ಮಾಡಿಕೊಂಡರೆ ಸ್ವಂತ ಕ್ಷೌರ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವವರ ಗುಂಪಿಗೆ ಇವನು ಸೇರಿದಂತಾಯಿತು. ಆದುದರಿಂದ ನಿಬಂಧನೆಯ ಪ್ರಕಾರ ನಾಪಿತನು ತಾನೇ ಕ್ಷೌರ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬಾರದಾಗಿತ್ತು. ನಾಪಿತನು ಸ್ವಂತ ಕ್ಷೌರ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳದೆ ಹೋದರೆ, ನಿಬಂಧನೆಯ ಪ್ರಕಾರ ಇವನು ತಾವೇ ಕ್ಷೌರ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವವರ ಗುಂಪಿಗೆ ಸೇರಲಿಲ್ಲವಾದುದರಿಂದ ಇವನು ತಾನೇ ಕ್ಷೌರ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಈ ರೀತಿಯ ಪರಸ್ಪರ ವಿರೋಧವಾದ ತೀರ್ಮಾನಕ್ಕೆ ನಾವು ಬರಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಬರ್ಟ್ರಾಂಡ್ ರಸೆಲ್ ಎಂಬ ದಾರ್ಶನಿಕನು ಇಂತಹ ವಿರೋಧೋಕ್ತಿಗಳ ಪರಿಹಾರಕ್ಕೆ ಒಂದು ಮಾರ್ಗವನ್ನು ತೋರಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಇವನು ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಸ್ಥಾಪಿಸಿದ ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನು ತಾರ್ಕಿಕ ನಮೂನೆಗಳ ಸಿದ್ಧಾಂತ (Theory of Logical Types) ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ತರ್ಕದಲ್ಲಿ ಬರುವ ಹೇಳಿಕೆಗಳು, ನಿಯಮಗಳು, ಪದಾರ್ಥಗಳು ಎಲ್ಲವೂ ಒಂದೇ ನಮೂನೆಗೆ ಸೇರುವುದಿಲ್ಲ. ಅವುಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ನಮೂನೆಗಳ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸ ಬಹುದು. ಒಂದು ನಮೂನೆಗೆ ಸೇರಿದ ಗುಂಪಿನ ಲಕ್ಷಣಕ್ಕೂ ಮತ್ತೊಂದು ನಮೂನೆಗೆ ಸೇರಿದ ಗುಂಪಿನ ಲಕ್ಷಣಕ್ಕೂ ಬಹಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವುಂಟು.

ಮೊದಲನೆಯ ವಿರೋಧೋಕ್ತಿಯಲ್ಲಿ 'ಕ್ರೀಟ್ ದೇಶದವರ ಹೇಳಿಕೆಗಳೆಲ್ಲ ಸುಳ್ಳು' ಎಂಬ ಹೇಳಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಬರುವ ಹೇಳಿಕೆ ಎಂಬ ಪದವು ಪದಾರ್ಥಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಆ ಜನರು ಕೊಡುವ ಹೇಳಿಕೆಗಳು, ಈ ಇಡೀ ಹೇಳಿಕೆಯೂ ಪದಾರ್ಥಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸದೆ, ಅವರು ಕೊಡುವ ಹೇಳಿಕೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟಿದೆಯಾದುದರಿಂದ "ಕ್ರೀಟ್ ದೇಶದವರ ಹೇಳಿಕೆಗಳೆಲ್ಲ ಸುಳ್ಳು" ಎಂಬ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಈ ಹೇಳಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಬರುವ ಹೇಳಿಕೆಯೊಡನೆ ಬೆರೆಸಬಾರದು. ಇವೆರಡೂ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಆದುದರಿಂದ ವಿರೋಧಾಭಾಸಕ್ಕೆ ಅವಕಾಶವೇ ಇಲ್ಲ.

ಪ್ರೊಟಾಗೊರಾಸ್ ಮತ್ತು ಅವನ ಶಿಷ್ಯ ಇವರಿಬ್ಬರ ಒಪ್ಪಂದಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಆ ಒಪ್ಪಂದವು ಶಿಷ್ಯನು ಕೋರ್ಟಿನಲ್ಲಿ ವಾದಿಸುವ ಮೊಕದ್ದಮೆಗಳ ಗಣಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟಿದೆ. ಈ ಮೊಕದ್ದಮೆಗಳ ಗಣಕ್ಕೆ ಇವರಿಬ್ಬರ ಒಪ್ಪಂದಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಮೊಕದ್ದಮೆಯು ಸೇರಿ ಕೊಂಡಾಗ ವಿರೋಧಾಭಾಸ ಉಂಟಾಯಿತು.

ಹಳ್ಳಿಯ ನಾಪಿತನ ಸಮಸ್ಯೆಯು ಸ್ವಂತ ಕ್ಷೌರಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವ ಆ ಹಳ್ಳಿಯ ಇತರ ನಿವಾಸಿಗಳಿಗೆ (ಆ ನಾಪಿತನನ್ನು ಬಿಟ್ಟು) ಸಂಬಂಧಿಸಿದೆ. ಸ್ವಂತ ಕ್ಷೌರ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವ ಹಳ್ಳಿಯ ನಿವಾಸಿಗಳ ಗಣಕ್ಕೆ ಆ ನಾಪಿತನನ್ನು ಸೇರಿಸಿಕೊಂಡಾಗ ವಿರೋಧಾಭಾಸ ಉಂಟಾಯಿತು.

–ಆಧಾರ

ಅಧ್ಯಾಯ ೫

ಹೇತ್ವಾಭಾಸಗಳು (fallacies)

ವಿರೋಧಾಭಾಸಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ವಿಧ

1) **ವಿರೋಧೋಕ್ತಿಗಳು** (Antinomes)

2) **ಹೇತ್ವಾಭಾಸಗಳು** (fallacies)

ವಿರೋಧೋಕ್ತಿಗಳು ಎಂದರೇನು?

ತಾರ್ಕಿಕವಾಗಿ ನಿರ್ದುಷ್ಟವಾಗಿರುವ (ಊನವಿಲ್ಲದ) ವಾದಗಳಿಂದ ಹುಟ್ಟುವ ವಿರೋಧಾ ಭಾಸಗಳನ್ನು ವಿರೋಧೋಕ್ತಿಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಈಗ ಹೇತ್ವಾಭಾಸಗಳು ಎಂದರೇನು? ತಿಳಿಯೋಣ.

ತರ್ಕಬದ್ಧ ವಾದಗಳಿಂದ ಸ್ಥಾಪಿಸಿದಂತೆ ಮೇಲ್ನೋಟಕ್ಕೆ ಕಂಡುಬಂದರೂ ಪುನಃ ವಿಮರ್ಶಿಸಿದಾಗ ವಾದದಲ್ಲಿ ದೋಷವಿರುವುದನ್ನು ನಾವು ಕಾಣಬಹುದು. ಇವು ಪರಸ್ಪರ ವಿರುದ್ಧವಾಗಿಯೂ, ಅನರ್ಥವಾಗಿಯೂ ಕಾಣುವ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳು.

ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರವು ಕರಾರುವಾಕ್ಕಾದ ಶಾಸ್ತ್ರ, ಆದುದರಿಂದ ಈ ಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಬರುವ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳ ನಿರೂಪಣೆ ನಿಖರವಾಗಿಯೂ, ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿಯೂ ಇರಬೇಕೆಂದು ನಾವು ನಿರೀಕ್ಷಿಸುತ್ತೇವೆ. ಆದರೆ ಈ ಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿಯೂ ವಿರೋಧಾಭಾಸಗಳನ್ನು ನಾವು ನೋಡಬಹುದು.

ಬೀಜಗಣಿತದಲ್ಲಿ 0 ಯಿಂದ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಅಥವಾ ಬೀಜರಾಶಿಯನ್ನು ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಮಾತ್ರ ಇಂತಹ ಹೇತ್ವಾಭಾಸಗಳನ್ನು ನಾವು ಕಾಣಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ 0 ಯಿಂದ ಸಂಖ್ಯೆ ಗಳನ್ನೂ, ಬೀಜರಾಶಿಗಳನ್ನೂ ಭಾಗಿಸಬಾರದು. ಇದರ ಕಾರಣ ತಿಳಿಯಬೇಕಾದರೆ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಯ ಅರ್ಥವನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ತಿಳಿಯುವುದು ಅತ್ಯಾವಶ್ಯಕ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ: 18 ನ್ನು 6 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದು ಎಂಬುದರ ಅರ್ಥವೇನು? ಅಂದರೆ 6 ನ್ನು ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ 18 ಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗುವುದೋ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು

ಪಡೆಯುವುದು. 18 ನ್ನು 6 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

$$18 \div 6 = 3 \quad \text{ಅಥವಾ} \quad \frac{18}{6} = 3$$
$$6 \times 3 = 18$$
$$\text{ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ} \quad b \cdot x = a \quad \text{ಆದರೆ} \quad \frac{a}{b} = x$$

ಈಗ $\frac{18}{0}$ ಅಥವಾ $18 \div 0$ ಎಂಬುದರ ಅರ್ಥವೇನು? 0 ಯನ್ನು ಯಾವುದರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ 18 ಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗುವುದೋ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವುದು.

a ಎಂಬುದು ಯಾವ ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಆಗಿರಲಿ

$$0 \times a = 0$$

ಆದುದರಿಂದ 0 ಯನ್ನು ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೂ ಗುಣಲಬ್ಧವು 0 ಯೇ ಆಗುವುದು. 18 ಆಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದುದರಿಂದ 18 ನ್ನು 0 ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಭಾಗಲಬ್ಧವಿಲ್ಲ ಎಂದರೆ $\frac{18}{0}$ ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಅರ್ಥವಿಲ್ಲ. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ a ಎಂಬುದು ಶೂನ್ಯಕ್ಕಿಂತ ಭಿನ್ನವಾದ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಆಗಿರಲಿ $\frac{a}{0}$ ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಅರ್ಥವಿಲ್ಲ. ಆದುದರಿಂದ 0 ಯಿಂದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅಥವಾ ಬೀಜರಾಶಿಯನ್ನು ಭಾಗಿಸಬಾರದು.

$$0 \times 4 = 0; \quad 0 \times 6 = 0 \tag{1}$$
$$\therefore \quad 0 \times 4 = 0 \times 6 \tag{2}$$
$$\therefore \quad 4 = 6 \tag{3}$$

ಇದು ಒಂದು ವಿರೋಧಾಭಾಸ, 4 ಎಂಬುದು 6 ಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಈ ವಿರೋಧಾಭಾಸವು ಬರಲು ಕಾರಣವೇನು? ಎರಡನೆಯ (2) ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡು ಕಡೆಯನ್ನೂ 0 ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಇದು ಸರಿಯಲ್ಲ ಅಂದರೆ ಇಲ್ಲಿ ನಾವು 0 ಯಿಂದ ಎರಡು ಕಡೆಯನ್ನೂ ಭಾಗಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಇದರಿಂದ ವಿರೋಧಾಭಾಸಗಳು ಉಂಟಾಯಿತು. ಮತ್ತೊಂದು ಉದಾಹರಣೆ ನೋಡೋಣ.

$$a = 3, b = 2 \quad \text{ಮತ್ತು} \quad c = 5 \quad \text{ಆದಾಗ}$$
$$3 + 2 = 5$$
$$\text{ಅಂದರೆ} \quad a + b = c$$
$$\therefore (a + b)(a + b) = (a + b)c$$

(ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡು ಕಡೆಗಳನ್ನೂ $(a + b)$ ಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದೆ)

$$\therefore \quad a^2 + 2ab + b^2 = ac + bc$$
$$a^2 + ab - ac = -ab - b^2 + bc$$
$$a(a + b - c) = -b(a + b - c)$$

ಈಗ ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡು ಕಡೆಯನ್ನೂ $(a + b - c)$ ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ

$$a = -b$$
$$\therefore \quad 3 = -2$$

ಇದು ಒಂದು ವಿರೋಧಾಭಾಸ

$(a + b - c) = 0$ ಏಕೆಂದರೆ $a + b = +c$

$(a+b-c)$ ಯಿಂದ ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡು ಕಡೆಯನ್ನೂ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ನಾವು 0 ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಂತಾಯಿತು.

ಈ ಉದಾಹರಣೆ ನೋಡಿ

ಒಬ್ಬನಿಗೆ ಐದನೆಯ ಹುಟ್ಟಿದ ಹಬ್ಬದ ದಿನ ಇಪ್ಪತ್ತು ವರ್ಷ ವಯಸ್ಸು ತುಂಬಿತಂತೆ. ಇದು ಮೇಲ್ ನೋಟಕ್ಕೆ ವಿರೋಧಾಭಾಸವಾಗಿ ಕಂಡುಬಂದರೂ, ಈ ಹೇಳಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಯಾವ ವಿರೋಧವೂ ಇಲ್ಲ. ಏಕೆಂದರೆ ಅವನು ಫೆಬ್ರವರಿ ಇಪ್ಪತ್ತೊಂಭತ್ತನೆಯ ತಾರೀಖಿನ ದಿನ ಹುಟ್ಟಿದ್ದು. ಹುಟ್ಟಿದ ಹಬ್ಬಗಳನ್ನು ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಆಯಾ ತಿಂಗಳ, ಆಯಾ ತಾರೀಖಿಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಒಂದು ದೇಶದಲ್ಲಿ ಆಚರಿಸುತ್ತಾರೆ (ಯೂರೋಪ್). ಪ್ರತಿ ವರ್ಷವೂ ಫೆಬ್ರವರಿಯಲ್ಲಿ 29 ದಿನಗಳು ಇರುವುದಿಲ್ಲ. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಪ್ರತಿವರ್ಷವೂ ಫೆಬ್ರವರಿ ತಿಂಗಳಿನಲ್ಲಿ 28 ನೇ ತಾರೀಖು ಕೊನೆಯದು. ಮುಂದಿನ ದಿನವೇ ಮಾರ್ಚ್ ಒಂದನೇ ತಾರೀಖು. ನಾಲ್ಕು ವರ್ಷಗಳಿಗೊಮ್ಮೆ ಮಾತ್ರ ಫೆಬ್ರವರಿ 29 ದಿನಗಳು ಬರುತ್ತವೆ. ಹುಟ್ಟಿದ ಹಬ್ಬ ಆಚರಿಸಿಕೊಂಡವನ ಎರಡನೆಯ ಹುಟ್ಟಿದ ಹಬ್ಬ ಬರುವುದೇ ಅವನು ಹುಟ್ಟಿದ ನಾಲ್ಕುವರ್ಷಗಳಿಗೆ. ಪ್ರತಿನಾಲ್ಕು ವರ್ಷಗಳಿಗೊಮ್ಮೆ ಹುಟ್ಟಿದ ಹಬ್ಬವನ್ನು ಅವನು ಆಚರಿಸಬೇಕಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಐದನೆಯ ಹುಟ್ಟಿದ ಹಬ್ಬದ ದಿನ ಇಪ್ಪತ್ತುವರ್ಷ ವಯಸ್ಸು ಆಗಿರುವುದರಲ್ಲಿ ಆಶ್ಚರ್ಯವೇನೂ ಕಂಡುಬರುವುದಿಲ್ಲ. ಮತ್ತೊಂದು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ನೋಡೋಣ.

ಚಿತ್ರವನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಗಮನಿಸಿ.

ಚಿತ್ರ .1

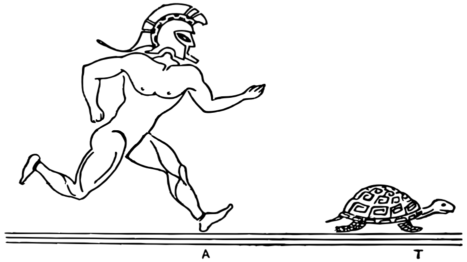
ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಚಕ್ರವು A ಯಿಂದ B ಗೆ ಉರುಳುವಾಗ (ಚಲಿಸುವಾಗ) ಅದು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಒಂದು ಸುತ್ತು ಸುತ್ತಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ AB ಯ ಉದ್ದ ಚಕ್ರದ ಪರಿಧಿಗೆ ಸಮ. ಚಕ್ರದ ಒಳ ಮೇಲ್ಮೈಯ ಮೇಲಿರುವ C ಬಿಂದುವು ಒಂದು ಸಣ್ಣವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯ ಮೇಲಿದೆ. ಚಕ್ರವು ಒಂದು ಸುತ್ತು ಸುತ್ತುವ ಕಾಲದಲ್ಲಿಯೇ C ಬಿಂದು ಇರುವ ವೃತ್ತವೂ ಒಂದು ಸುತ್ತು ಸುತ್ತಿ, ಆ ಬಿಂದು D ಎಂಬ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ಬಂದಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ CD ಯ ಉದ್ದ ಸಣ್ಣ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಗೆ ಸಮನಾಗಿರಬೇಕು. ಆದರೆ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಗಮನವಿಟ್ಟು ನೋಡಿದಾಗ $CD = AB$. ಆದುದರಿಂದ C ಬಿಂದುವು ಇರುವ ಸಣ್ಣ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯು A ಬಿಂದುವಿರುವ ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಗೆ ಸಮ ಎಂಬ ವಿರೋಧಾಭಾಸವನ್ನು ಒಪ್ಪಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಸ್ವಲ್ಪ ವಿಮರ್ಶೆ ಮಾಡಿ ನೋಡಿದಾಗ ಈ ವಿರೋಧ ಬಗೆಹರಿಯುತ್ತದೆ.

ಚಕ್ರವು A ಯಿಂದ B ಗೆ ಉರುಳುವಾಗ, ಅದರ ಒಳಮೇಲ್ಮೈಯ ಮೇಲೆ ಇರುವ C ಬಿಂದುವು ಕೇಂದ್ರದ ಸುತ್ತಲೂ ತಿರುಗುತ್ತಾ ಸಣ್ಣ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯ ಮೇಲೆ ಸಂಚರಿಸುವುದು ನಿಜ. ಜೊತೆಗೆ C ಬಿಂದುವನ್ನು ಚಕ್ರವು A ಯಿಂದ B ಯ ಕಡೆಗೆ ಎಳೆಯುತ್ತಲೂ ಇದೆ. ಚಕ್ರದ ಕೇಂದ್ರ P ಯಿಂದ Q ಬಿಂದುವಿಗೆ ಬಂದಿರುವ ಕ್ರಮವನ್ನು ನೋಡಿದರೆ ಈ ವಿಷಯ ನಮಗೆ ಇನ್ನೂ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ. ಚಕ್ರವು ಉರುಳುತ್ತಾ A ಯಿಂದ B ಗೆ ಹೋಗುವಾಗ P ಬಿಂದುವನ್ನು Q ಬಿಂದುವಿಗೆ ಎಳೆದುಕೊಂಡು ಹೋಗಿದೆ. ಇದರಿಂದ ನೋಟಕ್ಕೆ AB ಯ ದೂರ CD ದೂರಕ್ಕೆ ಸಮವೆಂದು ಕಾಣಿಸುತ್ತದೆ.

ಝಿನೊ (Zeno) ಎಂಬ ಹೆಸರಾಂತ ವ್ಯಕ್ತಿ ಪ್ರತಿಪಾದಿಸಿದ ಮತ್ತೊಂದು ವಿರೋಧಾಭಾಸ ವೆಂದರೆ ಅಕಿಲಿಸ್ ಮತ್ತು ಆಮೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ್ದು.

ಅಕಿಲಿಸ್‌ಗೂ, ಒಂದು ಆಮೆಗೂ ಒಂದು ಬಾರಿ ಓಟದ ಸ್ಪರ್ಧೆ ನಡೆಯಿತು ಎನ್ನೋಣ. ಆಮೆಯ ಹತ್ತರಷ್ಟು ವೇಗ ಅಕಿಲಿಸನಿಗಿದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ. ಆಮೆಯು ಓಡುವ ವೇಗ ಕಡಿಮೆಯಾದ್ದರಿಂದ ಸ್ಪರ್ಧೆಯ ಆರಂಭದಲ್ಲಿ ಆಮೆಯನ್ನು ನೂರುಗಜ ಮುಂದೆ ಇಡುವಂತೆ (ಹಿಂದೆ ಇದ್ದ ಬ್ರಿಟಿಷ್ ಪದ್ಧತಿ) ತಿಳಿಸಿದನಂತೆ. ಸ್ಪರ್ಧೆಯು ಆರಂಭವಾದಾಗ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತಿಳಿಸಿರುವಂತೆ ಆಮೆಯು T ಎಂಬ ಜಾಗದಲ್ಲಿಯೂ (ಸ್ಥಳ) ಅಕಿಲಿಸನು A ಎಂಬ ಸ್ಥಳದಲ್ಲೂ ಇದ್ದರು.



ಚಿತ್ರ .2

ಸ್ಪರ್ಧೆಯು ಆರಂಭವಾಯಿತು. ಅಕಿಲಿಸನು ಆಮೆಯಿಂದ ನೂರುಗಜ ಹಿಂದೆ ಇರುವುದರಿಂದ ಈ ನೂರುಗಜದ ದೂರದ ಮೂಲಕ ಅಕಿಲಿಸನು ಮುಂಚೆ ಓಡಲೇಬೇಕು. ಅಕಿಲಿಸನ ವೇಗ ಆಮೆಯ ವೇಗದ ಹತ್ತರಷ್ಟು ಅಥವಾ ಆಮೆಯ ವೇಗ ಅಕಿಲಿಸನ ವೇಗದ ಹತ್ತನೆಯ ಒಂದು ಭಾಗಕ್ಕೆ ಸಮ ಎಂದರೆ ಒಂದು ಗೊತ್ತಾದ ಕಾಲದ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ಅಕಿಲಿಸನು ಎಷ್ಟು ದೂರ ಹೋಗಿರುತ್ತಾನೋ ಅದರ ಹತ್ತನೆಯ ಒಂದು ಭಾಗದಷ್ಟು ದೂರ ಮುಂದಕ್ಕೆ ಆಮೆಯು ಹೋಗಿರುತ್ತದೆ. ಅಕಿಲಿಸನು ನೂರು ಗಜ ಓಡುವ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಆಮೆಯು ಹತ್ತು ಗಜ ಮುಂದಿರುತ್ತದೆ. ಅಕಿಲಿಸನು ಈ ಹತ್ತುಗಜ ಹೋಗುವುದರೊಳಗೆ ಆಮೆಯು ಒಂದು ಗಜ (1 ಗಜ) ಮುಂದಿರುವುದು. ಅಕಿಲಿಸನು ಈ ಒಂದು ಗಜ (1 ಗಜ) ಓಡುವುದರೊಳಗೆ ಆಮೆಯು $\frac{1}{10}$ ಗಜ ಮುಂದಿರುತ್ತದೆ. ಅಕಿಲಿಸನು ಈ $\frac{1}{10}$ ಗಜ ಓಡುವುದರೊಳಗೆ ಆಮೆಯು ಅಕಿಲಿಸನಿಗಿಂತ $\frac{1}{100}$ ಗಜ ಮುಂದಿರುತ್ತದೆ. ಹೀಗೆ ಅನಂತರ ಯಾವ ಕಾಲದಲ್ಲೇ ಆಗಲಿ ಆಮೆಯು ಅಕಿಲಿಸನಿಗಿಂತ ಸ್ವಲ್ಪವಾದರೂ ಮುಂದೆಯೇ ಇರುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಆಮೆಯನ್ನು ಸೋಲಿಸಲು ಅಕಿಲಿಸನಿಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಸ್ಪರ್ಧೆಯಲ್ಲಿ ಆಮೆಯೇ ಗೆಲ್ಲುವುದು ಖಂಡಿತ.

ಇದು ಎಂತಹ ವಿರೋಧಾಭಾಸ (ಹೇತ್ವಾಭಾಸ) ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಇಂತಹ ಒಂದು ಓಟದ ಸ್ಪರ್ಧೆ ನಡೆದಿದ್ದೇ ಆದರೆ ಅಕಿಲಿಸನೇ ಗೆಲ್ಲುವುದು ಸ್ವತಸಿದ್ಧ. ಆದರೆ ಝಿನೋ ಪ್ರತಿಪಾದಿಸಿರುವ ವಾದದಲ್ಲಿ ಯಾವ ದೋಷವೂ ಕಾಣುವುದಿಲ್ಲ. ಈ ವಿರೋಧಾಭಾಸವು ಝಿನೋವಿನ ಕಾಲಕ್ಕೆ ಸರಿ ಎಂದು ಕಂಡಿದ್ದಿರಬಹುದು.

ಆದರೆ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲಿಯತನಕ ಆಗಿರುವ ಆವಿಷ್ಕಾರಗಳು ಈ ವಿರೋಧಾಭಾಸ ವನ್ನು (ಹೇತ್ವಾಭಾಸ) ಪರಿಹರಿಸುವಷ್ಟು ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಪಡೆದಿವೆ.

ಅಕಿಲಿಸ್ ಅಥವಾ ಆಮೆಯು ಓಡುವ ದೂರಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅನಂತ ಪದಗಳಿರುವ ಒಂದು ಶ್ರೇಣಿ $100 + 10 + 1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} \ldots\ldots$ ಅನಂತ ಪದಗಳವರೆಗೆ ಇದು ಒಂದು ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿ. ಇದರ ಮೊದಲನೆಯ ಪದ $a = 100$ ಈ ಶ್ರೇಣಿಯ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನೂ $\frac{1}{10}$ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಬರುತ್ತದೆ.

$\therefore$ ಶ್ರೇಣಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪ್ರಮಾಣ $r = \frac{1}{10}$ ಇಂತಹ ಶ್ರೇಣಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪ್ರಮಾಣ 1 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಾದಾಗ ಅನಂತ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ $= \frac{a}{1-r}$

$$\frac{100}{1-\frac{1}{10}} = \frac{100}{\frac{9}{10}} = 100 \times \frac{10}{9} = \frac{1000}{9} = 111\frac{1}{9}$$

ಅಂದರೆ ಅಕಿಲಿಸ್ ಅಥವಾ ಆಮೆ ಇವು ಓಡುವ ದೂರಗಳೆಲ್ಲವನ್ನೂ ಕೂಡಿಸಿದಾಗ $111\frac{1}{9}$ ಗಜಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗುವುದು.

ಅಕಿಲಿಸ್ ಮತ್ತು ಆಮೆ ಇವರುಗಳ ಓಟದ ಸ್ಪರ್ಧೆ ಅನಂತವಾದ ಹಂತಗಳಲ್ಲಿ ನಡೆಯಲಿಲ್ಲ. 'ಮೊದಲು 100 ಗಜ ಓಡಿ ಅನಂತರ 10 ಗಜ, ಅನಂತರ 1, ಅನಂತರ $\frac{1}{10}$ ಅನಂತರ $\frac{1}{100}$ ಇತ್ಯಾದಿ – ಈ ರೀತಿ ಹಂತ ಹಂತಗಳಲ್ಲಿ ಓಡಬೇಕೆಂದು ಅವರಿಗೆ ತಿಳಿಸಿರಲಿಲ್ಲ. ಓಡುವ ಸ್ಪರ್ಧೆ ಅವಿಚ್ಛಿನ್ನವಾಗಿ ನಡೆಯಿತು.

$111\frac{1}{9}$ ಗಜದ ದೂರವನ್ನು ಅನಂತ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಿ ಹಂತ ಹಂತಗಳಲ್ಲಿ ಓಟದ ಸ್ಪರ್ಧೆಯು ನಡೆದಂತೆ ಭಾವಿಸಿ ವಾದ ಮಾಡಿದ್ದರಿಂದ ವಿರೋಧವಿದ್ದಂತೆ ಕಂಡಿತು.

ಅಕಿಲಿಸ್ ಮತ್ತು ಆಮೆ – ಇವರ ಓಟದ ಸ್ಪರ್ಧೆ ಒಂದು ನಿಯತವಾದ ಕಾಲದ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ಮುಗಿದಿರುತ್ತದೆ. ಸ್ಪರ್ಧೆಯ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ಅಕಿಲಿಸನು ಓಡುವ ದೂರ ಆಮೆಯು ಹೋಗುವ ದೂರಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾದುದರಿಂದ ಅಕಿಲಿಸನು ಗೆಲ್ಲಲು ಅಡ್ಡಿ ಏನೂ ಇಲ್ಲ.

–ಆಧಾರ

ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ಹೇಳಿಕೆ

1) ಅತ್ಯಂತ ಸ್ಪಷ್ಟವೂ ಆದ ವಾಸ್ತವ ಸಂಗತಿಯೂ, ಯಾವ ಹೇಳಿಕೆಯೂ ಅಂತಿಮವಾಗಿ ಗಣಿತದ ರೂಪವನ್ನು ತಾಳಬೇಕು.

–ಥೋರೋ

2) ಅದು ಪೂರ್ಣ, ಇದು ಪೂರ್ಣ, ಪೂರ್ಣದಿಂದ ಪೂರ್ಣವು ಹೊರಹೊಮ್ಮಿದೆ. ಪೂರ್ಣದಿಂದ ಪೂರ್ಣವು ಹೊರಬಂದರೂ ಉಳಿದಿರುವುದು ಪೂರ್ಣವಾಗಿಯೇ ಇದೆ.

–ಉಪನಿಷತ್

ಅಧ್ಯಾಯ ೬

ಮಾಯಾಚೌಕದ ಇತಿಹಾಸ ಮತ್ತು ರಚನೆ

ಇತಿಹಾಸವನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಭಾರತ, ಚೀನಾ, ಅರಬ್ ಮತ್ತು ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ರಾಷ್ಟ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಾಚೀನ ಕಾಲದಲ್ಲೇ ಮಾಯಾಚೌಕಗಳು ಬಳಕೆಯಲ್ಲಿತ್ತು ಎಂದು ಗೊತ್ತಾಗುತ್ತದೆ.

ಮಾಯಾಚೌಕಗಳು ಕ್ರಿಸ್ತ ಪೂರ್ವದಲ್ಲೇ ಹಿಂದೂ ದೇಶದಲ್ಲಿ ಆರಂಭವಾಯಿತು. ಇದನ್ನು ಕಾನ್‌ಸ್ಟಾಂಟಿನೋಪಲಿನ ಮಾಸ್ಕೋಪಲಸ್ ಎಂಬುವನು ಇವುಗಳನ್ನು ಕಲಿತು ಯೂರೋಪಿಯನ್ನರಿಗೆ ಹೇಳಿಕೊಟ್ಟ ಎಂದು ತಿಳಿದುಬಂದಿದೆ. ಕ್ರಿ. ಶ. 1-2 ನೇ ಶತಮಾನದ ನಾಗಾರ್ಜುನ, ಕ್ರಿ. ಶ. 505 ರಲ್ಲಿ ವರಾಹಮಿಹೀರ ಮಾಯಾಚೌಕದ ಬಗ್ಗೆ ಉಲ್ಲೇಖಿಸಿದ್ದಾರೆ. ನಾರಾಯಣ ಪಂಡಿತನಿಂದ ರಚಿತವಾದ "ಗಣಿತ ಕೌಮುದಿ (ಕ್ರಿ. ಶ. 1356)" ಎಂಬ ಗ್ರಂಥದ ಪ್ರಕಾರ ಮಾಯಾಚೌಕಗಳ ಅಧ್ಯಯನ ಹಿಂದೂ ದೇಶದಲ್ಲಿ ಉನ್ನತ ಮಟ್ಟದಲ್ಲಿತ್ತು ಎಂದು ಗೊತ್ತಾಗುತ್ತದೆ.

ಮಹಾರಾಷ್ಟ್ರ ರಾಜ್ಯದ ನಾಸಿಕ್ ಎಂಬ ದೇವಾಲಯದ ಗೋಡೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಮಾಯಾಚೌಕ ಕಂಡುಬಂದಿದೆ ಇದೇ ನಾಸಿಕ್ ಮಾಯಾಚೌಕ. ಭಾರತದ ಜೈನ ಗಣಿತಜ್ಞರಿಗೂ ಮಾಯಾಚೌಕದ ಬಗ್ಗೆ ವಿಶೇಷವಾದ ಜ್ಞಾನವಿತ್ತು ಎಂದು ತಿಳಿದುಬಂದಿದೆ. ಎರಡು ರೀತಿಯ ಅವರ ಮಾಯಾಚೌಕಗಳನ್ನು ನೋಡಬಹುದು. ಖಜುರಾಹೋನಲ್ಲಿ ಪಾರ್ಶ್ವನಾಥ ದೇವಾಲಯದಲ್ಲಿ 4×4 ಕ್ರಮದ ಒಂದು ಮಾಯಾಚೌಕ ಕೆತ್ತಿರುವುದು ಕಂಡುಬಂದಿದೆ.

ಮಾನದೇವಸೂರಿ ಎಂಬುವನು ತನ್ನ 'ಲಘುಶಾಂತಿ ಸ್ತೋತ್ರದಲ್ಲಿ' 16 ಮನೆಗಳ ಮಾಯಾಚೌಕದ ರಚನೆ ಬಗ್ಗೆ ಹಾಗೂ ಅದನ್ನು ಬೀಜಮಂತ್ರವಾಗಿ ಬಳಸುವುದನ್ನು ತಿಳಿಸಿದ್ದಾನೆ.

ಶುಭಸುಂದರ ಎಂಬುವನು ತನ್ನ ಯುಗಾದಿ ದೇವಸ್ತೋತ್ರದಲ್ಲಿ 25 ಮನೆಗಳ ಮತ್ತು 64 ಮನೆಗಳ ಮಾಯಾಚೌಕ ನೀಡಿದ್ದಾನೆ.

ಧರ್ಮಾನಂದನೆಂಬುವನು 64 ಮನೆಗಳ ಮಾಯಾಚೌಕ ರಚಿಸುವ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಇದರಿಂದ ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಮಾಯಾಚೌಕಗಳ ಅಧ್ಯಯನ ಬಹಳ ಹಿಂದಿನಿಂದ ತಿಳಿದಿತ್ತು ಎಂದು ಗೊತ್ತಾಗುತ್ತದೆ.

ಮಾಯಾಚೌಕಗಳನ್ನು ರಕ್ಷಾಯಂತ್ರ ಮತ್ತು ತಾಯಿತಗಳಲ್ಲಿ ಕೆತ್ತಿಸಿ ತೋಳಿಗೋ, ಕುತ್ತಿಗೆಗೋ ಧರಿಸುತ್ತಿದ್ದರಂತೆ.

ಆದರೆ ಒಂದು ಆಶ್ಚರ್ಯಕರ ಸಂಗತಿ ಎಂದರೆ ಆರ್ಯಭಟ, ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತ, ಮಹಾವೀರಾ ಚಾರ್ಯ ಮತ್ತು (ಎರಡನೇ) ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯರು ಈ ಮಾಯಾಚೌಕದ ಬಗ್ಗೆ ಪ್ರಸ್ತಾಪ ಮಾಡಿಲ್ಲ.

ಆಧುನಿಕ ಹೆಸರಾಂತ ಭಾರತದ ಗಣಿತಜ್ಞ ಶ್ರೀನಿವಾಸ ರಾಮಾನುಜನ್ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ದ್ದಾಗಿನಿಂದ ಮಾಯಾಚೌಕದ ಬಗ್ಗೆ ಕೃಷಿಮಾಡಿದ್ದಾರೆ. ಅವರ ಮೊದಲ ಎರಡು ಟಿಪ್ಪಣಿ ಪುಸ್ತಕ ಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಯಾಚೌಕದ ರಚನೆ ಬಗ್ಗೆ ಅದರಲ್ಲೂ 3×3 ದರ್ಜೆಯ ಮಾಯಾಚೌಕದ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿಸಿದ್ದಾರೆ.

ರಾಮಾನುಜನ್‌ರವರಲ್ಲದೆ ಇನ್ನೂ ಮೊದಲಾದವರು, ಮಾಯಾಚೌಕದ ಬಗ್ಗೆ ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಿ ಅಡ್ಡಸಾಲು, ಕಂಬಸಾಲು, ಕರ್ಣಸಾಲು ಮೊತ್ತ ಸೊನ್ನೆ ಆಗಿರುವ ಶೂನ್ಯ ಮಾಯಾಚೌಕ ಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬೀಜಗಣಿತದ ನಿತ್ಯ ಸಮತೆಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಬಹುದು ಎಂದಿದ್ದಾರೆ.

ಪುಣೆಯ ಭಾರತೀಯ "ಸಂಖ್ಯಾಮಾಂತ್ರಿಕ" ರೆಂದೇ ಹೆಸರುವಾಸಿಯಾದ ಡಿ. ಆರ್. ಕಪ್ರೇಕರ್‌ರವರೂ ಮಾಯಾಚೌಕದ ಬಗ್ಗೆ ಕೈ ಆಡಿಸಿದ್ದಾರೆ.

18 ನೆಯ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಮೈಸೂರಿನ ಮಹಾರಾಜರಾಗಿದ್ದ ಮುಮ್ಮಡಿ ಕೃಷ್ಣರಾಜ ಒಡೆಯರ್ ತಮ್ಮ 'ಚತುರಂಗ ಸಾರ ಸರ್ವಸ್ವ' ಎಂಬುದರಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಚದುರಂಗದ ಕುದುರೆ ನಡಿಗೆಯಲ್ಲಿ, ಆನೆ ನಡಿಗೆಯಲ್ಲಿ, ರಾಜನ ನಡಿಗೆಯಲ್ಲಿ ಇರುವಂತೆ ಅನೇಕ ಬಗೆಯ 8×8 ಮತ್ತು 12×12 ರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಚೌಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದನ್ನು ತಿಳಿಸಿದ್ದಾರೆ.

ಅಂತೂ ಮಾಯಾಚೌಕವನ್ನು ಕೆಲವರು ಧಾರ್ಮಿಕ ಚಿಹ್ನೆಯಾಗಿ ಮೂಢನಂಬಿಕೆ ಇರುವವರು ದೇಹಕ್ಕೆ ಭೂತ ಪ್ರೇತಗಳಿಂದ ರಕ್ಷಣೆ ಹಾಗೂ ರೋಗನಿವಾರಕ ಅಸ್ತ್ರವಾಗಿ, ಯಂತ್ರ, ಮಂತ್ರ, ತಂತ್ರ ಮತ್ತು ಮಾಯಾಮಾಟ ಮುಂತಾದವುಗಳಲ್ಲಿ, ಗಣಿತಜ್ಞರು ಸಂಖ್ಯಾಲೋಕದ ಅಧ್ಯಯನಕ್ಕೆ ಮತ್ತು ಕೆಲವು ಯುವ ಪೀಳಿಗೆ ಮನರಂಜನೆಗಾಗಿ ಮಾಯಾಚೌಕಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಿರುವುದು ಕಂಡುಬಂದಿದೆ.

ಹೀಗೆ ಎಲ್ಲಾ ರೀತಿಯ ಜನರಿಗೂ ಮಾಯಾಚೌಕ ಒಂದು ಸ್ವಾರಸ್ಯಕರವಾದ ವಿಷಯ ವಾಗಿದೆ.

ಮಾಯಾಚೌಕ ಎಂದರೇನು?

ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದಲ್ಲಿರುವ, ಸಣ್ಣ ಸಣ್ಣ ಸಮಾನ ಚೌಕಗಳಲ್ಲಿ ಗೊತ್ತಾದ ಕ್ರಮದಿಂದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ತುಂಬಿರುವ (ಕಡೇಪಕ್ಷ 9) ಅಡ್ಡಸಾಲು, ಕಂಬಸಾಲು ಮತ್ತು ಮೂಲೆಯಿಂದ

ಮೂಲೆಗೆ (ಕರ್ಣಸಾಲು) ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಯಾವಾಗಲೂ ಮೊತ್ತ ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ ಆ ಚೌಕವನ್ನು ಮಾಯಾಚೌಕ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಆ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಮಾಯಾ ಮೊತ್ತ ಅಥವಾ ಮಾಯಾಸಂಖ್ಯೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಮಾಯಾಚೌಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು ಹೇಗೆ? ಎಂಬುದನ್ನು ಕಡೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದೆರಡು ಉದಾಹರಣೆ ಮೂಲಕ ಈ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ತಿಳಿಸಿದೆ. ಆದರೂ ಇದೊಂದು ಮಾಯಾಚೌಕಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಒಂದು ಪಕ್ಷಿನೋಟ.

ಹಲವರು ಮಾಯಾಚೌಕಗಳ ಬಗ್ಗೆ ವಿವರವಾಗಿ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಬರೆದಿದ್ದಾರೆ. ಅವರಲ್ಲಿ ಡಾ॥ ಎಸ್. ಬಾಲಚಂದ್ರರಾವ್ "ಮಾಯಾಚೌಕಗಳ ಸ್ವಾರಸ್ಯ", ಶ್ರೀ ಬಿ. ಕೆ. ವಿಶ್ವನಾಥರಾವ್ "ಮಾಯಾಚೌಕಗಳ ಮಾಯಾ ಪ್ರಪಂಚ" ಮುಖ್ಯವಾದವುಗಳು.

8	1	6
3	5	7
4	9	2

ಮೇಲೆ ಬರೆದಿರುವ ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದಲ್ಲಿ, ಸಣ್ಣ 9 ಚೌಕಗಳಿವೆ. ಅಡ್ಡಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 3 ಮನೆಗಳಿವೆ, ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 3 ಮನೆಗಳಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು 3 ನೆಯ ಶ್ರೇಣಿ (ದರ್ಜೆ)ಯ ಮಾಯಾಚೌಕ ಅಂದರೆ $(2n + 1)$ ರೂಪದ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ ಶ್ರೇಣಿ (ದರ್ಜೆ) ಮಾಯಾಚೌಕ. ಯಾವುದೇ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನ, ಕಂಬಸಾಲಿನ, ಮೂಲೆಯಿಂದ ಮೂಲೆಗೆ (ಕರ್ಣಸಾಲು) ಇವುಗಳಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 15. 1 ರಿಂದ 9 ರ ತನಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಂದೊಂದೇ ಸಲ ಬರೆದಿದೆ.

ಅಡ್ಡಸಾಲು	$8 + 1 + 6 = 15$
	$3 + 5 + 7 = 15$
	$4 + 9 + 2 = 15$
ಕಂಬಸಾಲು	$8 + 3 + 4 = 15$
	$1 + 5 + 9 = 15$
	$6 + 7 + 2 = 15$
ಮೂಲೆಯಿಂದ ಮೂಲೆಗೆ	$4 + 5 + 6 = 15$
ಕರ್ಣಸಾಲು	$8 + 5 + 2 = 15$

ಮಾಯಾಚೌಕದಲ್ಲಿ ಇಷ್ಟೇ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಂಕಣಗಳಿರಬೇಕೆಂದಿಲ್ಲ, ಪ್ರಾರಂಭಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದೇ ಆಗಿರಬೇಕೆಂದಿಲ್ಲ, ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದಲಾದರೂ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಬಹುದು. ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ಮೊತ್ತವು ಲಭಿಸುವಂತೆ ಮಾಯಾಚೌಕ ರಚಿಸಬಹುದು. ಮಾಯಾಚೌಕಗಳ ರಚನೆಯಲ್ಲಿ ಬಳಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅಂಕಗಣಿತ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.

ಉದಾ: 1, 2, 3, 4, ... 5, 10, 15, 20, . . . 4, 7, 10, 13 . . . . . . ಇತ್ಯಾದಿ.

ಮೇಲೆ ಬರೆದಿರುವ ಮಾಯಾಚೌಕವನ್ನೇ ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಅಂದರೆ 7 ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆದಿದೆ.

6	1	8
7	5	3
2	9	4

8	3	4
1	5	9
6	7	2

6	7	2
1	5	9
8	3	4

4	9	2
3	5	7
8	1	6

2	9	4
7	5	3
6	1	8

4	3	8
9	5	1
2	7	6

2	7	6
9	5	1
4	3	8

ಅಲ್ಲಿಗೆ ಒಟ್ಟು 8 ವಿವಿಧ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾಯಾಚೌಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿದಂತಾಯಿತು. ಇನ್ನು ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಬೇಕಾದರೆ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

ಅಡ್ಡಸಾಲಿನ ಮೊತ್ತ 15, ಕಂಬಸಾಲಿನ ಮೊತ್ತ 15, ಮೂಲೆಯಿಂದ ಮೂಲೆಗೆ (ಕರ್ಣಸಾಲು) ಮೊತ್ತ 15. ಒಂದರಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಒಂಭತ್ತರ ತನಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಂದೊಂದೇ ಸಲ ಬರೆದಿದೆ.

ಮಾಯಾಚೌಕವನ್ನು ಆಗಲೇ ಹೇಳಿದಂತೆ ಒಂದರಿಂದಲೇ ಆರಂಭಿಸಬೇಕೆಂದಿಲ್ಲ. ಈಗ ನೋಡಿ 0 ಯಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ 8 ರ ತನಕ ಕ್ರಮವಾಗಿ 9 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಮಾಯಾಚೌಕ ರಚಿಸಿದೆ.

ಅಡ್ಡಸಾಲಿನ, ಕಂಬಸಾಲಿನ ಮೂಲೆಯಿಂದ ಮೂಲೆಗೆ (ಕರ್ಣಸಾಲು) ಮೊತ್ತ 12. 12 ಮಾಯಾ ಮೊತ್ತ ಅಥವಾ ಮಾಯಾಸಂಖ್ಯೆ, ಇದೂ ಸಹ $(2n + 1)$ ರೂಪದ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ ಶ್ರೇಣಿ (ದರ್ಜೆ) ಮಾಯಾಚೌಕ

7	0	5
2	4	6
3	8	1

5	6	1
0	4	8
7	2	3

5	0	7
6	4	2
1	8	3

7	2	3
0	4	8
5	6	1

1	8	3
6	4	2
5	0	7

1	6	5
8	4	0
3	2	7

3	2	7
8	4	0
1	6	5

3	8	1
2	4	6
7	0	5

ಇಲ್ಲೂ ಸಹ 8 ರೀತಿಯ ಮಾಯಾಚೌಕ ರಚಿಸಿದೆ. ಇದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಅಡ್ಡಸಾಲಿನಲ್ಲಿ $7 + 0 + 5 = 12$

$2 + 4 + 6 = 12$

$3 + 8 + 1 = 12$

ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಿ $7 + 2 + 3 = 12$

$0 + 4 + 8 = 12$

$5 + 6 + 1 = 12$

ಮೂಲೆಯಿಂದ ಮೂಲೆಗೆ $3 + 4 + 5 = 12$

$7 + 4 + 1 = 12$

ವಿವಿಧ ಬಗೆಯ ಮಾಯಾಚೌಕಗಳು

ನಿಯಮಿತ ಮಾಯಾಚೌಕಗಳು : ಇದರಲ್ಲಿ ಎರಡು ವಿಧ

a) ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ ಶ್ರೇಣಿ (ದರ್ಜೆ) ಮಾಯಾಚೌಕಗಳು. ಇವು $(2n + 1)$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ. ಉದಾಹರಣೆ $3, 5, 7, 9 \ldots\ldots$ ರ ಶ್ರೇಣಿ (ದರ್ಜೆ)ಯವು $2n + 1$ ಸೂತ್ರದಲ್ಲಿ $n = 1$ ಆದಾಗ $3, n = 2$ ಆದಾಗ $5 \ldots\ldots$ ಈ ರೀತಿ

b) ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆ ಶ್ರೇಣಿ (ದರ್ಜೆ) ಮಾಯಾಚೌಕಗಳು : ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡುವಿಧ.

1) $2(2n + 1)$ ರೂಪದ ಮಾಯಾಚೌಕಗಳು.

ಉದಾಹರಣೆ $6, 10, 14, 18 \ldots\ldots$ ರ ಶ್ರೇಣಿ (ದರ್ಜೆ)ಯವು 4 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. $2(2n + 1)$ ಸೂತ್ರದಲ್ಲಿ $n = 1$ ಆದಾಗ $6, n = 2$ ಆದಾಗ $10, n = 3$ ಆದಾಗ $14 \ldots\ldots$ ಈ ರೀತಿ

2) $4n$ ರೂಪದ ಮಾಯಾಚೌಕಗಳು.

ಉದಾಹರಣೆ $4, 8, 12, 16, 20 \ldots\ldots$ ರ ಶ್ರೇಣಿ (ದರ್ಜೆ)ಯವು 4 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತವೆ. ಮಾಯಾಸಂಖ್ಯೆಗಳ ರಚನೆಯಲ್ಲಿ ಬಳಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅಂಕಗಣಿತ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿರಬೇಕು.

ಉದಾ: 1, 2, 3, 4, 5, 10, 15, 20 ಇತ್ಯಾದಿ.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

ಮೇಲೆ ಬರೆದಿರುವ ಮಾಯಾಚೌಕದಲ್ಲಿ 16 ಚೌಕಗಳಿವೆ. ಅಡ್ಡಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 4 ಮನೆಗಳಿವೆ. ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 4 ಮನೆಗಳಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು 4 ನೆಯ ಶ್ರೇಣಿ (ದರ್ಜೆ) ಯ ಮಾಯಾಚೌಕ. ಯಾವುದೇ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನ, ಕಂಬಸಾಲಿನ, ಮೂಲೆಯಿಂದ ಮೂಲೆಗೆ (ಕರ್ಣಸಾಲು) ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 34. ಅಂದರೆ 34 ಮಾಯಾ ಮೊತ್ತ ಅಥವಾ ಮಾಯಾಸಂಖ್ಯೆ. ಇದನ್ನು ಡ್ಯೂರರ್‌ನ ಮಾಯಾಚೌಕ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಇದೊಂದು ವಿಶೇಷ ಮಾಯಾಚೌಕ.

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

1	14	15	4
8	11	10	5
12	7	6	9
13	2	3	16

8	11	10	5
1	14	15	4
13	2	3	16
12	7	6	9

10	8	5	11
3	13	16	2
15	1	4	14
6	12	9	7

1	15	14	4
8	10	11	5
12	6	7	9
13	3	2	16

3	13	16	2
10	8	5	11
6	12	9	7
15	1	4	14

8	10	11	5
13	3	2	16
1	15	14	4
12	6	7	9

ನನ್ನ ಕುತೂಹಲಕ್ಕೆ 8 ವಿವಿಧ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾಯಾಚೌಕ ರಚಿಸಿದೆ. ಅಡ್ಡಸಾಲಿನ ಮೊತ್ತ 34, ಕಂಬಸಾಲಿನ ಮೊತ್ತ 34, ಮೂಲೆಯಿಂದ ಮೂಲೆಗೆ (ಕರ್ಣಸಾಲು) ಮೊತ್ತ 34. ಇದನ್ನು 1 ರಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ 16 ರ ತನಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಂದೊಂದೇ ಸಲ ಬರೆದಿದೆ. ಅದೆಷ್ಟು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದೋ ಗೊತ್ತಿಲ್ಲ.

ನಾಲ್ಕು ಮನೆಯ ಮಾಯಾಚೌಕಗಳು 880 ಇವೆ, ಇವುಗಳನ್ನು 7040 ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ರಚಿಸಬಹುದೆಂದು ಮಾನ್ಯ ಶ್ರೀ ಬಿ. ಸೀತಾರಾಮಶಾಸ್ತ್ರಿಗಳು ತಿಳಿಸಿದ್ದಾರೆ.

ಶೂನ್ಯ ಮಾಯಾಚೌಕ

ಮಾಯಾಚೌಕದಲ್ಲಿ ಕೇವಲ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೇ ಇರಬೇಕೆಂದಿಲ್ಲ. ಧನ ಮತ್ತು ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಬಂದಿರಬಹುದು.

1	2	−3
−4	0	4
3	−2	−1

ಇದೊಂದು 3 ಶ್ರೇಣಿ(ದರ್ಜೆ)ಯ ಮಾಯಾಚೌಕ 0 ಯನ್ನು ಒಂದು ಬಾರಿ $-1, 1, -2, 2, -3, 3, -4, 4$ ಒಂದೊಂದು ಬಾರಿ ಬಂದಿವೆ.

ಅಡ್ಡಸಾಲು $1 + 2 + (-3) = 0$

$-4 + 0 + 4 = 0$

$3 + (-2) + (-1) = 0$

ಕಂಬಸಾಲು $1 + (-4) + 3 = 0$

$2 + 0 + (-2) = 0$

$-3 + 4 + (-1) = 0$

ಮೂಲೆಯಿಂದ ಮೂಲೆಗೆ $3 + 0 + (-3) = 0$

$1 + 0 + (-1) = 0$

ಇಲ್ಲಿ ಅಡ್ಡಸಾಲು, ಕಂಬಸಾಲು, ಮೂಲೆಯಿಂದ ಮೂಲೆಗೆ (ಕರ್ಣಸಾಲು)ಗಳ ಮೊತ್ತ 0. ಮಾಯಾಚೌಕವನ್ನು ಕೇವಲ ಕೂಡುವುದರಿಂದಲ್ಲದೆ, ಗುಣಿಸುವುದರಿಂದಲೂ ಪಡೆಯಬಹುದು.

50	1	20
4	10	25
5	100	2

3 ಶ್ರೇಣಿ (ದರ್ಜೆ) ಯ ಮಾಯಾಚೌಕ.

ಅಡ್ಡಸಾಲು $50 \times 1 \times 20 = 1000$

$4 \times 10 \times 25 = 1000$

$5 \times 100 \times 2 = 1000$

ಕಂಬಸಾಲು $50 \times 4 \times 5 = 1000$

$1 \times 10 \times 100 = 1000$

$20 \times 25 \times 2 = 1000$

ಮೂಲೆಯಿಂದ ಮೂಲೆಗೆ (ಕರ್ಣಸಾಲು) $50 \times 10 \times 2 = 1000$

$5 \times 10 \times 20 = 1000$

ಇಲ್ಲಿ ಅಡ್ಡಸಾಲು, ಕಂಬಸಾಲು, ಮೂಲೆಯಿಂದ ಮೂಲೆಗೆ (ಕರ್ಣಸಾಲು) ಮೊತ್ತ 1000. ಈ ಮಾಯಾಚೌಕ ನೋಡಿ ಕೇವಲ ಅಡ್ಡಸಾಲು, ಕಂಬಸಾಲುಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಗುಣಲಬ್ಧ ಒಂದೇ, ಆದರೆ ಮೂಲೆಯಿಂದ ಮೂಲೆ (ಕರ್ಣಸಾಲು) ಯ ಗುಣಲಬ್ಧ ಒಂದೇ ಅಲ್ಲ

10	12	1
4	2	15
3	5	8

3 ಶ್ರೇಣಿ(ದರ್ಜೆ)ಯ ಮಾಯಾಚೌಕ. ಗುಣಲಬ್ಧ 120 ಆಲ್‌ಫ್ರೆಡ್ ಮಸ್ನರ್ ರ

ಅಡ್ಡಸಾಲು $10 \times 12 \times 1 = 120$

$4 \times 2 \times 15 = 120$

$3 \times 5 \times 8 = 120$

ಕಂಬಸಾಲು $10 \times 4 \times 3 = 120$

$12 \times 2 \times 5 = 120$

$1 \times 15 \times 8 = 120$

ಇದೊಂದು ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಯಾಚೌಕ

24	648	1296	12	9
324	81	6	18	27
162	3	36	432	8
48	72	216	16	4
144	108	1	2	54

4 ಶ್ರೇಣಿ (ದರ್ಜೆ) ಮಾಯಾಚೌಕ ಭಾಗಲಬ್ಧ 36

$$1296 \times 24 \times 9 = 27,9936$$

$$648 \times 12 = 7776$$

$$279936 \div 7776 = 36$$

ಕೇವಲ 1 ರಿಂದ 5 ರ ತನಕ ಒಂದೊಂದನ್ನೂ 5 ಬಾರಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿದೆ.

4	5	1	2	3
5	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	1
3	4	5	1	2

5 ಶ್ರೇಣಿ (ದರ್ಜೆ) ಮಾಯಾಚೌಕ. ಅಡ್ಡಸಾಲು, ಕಂಬಸಾಲು, ಮೂಲೆಯಿಂದ ಮೂಲೆಗೆ (ಕರ್ಣಸಾಲು) ಮೊತ್ತ 15

ವಿಶೇಷ ಮಾಯಾಚೌಕ

7	6	13	16
12	1	10	3
11	2	9	4
8	5	14	15

1 ರಿಂದ 16 ರ ತನಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದಾದ ಒಂದು ವಿಶೇಷ ಮಾಯಾಚೌಕ. ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಾಗಲೀ, ಅಡ್ಡಸಾಲಿನಲ್ಲಾಗಲೀ, ಅಕ್ಕಪಕ್ಕದ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.

ಅಡ್ಡ ಅಥವಾ ಕಂಬಸಾಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಸಮವಿಲ್ಲ

ಅಡ್ಡಸಾಲು	7 + 6 = 13	13 + 16 = 29	6 + 13 = 19
	12 + 1 = 13	10 + 3 = 13	1 + 10 = 11
	11 + 2 = 13	9 + 4 = 13	2 + 9 = 11
	8 + 5 = 13	14 + 15 = 29	5 + 14 = 19
ಕಂಬಸಾಲು	7 + 12 = 19	11 + 8 = 19	
	6 + 1 = 7	2 + 5 = 7	
	13 + 10 = 23	9 + 14 = 23	
	16 + 3 = 19	4 + 15 = 19	

1089 ರ ಮಗ್ಗಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಒಂದು ಮಾಯಾಚೌಕ

8712	1089	6534
3267	5445	7623
4356	9801	2178

ಇದೇ ಮಾಯಾಚೌಕದಿಂದ ಅನೇಕ ಮಾಯಾಚೌಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು. ತಲೆಗೆಳಕು ಮಾಯಾಚೌಕ

96	11	89	68
88	69	91	16
61	86	18	99
19	98	66	81

4 ಶ್ರೇಣಿ (ದರ್ಜೆ) ಮಾಯಾಚೌಕ ಮೊತ್ತ 264

ಈ ಮಾಯಾಚೌಕವನ್ನು ಕನ್ನಡಿಯ ಮುಂದೆ ತಲೆಕೆಳಗಾಗಿ ಹಿಡಿದರೆ ಮೊತ್ತ ಒಂದೇ ಆಗುತ್ತದೆ. ಮೊತ್ತ 19, 998

8818	1111	8188	1881
8181	1888	8811	1118
1811	8118	1181	8888
1188	8881	1818	8111

8 ಶ್ರೇಣಿ (ದರ್ಜೆ) ಮಾಯಾಚೌಕ 1 ರಿಂದ 64 ಕ್ರಮಾಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ, ಮೊತ್ತ 260. ಇದನ್ನು 4 ಭಾಗ ಮಾಡಿದೆ $4 \times 4 = 16$ ಮೊತ್ತ 130. 2×2 ಮನೆಗಳ 16 ಸಮಭಾಗಗಳಿವೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 130

1	8	61	60	48	41	20	21
62	59	2	7	19	22	47	42
52	53	16	9	29	28	33	40
15	10	51	54	34	39	30	27
32	25	36	37	49	56	13	12
35	38	31	26	14	11	50	55
45	44	17	24	4	5	64	57
18	23	46	43	63	58	3	6

ಮಹಾತ್ಮ ಗಾಂಧಿಯವರ ಜನ್ಮ ಶತಾಬ್ದಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ **ಡಿ. ಆರ್. ಕಪ್ರೇಕರ್** ಅವರು ರಚಿಸಿದ 4 ನೇ ದರ್ಜೆಯ ಮಾಯಾಚೌಕ.

2 – 10 – 1969 ಗಾಂಧಿಯವರ ಜನ್ಮಶತಾಬ್ದಿ

02	10	19	69
64	24	12	00
16	01	63	20
18	65	06	11

ಮೊತ್ತ 100

ರಾಮಾನುಜನ್ ಅವರ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಆಧಾರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ರಚಿಸಿದ 4×4 ಶ್ರೇಣಿ (ದರ್ಜೆ) ಮಾಯಾಚೌಕ.

ರಾಮಾನುಜನ್ ಅವರ ಜನ್ಮದಿನ 22 – 12 – 1887

22	12	18	87
39	85	9	6
76	41	4	18
2	1	108	28

7×7 ಶ್ರೇಣಿ (ದರ್ಜೆಯ) ಒಂದು **ವಿಶೇಷ ಮಾಯಾಚೌಕ**

ದೊಡ್ಡ ಚೌಕ ಅಡ್ಡಸಾಲು, ಕಂಬಸಾಲು, ಕರ್ಣಸಾಲುಗಳ	ಮೊತ್ತ	175
ಒಳಗಿರುವ ಚಿಕ್ಕಚೌಕ	ಮೊತ್ತ	125
ಅತ್ಯಂತ ಒಳಗಿರುವ ಅತಿ ಚಿಕ್ಕಚೌಕ	ಮೊತ್ತ	75

16	33	18	31	20	29	28
39	7	42	9	40	27	11
12	46	2	47	26	4	38
37	5	49	25	1	45	13
14	44	24	3	48	6	36
35	23	8	41	10	43	15
22	17	32	19	30	21	34

8712	1089	6534
3267	5445	7623
4356	9801	2178

1089 ರ ಮಗ್ಗಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ರಚಿಸಿದ ಮಾಯಾಚೌಕ

ಪ್ರತಿ ಮನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಏಕಸ್ಥಾನ ಅಥವಾ ದಶಕಸ್ಥಾನದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ರಚಿಸಿದ ಮಾಯಾಚೌಕ.

2	9	4
7	5	3
6	1	8

ಏಕಸ್ಥಾನದ
ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ

1	8	3
6	4	2
5	0	7

ದಶಕಸ್ಥಾನದ
ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ

87	10	65
32	54	76
43	98	21

ಸಾವಿರ ಮತ್ತು ನೂರರ
ಸ್ಥಾನದ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ

871	108	653
326	544	762
435	980	217

ಸಾವಿರ ನೂರು ದಶಕ
ಸ್ಥಾನದ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ

812	189	634
367	545	723
456	901	278

ಸಾವಿರ ದಶಕ
ಏಕಸ್ಥಾನದ ಸಂಖ್ಯೆಮಿತಿ

ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಹಿಂದು ಮುಂದು ಮಾಡಿ ಜೋಡಿಸಿದರೂ ಸಹ ಮಾಯಾಚೌಕ ಏರ್ಪಡುತ್ತದೆ.

21	98	43
76	54	32
65	10	87

178	801	356
623	445	267
534	089	712

ಮಾಯಾಚೌಕಗಳ ರಚನೆ

ಮಾಯಾಚೌಕಗಳ ರಚನೆಯಲ್ಲಿ ಇಷ್ಟೇ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಂಕಣಗಳಿರಬೇಕೆಂಬ ನಿಯಮವಿಲ್ಲ. ಪ್ರಾರಂಭಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು ಬೇಕಾದರೂ ಆಗಬಹುದು.

ಸಂಖ್ಯೆ $1, 2, 3 \ldots\ldots n$ ವರೆಗಿನ ಧನಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಕ್ರಮಾನುಸಾರವಾಗಿ ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ಶ್ರೇಣಿ (ದರ್ಜೆ)ಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಯಾಚೌಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿದಾಗ ಅವುಗಳ ಮಾಯಾ ಮೊತ್ತ $S = \dfrac{n(n+1)}{2}$ ಆಗಿದ್ದರೆ ಅದು ನಿಯಮಿತ ಮಾಯಾಚೌಕ

4	9	2
3	5	7
8	1	6

ಮೇಲೆ ಬರೆದಿರುವ ಮಾಯಾಚೌಕ 3×3 ಶ್ರೇಣಿ (ದರ್ಜೆ) ಯದು $1, 2, 3 \ldots\ldots 9$ ಇದೊಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ. $a = 1$, $d = 1$, ಮತ್ತು $n = 9$

ಆದ್ದರಿಂದ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊತ್ತ

$$S_3 = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{9(9+1)}{2} = \frac{9 \times 10}{2} = 45$$

ಆದ್ದರಿಂದ ಮಾಯಾಸಂಖ್ಯೆ ಅಥವಾ ಮೊತ್ತ$= \dfrac{S_3}{N} = \dfrac{45}{3} = 15$

ಮಾಯಾಚೌಕದ ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆ $= \dfrac{S}{3} = \dfrac{15}{3} = 5$

ಅಡ್ಡಸಾಲು ಅಥವಾ ಕಂಬಸಾಲಿನ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಹೀಗೂ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

$$S = \frac{n}{2}[n^2 + 2D - 1]$$

$$S = \frac{3}{2}[3^2 + 2(1) - 1]$$

$$= \frac{3}{2}[9 + 2 - 1]$$

$$= \frac{3}{2} \times 10$$

$$= 15$$

ಮಾಯಾಚೌಕದ ಪ್ರಾರಂಭಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ

$$
\begin{aligned}
D &= \frac{S}{n} - \left(\frac{n^2-1}{2}\right) \\
&= \frac{15}{3} - \left(\frac{3^2-1}{2}\right) \\
&= \frac{15}{3} - \left(\frac{9-1}{2}\right) \\
&= \frac{15}{3} - \frac{8}{2} \\
&= 5 - 4 \\
&= 1
\end{aligned}
$$

D = ಪ್ರಾರಂಭಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ
s = ಅಡ್ಡ ಅಥವಾ ಕಂಬಸಾಲಿನ ಮೊತ್ತ
n = ಅಡ್ಡ ಅಥವಾ ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಣಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ

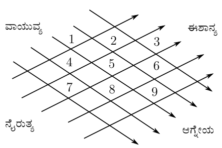
ಒಂಭತ್ತು ಅಂಕಣಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಮಾಯಾಚೌಕದ ರಚನೆ.

I. ಆರಂಭಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದು ಆದರೆ,

1 ರಿಂದ 9 ರ ವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮೊದಲು ಹೀಗೆ ಬರೆದು

1	2	3
4	5	6
7	8	9

ನಂತರ



ಈ ರೀತಿ ನೈರುತ್ಯ ದಿಕ್ಕಿನಿಂದ ಈಶಾನ್ಯ ದಿಕ್ಕಿಗೂ, ವಾಯುವ್ಯ ದಿಕ್ಕಿನಿಂದ ಆಗ್ನೇಯ ದಿಕ್ಕಿಗೂ ಸರಳ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಮೇಲುಗಡೆ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ 2, 5, 8 ನ್ನು ಒಂದರ ಕೆಳಗೊಂದು ಬರೆಯಿರಿ. ಎರಡನೆಯ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ 4, 5, 6 ನ್ನು ಒಂದರ ಪಕ್ಕ ಮತ್ತೊಂದು ಬರೆಯಿರಿ.

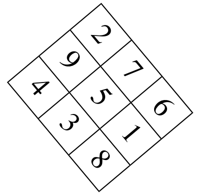
4 ಮತ್ತು 2 ರ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ 9

8 ಮತ್ತು 6 ರ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ 1

2 ಮತ್ತು 6 ರ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ 7

4 ಮತ್ತು 8 ರ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ 3 ಹಾಕಿ

ಈಗ ನಮ್ಮ ಮಾಯಾಚೌಕ ಬಂದೇ ಬಂದಿತು.



ಪ್ರತಿ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನ, ಕಂಬಸಾಲಿನ, ಮೂಲೆಯಿಂದ ಮೂಲೆಗೆ ಮೊತ್ತ 15.

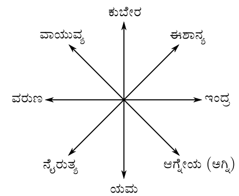
ಇದೇ ಕ್ರಮವನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿ 25 ಅಂಕಣಗಳ ಮಾಯಾಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು.

II. ಇದೇ 9 ರ ಅಂಕಣದ, 1 ರಿಂದ 9ರ ತನಕ ಕ್ರಮವಾಗಿ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಮಾಯಾಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಲು ನಮ್ಮ ಹಿಂದಿನವರು ಒಂದು ಶ್ಲೋಕದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಸೂತ್ರ ನೀಡಿದ್ದಾರೆ.

ಆ ಶ್ಲೋಕವೇ

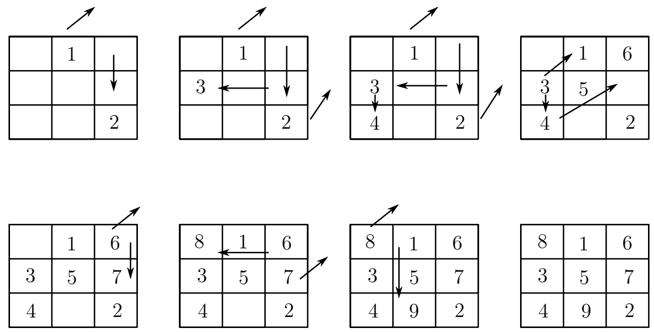
ಇಂದ್ರೋವಾಯುರ್ ಯಮಶ್ಚೈವ ನೈಋತ್ಯೋ ಮಧ್ಯಮ ಸ್ಥಿತಃ
ಈಶಾನಶ್ಚ ಕುಬೇರಶ್ಚ ಅಗ್ನಿರ್ ವರುಣ ಏವಚ॥

2	7	6
9	5	1
4	3	8



ಶ್ಲೋಕದಂತೆ ಇಂದ್ರ 1, ವಾಯುವ್ಯ 2, ಯಮ 3, ನೈರುತ್ಯ 4, ಮಧ್ಯಮ 5, ಈಶಾನ್ಯ 6, ಕುಬೇರ 7, ಅಗ್ನಿ(ಆಗ್ನೇಯ) 8, ವರುಣ 9 ಆದರೆ ಇದು ಕೆಲವು ವಿಶಿಷ್ಟ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬ ಅಭಿಪ್ರಾಯವಿದೆ.

III. ಇದು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ 3×3 ಶ್ರೇಣಿ (ದರ್ಜೆ) ಮಾಯಾಚೌಕ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇದರ ರಚನೆಗೆ ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿಧಾನವನ್ನು ಹೇಳುತ್ತಾರೆ.



ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ ಕ್ರಮವರ್ಗದ ಮಾಯಾಚೌಕ

ರಚನೆಗೆ ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿಧಾನ ಹೀಗಿದೆ.

ಇದು 3×3 ಶ್ರೇಣಿ (ದರ್ಜೆ) ಮಾಯಾಚೌಕ. 1 ರಿಂದ 9 ರವರೆಗಿನ ಕ್ರಮಾಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅಂಕಗಣಿತ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿವೆ.

1) 3×3 ಚೌಕ (ಚಚ್ಚೌಕ) ರಚಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

2) ಮೇಲಿನ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನ ಮಧ್ಯದ ಮನೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು (1) ಬರೆಯಿರಿ.

3) ಬಲಗಡೆಗೆ ಓರೆಯಾಗಿ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಚಲಿಸಿ.

4) ಮೇಲೆ ಮನೆಯಿಲ್ಲ ಕಂಬಸಾಲಿನ ಕೆಳಭಾಗಕ್ಕೆ ಬಂದು 2 (ಎರಡು) ನ್ನು ತುಂಬಿ.

5) ಬಲಕ್ಕೆ ಓರೆಯಾಗಿ ಚಲಿಸಿ, ಮನೆಯಿಲ್ಲ ಎಡಕ್ಕೆ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನ ಕೊನೆಯ ಮನೆಯಲ್ಲಿ 3 ನ್ನು ತುಂಬಿ.

6) ಬಲಕ್ಕೆ ಓರೆಯಾಗಿ ಚಲಿಸಿದರೆ ಮನೆ ಖಾಲಿಯಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಲಂಬಸಾಲಿನ ಕೆಳಗಡೆ ಮನೆಯಲ್ಲಿ 4 (ನಾಲ್ಕು) ನ್ನು ತುಂಬಿ. ಕರ್ಣಸಾಲಿನ ಮೇಲುಗಡೆಗೆ ಹೋಗುತ್ತಾ 5, 6 ಗಳನ್ನು ತುಂಬಿ.

7) ಬಲಕ್ಕೆ ಓರೆಯಾಗಿ ಚಲಿಸಿ. ಇನ್ನು ಮೇಲೆ ಅಂಕಣವಿಲ್ಲ. ಕೆಳಕ್ಕೆ ಬಂದು ಅಂದರೆ ಲಂಬ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 7 ನ್ನು ತುಂಬಿ.

8) ಬಲಕ್ಕೆ ಓರೆಯಾಗಿ ಚಲಿಸಿ ಅಂಕಣವಿಲ್ಲ. ಎಡಗಡೆಗೆ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನ ಕೊನೆಯ ಮನೆಯಲ್ಲಿ 8 ತುಂಬಿ.

9) ಬಲಕ್ಕೆ ಓರೆಯಾಗಿ ಚಲಿಸಿ ಮೇಲೆ ಅಂಕಣಗಳಿಲ್ಲ. ಲಂಬಸಾಲಿನ ಕೆಳಗಡೆಯಲ್ಲಿ 9 ನ್ನು ತುಂಬಿ.

10) ಈಗ ನಮ್ಮ ಮಾಯಾಚೌಕ ಸಿದ್ಧವಾಗಿದೆ.

ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಯಾವುದೇ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ ಶ್ರೇಣಿಯ (ದರ್ಜೆ) ಮಾಯಾಚೌಕ ರಚನೆಗೂ ಬಳಸಬಹುದು.

ಅಧ್ಯಾಯ ೭

ಡ್ಯೂರರ್‌ರ ಮಾಯಾಚೌಕದ ವಿಶೇಷತೆ

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

ಮೇಲೆ ಬರೆದಿರುವ 16 ಮನೆಯ ಒಂದು ಮಾಯಾಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿದವರು ಯಾರೆಂದು ಸರಿಯಾಗಿ ತಿಳಿದಿಲ್ಲ. ಇದು ಮೊದಲು ಕಂಡುಬಂದದ್ದು ಸಮಾಧಿಯೊಂದರ ಸ್ಮಾರಕ ಶಿಲೆಯ ಮೇಲೆ. ಡ್ಯೂರರ್ ಎಂಬುವನು 1514 ರಲ್ಲಿ ಇದನ್ನು ಬರೆದನೆಂದು ಊಹಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಮಾಯಾಚೌಕ ಅಂದಿನಿಂದ ಆತನ ಹೆಸರಿನಲ್ಲೇ ಹೆಸರುವಾಸಿಯಾಗಿದೆ.

ಈ ಮಾಯಾಚೌಕದ ವಿಶೇಷತೆ ಎಂದರೆ.

1) ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಡ್ಡಸಾಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 34

$$16 + 3 + 2 + 13 = 34$$
$$5 + 10 + 11 + 8 = 34$$
$$9 + 6 + 7 + 12 = 34$$
$$4 + 15 + 14 = 1 = 34$$

2) ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕಂಬಸಾಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 34

$$16 + 5 + 9 + 4 = 34$$
$$3 + 10 + 6 + 15 = 34$$
$$2 + 11 + 7 + 14 = 34$$
$$13 + 8 + 12 + 1 = 34$$

3) ಎಡಭಾಗದಿಂದ, ಮೇಲಿಂದ ಕೆಳಕ್ಕೆ ಕರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 34

$$16 + 10 + 7 + 1 = 34$$

4) ಬಲಭಾಗದಿಂದ, ಮೇಲಿಂದ ಕೆಳಕ್ಕೆ ಕರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 34

$$13 + 11 + 6 + 4 = 34$$

5) ಎಡಭಾಗದಿಂದ, ಕೆಳಗಿನಿಂದ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಕರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 34

$$4 + 6 + 11 + 13 = 34$$

6) ಬಲಭಾಗದಿಂದ, ಕೆಳಗಿನಿಂದ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಕರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 34

$$1 + 7 + 10 + 16 = 34$$

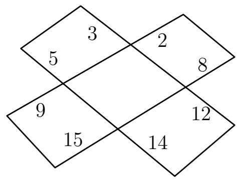
7) ಮಾಯಾಚೌಕದ ಮೂಲೆಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 34

$$16 + 4 + 1 + 13 = 34$$

8) 16 ಮನೆಗಳಿರುವ ಈ ಚೌಕದಲ್ಲಿ 4 ಮನೆಗಳುಳ್ಳ 4 ಚೌಕಗಳಿವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು 4 ಮನೆಗಳ ಒಂದೊಂದು ಚೌಕವೂ 34 ಕ್ಕೆ ಸಮ

$$16 + 3 + 5 + 10 = 34$$
$$2 + 13 + 11 + 8 = 34$$
$$9 + 6 + 4 + 15 = 34$$
$$7 + 12 + 14 + 1 = 34$$

9) ಡ್ಯೂರರ್‌ನ ಮಾಯಾಚೌಕ ಸಮಮಿತಿಗೆ ಒಂದು ಒಳ್ಳೆಯ ಉದಾಹರಣೆ



$$3 + 5 + 14 + 12 = 34$$
$$2 + 8 + 15 + 9 = 34$$

10) ಅಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲ ಮೇಲೆ ಬರೆದಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವೂ ಸಮ

$$3^2 + 5^2 + 14^2 + 12^2 = 374$$
$$2^2 + 8^2 + 15^2 + 9^2 = 374$$

11) ಮತ್ತೊಂದು ವಿಶೇಷ, ಮೇಲೆ ಬರೆದಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘನಗಳ ಮೊತ್ತವೂ ಸಮ

$$3^3 + 5^3 + 14^3 + 12^3 = 4624$$
$$2^3 + 8^3 + 15^3 + 9^3 = 4624$$

12) ಮಾಯಾಚೌಕದ ಮೇಲಿನೆರಡು ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವು ಕೆಳಗಿನ ಎರಡು ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ.

$$16^2 + 3^2 + 2^2 + 13^2 + 5^2 + 10^2 + 11^2 + 8^2 = 748$$
$$9^2 + 6^2 + 7^2 + 12^2 + 4^2 + 15^2 + 14^2 + 1^2 = 748$$

13) ಮಾಯಾಚೌಕದ ಮೊದಲಿನ ಎರಡು ಕಂಬಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವು ಕೊನೆಯ ಎರಡು ಕಂಬಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ.

$$16^2 + 5^2 + 9^2 + 4^2 + 3^2 + 10^2 + 6^2 + 15^2 = 748$$
$$2^2 + 11^2 + 7^2 + 14^2 + 13^2 + 8^2 + 12^2 + 1^2 = 748$$

14) ಮಾಯಾಚೌಕದ ಒಂದು ಮತ್ತು ಮೂರನೆಯ (ಪರ್ಯಾಯ) ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವು, ಎರಡು ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕನೆಯ (ಪರ್ಯಾಯ) ಅಡ್ಡ ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ.

$$16^2 + 3^2 + 2^2 + 13^2 + 9^2 + 6^2 + 7^2 + 12^2 = 748$$
$$5^2 + 10^2 + 11^2 + 8^2 + 4^2 + 15^2 + 14^2 + 1^2 = 748$$

15) ಮಾಯಾಚೌಕದ ಒಂದು ಮತ್ತು ಮೂರನೆಯ (ಪರ್ಯಾಯ) ಕಂಬಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವು ಎರಡು ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕನೆಯ (ಪರ್ಯಾಯ) ಕಂಬಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ.

$$16^2 + 5^2 + 9^2 + 4^2 + 2^2 + 11^2 + 7^2 + 14^2 = 748$$
$$3^2 + 10^2 + 6^2 + 15^2 + 13^2 + 8^2 + 12^2 + 1^2 = 748$$

16) ಈ ಮಾಯಾಚೌಕದ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ರೇಖೆಯ ಎಡ, ಬಲಬದಿಯಲ್ಲಿ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಸಮಪಾರ್ಶ್ವತೆ ಹೊಂದಿರುವ ಮನೆಗಳಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 17 ಕ್ಕೆ ಸಮ.

$$16 + 1 = 17, \quad 13 + 4 = 17, \quad 10 + 7 = 17, \quad 6 + 11 = 17$$
$$2 + 15 = 17, \quad 3 + 14 = 17.$$

17) ಈ ಮಾಯಾಚೌಕದ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ 4 ಮನೆಗಳ ಮೊತ್ತವೂ 34.

$$10 + 11 + 6 + 7 = 34$$

18) ಈ ಮಾಯಾಚೌಕದ 4 ಮೂಲೆಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವೂ 34.

$$16 + 13 + 4 + 1 = 34$$

ಡ್ಯೂರರ್‌ನ ಮಾಯಾಚೌಕದ 4 ಮೂಲೆಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿದರೂ ಮೊದಲಿನಂತೆಯೇ. ಅಡ್ಡಸಾಲು, ಕರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತ ಮಧ್ಯದ ಎರಡು ಕಂಬಸಾಲುಗಳ ಮೊತ್ತ 34 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

13	3	2	16
5	10	11	8
9	6	7	12
1	15	14	4

ಅಡ್ಡಸಾಲು $13 + 3 + 2 + 16 = 34$
$5 + 10 + 11 + 8 = 34$
$9 + 6 + 7 + 12 = 34$
$1 + 15 + 14 + 4 = 34$

ಕಂಬಸಾಲು $13 + 10 + 7 + 4 = 34$
$1 + 6 + 11 + 16 = 34$

ಚೌಕದ 4 ಮೂಲೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವೂ 34

$$13 + 16 + 1 + 4 = 34$$

ಮೂಲೆಮೂಲೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವೂ ಸಮ $13 + 4 = 17, \quad 16 + 1 = 17$

ಡ್ಯೂರರ್‌ನ ಮಾಯಾಚೌಕದಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಮತ್ತು ಮೂರನೇ ಕಂಬಸಾಲುಗಳನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿದರೂ ಮೊದಲಿನಂತೆಯೇ ಅಡ್ಡಸಾಲು, ಕಂಬಸಾಲು ಮತ್ತು ಕರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತ 34 ಕ್ಕೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

ಅಡ್ಡಸಾಲು $16 + 2 + 3 + 13 = 34$

$5 + 11 + 10 + 8 = 34$

$9 + 7 + 6 + 12 = 34$

$4 + 14 + 15 + 1 = 34$

ಕಂಬಸಾಲು $16 + 5 + 9 + 4 = 34$

$2 + 11 + 7 + 14 = 34$

$3 + 10 + 6 + 15 = 34$

$13 + 8 + 12 + 1 = 34$

ಕರ್ಣ $4 + 7 + 10 + 13 = 34$

$16 + 11 + 6 + 1 = 34$

ಅಧ್ಯಾಯ ೮

ಸಮಸ್ಯೆಯ ಸುಳಿಯಲ್ಲಿ (ಹಾಸ್ಯನಾಟಕ)

ಇದೊಂದು ಗಣಿತ ಮಾಸ್ತರು ಕಂಡ ಕನಸು. ಇಲ್ಲಿ ಬರುವ ಘಟನೆಗಳೆಲ್ಲಾ, ಸನ್ನಿವೇಶಗಳೆಲ್ಲಾ ಕೇವಲ ಕಾಲ್ಪನಿಕ. ಇಲ್ಲಿ ಬರುವ ಪಾತ್ರಗಳು ಯಾವುದೇ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ವ್ಯಕ್ತಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿರುವುದಿಲ್ಲ.

ದೃಶ್ಯ – 1

ರೈಲ್ವೆಸ್ಟೇಷನ್ ಕಡೆಗೆ ಹೋಗುವ ರಸ್ತೆಯ ಸಿಗ್ನಲ್ ಲೈಟಿನ ಹತ್ತಿರ ಗಣಿತದ ಮಾಸ್ತರು ತಮ್ಮ ಲೂನಾದಲ್ಲಿ ಕೆಂಪು ಸಿಗ್ನಲ್ ಲೈಟಿದ್ದರೂ ಗಮನಿಸದೆ ಹೋಗುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. ಕಾರು, ಲಾರಿ, ಸ್ಕೂಟರ್‌ಗಳ ಸದ್ದುಗಳು.

ಪೋಲೀಸ್ ರವರಿಂದ ಶಿಲ್ಪಿಸದ್ದು...... ಎರಡು ಮೂರುಸಲ...... ಜೊತೆಗೆ ಚಪ್ಪಾಳೆ ಗಣಿತದ ಮಾಸ್ತರು ಗಾಬರಿಯಿಂದ ನಿಲ್ಲುತ್ತಾರೆ.

ಗಣಿತದ ಮಾಸ್ತರು ನಿದ್ದೆಯಿಂದ ಎದ್ದಂತೆ, ಏನಪ್ಪಾ? ಯಾಕಪ್ಪಾ? ಕೂಗಿದೆ ಏನು ಸಮಾಚಾರ?

ಪೋಲೀಸ್:– ಬನ್ನಿ ಬನ್ನಿ...... ಈ ಕಡೆ ಬನ್ನಿ...... ಏನು ತಾತ ನಿಮ್ಮ ಮುಂದೆ ಕೆಂಪು ಲೈಟಿದೆ. ಕನ್ನಡಕ ಹಾಕಿದ್ದೀರಿ. ಆದರೂ ಅದನ್ನು ನೋಡದೆ ಹೋಗ್ತಾನೇ ಇದ್ದೀರಿ.

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಏನೋ ಯೋಚನೆ ಮಾಡ್ತಾ ಹೋಗ್ತಾಯಿದ್ದೆ.

ಪೋಲೀಸ್:– ಇಷ್ಟು ವಾಹನಗಳು ಓಡಾಡುತ್ತಿರುವ ಈ ರಸ್ತೇಲಿ ಏನೋ ಯೋಚನೆ ಮಾಡ್ಕೊಂಡು ಹೋಗೋದೇ. ತಾವು ಹಿರಿಯರು ತಮಗೆ ಯುವಕನಾದ ನಾನು ಬುದ್ಧಿವಾದ ಹೇಳೋದು ಸರಿಯೇ? ತಾವು ಯಾವ ವೃತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಇದ್ರಿ?

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ನಾನು ನಿವೃತ್ತ ಶಿಕ್ಷಕ.

ಪೋಲೀಸ್:– ಯಾವ ವಿಷಯವನ್ನು ತಾವು ಬೋಧನೆ ಮಾಡುತ್ತಾ ಇದ್ದಿರಿ?

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ವಿಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಗಣಿತವನ್ನು ಬೋಧಿಸುತ್ತಿದ್ದೆ.

ಪೋಲೀಸ್:– ನನಗೂ ಗಣಿತ ಕಂಡರೆ ತುಂಬ ಇಷ್ಟ. ಎಸ್.ಎಸ್.ಎಲ್.ಸಿ. ಯಲ್ಲಿ 90 ನಂಬರ್ ಮೇಲೆ ಬಂದಿತ್ತು. ತಾವು ಗುರುಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ ಮಾಡಿರುವವರು ತಾವೇ ಹೀಗೆ ಮಾಡಿದರೆ ಹೇಗೆ? ಅಲ್ಲಾ...... ರೆಡ್‌ಲೈಟ್ ಇದ್ದರೂ ಬಂದೇ ಬಿಟ್ರಲ್ಲ. ತಮ್ಮ ಬಲಗಡೆಯಿಂದ ವಾಹನ ಬಂದು ಡಿಕ್ಕಿ ಹೊಡೆದಿದ್ರೆ ಅಪಘಾತ ಆಗ್ತಾ ಇತ್ತಲ್ಲ!

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ವಯಸ್ಸಾದ ಮೇಲೆ ಏನಾದರೂ ಒಂದು ಯೋಚನೆ ಇದ್ದೇ ಇರುತ್ತೆ. ಏನೋ ಒಂದೊಂದು ಸಲ ಹೀಗಾಗುತ್ತೆ ಏನು ಮಾಡೋದು?

ಪೋಲೀಸ್:– ತಮ್ಮನ್ನು ನೋಡಿದರೆ ನನಗೆ ನಮ್ಮ ತಾತನ್ನ ನೋಡಿದಂತಾಗುತ್ತೆ. ಆದರೆ ಕರ್ತವ್ಯ ಮಾಡುವಾಗ ಹಿರಿಯರು, ಕಿರಿಯರು ಅವೆಲ್ಲಾ ನೋಡಬಾರದು. ನಮ್ಮ ಕರ್ತವ್ಯ ನಾವು ಮಾಡಬೇಕು. ಹಿಂದೆ ನಮ್ಮ ಮೇಷ್ಟ್ರು ಶಾಲೇಲಿ ಇದನ್ನೇ ಹೇಳ್ತಾಯಿದ್ರು. ತಾವು ತಪ್ಪು ಮಾಡಿದ್ದೀರಿ, ಈ ಕೇಸನ್ನು ದಾಖಲು ಮಾಡಬೇಕು. ಸ್ಟೇಷನ್‌ಗೆ ಬರಲೇ ಬೇಕು. ಬನ್ನಿ ತಾತ ಹೋಗೋಣ.

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಕಾನೂನಿಗೆ ನಾವು ಯಾವಾಗಲೂ ತಲೆ ಬಗ್ಗಿಸಲೇಬೇಕು. ತಪ್ಪಾಗಿದೆ ನಿಜ ಸ್ಟೇಷನ್‌ಗೆ ಬಂದು ಮೇಲಧಿಕಾರಿಗಳಿಗೆ ನಿಜಾಂಶ ಹೇಳ್ತೀನಿ ಬನ್ನಿ ಹೋಗೋಣ ಅದಕ್ಕೇನಂತೆ.

ಪೋಲೀಸ್:– ನಿಮ್ಮ ಗಾಡಿಮೇಲೆ ಕುಳಿತುಕೊಳ್ಳಬಹುದಾ? ಡಬಲ್ ರೈಡ್ ಮಾಡ್ತೀರಾ? ಅಭ್ಯಾಸವಿದ್ಯಾ?

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಪ್ರತಿದಿನವೂ ನನ್ನ ಮೊಮ್ಮಗಳನ್ನ ಕೂರಿಸಿಕೊಂಡು ಕಾಲೇಜಿಗೆ ಹೋಗೋ ಅಭ್ಯಾಸವಿದೆ. ಬನ್ನಿ ಕೂತ್ಕೊಳ್ಳಿ.

ಪೋಲೀಸ್:– ಸರಿ ಹಾಗಾದರೆ ನಡೀರಿ. ಇನ್ನೇನು ಯೋಚನೆ ಮಾಡೊಲ್ಲಾ ತಾನೆ?

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ನೀವು ಹಿಂದುಗಡೆ ಕೂತಾಗ ಯೋಚನೆ ಮಾಡೋದು ಉಂಟೆ! ಸದ್ಯಕ್ಕೆ ಈಗ ಮಾಡಿರುವುದೇ ಸಾಕು.

ಪೋಲೀಸ್:– ನಡೀರಿ ಹೊತ್ತಾಯ್ತು. ಇನ್‌ಸ್ಪೆಕ್ಟರ್ ಇರುವಾಗಲೇ ಹೋಗಬೇಕು ಅವರಿಲ್ಲದೆ ಹೋದರೆ...... ನೀವು ಅಲ್ಲೇ ಇದ್ದು ಕಾಯ್ತಾ ಇರಬೇಕಾಗುತ್ತೆ.

ದೃಶ್ಯ – 2

ಗಣಿತ ಮಾಸ್ತರ್ ಮತ್ತು ಪೋಲೀಸ್ ಹತ್ತಿರದಲ್ಲೇ ಇದ್ದ ಪೋಲೀಸ್ ಸ್ಟೇಷನ್‌ಗೆ ಬರುತ್ತಾರೆ.

ಪೋಲೀಸ್:– ಬನ್ನಿತಾತ...... ನಿಧಾನವಾಗಿ ಬನ್ನಿ ಮೆಟ್ಟಲಿದೆ ಮುಗ್ಗರಿಸಬೇಡಿ.

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ವಯಸ್ಸಾಗಿದೆ ಅಪ್ಪಾ...... ನೀನು ಹೇಳಿದಂತೆ ನಿಧಾನವಾಗಿಯೇ ಬರ್ತೀನಿ.

ಸ್ಟೇಷನ್ನಿನ ಇನ್‌ಸ್ಪೆಕ್ಟರ್ ಕುಳಿತಿದ್ದಾರೆ.

ಪೋಲೀಸ್:– ಇನ್‌ಸ್ಪೆಕ್ಟರ್‌ರನ್ನು ಕುರಿತು ನಮಸ್ಕಾರ ಸಾರ್...... ವಯಸ್ಸಾದ ಈ ಹಿರಿಯರು ರೈಲ್ವೆಸ್ಟೇಷನ್‌ಗೋಗ್ತಾ ದಾರಿಯಲ್ಲಿ ಸಿಗ್ನಲ್ ಲೈಟ್ ಹತ್ತಿರ, ರೆಡ್‌ಲೈಟ್ ಇದ್ದರೂ ಅದನ್ನು ಗಮನಿಸದೆ ತಮ್ಮ ಲೂನಾದಲ್ಲಿ ಹೋಗ್ತಾನೇ ಇದ್ರು. ಕೇಸ್ ದಾಖಲು ಮಾಡಲು ತಮ್ಮ ಹತ್ತಿರ ಕರೆತಂದಿದ್ದೇನೆ.

ಇನ್‌ಸ್ಪೆಕ್ಟರ್:– ಹಿರಿಯರಾದ್ರೇನು? ಕಿರಿಯರಾದ್ರೇನು? ತಪ್ಪುತಪ್ಪೇ ಕಾನೂನಿನ ಮುಂದೆ ಎಲ್ಲರೂ ಒಂದೇ. ಎಲ್ಲಿ ತಮ್ಮ ವಿವರ ಕೊಡಿ...... ಹೆಸರು...... ವಿಳಾಸ...... ನಿಮ್ಮ ವಾಹನದ ನಂಬರ್ – FIR ದಾಖಲು ಮಾಡಿದ್ದೇನೆ. ತಾವು ಕೋರ್ಟಿಗೆ ಇದೇ ತಿಂಗಳು 15 ನೆಯ ತಾರೀಖು ಬೆಳಿಗ್ಗೆ 11 ಗಂಟೆಗೆ ಬರಬೇಕು.

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ನಾನು ಕೆಂಪುಲೈಟಿದ್ದರೂ ಏಕೆ ನಿಲ್ಲಲಿಲ್ಲ ಅಂತ ಕಾರಣ ಕೇಳಲೇ ಇಲ್ಲವಲ್ಲಪ್ಪ?

ಇನ್‌ಸ್ಪೆಕ್ಟರ್:– ಆ ಕಾರಣ ಏನಿದ್ರೂ ಕೋರ್ಟಿನಲ್ಲಿ ನ್ಯಾಯಾಧೀಶರ ಮುಂದೆ ಬೇಕಾದರೆ ಲಾಯರ್ ಮೂಲಕ ಹೇಳಿ. ಇಲ್ಲಿ ನೀವು ನಮಗೆ ಏನೂ ಹೇಳಬೇಕಾದ್ದಿಲ್ಲ. ನಮಗೆ ಬೇರೆ ಕೆಲಸವಿದೆ. ಇವತ್ತು ಮಂತ್ರಿಗಳ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮವೂ ಇದೆ. ಇಲ್ಲೊಂದು ಸಹಿ ಹಾಕಿ.

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಗಾಬರಿಯಲ್ಲಿ ನನ್ನ ಕನ್ನಡಕ ಎಲ್ಲಿಟ್ಟೆ?...... ಜೇಬುಗಳನ್ನು ಹುಡುಕಿ ಅಯ್ಯೋ...... ಇಲ್ಲೇ ಟೇಬಲ್ ಮೇಲೇ ಇಟ್ಟಿದ್ದೀನಿ ಏನು ಮರುವೋ! ಕೋರ್ಟಿಗೆ ಬನ್ನಿ ಅಂದರಲ್ಲ ಯಾವ ಕೋರ್ಟಿಗೆ? ಆ ಕೋರ್ಟ್ ಎಲ್ಲಿದೆ?

ಇನ್‌ಸ್ಪೆಕ್ಟರ್:– ಅದನ್ನೆಲ್ಲಾ ಪೋಲೀಸ್ ಕಾನ್‌ಸ್ಟೇಬಲ್ ಅನ್ನು ನಿಧಾನವಾಗಿ ಕೇಳಿ ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋರಂತೆ.

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಗಾಡೀನಾ ಈಗ ನಾನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಹೋಗಬಹುದು ತಾನೆ?

ಇನ್‌ಸ್ಪೆಕ್ಟರ್:– ಸ್ಟೇಷನ್ ಹಿಂದುಗಡೆ ಇಡಿ, ಕೋರ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಜುಲ್ಮಾನೆ ಕಟ್ಟಿದ ಮೇಲೆ ಬಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಹೋಗೋರಂತೆ.

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಲಾಕ್ ಮಾಡಬಹುದು ತಾನೆ?

ಇನ್‌ಸ್ಪೆಕ್ಟರ್:– ಮಾಡಬಹುದು, ಬಿಸಿಲಿನಲ್ಲಿ ಏಕೆ ಇಡುತ್ತಾ ಇದೀರಿ ನೆರಳಲ್ಲಿ ಇಡಿ.

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ತಾವು ಜ್ಞಾಪಿಸಿದ್ದು ಒಳ್ಳೇದೇ ಆಯಿತು.

ದೃಶ್ಯ – 3

ನ್ಯಾಯಾಲಯದ ಸಭಾಂಗಣ, ನ್ಯಾಯಾಲಯದಲ್ಲಿ ನ್ಯಾಯಾಧೀಶರು ನ್ಯಾಯಪೀಠದಲ್ಲಿ ಕುಳಿತಿದ್ದಾರೆ. ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿ ಅಪರಾಧಿಗಳು ನಿಲ್ಲುವ ಕಟಕಟೆಯಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಮಾಸ್ತರು ನಿಂತಿದ್ದಾರೆ. ಕಟಕಟೆಯ ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಅಪರಾಧದ ವಿಚಾರಣೆ ನಡೆಸಲು ಸರ್ಕಾರೀ ವಕೀಲರು

ನಿಂತಿದ್ದಾರೆ. ನ್ಯಾಯಾಲಯದ ಆವರಣದಲ್ಲಿ ಹಿಂದೆ ಗಣಿತ ಮಾಸ್ತರರ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಾಗಿದ್ದು, ಈಗ ಪವಿತ್ರವಾದ ವಕೀಲ ವೃತ್ತಿಯನ್ನು ಸ್ವೀಕರಿಸಿರುವ ಅನೇಕ ವಕೀಲರು ತಮ್ಮ ಗಣಿತ ಮಾಸ್ತರನ್ನು ನ್ಯಾಯಾಲಯದ ಕಟಕಟೆಯಲ್ಲಿ ನಿಲ್ಲಿಸಿರುವುದನ್ನು ಕಂಡು ಕಾರಣ ತಿಳಿಯಲು ಕುತೂಹಲದಿಂದ ವೀಕ್ಷಿಸುತ್ತಿದ್ದಾರೆ.

ಬೆಂಚ್ ಗುಮಾಸ್ತ:– ಯುವರ್ ಆನರ್ ಇವರೇ ಗಣಿತ ಮಾಸ್ತರು ವೈ.ಎಸ್. ಸುಬ್ರಹ್ಮಣ್ಯ, ನಿವೃತ್ತ ಶಿಕ್ಷಕರು ಈಗ ಮೈಸೂರಿನಲ್ಲೇ ವಾಸ. ದಿನಾಂಕ 15-7-2013 ರಂದು ರೈಲ್ವೆ ಸ್ಟೇಷನ್ ಕಡೆಗೆ ಹೋಗುವ ರಸ್ತೆಯಲ್ಲಿ ಸಿಗ್ನಲ್ ಲೈಟ್ ಕೆಂಪುದೀಪ ತೋರಿಸುತ್ತಿದ್ದರೂ ನಿಲ್ಲದೆ ತಮ್ಮ ಲೂನಾದಲ್ಲಿ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಹೊರಟೇ ಹೋದರು.

ನ್ಯಾಯಾಧೀಶರು:– ಅವರು ಹೇಳಿದಂತೆ ದಿನಾಂಕ 15-7-2013 ರಂದು ತಾವು ಕೆಂಪು ದೀಪದ ಸೂಚನೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸದೇ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಹೊರಟೇ ಹೋದದ್ದು ನಿಜವೇ?

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಹೇಳಿ ಮೇಷ್ಟ್ರೆ ಇದ್ಯಾಕೆ ಸುಮ್ಮನೆ ನಿಂತುಬಿಟ್ಟರಲ್ಲ?

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಗೌರವಾನ್ವಿತ ವಕೀಲರೇ, ಕೆಂಪು ದೀಪದ ಸೂಚನೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸದೆ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಹೊರಟೇ ಹೋದದ್ದು ನಿಜ. ಆದರೆ ಮಾಸ್ತರಾದ ನಾನು ಈ ವಯಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ತಪ್ಪು ಮಾಡಿದ್ದೀನೆಂದು ತಮಗೆ ಅನ್ನಿಸುತ್ತದೆಯೇ?

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಹೌದು ತಪ್ಪು ಮಾಡಿದ್ದೀರಿ. ತಪ್ಪು ಮಾಡದೆ ನಾವು ಯಾರನ್ನೂ ನ್ಯಾಯಾಲಯಕ್ಕೆ ಬರಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದಿಲ್ಲ. ಮಾಡಿದ ತಪ್ಪಿಗೆ ಅನುಸಾರವಾಗಿ ತಮಗೆ ನ್ಯಾಯಾಧೀಶರು ದಂಡವನ್ನು ವಿಧಿಸುತ್ತಾರೆ.

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ನಾನು ಮಾಡಿದ ಕೆಲಸ ತಪ್ಪಾಗಿರಬಹುದು. ಆದರೆ ಈ ಕಾರ್ಯದ ಹಿಂದೆ ಇರುವ ಉದ್ದೇಶ ಮುಖ್ಯವಲ್ಲವೇ?

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ತಾವು ಕೇವಲ ಗಣಿತ ಮಾಸ್ತರು ಎಂದು ತಿಳಿದಿದ್ದೆ. ನಿಮಗೆ ಕಾನೂನು ಬಗ್ಗೆಯೂ ಅರಿವಿದೆಯೇ?

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಇದೇನು ಹೀಗೆ ಕೇಳುತ್ತಿದ್ದೀರಿ. ಒಂದು ದೇಶದ ಪ್ರಜೆ ಅಂದ ಮೇಲೆ ಅವನಿಗೆ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ಕಾನೂನಿನ ಅರಿವು ಇರಬೇಡವೇ?

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ನೀವು ಕೆಂಪು ದೀಪದ ಹತ್ತಿರ ನಿಲ್ಲದೆ ಮುಂದುವರಿಯಲು ಕಾರಣವೇನು?

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ನೋಡಿ ಒಂದು ಕಾರ್ಯ ನಡೆಯಬೇಕಾದರೆ ಕಾರಣವಿದ್ದೇ ಇರಬೇಕು. ಕಾರ್ಯ – ಕಾರಣ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಿಳಿದು ಕೆಲಸ ಮಾಡುವುದನ್ನೇ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಪ್ರಜ್ಞೆ ಎನ್ನುವುದು.

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ನೀವು ವಿಜ್ಞಾನವನ್ನೂ ಬೋಧಿಸುತ್ತಾ ಇದ್ರಾ?

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಓಹೋ! ಗಣಿತದ ಜೊತೆ ಜೊತೆಗೆ 36 ವರ್ಷಗಳು ವಿಜ್ಞಾನವನ್ನೂ ಬೋಧಿಸುತ್ತಿದ್ದೆ.

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಅದು ಸರಿ, ನೀವು ನಿಲ್ಲದೆ ಹೋಗಿದ್ದಕ್ಕೆ ಕಾರಣವನ್ನೇ ತಿಳಿಸಲಿಲ್ಲವಲ್ಲ ಏಕೆ?

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– 'ಗಣಿತದ ಕೆಲವು ಸಮಸ್ಯೆಗಳು' ಎಂಬ ವಿಷಯದ ಬಗ್ಗೆ ಉಪನ್ಯಾಸ ನೀಡಲು ಹೋಗಿದ್ದೆ, ಅಲ್ಲೊಂದು ಸಮಸ್ಯೆ ಉದ್ಭವವಾಯಿತು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಕೇಳಿದ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ನಾನು ಉತ್ತರಿಸಲಾಗಲಿಲ್ಲ. ಅಲ್ಲಿಂದ ಬರುವಾಗ ಆ ಸಮಸ್ಯೆಯ ಬಗ್ಗೆಯೇ ಗಾಢವಾಗಿ ಯೋಚಿಸುತ್ತಾ ಬರುತ್ತಿದ್ದೆ. ಬೇರೆ ಕಡೆ ನನ್ನ ಗಮನ ಇತ್ತಿಲ್ಲ.

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಏನು ಮಾಸ್ತರೆ? ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಹೀಗೆ ದಾರಿಯಲ್ಲಿ ಯೋಚಿಸಬಹುದೇ? ಅದರಲ್ಲೂ ಹೆಚ್ಚು ವಾಹನ ಓಡಾಡುವ ಸ್ಥಳದಲ್ಲಿ ವಾಹನದ ಮೇಲೆ ಕುಳಿತು ಚಲಿಸುವಾಗ!

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– Awake, Arise, stop not, till the goal is reached ಅಂತ ಸ್ವಾಮಿ ವಿವೇಕಾನಂದರು ಹೇಳಿರುವುದು ತಾವು ಕೇಳಿಲ್ಲವೇ?

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಓಹೋ ಕೇಳಿದ್ದೇನೆ, ಆಹಾ! ಅವರ ಮಾತು ಎಷ್ಟು ಅರ್ಥಗರ್ಭಿತವಾಗಿದೆ. ಇದೊಂದು ಸಾರ್ವಕಾಲಿಕ ಸತ್ಯ ಅಲ್ಲವೇ?

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಏನು ಹಾಗೆಂದರೆ ಖಂಡಿತ ಹೌದು. ಈಗ ಹೇಳಿ ನಾನು ಸಿಗ್ನಲ್ ಹತ್ತಿರ ವಾಹನ ನಿಲ್ಲಿಸದೆ ಹೋಗಿದ್ದು ಸರಿ ಅಲ್ಲವೆ?

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ನಿಮ್ಮ ಮಾತು ಒಳ್ಳೆಯ ತರ್ಕಬದ್ಧವಾಗಿದೆ. ಎಷ್ಟಾದರೂ ಗಣಿತ ನಿಂತಿರುವುದು ತರ್ಕದ ಮೇಲಲ್ಲವೆ?

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಏನು ಸಾರ್ ತಮಗೆ ತರ್ಕ ತಿಳಿದಿದೆಯೇ, ನಿಮಗೆ ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ಎಷ್ಟೊಂದು ಅಭಿಮಾನ!

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ಇಂದಿನ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಅಭಿಮಾನ ಯಾರಿಗೆ ಇರುವುದಿಲ್ಲ ಮಾಸ್ತರೇ. ಎಷ್ಟಾದರೂ "ಗಣಿತವು ವಿಜ್ಞಾನದ ರಾಣಿ ಅಲ್ಲವೇ? ಅದಿರ್ಲಿ ಯಾವ ಸಮಸ್ಯೆ ನಿಮ್ಮನ್ನು ಇಲ್ಲಿಗೆ ಬರುವಂತೆ ಮಾಡಿದ್ದು?

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಏನೂ ಇಲ್ಲ 888, 888, 881 ಅನ್ನೋ ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯೋ? ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯೋ? ಅಂತ ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಉಪನ್ಯಾಸದ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ನನ್ನನ್ನು ಪ್ರಶ್ನಿಸಿದ. ನಾನು ಆಗ ಉತ್ತರ ಹೇಳಲು ಆಗಲಿಲ್ಲ. ಅದರ ಬಗ್ಗೆನೇ ಯೋಚಿಸಿಕೊಂಡು ಹೋಗುತ್ತಿದ್ದೆ.

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಇದೇನು ಮಹಾ ಸಮಸ್ಯೆ ಮಾಸ್ತರೆ? ನಾನೂ ಗಣಿತದ ಪದವೀಧರನೇ. ಕಾಲೇಜಿನಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲರಿಗಿಂತ ತುಂಬ ಮುಂದಿದ್ದೆ. ಎಂಜಿನಿಯರ್ ಆಗಬೇಕೂಂತಿದ್ದೆ, ನಮ್ಮ ತಂದೆ ಲಾಯರ್ ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ವೃತ್ತಿಗೆ ಬರಬೇಕಾಗಿ ಬಂತು.

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಓಹೋ ಹಾಗಾದರೆ ಉತ್ತರ ಹೇಳಿ! ಪ್ರಶ್ನೆ ಕೇಳಿದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಈಗಲೇ ಉತ್ತರ ಹೇಳಿ ಬರ್ತೀನಿ.

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ನೀವು ಹೇಳಿದ ಸಂಖ್ಯೆ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಇರಬಹುದು ಮಾಸ್ತರೆ. ಏಕೆಂದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಏಕ (ಬಿಡಿ) ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಇದೆ. ನಿಮಗೂ ಗೊತ್ತು ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅಂಕಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಏಕಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ $1, 3, 7, 9$ ಎಂಬ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಅಂಕ ಇದ್ದರೂ ಆ ಸಂಖ್ಯೆ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುತ್ತೆ ಅಂತ ನನ್ನ ಅನಿಸಿಕೆ.

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಈ ನಿಯಮ ಮೇಲುನೋಟಕ್ಕೆ ಸರಿ ಅನಿಸುತ್ತದೆ. ಆದರೂ ಏಕಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಒಂದು (1) ಇರುವ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲ (prime Number). ಉದಾಹರಣೆಗೆ $21, 121, 141$ ಅದಕ್ಕೇ ತಕ್ಷಣ ಅಲ್ಲಿ ಉತ್ತರ ಹೇಳಲು ಅನುಮಾನಿಸಿದೆ.

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಹಾಗಾದರೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಭಾಜ್ಯವೇ ಅಥವಾ ಅವಿಭಾಜ್ಯವೇ ಅಂತ ತಿಳಿಯಲು ಯಾವುದಾದರೂ ಸೂತ್ರ ಇಲ್ಲವೆ ಮಾಸ್ತರೆ?

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಸೂತ್ರ ಏನಾದರೂ ಇದ್ದಿದ್ರೆ ನಾನು ಅಲ್ಲಿಯೇ ಉತ್ತರ ಹೇಳುತ್ತಿದ್ದೆ. ಯೋಚನೆ ಮಾಡೋ ಪ್ರಮೇಯವೇ ಬರುತ್ತಿರಲಿಲ್ಲ, ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳದ್ದೇ ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಪುರಾಣ. ತಾವು ಹೇಳಿ ಅಂದ್ರೆ ಹೇಳ್ತೀನಿ

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಓಹೋ...... ಹೇಳಿ ಆಗ್ಬೋದು.

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಕನಿಷ್ಠ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ 2 ಆದರೆ ಗರಿಷ್ಠ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು? ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಮೊದಲು ತಲೆಕೆಡಿಸಿಕೊಂಡವನು ಗ್ರೀಸ್ ದೇಶದ ಪ್ರಾಚೀನ ಗಣಿತಜ್ಞ ಯೂಕ್ಲಿಡ್. ಪ್ರಾಚೀನ ಕಾಲದಿಂದಲೂ ಗಣಿತಜ್ಞರು ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಹಾದಿಯಲ್ಲೇ ಗರಿಷ್ಠ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಬಹಳ ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತಿದ್ದರು. ಇಂದು ನಮಗೆ ಯಾವ ಗರಿಷ್ಠ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಗೊತ್ತಾಯಿತು? ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರ ಹುಡುಕುವುದೇ ಅವರ ಕೆಲಸವಾಗಿತ್ತು.

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಹಾಗಾದರೆ ಯೂಕ್ಲಿಡ್ ನಂತರ......

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಕ್ರಿ. ಪೂ. 230 ರಲ್ಲಿ ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಸಮಕಾಲೀನನಾದ ಎರಟೋಸ್ತನೀಸ್ ಎಂಬುವನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಕ್ರಮವನ್ನು ಪ್ರಾಯೋಗಿಕವಾಗಿ ತೋರಿಸಿದ. ಅವನ ಕ್ರಮ ಎರಟೋಸ್ತನೀಸನ ಜರಡಿ ಎಂದು ಪ್ರಸಿದ್ಧವಾಗಿತ್ತು. ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೇ ಉತ್ಪಾದಿಸಬಲ್ಲ ಗಣಿತ ಸೂತ್ರವೊಂದನ್ನು ನಾನು ಪ್ರಕಟಿಸಬಲ್ಲೆ ಎಂದು ಫರ್ಮಾ ಎಂಬ ಗಣಿತಜ್ಞ ಭಾವಿಸಿದ್ದ. ಆದರೆ ಆ ಸೂತ್ರದ ಪ್ರಕಾರ ಅವನಿಗೆ ದೊರೆತ ಮೊದಲ ಐದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ $3, 15, 17, 257, 65537$ ಮಾತ್ರ.

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಅಲ್ಲಿಂದ ಮುಂದಕ್ಕೆ ಇನ್ಯಾರು ಸೂತ್ರ ನೀಡಿದರು?

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಸ್ವಿಡ್ಜರ್‌ಲೆಂಡ್‌ನ ಲಿಯೊನಾರ್ಡ್ ಆಯ್ಲರ್ ಒಂದು ಸೂತ್ರ ಕೊಟ್ಟ, ಅದೇ $E = n^2 - n + 41$. ಈ ಸೂತ್ರದಲ್ಲಿ n ಗೆ 0 ಯಿಂದ 39 ರವರೆಗೆ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು

ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ ಮಾತ್ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ದೊರೆತವು. ಅದೇ ರೀತಿ ಮತ್ತೊಂದು ಸೂತ್ರ $E = n^2 - 79n + 1601$ ಎಂಬ ಸೂತ್ರದಲ್ಲಿ 0 ಯಿಂದ 79ರ ವರೆಗೆ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ ಮಾತ್ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ದೊರೆತವು.

ಹೀಗೆ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡುವ ಅನೇಕ ಸೂತ್ರಗಳು ಕಂಡುಹಿಡಿದಿದ್ದರೂ ಎಲ್ಲವೂ ದೋಷಪೂರಿತ. ಯಾವ ಸೂತ್ರವೂ ಕ್ರಮಬದ್ಧವಾಗಿಲ್ಲ. ಆಕಸ್ಮಿಕವಾಗಿ ಕೇವಲ ಊಹೆಯಿಂದ ಕೊಡಲ್ಪಟ್ಟಿವೆ.

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಇಷ್ಟೇನೋ...... ಇನ್ನೂ ಏನಾದರೂ ಸೂತ್ರಗಳು ಇವೆಯೋ?

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಹೇಳ್ತೀನಿ ಕೇಳಿ.

$n^2 + n + 11, n^2 + n + 17, n^2 - 79n + 1601$. ಈ ಸೂತ್ರಗಳಲ್ಲಿ $n = 0$ ಮತ್ತು $n = 79$ ಈ ಅವಧಿಗಳಲ್ಲಿ 80 ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಿಕ್ಕಿವೆ. ಅಲ್ಲಿಂದ ಮುಂದಕ್ಕೆ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಿಕ್ಕಿಲ್ಲ.

ಫ್ರಾನ್ಸ್ ದೇಶದ ಗಣಿತಜ್ಞ ಲೆಜಾಂಡ್ರ್‌ನ ಪ್ರಕಾರ $2n^2 + 29$ ಎಂಬ ಸೂತ್ರದಲ್ಲಿ n ಗೆ ಕೆಲವು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ಮಾತ್ರ 75 ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಲಭ್ಯವಾದವು.

ಯೂಕ್ಲಿಡ್, ಲೆಜಾಂಡ್ರೆ, ಆಯ್ಲರ್, ಫರ್ಮಾ, ಮರ್ಸೇನ್ ಮುಂತಾದವರು ಕೆಲವು ಸೂತ್ರಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಕ್ರಮವನ್ನು ತಿಳಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಆದರೂ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಅನಿಶ್ಚಿತತೆಯಿಂದ ಕೂಡಿದೆ.

ಹೀಗೆ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಅನೇಕ ಸೂತ್ರಗಳಿದ್ದರೂ ಯಾವುದೂ ಸಮರ್ಪಕವಾಗಿಲ್ಲ. ಸಂಖ್ಯಾ ಪ್ರಪಂಚದಲ್ಲಿ ಇದೊಂದು ಭಾರೀ ಸವಾಲು ಆಗಿದೆ.

ಇಷ್ಟೂ ಏಕೆ ಹೇಳಿದೆ ಅಂದರೆ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೊಟ್ಟರೆ ಅದು ಅವಿಭಾಜ್ಯವೇ ಅಲ್ಲವೇ ಎಂದು ಹೇಳಲು ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾದ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಯಾರೂ ಕಂಡುಹಿಡಿದಿಲ್ಲ.

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಏನು ಜ್ಞಾಪಕಶಕ್ತಿ ನಿಮಗೆ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದ ಚರಿತ್ರೇನೂ ಓದಿದ್ದೀರಲ್ಲ. ಅದು ಸರಿ ಗಣಕಯಂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ತಾವು ಹೇಳಬಹುದಿತ್ತಲ್ಲಾ?

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಉಪನ್ಯಾಸ ಮಾಡುವಾಗ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಎದುರಿಗೆ ಗಣಕಯಂತ್ರ ಇಟ್ಟುಕೊಂಡು ಸಮಸ್ಯೆ ಬಿಡಿಸೋದು ಸರಿಯೆ? ನಾನು ಗಣಕಯಂತ್ರ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಹೋಗಿತ್ತಿಲ್ಲವಲ್ಲ.

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಹೌದು ನೀವು ಹೇಳಿದ್ದು ಸರಿ ಮಾಸ್ತ್ರೆ ನಿಮ್ಮದು ಭಾಜ್ಯಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಮಸ್ಯೆ. ಒಂದೇನೋ ಅಥವಾ ಬೇರೆ ಇನ್ಯಾವುದಾದರೂ ಸಮಸ್ಯೆ ನಿಮ್ಮನ್ನು ಚಿಂತಿಸುವಂತೆ ಮಾಡಿತೋ?

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಸಭೆಯಲ್ಲಿ ಅನೇಕ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಬಂದವು $5^0 = 1$ ಹೇಗೆ? ಎಂದು ಕೇಳಿದರು ಅದಕ್ಕೆ ಉತ್ತರಿಸಿದೆ. ಅವರಿಗೆ ಉತ್ತರ ತೃಪ್ತಿಯಾಯ್ತು. ಅನಂತದ ಕಲ್ಪನೆ ಬಗ್ಗೆ ಕೇಳಿದರು. ಅದನ್ನೂ ಉತ್ತರಿಸಿದೆ. ಈಗ ಮತ್ತೊಂದು ಸಮಸ್ಯೆ ಹೀಗಿದೆ ನೋಡಿ. ಒಬ್ಬ ರೈತನ ಹತ್ತಿರ 19 ಬೆಲೆ ಬಾಳುವ ಹಸುಗಳಿತ್ತು. ಆತ ಅವುಗಳನ್ನು ತನ್ನ ಮೂರು ಜನ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ $1/2, 1/4$ ಮತ್ತು

1/5 ರಂತೆ ಹಂಚಬೇಕೆಂದು ವಿಲ್ ಬರೆದು ಸತ್ತಿದ್ದಾನೆ. ವಿಲ್ ಪ್ರಕಾರ ಹೇಗೆ ಹಂಚುವುದು? ಒಬ್ಬೊಬ್ಬರಿಗೆ ಎಷ್ಟೆಷ್ಟು ಬರುತ್ತದೆ?

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– 19 ಅನ್ನೋ ಸಂಖ್ಯೆ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಅದು 2, 4, 5 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದಿಲ್ಲವಲ್ಲ ಮಾಸ್ತರೆ?

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ತಾವು ವಕೀಲರು ಈಗ ಹೇಳಿ ಈ ತರಹ ವಿಲ್ ಬರೆದು ಸತ್ತರೆ ಹೇಗೆ ಹಂಚುವುದು?

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಅಂತೂ ನಿಮ್ಮ ಸಮಸ್ಯೆ ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಯೋಚಿಸುವ ಹಾಗಿದೆ!

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಈಗ ಹೇಳಿ ತಾವು ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ನನ್ನ ತಲೇಲಿ ಇರುವಾಗ ವಾಹನವನ್ನೂ ಓಡಿಸಿಕೊಂಡು ಕೆಂಪು ದೀಪದ ಕಡೆಗೆ ನನ್ನ ಗಮನ ಹರಿಸಲು ಹೇಗೆ ಸಾಧ್ಯ?

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಸರಿ ಮಾಸ್ತರೆ ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ತಮಗೆ ಎಷ್ಟೊಂದು ಆಸಕ್ತಿ...... ನೀವೇನಾದರೂ ಗಣಿತ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಸಂಶೋಧನೆ ನಡೆಸುತ್ತಿದ್ದೀರಾ?

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ನಾನು ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಸಂಶೋಧನೆ ಮಾಡುತ್ತಿರುವ ವಿಷಯವನ್ನು ತಾವು ಹೇಗೆ ಊಹಿಸಿದಿರಿ?

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ನೀವು ಮಾಡಿರುವ ಸಂಶೋಧನೆ ಬಗ್ಗೆ ಸ್ವಲ್ಪ ಹೇಳಿ ಕೇಳೋಣ.

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ನನ್ನ ಸಂಶೋಧನೆ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿಯುವಷ್ಟು ತಮಗೆ ಅವಕಾಶವಿದೆಯೇ. ಹೇಳ್ತೀನಿ ಕೇಳೀ ಪ್ರೌಢಶಾಲಾ ಹಂತದಿಂದಲೂ ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನನಗೆ ಅಪಾರ ಕುತೂಹಲ. ಅನೇಕ ಸಲ ಅವು ನನ್ನ ಮನಸ್ಸನ್ನು ಸೂರೆಗೊಂಡಿವೆ. "ಕಣ್ಮನ ತಣಿಸುವ ಸಂಖ್ಯಾವಿನ್ಯಾಸ" ಎಂಬ ವಿಷಯದ ಬಗ್ಗೆ ಹಾಗೂ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಆಳವಾದ ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದೇನೆ. ಶಿಕ್ಷಕನಾದ ಮೇಲೆ ನವದೆಹಲಿಯ ಎನ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ. ಮತ್ತು ಕರ್ನಾಟಕದ ಡಿ.ಎಸ್.ಇ.ಆರ್.ಟಿ. ಗಳಿಗೆ ವಿಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸಂಶೋಧನಾ ಲೇಖನಗಳನ್ನು ಕಳುಹಿಸಿ ರಾಷ್ಟ್ರಮಟ್ಟದ ಹಾಗೂ ರಾಜ್ಯಮಟ್ಟದ ಪುರಸ್ಕಾರ ಪಡೆದಿದ್ದೇನೆ. ಇನ್ನು ಮುಂದೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಮತ್ತಷ್ಟು ಆವಿಷ್ಕಾರ ನಡೆಸಿ ನನ್ನದೇ ಆದ ಒಂದು ಕೊಡುಗೆ ನೀಡಬೇಕೆಂದಿದ್ದೇನೆ.

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ತಾವು ಉತ್ತಮ ಶಿಕ್ಷಕ ಪುರಸ್ಕಾರವನ್ನು ರಾಷ್ಟ್ರಾಧ್ಯಕ್ಷರಿಂದ ಪಡೆದಿದ್ದೀರಿ. ಈ ವಿಷಯವನ್ನು ನಾನು ಪತ್ರಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಓದಿದ್ದು ಜ್ಞಾಪಕ ಸರಿಯಲ್ವೇ?

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಹೌದು ತಾವು ಪತ್ರಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಓದಿರುವುದು ನಿಜ, ಆದರೆ......

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಆದರೆ...... ಅಂತ ಮಾತನ್ನು ಅಲ್ಲಿಗೇ ನಿಲ್ಲಿಸಿಬಿಟ್ಟರಲ್ಲ. ನಿಮ್ಮ ಅಭಿಪ್ರಾಯ ಏನು ಹೇಳಿ.

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ನಾನು ಉಪಾಧ್ಯಾಯ ವೃತ್ತಿಯಿಂದ ನಿವೃತಿಹೊಂದಿ ಸುಮಾರು 13 ವರ್ಷಗಳಾಯಿತು. ಸಂಸಾರದ ಜಂಜಾಟವಂತೂ ಏನೂ ಇಲ್ಲ. ನಾನು ತಿಳಿದಿರುವುದನ್ನು ಮುಂದಿನ

ಪೀಳಿಗೆಗೆ ತಿಳಿಸೋಣ ಅಂದರೆ ಅವರಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಈ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಆಸಕ್ತಿ ಕಡಿಮೆ. ಮತ್ಯಾವ ಪುರುಷಾರ್ಥಕ್ಕೆ ಆವಿಷ್ಕಾರ ನಡೆಸಲಿ. ಇಂದಿನ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಪಿಯುಸಿ ನಂತರ ಎಲ್ಲರಿಗೂ ಎಂಜಿನಿಯರಿಂಗ್, ಮೆಡಿಕಲ್ ವಿದ್ಯಾಭ್ಯಾಸದ ಕಡೆಗೇ ಗಮನ ಹೊರತು ಶುದ್ಧ ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ವಿರಳ. ಸಂಜೆ ಕಾಲೇಜುಗಳು, ಮುಕ್ತ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯಗಳು ಆರಂಭವಾಗಿ ವಿಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಗಣಿತವನ್ನು ವಿಶೇಷ ವಿಷಯವನ್ನಾಗಿ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡುವವರೇ ಬಹಳ ಕಡಿಮೆ. ಪರಿಸ್ಥಿತಿ ಹೀಗೇ ಮುಂದುವರೆದರೆ......

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಮುಂದಿನ ಪರಿಸ್ಥಿತಿ ಬಗ್ಗೆ ಈ ಇಳಿವಯಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ನೀವೇಕೆ ಇಷ್ಟೊಂದು ಚಿಂತಿಸುತ್ತಿದ್ದೀರಿ? "ಕಾಲಾಯ ತಸ್ಮೈನಮಃ" ಅನ್ನೋ ಮಾತನ್ನು ಕೇಳಿಲ್ಲವೇ. ಇದರ ಬಗ್ಗೆ ಚಿಂತಿಸಲು ಸರ್ಕಾರ ಮುಂಬರುವ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಆಯೋಗವನ್ನು ನೇಮಿಸುತ್ತದೆ.

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಆ ದಿನಗಳು ಬರಲಿ ನೋಡೋಣ.

(ಸಭೆಯಲ್ಲಿ ಗದ್ದಲ)

ನ್ಯಾಯಾಧೀಶರು:– ಆರ್ಡರ್ ಆರ್ಡರ್ ಇಲ್ಲಿಯ ತನಕ ನಡೆದ ವಾದವಿವಾದಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಲಾಗಿ ಈ ಆರ್ಡರ್ ಅನ್ನು ಪಾಸ್ ಮಾಡಿರುತ್ತೇನೆ. ಗಣಿತ ಮಾಸ್ತರು ಉದ್ದೇಶಪೂರ್ವಕವಾಗಿ ಕೆಂಪು ದೀಪದ ಬಳಿ ವಾಹನ ನಿಲ್ಲಿಸದೆ ಹೋಗಿಲ್ಲ. ಅವರು ಯಾವುದೋ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಯೋಚಿಸುತ್ತಾ ಇದ್ದುದರಿಂದ ಗಮನ ಬೇರೆ ಕಡೆಗೆ ತಿರುಗಿ ತಪ್ಪು ಎಸಗಿದ್ದಾರೆ. ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಬುದ್ಧಿವಾದ ಹೇಳುವ ಉಪಾಧ್ಯಾಯರೇ ಈ ರೀತಿ ಮಾಡಿರುವುದು ತಪ್ಪಾದರೂ, ಇನ್ನು ಮುಂದೆ ಅವರು ವಾಹನ ನಡೆಸುತ್ತಿರುವಾಗ ಗಣಿತದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅಥವಾ ಯಾವುದೇ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಯೋಚಿಸದೆ ರಸ್ತೆ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಅನುಸರಿಸುವಂತೆ ಎಚ್ಚರಿಕೆ ನೀಡುತ್ತಾ, ಇನ್ನೊಂದು ವಾರದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕೇಳಿದ ಎರಡೂ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಕಡ್ಡಾಯವಾಗಿ ಉತ್ತರವನ್ನು ನ್ಯಾಯಾಲಯಕ್ಕೆ ತಿಳಿಸುವುದು. ಆ ದಿನಾಂಕ 15 – 8 – 2013 ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಯುವರ್ ಆನರ್ ವಿತ್ ಗುಡ್ ಫೇತ್ ಅಂಡ್ ಕಾನ್‌ಫಿಡೆನ್ಸ್ ತಮ್ಮ ಎಚ್ಚರಿಕೆಯನ್ನು ಇನ್ನು ಮುಂದೆ ನಾನು ಪಾಲಿಸುತ್ತೇನೆಂದು ತಿಳಿಸುತ್ತಾ ತಾವು ಈ ಮೊಕದ್ದಮೆಯನ್ನು ಮುಂದೂಡಿರುವ ದಿನಾಂಕವಾದ 15 – 8 – 2013 ರಂದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕೇಳಿದ ಎರಡೂ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ನ್ಯಾಯಾಲಯಕ್ಕೆ ಆದಷ್ಟು ಮಟ್ಟಿಗೆ ನೀಡುತ್ತೇನೆಂದು ಪ್ರಮಾಣೀಕರಿಸುತ್ತೇನೆ.

ದೃಶ್ಯ – 4

(ನ್ಯಾಯಪೀಠದಲ್ಲಿ ನ್ಯಾಯಾಧೀಶರು ಕುಳಿತಿದ್ದಾರೆ)

ಬೆಂಚ್ ಗುಮಾಸ್ತ:– ಯುವರ್ ಆನರ್ ಇನ್ನೊಂದು ವಾರದಲ್ಲಿ ಅಂದರೆ 15 – 8 – 2013 ರಂದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕೇಳಿದ ಎರಡು ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಉತ್ತರವನ್ನು ನ್ಯಾಯಾಲಯದ

ನ್ಯಾಯಪೀಠದ ಮುಂದೆ ಒಪ್ಪಿಸಬೇಕೆಂದು ತಾವು ಆರ್ಡರ್ ಮಾಡಿದ್ದೀರಿ. ಅದರಂತೆ ಗಣಿತದ ಮಾಸ್ತರು ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ಒಪ್ಪಿಸಲು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ದಿನವೇ ಬಂದಿದ್ದಾರೆ.

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಮಾಸ್ತರೇ ಉತ್ತರವನ್ನು ನೀವು ಈಗ ಹೇಳಬಹುದು.

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಗೌರವಾನ್ವಿತ ವಕೀಲರೆ ನನ್ನ 36 ವರ್ಷಗಳ ಬೋಧನೆಯ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ಈ ರೀತಿಯ ಸಮಸ್ಯೆಗಳೇ ಉದ್ಭವಿಸಿರಲಿಲ್ಲ. ಬಹಳ ಶ್ರಮವಹಿಸಿ ಒಂದು ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಕೊಂಡಿದ್ದೇನೆ ಮನೆಯಲ್ಲಿ ಶುಭಕಾರ್ಯವಿತ್ತು ವಿಪರೀತ ಕೆಲಸ ಜೊತೆಗೆ ಮೊಮ್ಮಕ್ಕಳೆಲ್ಲಾ ಬಂದಿದ್ದರು. ಮತ್ತೊಂದು ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರ ನೀಡಲು ದಯವಿಟ್ಟು ಕಾಲಾವಕಾಶ ಕೊಡಿ. ನಾನು ಯಾವ ತಪ್ಪು ಮಾಡಿಲ್ಲ. ಈ ದಿನ ನ್ಯಾಯಾಲಯಕ್ಕೆ ಬರುತ್ತೇನೆಂದು ಹೇಳಿದ್ದೆ. ಅದರ ಪ್ರಕಾರ ತಪ್ಪದೇ ಸಕಾಲಕ್ಕೆ ಬಂದಿದ್ದೇನೆ.

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಮಾಸ್ತರೇ ಮೊದಲನೆಯ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಉತ್ತರ ತಿಳಿಸಿ.

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಮೊದಲನೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆ $888, 888, 881$ ಎಂಬ ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯೋ ಅಥವಾ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯೋ ಎಂದು? ಇದಕ್ಕೆ ಉತ್ತರ ಇದೊಂದು ಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಂತ.

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಇದು ಹೇಗೆ ಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ವಿವರಿಸಲಿಲ್ಲವಲ್ಲ?

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ದತ್ತಸಂಖ್ಯೆ ಆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಅದು ಭಾಜ್ಯಸಂಖ್ಯೆ.

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುವು?

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– 10903 ರಿಂದ ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಇಷ್ಟು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತೆ ಅಂತ ತಮಗೆ ಹೇಗೆ ತಿಳಿಯಿತು?

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಕಂಪ್ಯೂಟರ್ ಸಹಾಯದಿಂದ ತಿಳಿಯಿತು. 10903 ಇದೊಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ.

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಅಂತ ಹೇಳಿದಿರಿ. ಮತ್ತೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಮತ್ತೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆ 81527 ಇದರಿಂದಲೂ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ದತ್ತಸಂಖ್ಯೆ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಇದೂ ಸಹ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಹೌದು. ಭಾಜಕ ಮತ್ತು ಭಾಗಲಬ್ಧಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ ಶೇಷ ಸೇರಿಸಿದರೆ ಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಲಭಿಸುತ್ತದೆ ಅಲ್ಲವೆ? ಇಲ್ಲಿ ಎರಡು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಕೊಟ್ಟ ಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ. ಎರಡನೆಯ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಉತ್ತರ ಹೇಳಿ ಮಾಸ್ತರೆ?

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಕ್ಷಮಿಸಬೇಕು ಬಹಳ ಪಯತ್ನಪಟ್ಟೆ ಎಷ್ಟು ಯೋಚಿಸಿದರೂ ತೋಚಲಿಲ್ಲ.

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಇದೇನು ಮಾಸ್ತರೆ, ಇಷ್ಟು ಅನುಭವ ಇರುವ ನಿಮ್ಮಂಥವರಿಗೇ ಆ ಸಮಸ್ಯೆ ತೋಚಲಿಲ್ಲವಲ್ಲ ಅಂದ್ರೆ ಈಗಿನ ಯುವಕರು ಹೇಗೆ ಬಿಡಿಸುತ್ತಾರೆ?

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಒಂದೊಂದು ಸಲ ಹಾಗೆ ಮಂಕು ಹಿಡಿಯುತ್ತೆ. ಇದು ಎಲ್ಲರಿಗೂ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ. ರಾಮಾಯಣದಲ್ಲಿ ರಾಮನಂಥವರಿಗೇ ಚಿನ್ನದ ಜಿಂಕೆ ಎಲ್ಲಾದರೂ ಇರುತ್ತದೆಯೇ ಎಂದು ತೋಚಬಾರದಿತ್ತೇ. ಅಂತಹ ರಾಮನಿಗೇ ಹಾಗಾದ ಮೇಲೆ ನನ್ನಂತವನಿಗೆ ಆಗುವುದು ಏನು ದೊಡ್ಡ ವಿಷಯವಲ್ಲ?

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಅಲ್ಲಾ ರಾಮಾಯಣದ ಕಥೇನೂ ಜ್ಞಾಪಿಸಿಬಿಟ್ಟಿರಿ! ಎಲ್ಲಿ ಆ ಎರಡನೆಯ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಸಲ ಜ್ಞಾಪಿಸಿ.

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಏನಿಲ್ಲ...... 19 ಹಸುಗಳನ್ನು $1/2, 1/4, 1/5$ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ 3 ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಹಂಚಬೇಕಷ್ಟೆ.

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– 19 ಹಸುಗಳು ಎಂದು ಹೇಳಿರುವಿರಿ, ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕಡೆಯಲ್ಲಿ 9 ಬಂದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆ ಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲವೇ?

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಹಾಗೇನಿಲ್ಲ $9, 49, 169$ ಇವೆಲ್ಲಾ ಭಾಜ್ಯಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಆದರೆ 19 ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ.

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಈ ರೀತಿ ವಿಲ್ ಬರೆದರೆ ನ್ಯಾಯಾಲಯ ಹೇಗೆ ತೀರ್ಮಾನಿಸುವುದು ಮಾಸ್ತರೆ?

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಇದಕ್ಕೇ ನೋಡಿ ಮಕ್ಕಳು ಗಣಿತ ಕಬ್ಬಿಣದ ಕಡಲೆ ಅನ್ನೋದು. ಇದು ಮಿಕ್ಕ ವಿಷಯಗಳಂತಲ್ಲ ಅಮೂರ್ತ ಕಲ್ಪನೆಯಿಂದ ತುಂಬಿದೆ.

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಈ ಅಮೂರ್ತ ಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಮೂರ್ತ, ಅರೆಮೂರ್ತ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ತರಗತಿಗೆ ತಂದು ಚಟುವಟಿಕೆ ಮೂಲಕ ಪಾಠಮಾಡಿದರೆ ಸುಲಭವಾಗಿ ಅರ್ಥವಾಗುತ್ತಲ್ಲ.

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಈಗ ನಮ್ಮ ಲೆಕ್ಕಕ್ಕೇ ಬರೋಣ. 19 ಮೂರ್ತ ಹಸುಗಳನ್ನು ತಂದು ಹೇಗೆ ಹಂಚುವುದು?

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಓಹೋ...... ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲೂ ತಿಳಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಸರಿ ನೀವು ಹೇಳೋದು ಅಕ್ಬರನ ಆಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಬೀರಬಲ್ ಈ ರೀತಿಯ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಬಿಡಿಸುತ್ತಿದ್ದನಂತಲ್ಲ ಮಾಸ್ತರೆ.

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಅದು ಹಿಂದಿನ ಕಥೆಯಾಯಿತು. ಈಗ ಬೀರಬಲ್‌ನ ಎಲ್ಲಿಂದ ತರೋಣ?

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ನಮ್ಮ ಭಾರತದ ಶ್ರೀನಿವಾಸ ರಾಮಾನುಜನ್ ಅವರು ಈ ರೀತಿ ಸಮಸ್ಯೆ ಬಗೆ ಹರಿಸುತ್ತಿದ್ದರಂತೆ.

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಅವರೂ ಕಾಲವಾಗಿ ಬಹಳ ವರ್ಷವಾಯಿತು. 2012 ನ್ನು ಅವರ ಹೆಸರಿನಲ್ಲೇ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಗಣಿತ ವರ್ಷ ಎಂದು ದೇಶಾದ್ಯಂತ ಆಚರಿಸಲಾಯಿತು. ಪ್ರತಿವರ್ಷ ಡಿಸೆಂಬರ್ 22 ನ್ನು ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಗಣಿತ ದಿನ ಅಂತ ಆಚರಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಒಂದು ವಿಷಯ ಹೇಳಬೇಕೂಂತಿದ್ದೆ. ನನ್ನ ಮೊಮ್ಮಗ ಒಂದು ವಾರದ ಹಿಂದೆ $- \times - = +$ ಹೇಗೆ ಅಂತ ಕೇಳಿದ. ನನಗೆ ಉತ್ತರ ಹೇಳಲು ಗೊತ್ತಾಗಲಿಲ್ಲ. ಅದಕ್ಕೂ ಉತ್ತರ ಮುಂದೆ ಹೇಳ್ತೀರಾ?

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಆಗಬಹುದು.

ನ್ಯಾಯಾಧೀಶರು:– ತಮಗೆ ಮತ್ತೊಂದು ದಿನಾಂಕವನ್ನು ನೀಡಿರುತ್ತೇನೆ. ಆ ದಿನ ತಾವು ತಪ್ಪದೆ ಎರಡನೆಯ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಉತ್ತರ ನೀಡಲೇಬೇಕು. ಮುಂದಿನ ದಿನಾಂಕವನ್ನು 15 – 9 – 2013 ಎಂದು ತಿಳಿಸಿದ್ದೇನೆ.

ದೃಶ್ಯ – 5

(ನ್ಯಾಯಾಧೀಶರು ನ್ಯಾಯಪೀಠದಲ್ಲಿ ಕುಳಿತಿದ್ದಾರೆ)

ಬೆಂಚ್ ಗುಮಾಸ್ತ:– ಯುವರ್ ಆನರ್ ಇನ್ನೊಂದು ವಾರದಲ್ಲಿ ಅಂದರೆ 15 – 9 – 2013 ರಂದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕೇಳಿದ ಉಳಿದ ಇನ್ನೊಂದು ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ನ್ಯಾಯಾಲಯದ ನ್ಯಾಯಪೀಠದ ಮುಂದೆ ಒಪ್ಪಿಸಬೇಕೆಂದು ತಾವು ಆರ್ಡರ್ ಪಾಸ್ ಮಾಡಿದ್ದಿರಿ. ಅದರಂತೆ ಗಣಿತದ ಮಾಸ್ತರು ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ಒಪ್ಪಿಸಲು ಬಂದಿದ್ದಾರೆ.

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಹೇಳಿ ಮಾಸ್ತರೆ.

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಗೌರವಾನ್ವಿತ ನ್ಯಾಯಾಧೀಶರೆ ಮೊದಲನೆಯ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಉತ್ತರ ನೀಡಿದ್ದೆ. ಈಗ ಎರಡನೆಯ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಉತ್ತರ ನೀಡುತ್ತಿದ್ದೇನೆ. 19 ಹಸುಗಳನ್ನು 1/2, 1/4, 1/5 ಭಾಗಗಳಂತೆ ತನ್ನ 3 ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಹಂಚುವುದು ಹೇಗೆ ಅಂತ. ಇಲ್ಲಿ 19 ಅನ್ನೋ ಸಂಖ್ಯೆ 2, 4, ಮತ್ತು 5 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇದ್ದ 19 ಹಸುಗಳಿಗೆ ಮತ್ತೊಂದು ಹಸುವನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ ಆಗ 20 ಹಸುಗಳಾಗುತ್ತೆ. 20 ನ್ನು 1/2, 1/4, 1/5 ರ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಹಂಚಬಹುದು. ಆಗ ಒಬ್ಬೊಬ್ಬರಿಗೆ 10, 5, 4 ಹಸುಗಳು ಬರುತ್ತವೆ. ನಂತರ ಸೇರಿಸಿದ ಹಸುವನ್ನು ಹಿಂದಕ್ಕೆ ತೆಗೆದು ಕೊಂಡರಾಯಿತು. ಹೀಗೆ ಕೆಲವು ಸಲ ಯುಕ್ತಿಯಿಂದ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತೆ. ನನ್ನ ಅನುಭವದಲ್ಲಿ ಕೋರ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಇದೇ ರೀತಿ ಜಾಣತನದಿಂದ ತೀರ್ಮಾನವಾದ ಒಂದು ಕೇಸ್ ಜ್ಞಾಪಕಕ್ಕೆ ಬರುತ್ತಿದೆ. ತಾವು ಹೇಳಬಹುದು ಎಂದರೆ ಹೇಳುತ್ತೇನೆ.

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಆಗಬಹುದು ಹೇಳಿ ಮಾಸ್ತರೆ.

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಒಂದು ಸಲ ಒಬ್ಬ ಅಪರಾಧಿ ತನ್ನ ತಪ್ಪನ್ನು ಎಷ್ಟು ಸಲ ಕೇಳಿದರೂ ಒಪ್ಪಿಕೊಳ್ಳಲಿಲ್ಲ. ಅವನೇ ಅಪರಾಧಿಯೆಂದು ಎಲ್ಲರಿಗೂ ಖಚಿತವಾಗಿತ್ತು. ಕಡೆಗೆ ತಮ್ಮ ಹಾಗೆ ಬುದ್ಧಿವಂತ ವಕೀಲರು ಅಪರಾಧಿಯನ್ನು ಕುರಿತು "ಇನ್ನೊಂದು ಸಲ ಇಂತಹ ತಪ್ಪನ್ನು ಮಾಡುವುದಿಲ್ಲ ಅಂತ ಹೇಳಿಬಿಡಯ್ಯ ಅದೇನು ಮಹಾ"! ಕೇಸನ್ನು ಮುಕ್ತಾಯಗೊಳಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತೇನೆ ಎಂದರಂತೆ. ಆ ಅಪರಾಧಿ ತಕ್ಷಣ "ನಾನು ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಇಂತಹ ಕೆಲಸ ಮಾಡುವುದಿಲ್ಲ" ಎಂದು ಹೇಳಿದನಂತೆ. ಈ ಹೇಳಿಕೆಯಿಂದ ಅವನು ಮುಂಚೆ ಮಾಡಬಾರದ

ಕೆಲಸ ಮಾಡಿದ್ದ ಅಂತ ಖಚಿತವಾಯಿತು. ಹೀಗೆ ಕೆಲವು ಸಲ ನಾವು ಕೇಸಿನಿಂದ ಹೊರಬಂದು ಯೋಚಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ನನಗೊಂದು ಕೇಸು ಸಮಸ್ಯೆಯಾಗಿತ್ತು. ಅದಕ್ಕೆ ನೀವು ಪರಿಹಾರ ಸೂಚಿಸಿದಿರಿ ಅಬ್ಬಾ? ನಿಮ್ಮ ಜ್ಞಾಪಕಶಕ್ತಿ ಎಷ್ಟಿದೆ? ನಾನು ತಮಗೆ ಮತ್ತೊಂದು ಸಮಸ್ಯೆ ಹೇಳಿದ್ದನಲ್ಲ. ಅದಕ್ಕೆ ಉತ್ತರ ಹೇಳಲೇ ಇಲ್ಲವಲ್ಲ.

ಗ.ಮಾಸ್ತರು:– ಹೇಳ್ತೀನಿ ಕೇಳಿ $- \times - = +$ ಹೇಗೆ ಬಂತು ಅನ್ನೋ ಪ್ರಶ್ನೆ ಅಲ್ಲವೆ? ಇದನ್ನು ಅರ್ಥೈಸುವುದು ಅನೇಕರಿಗೆ ಚಿದಂಬರ ರಹಸ್ಯವೇ ಗುಣಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಬೋಧಿಸುವಾಗ $+ \times + = +$, $+ \times - = -$, $- \times + = -$, ಮತ್ತು $- \times - = +$ ಎಂದು ಕೆಲವು ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ಇವೆಲ್ಲಾ ಸಾಂಪ್ರದಾಯಿಕವಾಗಿ ಬಂದಿವೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಕೆಲವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಒಪ್ಪುತ್ತಾರೆ, ಆದರೆ ಕೆಲವರು ಇದು ಏಕೆ? ಹೇಗೆ? ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಹಾಕುತ್ತಾರೆ. ಅಂಥವರಿಗೆ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಇದನ್ನು ವಿವರಿಸಬಹುದು ಗಮನ ಇಟ್ಟು ಕೇಳಿ. ಇದನ್ನೇ ಮತ್ತೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ತಿಳಿಸಬಹುದು. ಇದೊಂದು ವ್ಯಾವಹಾರಿಕ ನಿದರ್ಶನ. ಒಬ್ಬ ವ್ಯಾಪಾರಿ ಒಂದು ಅಂಗಡಿಯನ್ನು ಆರಂಭಿಸಿದ್ದಾನೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ. ಅವನು ಅಂಗಡಿ ತೆಗೆದರೆ + ಎಂದು ತಿಳಿಯೋಣ, ಅವನು ಅಂಗಡಿ ಮುಚ್ಚಿದರೆ – ಎನ್ನೋಣ. ವ್ಯಾಪಾರದಲ್ಲಿ ಲಾಭವಾದರೆ + ಎಂದು ತಿಳಿಯೋಣ, ವ್ಯಾಪಾರದಲ್ಲಿ ನಷ್ಟವಾದರೆ – ಎಂದು ತಿಳಿಯೋಣ.

ನೋಡಿ ನಿಮ್ಮ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರ ಹೇಳ್ತೀನಿ. ದಿನಕ್ಕೆ 500 ರೂ. ನಷ್ಟವಾಗುತ್ತಿರುತ್ತದೆ ಅಂದರೆ -4 ದಿನ ಅಂಗಡಿ ಮುಚ್ಚಿದ್ದಾನೆ ಅಂದರೆ –. ಇದರಿಂದ ಅವನಿಗೆ $-500 \times -4 = +2000$ ರೂ. ಲಾಭವಾಯಿತು. ಇದೇ ರೀತಿ ಕನ್ನಡ ಅಥವಾ ಆಂಗ್ಲ ಭಾಷೆ ಪಾಠ ಮಾಡುತ್ತಾ ಎರಡು ಋಣ ಶಬ್ದಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದಾಗ ಅದು ಧನ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ನೀಡುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು. ಅವನು ಪೆದ್ದನಲ್ಲ ಎಂದರೆ ಅವನು ಜಾಣ ಅಂತ ಅರ್ಥವಾಗುತ್ತೆ. He is not a bad boy ಅಂದರೆ He is a good boy ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ. ಅಲ್ಲವೇ ಈಗ ಅರ್ಥವಾಯಿತಲ್ಲಾ $- \times - = +$ ಏಕೆ? ಹೇಗೆ ಅಂತ.

ಸರ್ಕಾರಿ ವಕೀಲರು:– ಏನು ಮಾಸ್ತರೆ ಬಹಳ ದಿವಸಗಳಿಂದ ಈ ಸಮಸ್ಯೆ ನನ್ನನ್ನು ಕಾಡುತ್ತಿತ್ತು. ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ನಮ್ಮ ಮಾಸ್ತರು ಇದೊಂದು ಚಿಹ್ನೆ ನಿಯಮ ಅಂತ ಹೇಳಿದ್ರು. ನೀವು ಕೊಟ್ಟ ಉದಾಹರಣೆ ಎಷ್ಟು ಚೆನ್ನಾಗಿದೆ! ಇವತ್ತೇ ನನ್ನ ಮೊಮ್ಮಗನಿಗೆ ಈ ವಿಷಯ ತಿಳಿಸ್ತೀನಿ.

ನ್ಯಾಯಾಧೀಶರು:– ನ್ಯಾಯಾಲಯ ಎರಡನೆಯ ಬಾರಿಗೆ ನಿಗದಿಪಡಿಸಿದ ದಿನಾಂಕದಂದು ಉಳಿದ ಮತ್ತೊಂದು ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಉತ್ತರ ನೀಡಿದ್ದೀರಿ. ಕೊಟ್ಟ ಮಾತಿಗೆ ತಪ್ಪದಂತೆ ತಾವು ನಡೆದಿದ್ದೀರಿ. ಇಂದಿನ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಇಂತವರ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಡಿಮೆ. ನೀವು ಹಿರಿಯರು ಇನ್ನೊಂದು ಸಲ ಈ ರೀತಿ ತಪ್ಪು ಮಾಡಬೇಡಿ. ಎಚ್ಚರವಾಗಿರಿ ಇಲ್ಲಿಗೆ ಮೊಕದ್ದಮೆ ಮುಕ್ತಾಯಗೊಳಿಸುತ್ತೇನೆ. (ಗಣಿತ ಮಾಸ್ತರು ಸಂತೋಷದಿಂದ ಕೋರ್ಟಿನಿಂದ ನಿರ್ಗಮಿಸುತ್ತಾರೆ. ಕೆಲವು ಶಿಷ್ಯರು ಆನಂದ ಪರವಶರಾಗುತ್ತಾರೆ).

ಅಧ್ಯಾಯ ೯

ಆಯ್ಲರ್‌ನ ಸೂತ್ರ

ಕ್ರಿ. ಶ. 1706 ರಿಂದ 1783ರ. ಅವಧಿಯಲ್ಲಿದ್ದ ಸ್ವಿಜರ್ಲ್ಯಾಂಡ್‌ನ ಶ್ರೇಷ್ಠ ಗಣಿತಜ್ಞ ಆಯ್ಲರ್‌ನ ಕೊಡುಗೆ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಕ್ಕೆ ಅಪಾರ. ಸುಮಾರು 900 ಸಂಶೋಧನಾ ಲೇಖನಗಳನ್ನು ಬರೆದಿದ್ದಾನೆ. ಲಘು ಗಣಕದ ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನು ಸಮರ್ಪಕವಾದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ತಿಳಿಸಿದ್ದಾನೆ.

$\sqrt{-1}$ ಎಂಬುದಕ್ಕೆ i ಎಂಬ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಕೊಟ್ಟು ಅದನ್ನು ಘಾತವಾಗಿ e^x ಎಂದು ಮೊದಲು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಲ್ಪನಾ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರಚಾರಕ್ಕೆ ತಂದವನು.

ಬಹುಮುಖ ಘನ ಮತ್ತು ಜಾಲಾಕೃತಿಯ ಬಗ್ಗೆ ಆಯ್ಲರ್‌ನ ಸೂತ್ರ ಬಹಳ ಪ್ರಾಮುಖ್ಯವಾದುದು.

ಒಂದು ಬಹುಮುಖ ಘನದಲ್ಲಿ V ಶೃಂಗಗಳನ್ನೂ, F ಮುಖಗಳನ್ನೂ ಮತ್ತು E ಅಂಚುಗಳನ್ನೂ ಸೂಚಿಸಿದರೆ ಆಗ $V + F = E + 2$ ಆಗುವುದು ಎಂದು ತಿಳಿಸಿದವನು.

ಕೇವಲ 5 ಕ್ರಮ ಘನಾಕೃತಿಗಳು ಸಾಧ್ಯ ಅವುಗಳೇ

1) ಕ್ರಮ ಚತುಷ್ಫಲಕ (ಚತುರ್ಮುಖ ಘನ)

2) ಕ್ರಮ ಷಷ್ಠಫಲಕ (ಷಣ್ಮುಖ ಘನ)

3) ಕ್ರಮ ಅಷ್ಟಫಲಕ (ಅಷ್ಟಮುಖ ಘನ)

4) ಕ್ರಮ ದ್ವಾದಶಫಲಕ (ದ್ವಾದಶಮುಖ ಘನ)

5) ಕ್ರಮ ವಿಂಶತಿಫಲಕ (ವಿಂಶತಿಮುಖ ಘನ)

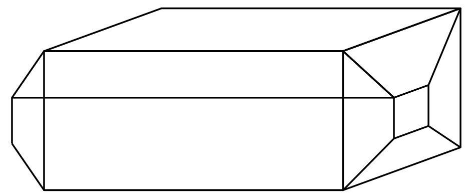
ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಕ್ರಮ ಅಷ್ಟಫಲಕ (ಷಣ್ಮುಖ ಘನ)ದಲ್ಲಿ $V = 8$, $F = 6$ ಮತ್ತು $E = 12$

$$\therefore \quad 8 + 6 = 12 + 2$$
$$14 = 14$$

$V + F = E + 2$ ಎಂಬ ಆಯ್ಲರ್‌ನ ಸೂತ್ರ ಮೇಲೆ ತಿಳಿಸಿದ 5 ಕ್ರಮ ಘನಾಕೃತಿಗಳಿಗೆ ಮಾತ್ರ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆ.

ಬಹು ಫಲಕಗಳಲ್ಲಿ ಅವುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ಸುರಂಗಗಳಿದ್ದರೆ, ಈ ಸೂತ್ರ ಅನ್ವಯಿಸುವುದಿಲ್ಲ.

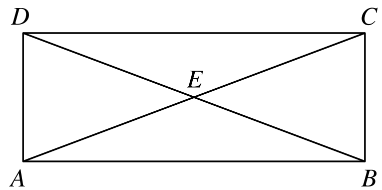
ಉದಾಹರಣೆಗೆ: ಟೈರಿನೊಳಗಿರುವ ಗಾಳಿ ತುಂಬಿದ ಟ್ಯೂಬ್ ಇರುವ ಹಾಗೆ.



ಒಂದು ಜಾಲಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ N ಸಂಪಾತ ಬಿಂದುಗಳ (node) ಸಂಖ್ಯೆ, A ಕಂಸಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು R ಸಮತಲವನ್ನು ವಲಯಗಳನ್ನಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದಾಗ.

$N + R = A + 2$ ಎಂದು ತಿಳಿಸಿದ್ದಾನೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ:



$$N = 5,\ R = 5,\ A = 8,$$
$$5 + 5 = 8 + 2$$
$$10 = 10$$

ಕೋನಿಸ್ ಬರ್ಗ್‌ನ ಏಳು ಸೇತುವೆಗಳ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಪರಿಹಾರ ನೀಡಿರುವುದು ಆಯ್ಲರ್‌ನ ಹೆಸರಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರಖ್ಯಾತಿಯಾಗಿದೆ.

ಅಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲ ಆಯ್ಲರ್‌ನ ಏಳು ಸೇತುವೆಯ ಸಮಸ್ಯೆಯ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಯು ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದ ನೂತನ ವಿಧಾನವಾದ ಟೋಪೋಲಜಿಗೆ ನಾಂದಿಯಾಯಿತು.

1783 ರಲ್ಲಿ ಲಿಯೊನಾರ್ಡೊ ಆಯ್ಲರ್ ಮಾಯಾಚೌಕಗಳ ರಚನೆಯಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿದ್ದಾಗ ಸೂಡೊಕು ಅನ್ನು ಶೋಧಿಸಿದ ಎಂದು ತಿಳಿದುಬಂದಿದೆ.

ಅಧ್ಯಾಯ ೧೦

ಪಾಸ್ಕಲ್ ತ್ರಿಭುಜ

a ಯ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ   1

$a+b$ ಎಂಬ ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿಯ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ $1+1$

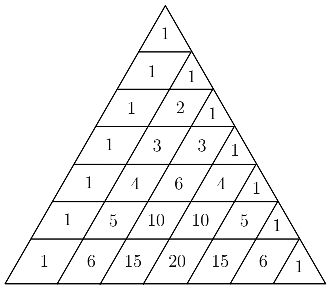
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ನ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ $1+2+1$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ ನ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ $1+3+3+1$

$(a+b)^4 = a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$ ನ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ $1+4+6+4+1$

ಈ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಮೇಲಿನಂತೆ ಪಟ್ಟಿಮಾಡಿ ನೋಡಿದಾಗ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರವಾಗಿವೆ. ಇದನ್ನು ಪಾಸ್ಕಲ್ ತ್ರಿಭುಜವೆಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. 1653 ರಲ್ಲಿ ಪಾಸ್ಕಲನು ಕಂಡುಹಿಡಿದ ಸಂಭವನೀಯತೆಯ ತತ್ತ್ವವು ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಹೋಲಿಕೆ ಆಗುವುದರಿಂದ ಇದಕ್ಕೆ ಪಾಸ್ಕಲ್ ತ್ರಿಭುಜವೆಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಕ್ರಿ. ಶ. 10 ನೆಯ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಹಲಾಯುಧನು, ಪಾಸ್ಕಲ್ ತ್ರಿಭುಜದಂತಹ ಜೋಡಣೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಿ ಅದನ್ನು "ಮೇರು ಪ್ರಸ್ತಾರ" ಎಂದು ಕರೆದಿದ್ದಾನೆ.



ಚಿತ್ರ .1

ಪಾಸ್ಕಲನ ತ್ರಿಭುಜವು

1) ಕರ್ಣಗಳಲ್ಲಿ ಅನೇಕ ರೀತಿಯ ಸಂಖ್ಯಾ ಮಾದರಿ ಹೊಂದಿದೆ.

2) ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಹಾಯವಾಗಿದೆ.

3) $(a+b)^n$ ರೂಪದ ಪದಗಳ ವಿಸ್ತಾರ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

4) ಒಂದು ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

1653 ರಲ್ಲಿ $(1+x)^n$ ಎಂಬುದರ ವಿಕ್ಷೇಪದಲ್ಲಿ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದಕ್ಕೆ "ಪಾಸ್ಕಲನ ತ್ರಿಕೋನ" ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯಾಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ವಿವರಿಸಿದನು, ಈ ಪಟ್ಟಿಯು ಹಿಂದೆಯೇ ಚೀಣಾದಲ್ಲಿ ತಿಳಿದಿತ್ತು. ಪಾಸ್ಕಲನಿಗಿಂತ ಹಿಂದೆ ಯೂರೋಪಿನಲ್ಲೂ ಅನೇಕರು ಇದನ್ನು ಪ್ರಸ್ತಾಪಿಸಿದ್ದರು. ಪಾಸ್ಕಲ್ ಇದರ ವಿಷಯವಾಗಿ ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಬರೆದಿದ್ದರಿಂದ ಪಾಸ್ಕಲನ ತ್ರಿಕೋನ ಎಂಬ ಸಮಂಜಸವಲ್ಲದ ಹೆಸರು ನಿಂತುಹೋಯಿತು.

ಪಾಸ್ಕಲ್ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು "ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ" ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ಮತ್ತೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯ.

1	1	1	1	1	1	1	1
1	2	3	4	5	6	7	8
1	3	6	10	15	21	28	36
1	4	10	20	35	56	84	120
1	5	15	35	70	126	210	330
1							

ಚಿತ್ರ .2

ಪಾಸ್ಕಲನ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಅನೇಕ ವಿಶೇಷ ಗುಣಗಳಿವೆ. ಚಿತ್ರ 2 ರಂತೆ

1) ಒಂದನೆಯ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಒಂದನೆಯ ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಒಂದು ಎನ್ನುವುದು ಪುನರುಕ್ತಿಯಾಗಿದೆ.

2) ಎರಡನೆಯ ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಎರಡನೆಯ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಕ್ರಮಾಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ.

3) ಮೂರನೆಯ ಅಡ್ಡಸಾಲು ಮತ್ತು ಮೂರನೆಯ ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಏರ್ಪಟ್ಟಿವೆ.

4) ಎರಡನೇ ಕಂಬಸಾಲಿನ ನಾಲ್ಕನೆಯ ಅಂಕವು, ನಾಲ್ಕನೆಯ ಕಂಬಸಾಲಿನ ಎರಡನೆಯ ಅಂಕವು, ನಾಲ್ಕು ಆಗಿದೆ

5) ಎರಡನೇ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನ ನಾಲ್ಕನೆಯ ಅಂಕವು, ನಾಲ್ಕನೆಯ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನ ಎರಡನೇ ಅಂಕವು, ನಾಲ್ಕು ಆಗಿದೆ.

6) ಮೂರನೆಯ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನ, ಐದನೆಯ ಅಂಕವು, ಐದನೆಯ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನ ಮೂರನೆಯ ಅಂಕವು, ಹದಿನೈದು ಆಗಿದೆ.

7) ಎರಡನೆಯ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನ ಮೂರನೆಯ ಅಂಕವು, ಮೂರನೆಯ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನ ಎರಡನೆಯ ಅಂಕವು, ಮೂರು ಆಗಿದೆ.

8) ಎರಡನೆಯ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನ, ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು, ಮೂರನೆಯ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನ, ನಾಲ್ಕನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮ.

   $1, 2, 3, 4$ ರ ಮೊತ್ತ 10. ಇದು ಮೂರನೆಯ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.

9) ನಾಲ್ಕನೆಯ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನ ಐದು ಅಂಕಗಳ ಮೊತ್ತ, ಐದನೆಯ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನ ಐದನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.

   $1, 4, 10, 20, 35$ ರ ಮೊತ್ತ 70. ಇದು ಐದನೇ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನ ಐದನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.

10) ವರ್ಗಾಕಾರದಲ್ಲಿರುವ, ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ.

$$\begin{array}{ccc} 6 & & 10 \\ & \nearrow\!\!\!\swarrow & \\ 10 & & 20 \end{array}$$

ಮೂಲೆ ಮೂಲೆ 10 ಮತ್ತು 10 ರ ಮೊತ್ತ 20 ಆಗಿದೆ.

ಇದೇ ರೀತಿ

$$\begin{array}{ccc} 21 & & 28 \\ & \nearrow\!\!\!\swarrow & \\ 56 & & 84 \end{array}$$

ಮೂಲೆ ಮೂಲೆ 56 ಮತ್ತು 28 ರ ಮೊತ್ತ 84 ಆಗಿದೆ.

11) ಮೂಲೆಮೂಲೆಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಾಗ ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿಯ ವಿಸ್ತರಣೆ ಯಿಂದ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕಗಳೆಂದು ತಿಳಿದುಬರುತ್ತದೆ.

$$\begin{array}{lllll} 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{array}$$

ಇವುಗಳೆಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯಾ ಗುಣಾಂಕಗಳು

12) ಇದರಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯೂ, ಅದರ ಮೇಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಆ (ಎರಡನೆಯ) ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಅದರ ಎಡಕ್ಕಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಸೇರಿಸುವುದರಿಂದ ದೊರೆಯು ತ್ತದೆ.

    ಉದಾ: 4 ನೇ ಸಾಲಿನ $10 = 6 + 3 + 1$, 5 ನೇ ಸಾಲಿನ $35 = 20 + 10 + 4 + 1$

13) ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗುವಂತೆ ಕರ್ಣರೇಖೆಗಳನ್ನೆಳೆದರೆ, ಆ ಕರ್ಣರೇಖೆಗಳ ಮೇಲೆ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು $(1 + x)^n$ ಎಂಬುದರ ವಿಕ್ಷೇಪಗಳನ್ನು ಕೊಡುತ್ತವೆ

    ಉದಾ: $(1 + x)^4 = 1 + 4x + 6x^2 + 4x^3 + x^4$

    $(1 + x)^5 = 1 + 5x + 10x^2 + 10x^3 + 5x^4 + x^5$

14) 'ಫಿಬೋನಾಕ್ಕಿ ಶ್ರೇಣಿ' ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯವಾಗಿದೆ.

15) ವಿಕಲ್ಪಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೇರವಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದು.

ಅಧ್ಯಾಯ ೧೧

ಫರ್ಮನ ಅಂತಿಮ ಪ್ರಮೇಯ

ಜಾನ್ ಒಳ್ಳೆಯ ಗಣಿತದ ಮೇಷ್ಟ್ರು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಕುತೂಹಲಕರವಾದ ಅನೇಕ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆಗಾಗ್ಯೆ ಹೇಳುತ್ತಿದ್ದರು. ಒಂದು ಸಲ $3, 4$ ಮತ್ತು 5 ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಹಾಗೂ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳು. ಈ $3, 4, 5$ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವೆ ಏನಾದರೂ ವಿಶೇಷ ಸಂಬಂಧವಿದೆಯೇ? ಎಂದರು ಜಾನ್ ಮಾಸ್ತರು.

ರಮೇಶ ತಕ್ಷಣ ಉತ್ತರಿಸಿದ $3 \times 3 = 3^2 = 9$, $4 \times 4 = 4^2 = 16$, $5 \times 5 = 5^2 = 25$

$$9 + 16 = 25$$
$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

ಇದೇ ರೀತಿ $4, 5$ ಮತ್ತು 6 ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವೆ ಏನಾದರೂ ವಿಶೇಷ ಸಂಬಂಧವಿದೆಯೇ? ಎಂದು ಪುನಃ ಕೇಳಿದರು. ಕಮಲ ಧೈರ್ಯವಾಗಿ ನಿಂತು ಉತ್ತರಿಸಿದಳು.

$$4 \times 4 = 4^2 = 16 \quad 5 \times 5 = 5^2 = 25 \quad 6 \times 6 = 6^2 = 36$$
$$16 + 25 = 41$$

ಆದ್ದರಿಂದ $4^2 + 5^2$ ಎಂಬುದು 6^2 ಗೆ ಸಮವಲ್ಲ. ಹಾಗಾದರೆ $3, 4, 5$ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವಂತೆ ಪರಸ್ಪರ ಸಂಬಂಧವಿರುವ ಬೇರೆ ಸಂಖ್ಯಾತ್ರಯಗಳು ಇದೆಯೇ? ಈ ಪ್ರಶ್ನೆ ಕ್ರಿಸ್ತ ಪೂರ್ವ 800 ರಿಂದ 500 ರಷ್ಟು ಹಿಂದೆಯೇ ಭಾರತೀಯ ಗಣಿತಜ್ಞರನ್ನು ಕಾಡಿತ್ತು. ಅವರು ಅದಕ್ಕೆ ಕೆಲವು ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಪಡೆದಿದ್ದರು. ಶುಲ್ವ ಸೂತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಮುಖ್ಯ ಸಂಖ್ಯಾತ್ರಯಗಳಿವೆ. ಶುಲ್ವ ಸೂತ್ರ ಎಂದರೇನು? ಸಾರ್ ಎಂದ ಸುರೇಶ ಶುಲ್ವ ಎಂದರೆ ಹಗ್ಗ ಯಜ್ಞಯಾಗಾದಿ ಮಾಡುವ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಇದರ ಬಳಕೆ ಬಂದಿತ್ತು. ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯರಿಗೂ ಮುಂಚೆ ಭಾರತೀಯರಿಗೆ ತಿಳಿದಿತ್ತು.

$$3, 4, 5, \quad 5, 12, 13, \quad 7, 24, 25, \quad 8, 15, 17, \quad 12, 35, 37$$

ಮೇಲೆ ತಿಳಿಸಿರುವ ಒಂದೊಂದು ತ್ರಯದಲ್ಲಿಯೂ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತ ಮೂರನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿವೆ.

ಕ್ರಿ. ಪೂ. ಸುಮಾರು 582 ರಿಂದ 497 ರಲ್ಲಿದ್ದ ಗ್ರೀಕ್ ಗಣಿತಜ್ಞ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ತಿಳಿಸಿದ್ದ. ಎಲ್ಲಿ ಅವನ ಪ್ರಮೇಯ ಹೇಳಿ ನೋಡೋಣ ಎಂದರು ಜಾನ್? ಪುಟ್ಟಸ್ವಾಮಿ ಎದ್ದು ನಿಂತು "ಯಾವುದೇ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ಚೌಕದ ಸಲೆ ಉಳಿದೆರಡು ಭುಜಗಳ ಮೇಲಿನ ಚೌಕದ ಸಲೆಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ" ಎಂದ. ಇದನ್ನೇ ನಾವು ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ ಎಂದು ಹೇಳುವುದು.

$3, 4, 5$, $5, 12, 13$ ಮೊದಲಾದ ವಿಶೇಷ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪಿಗೆ ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಸಂಖ್ಯಾತ್ರಯಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಸಂಖ್ಯಾತ್ರಯದ ವಿಶೇಷವೇನು ಹೇಳುತ್ತಿರಾ? ಎಂದಾಗ ರಹೀಮ್ ಎದ್ದುನಿಂತು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯಾತ್ರಯಗಳಲ್ಲೂ ಚಿಕ್ಕ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ಸಮ. ಆದ್ದರಿಂದ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ತ್ರವಳಿಗಳು ಭುಜಗಳಾಗುವಂತೆ ರಚಿಸಿದ ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿಭುಜಗಳೂ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದ. ಜಾನ್ ಮಾಸ್ತರು ಮುಂದುವರೆಯುತ್ತಾ, ಡಯೋಫ್ಯಾಂಟಸ್ ಕ್ರಿ. ಶ. ಸುಮಾರು 250 ರ ವೇಳೆಗೆ ಅಲೆಕ್ಸಾಂಡ್ರಿಯಾದಲ್ಲಿದ್ದವನು. ಅಂದು ಪ್ರಸಿದ್ಧವಾಗಿರುವ ಬೀಜಗಣಿತದ ಪ್ರವರ್ತಕರಲ್ಲಿ ಪ್ರಸಿದ್ಧನಾಗಿದ್ದವನು.

ದತ್ತ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಎರಡು ಧನಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಒಡೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವೇ? ಸಾಧ್ಯ $5 = 1 + 4$, ಅಥವಾ $5 = 2 + 3$. ಇದೇ ರೀತಿ $11 = 1 + 10$, $11 = 2 + 9$, $11 = 3 + 8$, $11 = 4 + 7$, $11 = 5 + 6$. ಸಂಖ್ಯೆ ದೊಡ್ಡದಾದರೆ ಪರಿಹಾರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು $a + b = 5$, $m + n = 11$ ಎಂದು ಅಡಕವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು. a ಮತ್ತು b ಎಂಬ ಎರಡು ಅಜ್ಞಾತಗಳು ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತ ಸದಾ 5 ಆಗಿರುವಂತೆ ಬಂಧಿತವಾಗಿವೆ. ಇದೇ ರೀತಿ m ಮತ್ತು n ಎಂಬ ಎರಡು ಅಜ್ಞಾತಗಳು ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತ ಸದಾ 11 ಆಗಿರುವಂತೆ ಬಂಧಿತವಾಗಿವೆ.

$$a + b = 5$$

ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ a ಮತ್ತು b ಅಜ್ಞಾತಗಳ 1.4, 2.3, 3.2, 4.1 ಬೆಲೆಗಳು ತಾಳೆಪಡಿಸುತ್ತವೆ. ಬೇರೆ ಯಾವ ಬೆಲೆಗಳಿಗೂ ಅಲ್ಲ. ಈ ನಾಲ್ಕು ಜೊತೆ ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರಗಳೆಂದು ಹೆಸರು. $m + n = 11$ ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಹತ್ತು ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ. ಇದನ್ನೇ ಸಾರ್ವತ್ರಿಕವಾಗಿ $x + y = z$ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಇದರ ಪರಿಹಾರಗಳು ಅನಂತ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿವೆ. ಇದು ಅತ್ಯಂತ ಸರಳ ರೂಪದ ಡಯೋಫ್ಯಾಂಟೈಸ್ ಸಮೀಕರಣ.

ಡಯಾಫ್ಯಾಂಟೈನ್ ಸಮೀಕರಣ ಎಂದರೇನು? ಎಂದ ಭಾಸ್ಕರ. "ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಕಗಳಿರುವ, ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಅಜ್ಞಾತಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಮತ್ತು ಸಾರ್ವತ್ರಿಕವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಜ್ಞಾತವನ್ನೂ ತಾಳೆ ನೋಡಬಲ್ಲ ಮೌಲ್ಯಗಳು ಅನಂತ

ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿರುವ ಅನಿರ್ಧರಣೀಯ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಡಯೋಫ್ಯಾಂಟೈನ್ ಸಮೀಕರಣ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ".

ಉದಾಹರಣೆಗೆ: $x^2 + y^2 = z^2$

ಇದರಲ್ಲಿ x, y ಮತ್ತು z ಎಂಬ ಮೂರು ಅಜ್ಞಾತಗಳಿವೆ.

$x = 3, y = 4, z = 5$ ಮತ್ತು $x = 5, y = 12, z = 13$ ಮುಂತಾದ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ತ್ರಯಗಳು ಈ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ತಾಳೆ ಹೊಂದುತ್ತವೆ. ಈ ರೀತಿಯ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ತ್ರಯಗಳು ಎಷ್ಟಿವೆ?

1665 ರಲ್ಲಿ ಫರ್ಮಾ ಗತಿಸಿದ ನಂತರ ಪ್ರಕಟಿತವಾದ ಅವನ ಪ್ರಬಂಧ ಸಂಕಲನಗಳಲ್ಲಿ "ಫರ್ಮಾನ ಅಂತಿಮ ಪ್ರಮೇಯ" ಎಂಬ ಹೆಸರಿನಿಂದ ಪ್ರಪಂಚದ ಬೆಳಕನ್ನು ಕಂಡಿತು.

ಫರ್ಮಾನ ಅನಂತರ ಮತ್ಯಾರೂ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಲಿಲ್ಲವೆ? ಎಂದಳು ಪಂಕಜಾ.

ಫರ್ಮಾನ ಅನಂತರ ಅವನ ಶ್ರೀಮಂತಿಕೆಯನ್ನು ತಿಳಿದಿದ್ದ ಗಣಿತಜ್ಞರು ಆತನ ಅಂತಿಮ ಪ್ರಮೇಯದ ಸಾಧನೆಯ ಶೋಧನೆಯಲ್ಲಿ ನಿರತರಾದರು. ಆದರೆ ಫರ್ಮಾ ಕಂಡಿದ್ದ ಆ "ಅತ್ಯಂತ ಅದ್ಭುತವಾದ ಸಾಧನೆ" ಮಾತ್ರ ಯಾರ ಕೈಗೂ ಸಿಗಲಿಲ್ಲ. ಪ್ಯಾರಿಸ್ ಅಕ್ಯಾಡಮಿ 1816 ರಲ್ಲಿ ಫರ್ಮಾನ ಅಂತಿಮ ಪ್ರಮೇಯಕ್ಕೆ ಸಾಧನೆ ನೀಡಿದವರಿಗೆ ಬಹುಮಾನ ನೀಡಿ ಗೌರವಿಸುತ್ತೇವೆಂದು ಘೋಷಿಸಿತು.

ಜರ್ಮನಿಯ ಕಾರ್ಲ್‌ವಿಲ್ ಹೆಲ್ಮ್ ಪ್ರೀಡರಿಶ್ ಗೌಸ್ (1777 - 1855) ಎಂಬುವನ ಮುಂದೆ, ಅವನ ಸ್ನೇಹಿತರು ಈ ವಿಷಯವನ್ನು ತಂದಾಗ, ಅವನು ಇದನ್ನು ಲಘುವಾಗಿ ಸ್ವೀಕರಿಸಿದ.

ಮುಂದೆ ಇದನ್ನು ಯಾರು ಮುಂದುವರಿಸಿದರು? ಎಂದ ರಹೀಮ್. ಜರ್ಮನಿಯ ಪ್ರೊಫೆಸರ್ ಪಾಲ್ ವೂಲ್ಫ್‌ಶ್ಕೇಲ್ ಈ ಪ್ರಮೇಯಕ್ಕೆ ಸಂಪೂರ್ಣ ಸಾಧನೆ ನೀಡುವವರಿಗೆ ಒಂದು ಲಕ್ಷ ಮಾರ್ಕ್ಸ್‌ಧನ ಬಹುಮಾನವಾಗಿ ಕೊಡುವುದಾಗಿ ಘೋಷಿಸಿದ. ಅನೇಕರು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದರು, ಆದರೆ ಫರ್ಮಾನ ಅಂತಿಮ ಪ್ರಮೇಯದ ಸಾಧನೆ ಲಭ್ಯವಾಗಲಿಲ್ಲ.

ಡೇವಿಡ್ ಹಿಲ್‌ಬರ್ಟ್ (1862 - 1943) ಜರ್ಮನಿಯ ಗಣಿತ ವಿದ್ವಾಂಸ 'ಫರ್ಮನ ಅಂತಿಮ ಪ್ರಮೇಯಕ್ಕೆ' ಸಾಧನೆ ಕೊಟ್ಟಿದ್ದೇನೆ ಎಂದು ಯಾರೇ ಹೇಳಲಿ ಅದರಲ್ಲಿ ಏನೋ ನ್ಯೂನತೆ ನುಸಿಳಿರುವುದು ಖಂಡಿತ. ಅದು ಏನೆಂದು ಪತ್ತೆಹಚ್ಚಿ, ಎಂದು ಹಿಲ್‌ಬರ್ಟ್ ಅವನ ಅನುಯಾಯಿಗಳಿಗೆ ಹೇಳುತ್ತಿದ್ದನಂತೆ.

n ನ ಯಾವ ಬೆಲೆಯ ತನಕ ಸಮೀಕರಣ ಸರಿಹೊಂದುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ಕಂಡು ಹಿಡಿದಿದ್ದರು? ಎಂದಳು ಲಲಿತ.

n ನ ಬೆಲೆ 3 ರಿಂದ $25,000$ ದವರೆಗೆ ಇರುವಾಗ $x^n + y^n = z^n$ ಡಯಾಫ್ಯಾಂಟೈನ್ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸರಿಹೊಂದುವ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಇಲ್ಲವೆಂದು ದೃಢಪಡಿಸಲಾಗಿತ್ತು.

ಈ ಸಮಸ್ಯೆ ಬಗೆ ಹರಿಯಿತೇ? ಎಂದ ಉಮೇಶ. 1995 ರಲ್ಲಿ ಲಂಡನ್ನಿನ ಒಬ್ಬ ಮಹಾ ಮೇಧಾವಿ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಪರಿಹಾರ ನೀಡಿದ ಎಂಬ ಅಂಶ ಎಲ್ಲರೂ ಸಂತೋಷಪಡಬೇಕಾದ್ದೆ.

ಈಗ ಈತ ಅಮೆರಿಕಾದಲ್ಲಿ ನೆಲೆಸಿರುತ್ತಾನೆ. **ಅದನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಸಾರ್ವತ್ರಿಕ ಸೂತ್ರವೇನಾದರೂ ಇದೆಯೇ**? ಎಂದ ರಮೇಶ $x = 2n+1,\ y = 2n^2+2n,\ z = 2n^2+2n+1$. n ಗೆ ಬೆಲೆಕೊಟ್ಟರೆ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ತ್ರಯ ನಮಗೆ ದೊರಕುತ್ತದೆ ಅಂದರೆ $x^2 + y^2 = z^2$ ಡಯೊಫ್ಯಾಂಟೈನ್ ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ: $n = 1$ ಆದಾಗ $3, 4, 5$

$n = 2$ ಆದಾಗ $5, 12, 13$

ಆದರೆ ಭಾರತದ ಶುಲ್ವ ಸೂತ್ರಕಾರರು ಕಂಡುಕೊಂಡಿದ್ದ 8, 15, 17 ಮತ್ತು 12, 35, 37 ನ್ನು n ಗೆ ಯಾವ ಬೆಲೆ ಕೊಟ್ಟರೂ ಈ ಸೂತ್ರ ನೀಡುವುದಿಲ್ಲ. ಶುಲ್ವ ಸೂತ್ರಕಾರರಿಗೂ ಯಾವುದೇ ಸಾರ್ವತ್ರಿಕ ಸೂತ್ರ ಗೊತ್ತಿತ್ತು ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಆಧಾರವಿಲ್ಲ. ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಅನಂತರ ಬಂದ ಗಣಿತಜ್ಞರು (ಚಿಂತಕರು) ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ತ್ರಯಗಳನ್ನು ನೀಡಬಲ್ಲ ಮತ್ತೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಸೂತ್ರವನ್ನು ನೀಡಿದ್ದಾರೆಯೇ ಎಂದ ಉಮೇಶ. ಜಾನ್ ನೀಡಿದ್ದಾರೆ ಎಂದು ತಿಳಿಸುತ್ತ, ಆ ಸೂತ್ರವೇ $x = 2n$, $y = n^2 - 1$, ಮತ್ತು $z = n^2 + 1$, ಈ ಸೂತ್ರದ ಪ್ರಕಾರ $n = 4$ ಆದಾಗ 8, 15, 17 ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ತ್ರಿವಳಿಗಳನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ.

$$x + y = z$$

$$x^2 + y^2 = z^2$$

ಎಂಬ ಡಯೋಫ್ಯಾಂಟೈನ್ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಪರಿಹಾರಗಳು ಅನಂತ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿವೆ. ಇದನ್ನು ಕೊಡಬಲ್ಲ ಸಾರ್ವತ್ರಿಕ ಸೂತ್ರಗಳು ತಿಳಿದಿವೆ ಎಂದಾಗ $x^3 + y^3 = z^3$, $x^4 + y^4 = z^4$, $x^5 + y^5 = z^5$ ಗಳಿಗೂ ಈ ತೀರ್ಮಾನಗಳು ಅನ್ವಯವಾಗುವುದೇ ಎಂದು ಕೇಳಿದ ಜೋಸೆಫ್.

ಆಗ ಜಾನ್ ಮಾಸ್ತರು ಭಾಷಣ ಆರಂಭಿಸಿದರು. ಫ್ರಾನ್ಸಿನ ಪಿಯರೆ ಡ ಫರ್ಮಾ (1601 - 1665) n ನ ಬೆಲೆ 2 ಕ್ಕಿಂತ ಜಾಸ್ತಿಯಾದ ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾದ ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ತಾಳೆ ಹೊಂದುವ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಇದೆಯೇ ಅಥವಾ ಇಲ್ಲವೇ ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಸಾಧನೆ ನೀಡುವುದು ಅವನಿಗೆ ಸವಾಲಾಗಿತ್ತು.

"ಈ ಸಾರ್ವತ್ರಿಕ ಪ್ರಮೇಯಕ್ಕೆ ನಿಜಕ್ಕೂ ಅತ್ಯಂತ ಅದ್ಭುತವಾದ ಸಾಧನೆಯನ್ನು ನಾನು ಪಡೆದಿದ್ದೇನೆ. ಆದರೆ ಅದನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಲು ಈ ಪುಟದ ಖಾಲಿ ಅಂಚಿನ ಜಾಗ ಸಾಲದು ಎಂದಿದ್ದ"

ಅವನ ಪ್ರಕಾರ 2 ನೆಯ ಘಾತಕ್ಕಿಂತ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಘಾತದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದೇ ಘಾತದ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಒಡೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಅಂದರೆ n ನ ಬೆಲೆ 2 ಕ್ಕಿಂತ ಜಾಸ್ತಿಯಾದ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾದಾಗ $x^n + y^n = z^n$ ಡಯೋಫ್ಯಾಂಟೈನ್ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸರಿಹೊಂದುವ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಲ್ಲ.

ಅಧ್ಯಾಯ ೧೨

ಅಪರೂಪದ ಏಕಕಾಲಿಕ ಸಮೀಕರಣ

ಶ್ರೀ ರಂಗಣ್ಣನವರು ಗಣಿತ ಮಾಸ್ತರು. ಅವರ ತರಗತಿ ಎಂದರೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಬಹಳ ಇಷ್ಟ. ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಪಾಠ ಮಾಡುತ್ತಾ ಏನಾದರೊಂದು ಹೊಸ ವಿಷಯವನ್ನು ಹೇಳಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಕುತೂಹಲವನ್ನು ಕೆರಳಿಸುತ್ತಿದ್ದರು. ಅದು 9 ನೆಯ ತರಗತಿ. ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಿದ ಅನೇಕ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಂದಲೇ ಕೇಳುತ್ತಾ, ಒಂದು ಹಂತದಲ್ಲಿ ಸಮೀಕರಣ ಎಂದರೇನು? ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ನಾವು ಗಮನಿಸಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳೇನು? ಹೀಗೆ ಎಲ್ಲಾ ಕೇಳುತ್ತಾ ಶ್ರೀ ರಂಗಣ್ಣನವರು ಸರಳಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆ ಕೇಳಿದರು. ರಮೇಶ ತಟ್ಟನೆ ಎದ್ದು ಉತ್ತರಿಸೇಬಿಟ್ಟ. ಕಪ್ಪುಹಲಗೆಯ ಮೇಲೆ ಬಂದು ಬರೆ ಎಂದರು. ಧೈರ್ಯವಾಗಿ ಬರೆದ $x + 4 = 10$. ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಅವ್ಯಕ್ತ ಪದ ಎಷ್ಟಿದೆ ಎಂದರು? ಅವ್ಯಕ್ತ ಪದ x ಒಂದೇ ಅಲ್ಲವೇ ಎಂದು ಉತ್ತರಿಸಿದ. ಅದರ ಘಾತವೇನು? ಎಂದರು. x ನ ಘಾತ ಒಂದೇ ಎಂದ. ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ x ನ ಬೆಲೆ ಏನು ಎಂದರು? x ನ ಬೆಲೆ 6 ಎಂದ.

ಎರಡು ಅವ್ಯಕ್ತಪದಗಳಿರುವ ಒಂದು ಸಮೀಕರಣ ಹೇಳಿ ಎಂದರು. ರಂಗಮ್ಮ ಎದ್ದುನಿಂತು $x + y = 10$ ಎಂದಳು. x ಮತ್ತು y ಗಳ ಬೆಲೆ ಏನು? ಎಂದರು. ಗೌರಿ ಎದ್ದುನಿಂತು $x = 4$, $y = 6$ ಎಂದಳು. ಕಾಂತ ಎದ್ದು ನಿಂತು $x = 6$, $y = 4$ ಎಂದ. ಲಲಿತ ಎದ್ದು ನಿಂತು x ಮತ್ತು y ಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ಇಷ್ಟೇ ಎಂದು ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂದಳು. ಮಾಸ್ತರು ರಂಗಣ್ಣ ಹಾಗಾದರೆ ಏನು ಮಾಡಬೇಕು? ಎಂದರು. ಉಮೇಶ ಎದ್ದು ನಿಂತು ಇನ್ನೊಂದು ಸಮೀಕರಣ ಕೊಟ್ಟರೆ x ಮತ್ತು y ಗಳ ಬೆಲೆ ಹೇಳಬಹುದು ಎಂದ. ಅವನನ್ನೇ ಮತ್ತೊಂದು ಸಮೀಕರಣ ಕೊಡುವಂತೆ ಕೇಳಿದರು. $x - y = 4$ ಎಂದ. ಎರಡು ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನೂ ಕಪ್ಪು ಹಲಗೆಯ ಮೇಲೆ ಬರೆದರು.

$$x + y = 10$$
$$x - y = 4$$

ರಹೀಮನನ್ನು ಕರೆದು ಇದು ಯಾವ ರೀತಿಯ ಸಮೀಕರಣ? ಎಂದರು. ಇದು ಏಕಕಾಲಿಕ ಸಮೀಕರಣ ಅಂದ. ಸರಿ x ಮತ್ತು y ಗಳ ಬೆಲೆ ಹೇಳು ಎಂದರು. $+y$ ಮತ್ತು $-y$ ನ್ನು

ಹೊಡೆದು x ಮತ್ತು x ಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ, 10 ಮತ್ತು 4 ನ್ನು ಕೂಡಿ, $2x = 14$ $\therefore x = 7$. $x = 7$ ಆದಮೇಲೆ y ನ ಬೆಲೆ 3 ಎಂದ. x ಮತ್ತು y ಗಳಿಗೆ ಮತ್ತ್ಯಾವುದಾದರೂ ಬೆಲೆ ಇದೆಯೇ ಎಂದರು. ಇಲ್ಲ ಇದೇ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಬೆಲೆ ಎಂದ.

ಮಾಸ್ತರು ರಂಗಣ್ಣನವರು ಮತ್ತೊಂದು ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಮುಂದಿಟ್ಟರು ಆ ಸಮಸ್ಯೆಯೇ $\sqrt{x} + y = 7$, $x + \sqrt{y} = 11$. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಮಾಡಲು ಆರಂಭಿಸಿದರು. ಸ್ವಲ್ಪ ಹೊತ್ತಿನ ನಂತರ ನಮಗೆ ಹೇಗೆ ಮಾಡಬೇಕೆಂದು ತೋಚುತ್ತಿಲ್ಲ ಎಂದರು. ಇದೊಂದು ವಿಶೇಷವಾದ ಏಕಕಾಲಿಕ ಸಮೀಕರಣ. ಇಂತಹ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಆಧುನಿಕ ಭಾರತೀಯ ಗಣಿತಜ್ಞ ಶ್ರೀನಿವಾಸ ರಾಮಾನುಜನ್ ಸುಲಭವಾಗಿ ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದನಂತೆ. ಈಗ ನೋಡಿ ಮಾಡಿ ತೋರಿಸುತ್ತೇನೆ ಎಂದು ಹೇಳಿ ಸಮಸ್ಯೆ ಬಿಡಿಸಲು ಆರಂಭಿಸಿದರು.

$$\sqrt{x} + y = 7 \qquad (1)$$
$$x + \sqrt{y} = 11 \qquad (2)$$
$$\sqrt{x} + y = 7 \qquad (1)$$
$$\therefore \quad \sqrt{x} = 7 - y$$
$$x = (7 - y)^2$$
$$x = 49 - 14y + y^2$$
$$x + \sqrt{y} = 11 \qquad (2)$$

x ಗೆ ಬೆಲೆ ಆದೇಶಿಸಿದರೆ

$$49 - 14y + y^2 + \sqrt{y} = 11$$

$\sqrt{y} = t$ ಆಗಿರಲಿ

$$49 - 14t^2 + t^4 + t = 11$$
$$t^4 - 14t^2 + t = -38$$

$t = 2$ ಆಗಿರಲಿ

$$\begin{array}{c|ccccc} 2 & 1 & 0 & -14 & 1 & 38 \\ & 0 & 2 & 4 & -20 & -38 \\ \hline & 1 & 2 & -10 & -19 & 0 \end{array}$$

$$\sqrt{y} = t$$
$$t = 2$$
$$\therefore \quad y = 4$$
$$x + \sqrt{y} = 11$$
$$x + \sqrt{4} = 11$$
$$x + 2 = 11$$
$$x = 11 - 2$$

$x = 9$ ಆದ್ದರಿಂದ $x = 9$, ಮತ್ತು $y = 4$

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಆದ ಆನಂದ ಹೇಳತೀರದು. ಈ ರೀತಿ ರಂಗಣ್ಣನವರು ಒಂದೊಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದೊಂದು ಸಮಸ್ಯೆ ಹೇಳಿ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಆಸಕ್ತಿ ಹುಟ್ಟಿಸುತ್ತಿದ್ದರು.

ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ಹೇಳಿಕೆ

1 10 ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವ ಪರಿಪೂರ್ಣ ವಿಧಾನವನ್ನೇ ತಿಳಿಸಿದವರು ಭಾರತೀಯರು.

2 ಎಣಿಕೆಯನ್ನು ಕಲಿಸಿಕೊಟ್ಟ ಭಾರತೀಯರಿಗೆ ನಾವು ಎಷ್ಟು ಋಣಿಗಳಗಿದ್ದರೂ ಸಾಲದು ಎಣಿಕೆಯ ಕ್ರಮವಿಲ್ಲದೆ ಯಾವುದೇ ಅರ್ಥಪೂರ್ಣ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸಂಶೋಧನ ಸಾಧ್ಯ ವಾಗುತ್ತಿರಲಿಲ್ಲ.

ಆಲ್ಬರ್ಟ್ ಐನ್‌ಸ್ಟೆನ್

3 ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ ಹತ್ತು ಚಿಹ್ನೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚಿಹ್ನೆಗೂ ಅದರ ಸ್ಥಾನದಿಂದ ಸಿಗುವ ಬೆಲೆಯು ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೆ ಅದರದೇ ಆದ ಸ್ವಂತ ಬೆಲೆಯೂ ಇರುವಂತೆ –ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಸುವ ಚಮತ್ಕಾರವಾದ ವಿಧಾನವನ್ನು ನಮಗೆ ನೀಡಿರುವುದು ಭಾರತವೇ ಈ ಪರಿಕಲ್ಪನೆ ಆರ್ಕಿಮಿಡೀಸ್ ಮತ್ತು ಅಪಲೋನಿಯಸ್ ಅಂಥವರ ಪ್ರತಿಭೆಗೂ ಮೀರಿದ್ದು.

–ಲಾಪ್ಲಾಸ್

ಅಧ್ಯಾಯ ೧೩

ವಿಶೇಷ ಮಾಯಾಚೌಕ

x^2y	1	xy^2
y^2	xy	x^2
x	x^2y^2	y

ಇದೊಂದು ವಿಶೇಷ ಮಾಯಾಚೌಕ ಏಕೆ?

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಒಂದು ಮಾಯಾಚೌಕದಲ್ಲಿ ಅಡ್ಡಲಾಗಿ, ಲಂಬವಾಗಿ ಮತ್ತು ಮೂಲೆಯಿಂದ ಮೂಲೆಗೆ ಹೀಗೆ ಹೇಗೆ ಕೂಡಿದರೂ ಮೊತ್ತ ಒಂದೇ ಆಗಿರುವುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡುತ್ತೇವೆ.

ಆದರೆ ಮೇಲಿನ ಚೌಕದಲ್ಲಿ ಅಡ್ಡಲಾಗಿ, ಲಂಬವಾಗಿ ಮತ್ತು ಮೂಲೆಯಿಂದ ಮೂಲೆಗೆ ಹೀಗೆ ಹೇಗೆ ಗುಣಿಸಿದರೂ, ಗುಣಲಬ್ಧ ಒಂದೇ ರೀತಿ ಆಗಿದೆ.

ಅಂದರೆ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನ ಗುಣಲಬ್ಧ x^3y^3
ಲಂಬಸಾಲಿನ ಗುಣಲಬ್ಧ x^3y^3
ಮೂಲೆಯಿಂದ ಮೂಲೆಗೆ x^3y^3

x ಮತ್ತು y ಗಳಿಗೆ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟು ನೋಡೋಣ

1) $x = 1$ ಮತ್ತು $y = 2$ ಆದಾಗ.

2	1	4
4	2	1
1	4	2

ಹೇಗೆ ಗುಣಿಸಿದರೂ ಗುಣಲಬ್ಧ 8

2) $x = 2, \quad y = 2$ ಆದಾಗ

8	1	8
4	4	4
2	16	2

ಹೇಗೆ ಗುಣಿಸಿದರೂ ಗುಣಲಬ್ಧ 64

3) $x = 2, \quad y = 3$ ಆದಾಗ

12	1	18
9	6	4
2	36	3

ಹೇಗೆ ಗುಣಿಸಿದರೂ ಗುಣಲಬ್ಧ 216

4) $x = 5, \quad y = 2$ ಆದಾಗ

50	1	20
4	10	25
5	100	2

ಹೇಗೆ ಗುಣಿಸಿದರೂ ಗುಣಲಬ್ಧ 1000

ಇದೂ ಸಹ ಮೇಲಿನ ಸೂತ್ರಕ್ಕೆ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ ಅಡ್ಡಲಾಗಿ, ಲಂಬವಾಗಿ, ಮೂಲೆಯಿಂದ ಮೂಲೆಗೆ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಗುಣಲಬ್ಧ 1000.

ಆದರೆ ಆಲ್‌ಫ್ರೆಡ್ ಮಸ್ನರ್ ಎಂಬುವನು ನೀಡಿರುವ ಗುಣಾಕಾರಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಮಾಯಾಚೌಕ ಮೇಲೆ ತಿಳಿಸಿರುವ ಸೂತ್ರಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿಲ್ಲ.

10	12	1
4	2	15
3	5	8

ಇಲ್ಲಿ ಅಡ್ಡಲಾಗಿ, ಲಂಬವಾಗಿ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಗುಣಲಬ್ಧ 120 ಬಂದರೂ, ಮೂಲೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಗುಣಲಬ್ಧ 120 ಬರುವುದಿಲ್ಲ.

ಅಡ್ಡಲಾಗಿ $10 \times 12 \times 1 = 120$

$4 \times 2 \times 15 = 120$

$3 \times 5 \times 8 = 120$

ಲಂಬವಾಗಿ $10 \times 4 \times 3 = 120$

$12 \times 2 \times 5 = 120$

$1 \times 15 \times 8 = 120$

ಆದರೆ ಮೂಲೆಯಿಂದ ಮೂಲೆಗೆ

$10 \times 2 \times 8 = 160$

$3 \times 2 \times 1 = 6$

ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ಹೇಳಿಕೆ

1 "ಇಂದಿನ ವಿಜ್ಞಾನದಲ್ಲಿ ಭಾರತೀಯ ಗಣಿತವು ಎಷ್ಟೊಂದು ಮಟ್ಟಿಗೆ ಪ್ರವೇಶಿಸಿದೆ ಎಂಬುದು ನಿಜಕ್ಕೂ ಆಶ್ಚರ್ಯವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. ಇಂದಿನ ಅಂಕಗಣಿತ ಹಾಗೂ ಬೀಜ ಗಣಿತಗಳ ಸ್ವರೂಪ ಹಾಗೂ ಅಂತರಾಳ ಎರಡೂ ಭಾರತೀಯವೇ", ಇಡೀ ಪ್ರಪಂಚವೇ ಭಾರತಕ್ಕೆ ಋಣಿಯಾಗಿರಬೇಕಾದ ಅತ್ಯಮೂಲ್ಯವೂ ಮಹತ್ತರವೂ ಆದ ಕೊಡುಗೆಯೆಂದರೆ 'ಶೂನ್ಯದ ಗಣಿತ ಪರಿಕಲ್ಪನೆ' ಮತ್ತು 'ದಾಶಮಾನ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿ'

– ಫ್ಲೋರಿಯನ್ ಕೆಜೋರಿ

2 "ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರವು ಒಂದು ಮಹಾಸಾಗರವಿದ್ದಂತೆ, ಮೇಲ್ಮೈಯಲ್ಲಿ ಬಹಳ ಭೀಕರ ಮತ್ತು ಪ್ರಚಂಡವಾದ ಅಬ್ಬರವಿದೆ. ಆದರೆ ಆಳದಲ್ಲಿ ಶುದ್ಧವೂ, ಶಾಂತವೂ ಆದ ರಶ್ಮಿಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಮುತ್ತು ರತ್ನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ"

– ಸ್ವಾಮಿ ರಾಮತೀರ್ಥ

3 ರಾಮಾನುಜನ್ ಒಬ್ಬ ಜೀನಿಯಸ್, ಶಿಕ್ಷಣದಿಂದ ರೂಪುಗೊಂಡ ಸಿದ್ಧ ವಸ್ತುವಲ್ಲ.

– ಪ್ರೊ. ಜಿ. ಟಿ. ನಾರಾಯಣರಾವ್

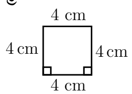
4 ರಾಮಾನುಜನ್‌ರವರು ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದ ಇತ್ತೀಚಿನ ಇತಿಹಾಸದಲ್ಲೇ ಓರ್ವ ಅದ್ಭುತ ವ್ಯಕ್ತಿ.

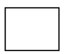
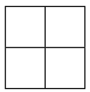
– ಪ್ರೊ. ಜಿ. ಹೆಚ್. ಹಾರ್ಡಿ

ಅಧ್ಯಾಯ ೧೪

ಒಂದು ಸರಳ ಸಮಸ್ಯೆ

ದತ್ತ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಚೌಕ ಮತ್ತು ಎಷ್ಟು ಆಯತಗಳಿರುತ್ತವೆ?

ಶ್ರೀ ಕೃಷ್ಣಸ್ವಾಮಿ ಉತ್ತಮ ಶಿಕ್ಷಕರು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಪ್ರಿಯರು. ಒಂದೊಂದು ದಿನವೂ ಅವರ ಪಾಠವೆಂದರೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಕುತೂಹಲವೇ. ಅಂದು ಶ್ರೀ ಸುಬ್ಬರಾವ್ ರಜದಲ್ಲಿದ್ದರು. ಅವರ ತರಗತಿಯನ್ನು ಶ್ರೀ ಕೃಷ್ಣಸ್ವಾಮಿ ಅವರಿಗೆ ಮುಖ್ಯ ಶಿಕ್ಷಕರು ವಹಿಸಿದ್ದರು. ಕೃಷ್ಣಸ್ವಾಮಿ ಅವರು ತರಗತಿಗೆ ಹೋದ ಮೇಲೆ ಸುಮ್ಮನೆ ಕುಳಿತುಕೊಳ್ಳುವ ಸ್ವಭಾವದವರಲ್ಲ. ಕಪ್ಪುಹಲಗೆಯ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಬರೆದು 

ಇಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಚೌಕಗಳಿವೆ? ಎಂದು ಪ್ರಶ್ನಿಸಿದರು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಆಶ್ಚರ್ಯ! ಚೌಕವಿರುವುದು ಒಂದೇ, ಆದರೂ ಎಷ್ಟು ಚೌಕಗಳಿವೆ ಎಂದರಲ್ಲಾ ಎಂದು ಕುಮಾರ್ ಯೋಚಿಸಿ, ಇರುವುದೇ ಒಂದು ಚೌಕವಲ್ಲವೇ? ಎಂದ. ಸರಿ ಕೃಷ್ಣಸ್ವಾಮಿ ಅವರು  ಈ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಆಯತವಿದೆ? ಎಂದು ಪ್ರಶ್ನಿಸಿದರು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಪುನಃ ಆಶ್ಚರ್ಯ ಇದೇನಿದು? ಚೌಕ ಬರೆದು ಆಯತ ಎಷ್ಟಿದೆ? ಎಂದು ಕೇಳುತ್ತಿದ್ದಾರಲ್ಲ ಅಂತ. ಮುಂದೆ ಕುಳಿತಿದ್ದ ಪಾಶಾ ಬಹಳ ಬುದ್ಧಿವಂತ. ಸಾರ್ ಒಂದು ಆಯತ ಇದೆ ಎಂದ. ಗುಡ್ ಎಂದರು. ಉಳಿದವರಿಗೆ ಕುತೂಹಲ. ಅದು ಹೇಗೆ? ಎಂದರು. ಆಗ ಕೃಷ್ಣಸ್ವಾಮಿಗಳು ಚೌಕವೂ ಆಯತವೇ. ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮ ಮತ್ತು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜ ಆಯತವೇ ಎಂದರು. ಸರಿ ಮುಂದುವರಿಯುತ್ತ ಕೃಷ್ಣಸ್ವಾಮಿಗಳು  ಈ ರೀತಿಯ ಮತ್ತೊಂದು ಆಕೃತಿ ಬರೆದು, ಇದರಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಚೌಕಗಳಿವೆ ಎಂದರು. ನಾಲ್ಕು ಎಂದವರೇ ಹೆಚ್ಚು ಜನ ಆದರೆ, ಸುರೇಶ ಐದು ಚೌಕಗಳಿವೆ ಎಂದ. ಕಪ್ಪುಹಲಗೆಯ ಹತ್ತಿರ ಅವನನ್ನು ಕರೆದು ಹೇಗೆ ತೋರಿಸೆಂದರು? ಒಂದು ದೊಡ್ಡ,

ನಾಲ್ಕು ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಿದ. ಆ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕವನ್ನು ಸೇರಿಸಬೇಕೆಂದು ಯಾರಿಗೂ ಹೊಳೆದಿತ್ತಿಲ್ಲ. ಆಯತಗಳೆಷ್ಟಿವೆ? ಎಂದಾಗ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ನಿಶ್ಶಬ್ದ ಎಣಿಸಲು ಆರಂಭಿಸಿದರು. ಜಾನ್ ಎದ್ದು ನಿಂತು 9 ಎಂದ ಕೃಷ್ಣಸ್ವಾಮಿಗಳಿಗೆ ಸಂತೋಷವಾಯಿತು. ಈ ರೀತಿ ಆಕೃತಿಗಳಲ್ಲಿ ಚೌಕಗಳೆಷ್ಟಿವೆ? ಆಯತಗಳೆಷ್ಟಿವೆ? ಎಂದು ತಿಳಿಸಲು ಯಾವುದಾದರೂ ಸೂತ್ರವಿದೆಯೇ ಎಂದ ರಾಮೇಗೌಡ. ಕೃಷ್ಣಸ್ವಾಮಿಗಳಿಗೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಮಯೋಚಿತ ಪ್ರಶ್ನೆ ಮತ್ತಷ್ಟು ಸಂತೋಷ ನೀಡಿತು.

n^2 ಚೌಕಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ $\dfrac{(n^2+n)^2}{4}$ ಆಯತಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ $\dfrac{2n^3+3n^2+n}{6}$ ಚೌಕಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಹಾಗೂ $\dfrac{3n^4+2n^3-3n^2-2n}{12}$ ಚೌಕಗಳಲ್ಲದ ಆಯತಗಳು ಇರುತ್ತವೆ ಎಂದರು.

ಈಗ ನೀವು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಆಕೃತಿಗೆ ಈ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಿದರೆ ಎಷ್ಟು ಚೌಕ, ಎಷ್ಟು ಆಯತ ಬರುತ್ತದೆ? ಎಂದ ಪರಮೇಶ. ಓಹೋ ಹೇಳ್ತೀನಿ ನೋಡಿ

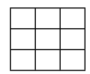
ಈ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ $n = 2$

$$\text{ಆಯತಗಳು} = \frac{(n^2+n)^2}{4} = \frac{(2^2+2)^2}{4} = \frac{(4+2)^2}{4} = \frac{(6^2)}{4} = \frac{36}{4} = 9$$

ಈ ಒಟ್ಟು 9 ಆಯತಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಚೌಕಗಳು ಮತ್ತೆ ಕೆಲವು ಚೌಕವಲ್ಲದ ಆಯತ

$$\text{ಚೌಕಗಳು} \quad \frac{2n^3+3n^2+n}{6} = \frac{2(2)^3+3(2)^2+n}{6}$$
$$= \frac{16+12+2}{6} = \frac{30}{6} = 5$$

$$\text{ಚೌಕಗಳಲ್ಲದ ಆಯತಗಳು} \quad \frac{3n^4+2n^3-3n^2-2n}{12}$$
$$= \frac{3(2)^4+2(2)^3-3(2)^2-2(2)}{12}$$
$$= \frac{48+16-12-4}{12} = \frac{48}{12} = 4$$

ಒಂದು ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಒಂದು ರಸ ಪ್ರಶ್ನೆ ಮಾಡಿದೆ. 

ಈ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ನೋಡಿ. ಇದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಚೌಕವಿದೆ. ಅದರಲ್ಲಿ 9 ಚಿಕ್ಕ ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕಗಳಿವೆ. ಒಟ್ಟು ಈ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಚೌಕಗಳಿವೆ? ಎಂದು ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯನ್ನು ಕೇಳಿದಾಗ ಅವನು 14 ಎಂದ. ಹೇಗೆ ಲೆಕ್ಕಚಾರ ಹಾಕಿದೆ ಎಂದೆ. ಇಲ್ಲಿ $n = 3$ ಆದ್ದರಿಂದ, $1^2 + 2^2 + 3^2$ ಚೌಕಗಳು ಅಂದರೆ $1 + 4 + 9 = 14$

ಒಂದು ದೊಡ್ಡ, ಒಂಭತ್ತು ಚಿಕ್ಕವು ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕು ಇವೆರಡರ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು 14. ಎಷ್ಟು ಸುಲಭವಾಗಿದೆ! ಈ ಸೂತ್ರ ಅಂದುಕೊಂಡರು. ಆಯತಗಳು ಎಷ್ಟಿವೆ ಹೇಳ್ತೀರಾ ಎಂದಾಗ? 36 ಎಂದು ಹೇಳೇ ಬಿಟ್ಟ ಜಾನ್. ನೋಡಿ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರ ಒಂದು ನಿಖರವಾದ ವಿಜ್ಞಾನದ ಒಂದು ಭಾಗ, ಕ್ರಮಬದ್ಧವಾದ ಜ್ಞಾನವೂ ಹೌದು. ಬಹಳ ಹಿಂದಿನಿಂದ ನಮ್ಮ ಗಣಿತಜ್ಞ ಇವುಗಳಿಗೆಲ್ಲಾ ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಸೂತ್ರ ಕಂಡುಹಿಡಿದಿದ್ದಾರೆ. ಎರಡನೆಯ ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯರು, ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತ ಮಹಾವೀರಾಚಾರ್ಯ ಇವರೆಲ್ಲಾ ಅಸಾಧಾರಣ ಪ್ರತಿಭೆ ಹೊಂದಿದ್ದ ಪುರಾತನ ಭಾರತೀಯ ಗಣಿತಜ್ಞರು ಎಂದು ಹೇಳಿ.

ಈಗ ಹೇಳಿ ನೋಡೋಣ ಚದುರಂಗದ ಚೆಸ್‌ಬೋರ್ಡಿನಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಚೌಕಗಳಿವೆ? ತಕ್ಷಣಕ್ಕೆ ಗೊತ್ತಾಗದಿದ್ದರೆ ಆಮೇಲೆ ಹೇಳಿ ಪರವಾಗಿಲ್ಲ ಎಂದರು. ಘಂಟೆ ಹೊಡೆಯಿತು.

ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ಹೇಳಿಕೆ

1) ಪ್ರಾಚೀನ ಭಾರತೀಯರು ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದ ಬೆಳವಣಿಗೆಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಕಾಣಿಕೆ ಅಪೂರ್ವವಾದುದು. ಖಗೋಳಶಾಸ್ತ್ರ, ಬೀಜಗಣಿತ, ತ್ರಿಕೋನ ಮಿತಿ, ರೇಖಾಗಣಿತವನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಂತೆ ಅಂದು ಅವರು ಮಾಡಿದ ಸಾಧನೆ, ಜಗತ್ತಿನ ನಾಗರೀಕತೆಯ ವಿಕಾಸದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಮಹತ್ವದ ಮೈಲಿಗಲ್ಲು.

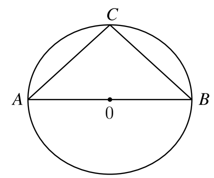
2) ಗಣಿತವು ನಿಜವೂ, ಮಹತ್ತರವೂ ಆದ ರಮಣೀಯತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಘನ ಗಂಭೀರತೆಯ ಶುದ್ಧತೆಯನ್ನು ಒಳಗೊಂಡು ಉತ್ತಮೋತ್ತಮ ಕಲೆಯಷ್ಟೇ ಪರಿಪೂರ್ಣತೆ ಯನ್ನು ಹೊಂದುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವುಳ್ಳದ್ದು

–ಬರ್ಟ್‌ರ್ಯಾಂಡ್ ರಸಲ್

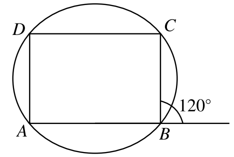
ಅಧ್ಯಾಯ ೧೫

ಚಿಂತಿಸಲು ಯೋಗ್ಯವಾದ ಸಮಸ್ಯೆ

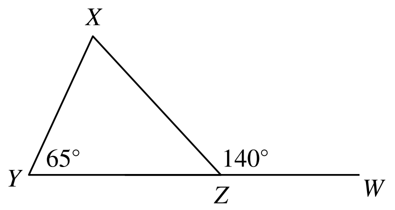
ಬಾಲಸುಬ್ರಹ್ಮಣ್ಯಮ್‌ಗೆ ಗಣಿತ ಎಂದರೆ ಹೆಚ್ಚು ಆಸಕ್ತಿ. ಯಾರಾದರೂ ಶಿಕ್ಷಕರು ರಜದ ಮೇಲೆ ಇದ್ದರೆ ಮುಖ್ಯ ಶಿಕ್ಷಕರು ಇವರನ್ನು ಆ ತರಗತಿಗೆ ಕಳುಹಿಸುತ್ತಿದ್ದರು. ಮಾಸ್ತರು ಆ ತರಗತಿಗೆ ಹೋದರೆ ರೇಖಾಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಕೆಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಕೇಳುವುದು. ಅನಂತರ ಕಪ್ಪುಹಲಗೆಯ ಮೇಲೆ ಕೆಲವು ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಬರೆದು ಪ್ರಮೇಯಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಕೋನಗಳ ಪರಿಮಾಣವನ್ನು ಕೇಳುತ್ತಿದ್ದರು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪ್ರಮೇಯಗಳನ್ನು ಜ್ಞಾಪಿಸಿಕೊಂಡು ಉತ್ತರಿಸುತ್ತಿದ್ದರು.



ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $A\widehat{C}B$ ದ ಪರಿಮಾಣವೇನು? ಎಂದು ಕೇಳಿದ ತಕ್ಷಣ, ಉಮೇಶ 90° ಎಂದು ಹೇಳಿದ. ಹೇಗೆ? ಎಂದರು ಅರ್ಧವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಕೋನ 90° ಅಲ್ವಾ ಸಾರ್ ಎಂದ. ಮಾಸ್ತರು ಮತ್ತೊಂದು ಚಿತ್ರ ಬರೆದರು.



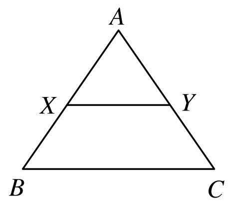
ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $A\widehat{D}C$ ದ ಪರಿಮಾಣವೇನು? ಎಂದರು. ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜದ ಹೊರ ಕೋನ ಅಂತಸ್ಥಾಭಿಮುಖ ಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮ. ಆದ್ದರಿಂದ 120° ಎಂದಳು ನಳಿನಿ. ಮಾಸ್ತರಿಗೆ ಸಂತೋಷವಾಯಿತು. ಮತ್ತೊಂದು ಚಿತ್ರ ಬರೆದರು.



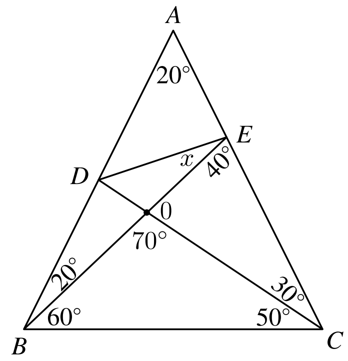
ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ YXZ ಕೋನದ ಪರಿಮಾಣವೆಷ್ಟು? ಎಂದರು. ಉತ್ತರ ತಕ್ಷಣ ಬಂದೇ ಬಂತು 75° ಎಂದು. ಹೇಗೆ ಎಂದರು? ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಬಾಹುವನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಹೊರಕೋನ ಅಂತಸ್ಥಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ.

$$\begin{aligned} Y\widehat{X}Z &= 140^\circ - 65^\circ \\ &= 75^\circ \end{aligned}$$

ಮಾಸ್ತರು ಮತ್ತೊಂದು ಚಿತ್ರ ಎಳೆದರು.



ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ X ಮತ್ತು Y, AB ಮತ್ತು AC ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳು $BC = 8$ ಸೆಂ.ಮೀ. ಆದರೆ $XY =$? ಎಂದರು. ಗೌರಿ ಕಪ್ಪುಹಲಗೆಯ ಹತ್ತಿರ ಬಂದು, ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ಸರಳರೇಖೆಯು ಮೂರನೆಯ ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅದರ ಅರ್ಧದಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $XY = 4$ ಸೆಂ.ಮೀ. ಎಂದಳು. ಬಾಲಸುಬ್ರಹ್ಮಣ್ಯಮ್‌ಗೆ ನಾನು ಕೇಳಿದ ಎಲ್ಲ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೂ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಉತ್ತರ ಹೇಳೇ ಬಿಟ್ಟರಲ್ಲ ಅನ್ನೋ ಸಂತೋಷದಲ್ಲಿ ಮತ್ತೊಂದು ಚಿತ್ರ ಬರೆದು ಒಂದು ಗೊತ್ತಾದ ಕೋನದ ಪರಿಮಾಣ ಎಷ್ಟು? ಎಂದು ಕೇಳಿದರು.



ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $AB = AC$

$$\begin{aligned} O\widehat{B}C &= 60^\circ & O\widehat{C}B &= 50^\circ \\ D\widehat{B}O &= 20^\circ & O\widehat{C}E &= 30^\circ \\ O\widehat{D}B &= 50^\circ & O\widehat{E}C &= 40^\circ \end{aligned}$$

$$D\widehat{A}E = 20^\circ$$

ಹಾಗಾದರೆ DEO ಕೋನದ ಪರಿಮಾಣವೇನು? ಎಂದರು. ತರಗತಿ ನಿಶ್ಶಬ್ದವಾಯಿತು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಎಷ್ಟು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದರೂ ಅವರಿಗೆ ತಿಳಿಯಲಿಲ್ಲ. ಆಗ ಮಾಸ್ತರು ಇದನ್ನು ಮಾಡಿ ತೋರಿಸಿದರು.

ABC ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ

$B\widehat{A}C = 20^\circ \qquad \widehat{B} = \widehat{C}$

$$\begin{aligned} O\widehat{B}C &= 60^\circ & O\widehat{C}B &= 50^\circ \\ \therefore O\widehat{B}D &= 20^\circ & O\widehat{C}E &= 30^\circ \\ B\widehat{O}C &= 70^\circ & D\widehat{O}E &= 70^\circ \\ B\widehat{D}O &= 50^\circ & B\widehat{O}D &= 110^\circ \end{aligned}$$

$D\widehat{E}O = x$ ಆಗಿರಲಿ $D\widehat{O}E = 70^\circ \quad \therefore \quad O\widehat{D}E = 180^\circ - (70 + x)$

$$\begin{aligned} &= 180^\circ - 70 - x \\ &= 110^\circ - x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A\widehat{E}D &= 180 - (40 + x^\circ) \\ &= 140^\circ - x \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
A\widehat{D}E &= 180^\circ - (140 - x^\circ + 20^\circ)\\
&= 180^\circ - 140 + x^\circ - 20^\circ\\
&= 20^\circ + x
\end{aligned}
$$

ಈಗ $\triangle DEO$ ನಲ್ಲಿ $E\widehat{D}O = 110 - x,\ D\widehat{O}E = 70^\circ\ \ D\widehat{E}O = x^\circ$.

x ಗೆ ಯಾವ ಬೆಲೆಕೊಟ್ಟರೂ $\triangle DEO$ ನ ಕೋನಗಳು ತಿಳಿಯುತ್ತವೆ. ಆದರೆ $\widehat{x}$, o° ಗಿಂತ ಜಾಸ್ತಿ ಇರಬೇಕು.

ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ಹೇಳಿಕೆ

1) ಜೀವನವೇ ಗಣಿತ

ದುಃಖವನ್ನು ಭಾಗಿಸು
ಸಂತೋಷವನ್ನು ಗುಣಿಸು
ಸ್ನೇಹಿತರನ್ನು ಕೂಡಿಸು
ಶತ್ರುಗಳನ್ನು ಅಳಿಸು

2) ಸುಲಭಗಣಿತ

ಗಣಿತವೆಂಬುದು ಕಬ್ಬಿಣದ ಕಡಲೆಯಲ್ಲ
ಮೂಲ ತಿಳಿದರೆ ಹುರಿಗಡಲೆಯೇ ಆಗುವುದೆಲ್ಲ
ಆಸಕ್ತಿಯಲಿ ಕಲಿಯಲು ಮನಸ್ಸು ಮಾಡಿ ಬೇಗ
ಶ್ರಮಕ್ಕೆ ಸಿಕ್ಕುವುದು ಅಂಕ ನೂರಕ್ಕೆ ನೂರು ಆಗ

3) ಗಣಿತ ಅಗಣಿತ

ಗಣಿತವೆಂದರೆ ಭಯಭೀತಿ ಪಡಬೇಕಾದಿಲ್ಲ
ಅಗಣಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯದಿಗ್ದರ್ಶನ ಮೂಡಿಸುವುದಲ್ಲ
ಗಣಿಸಿದಷ್ಟೂ ನೀಡುವುದಲ್ಲ ಮನಕೆ ಆನಂದವನ್ನ
ಅಣಿಯಾಗಿ ಕೊಂಡು ಓದಲು ಈ ಪುಸ್ತಕವನ್ನ

ಅಧ್ಯಾಯ ೧೬

ಕುತೂಹಲ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು

1) 4, 5 ಮತ್ತು 6 ರ ಲ.ಸಾ.ಅ. ಏನು?

$$
\begin{array}{r|rrr}
2 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
 & 2 & 5 & 3
\end{array}
$$

ಲ.ಸಾ.ಅ.=60

ಇದನ್ನೇ ಬೇರೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕೇಳಬಹುದು.

ಯಾವ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 4, 5 ಮತ್ತು 6 ರಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸಬಹುದು.

4, 5 ಮತ್ತು 6 ರ ಲ.ಸಾ.ಅ. 60

ಅಂದರೆ 4, 5 ಮತ್ತು 6 ರಿಂದ 60, 120, 180 . . . . . . ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

ಅದರಲ್ಲಿ ಅತಿ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆ 60.

2) ಯಾವ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 4, 5 ಮತ್ತು 6 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ ಒಂದು (1) ಬರುತ್ತದೆ?

4, 5 ಮತ್ತು 6 ರ ಲ.ಸಾ.ಅ. 60. ಈಗ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಹಂತದಲ್ಲೂ ಒಂದು ಶೇಷ ಬರಲು 60 ಕ್ಕೆ ಒಂದು (1) ಸೇರಿಸಬೇಕು.

ಅಂದರೆ 61 ನ್ನು 4, 5 ಮತ್ತು 6 ರ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಹಂತದಲ್ಲೂ ಒಂದು (1) ಶೇಷ ಬರುತ್ತದೆ.

3) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿದೆ ಅದನ್ನು 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 1,

3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 2, 4 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 3.

5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 4, 6 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 5 ಬಂದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?

2, 3, 4, 5 ಮತ್ತು 6 ರ ಲ.ಸಾ.ಅ. 60.

ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದಲೂ 60 ನ್ನು ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಶೇಷ 0.

ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದಲೂ 61 ನ್ನು ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಶೇಷ 1.

ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದಲೂ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಶೇಷಗಳು ಬರಬೇಕು.

ಆದ್ದರಿಂದ ಬಂದ ಲ.ಸಾ.ಅ. ದಿಂದ 1 ನ್ನು ಕಳೆದರೆ 59 ಬರುತ್ತದೆ.

59	ನ್ನು	2	ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ	1	ಶೇಷ
59	ನ್ನು	3	"	2	ಶೇಷ
59	ನ್ನು	4	"	3	ಶೇಷ
59	ನ್ನು	5	"	4	ಶೇಷ
59	ನ್ನು	6	"	5	ಶೇಷ

ಶೇಷ 0 ಬರಬೇಕು ಎಂದಾಗ ಲ.ಸಾ.ಅ. 60 ಆಗಿತ್ತು.

ಶೇಷ 1 ಬರಬೇಕು ಎಂದಾಗ ಲ.ಸಾ.ಅ. ಕ್ಕೆ 1 ಸೇರಿಸಿದೆವು.

ಶೇಷ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬಂದಾಗ ಲ.ಸಾ.ಅ. ದಿಂದ 1 ಕಳೆದೆವು.

ಲ.ಸಾ.ಅ. ಹಾಗೆಯೇ ಇಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಲು ಕಾರಣವೇನು?

ಲ.ಸಾ.ಅ. ಗೆ ಒಂದನ್ನು ಸೇರಿಸಲು ಕಾರಣವೇನು?

ಲ.ಸಾ.ಅ. ಗೆ ಒಂದನ್ನು ಕಳೆಯಲು ಕಾರಣವೇನು?

ನಿಮ್ಮ ಶಿಕ್ಷಕರನ್ನು ಕೇಳಿ ತಿಳಿಯಿರಿ.

4) ಯಾವ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು

2	ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ	ಶೇಷ	1
3	"	ಶೇಷ	2
4	"	ಶೇಷ	3
5	"	ಶೇಷ	4
6	"	ಶೇಷ	5

7 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ?

ಈ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನ ಮಾಡುತ್ತೀರಾ? ಉತ್ತರ 119 ಬರಬೇಕು.

5) ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 1, 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 2, 4 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 3, 5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 4, 6 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 5.

7	ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ	ಶೇಷ	6
8	"	"	7
9	"	"	8
10	"	"	9

11 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 0 ಆಗಬೇಕು.

ಆ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?

ಈ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನಮಾಡುತ್ತೀರಾ?

ಉತ್ತರ 2519

ಅಧ್ಯಾಯ ೧೭

ಕೆಲವು ಸ್ವಾರಸ್ಯಕರ ಘಟನೆಗಳು

1) ಬೀಜಗಣಿತದ ಒಂದು ತರಗತಿ ಘಾತಾಂಕ ತತ್ತ್ವದ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿಸುತ್ತಿದ್ದೆ. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ಎಂದು ಹೇಳಿ ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆ ನೀಡಿದೆ. $a^5 \cdot a^2 = a^{5+2} = a^7$ ಅನಂತರ $2^5 \cdot 2^2$ ರ ಗುಣಲಬ್ಧವೇನು? ಎಂದು ಕೇಳಿದೆ. $2^{5+2} = 2^7 = 128$ ಎಂದು ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ತಿಳಿಸಿದ. ಹಾಗಾದರೆ $2^2 \cdot 9^2$ ನ ಗುಣಲಬ್ಧವೇನು? ಎಂದೆ. $2 \times 9 = 18$ ಎಂದು ಪಾದವನ್ನು ಗುಣಿಸಿ ಘಾತವನ್ನು $2+2 = 4$ ಎಂದು ಕೂಡಿ 18^4 ಎಂದ. ಇಲ್ಲಿ ಪಾದ ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿದೆ. ಪಾದ ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದರೆ ಮಾತ್ರ ಘಾತಗಳನ್ನು ಕೂಡುವುದು ಆದ್ದರಿಂದ ಮಾಡಿರುವುದು ತಪ್ಪು ಎಂದೆ. ಹಾಗೇ ಮುಂದುವರಿಯುತ್ತ $2^5 \cdot 9^2$ ನ ಗುಣಲಬ್ಧವೇನು? ಎಂದಾಗ ಪಾದ ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿತ್ತು, ಘಾತವೂ ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿತ್ತು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಏನು ಮಾಡಬೇಕೆಂದು ತೋಚದೆ ಗುಣಲಬ್ಧ 2592 ಎಂದು ಹೇಳಿದ. ತರಗತಿಯ ಎಲ್ಲ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೂ ಗೊಳ್ಳೆಂದು ನಕ್ಕರು. ಉಪಾಧ್ಯಾಯರಿಗೆ ಕೋಪ ಬಂತು. ಇದೇನು ಹೀಗೆ ಮಾಡಿದೆ 2 ರ ಘಾತ 5 ನ್ನು 9 ರ ಘಾತ 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು. ಬೇರೆ ಮಾರ್ಗವೇ ಇಲ್ಲ ಎಂದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಮಾತ್ರ ಸಮಾಧಾನವಾಗಿಯೇ ಇದ್ದು ಕಪ್ಪುಹಲಗೆಯ ಮೇಲೆ ಉತ್ತರ ಹೇಗೆ ಬಂತು ಎಂದು ತೋರಿಸುತ್ತೇನೆಂದ. ಉಪಾಧ್ಯಾಯರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಧೈರ್ಯ ಮೆಚ್ಚಿ ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡುವಂತೆ ಹೇಳಿದರು. $2^5 \times 9^2$ ನ್ನು $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ ಎಂದು 2 ನ್ನು 5 ಸಲ ಗುಣಿಸಿ ಬಂದ 32 ನ್ನು 9×9 ರ ಗುಣಲಬ್ಧ 81 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ $32 \times 81 = 2592$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿದ. ಉಪಾಧ್ಯಾಯರು ಮತ್ತು ತರಗತಿಯ ಉಳಿದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು, ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಿ ಉತ್ತರ ಹೇಳದೆ ತಕ್ಷಣ 2592 ಎಂದು ಉತ್ತರ ಹೇಗೆ ಹೇಳಿದ ಎಂದು ಆಶ್ಚರ್ಯಪಟ್ಟರು. ಮೇಲ್ನೋಟಕ್ಕೆ ಅವನು ಹೇಳಿದ ಉತ್ತರ ತಪ್ಪೆಂದು ಕಂಡರೂ ಅವನ ಉತ್ತರ ನಿಜವಾಗಿತ್ತು.

2) ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಗಣಿತಜ್ಞರೆಲ್ಲರೂ ತತ್ತ್ವಜ್ಞಾನಿಗಳು. ಆದರೆ ತತ್ತ್ವಜ್ಞಾನಿಗಳೆಲ್ಲಾ ಗಣಿತಜ್ಞರಲ್ಲ. ಒಂದು ಸಲ ಗಣಿತದ ಮೇಷ್ಟ್ರು ಪಾಠ ಮಾಡುತ್ತಾ, ದೇವರು ಸರ್ವಶಕ್ತ ಏನು ಬೇಕಾದರೂ ಮಾಡಬಲ್ಲ, ಯಾವ ಕಠಿಣ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನಾಗಲೀ ಸೃಷ್ಟಿಸಬಲ್ಲ, ಅವನ ಕೈಯಲ್ಲಿ ಆಗದೇ ಇರುವುದೇ ಇಲ್ಲ ಎಂದಾಗ, ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಓಹೋ! ಹಾಗೋ ಹಾಗಾದರೆ ದೇವರ ಕೈಯಲ್ಲಿಯೇ ಬಿಡಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲದ ಒಂದು ಗಣಿತದ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಸಬಲ್ಲನೇ ಎಂದು ಕೇಳಿದ. ಮೇಷ್ಟ್ರು ಅವನ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಏನು ಉತ್ತರ ನೀಡಿರಬಹುದು ನೀವೇ ಊಹಿಸಿ!

3) **ಸಮಸ್ಯೆಯ ಸುಳಿಯಲ್ಲಿ**

ಒಟ್ಟು 40 ಪ್ರತಿಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 15

5	5	5
5	ಕಾವಲುಗಾರನ ಕೊಠಡಿ	5
5	5	5

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಇದ್ದ ಒಂದು ಚೌಕವಾದ ಲಾಯದಲ್ಲಿ ಕುದುರೆಗಳನ್ನು ಕಟ್ಟುವ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಸ್ಥಳಗಳಿದ್ದವು. ಈ ಸ್ಥಳದ ಮಧ್ಯದ ಕಟ್ಟಡದಲ್ಲಿ ಒಬ್ಬ ಕಾವಲುಗಾರನು ವಾಸವಾಗಿದ್ದು ಗೊತ್ತಾದ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಕುದುರೆಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಒಂದೊಂದಾಗಿ ಎಣಿಸಿಕೊಂಡು ಎಲ್ಲವೂ ಸರಿಯಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಿದ್ದ. ಹೀಗೆ ಪ್ರತಿದಿನವೂ ಒಂದೊಂದಾಗಿ ಎಣಿಸಬೇಕಲ್ಲ ಎಂದು ಬೇಸರವುಂಟಾಗಿ ಅವನು ಒಂದೊಂದು ಸಾಲಿಗೆ ಹದಿನೈದು, ಹದಿನೈದು ಕುದುರೆಗಳಾಗುವಂತೆ ಕಟ್ಟಿ ಆಗಾಗ ನೋಡಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಿದ್ದ.

ಈ ವಿಷಯವನ್ನು ತಿಳಿದ ನಾಲ್ಕು ಜನ ಕಳ್ಳರು ಒಂದು ರಾತ್ರಿ ಆ ಲಾಯಕ್ಕೆ ಬಂದು ನಾಲ್ಕು ಕುದುರೆಗಳನ್ನು ಕದ್ದುಕೊಂಡು ಉಳಿದವನ್ನು ಮೊದಲಿನಂತೆಯೇ ಲೆಕ್ಕಚಾರ ಬರುವಂತೆ ಕಟ್ಟಿ ಹೊರಟು ಹೋದರು. ಕಾವಲುಗಾರನು ಗೊತ್ತಾದ ಕಾಲಕ್ಕೆ ಅಲ್ಲಿಗೆ ಬಂದು ಎಂದಿನಂತೆ ಕುದುರೆಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಲಾಗಿ ಪ್ರತಿಸಾಲಿನಲ್ಲಿಯೂ ಹದಿನೈದು, ಹದಿನೈದು ಕುದುರೆಗಳಿದ್ದ ಕಾರಣ ಸರಿಯಾಗಿದೆಯೆಂದು ತಿಳಿದು ಮನೆಗೆ ಹೋದನು. ತರುವಾಯ ಆ ನಾಲ್ಕುಜನ ಕಳ್ಳರು ತಾವು ಈ ಲಾಯದಲ್ಲಿ ಕದ್ದಿದ್ದ ನಾಲ್ಕು ಕುದುರೆಗಳ ಜೊತೆಗೆ ಬೇರೊಂದು ಕಡೆಯಲ್ಲಿ ಕದ್ದಿದ್ದ 16 ಕುದುರೆಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ತರುತ್ತಾ ಪೋಲೀಸ್‌ನವರನ್ನು ಕಂಡು ಹೆದರಿ ಈ ಲಾಯಕ್ಕೇ ಮತ್ತೆ ಬಂದು ಆ ಇಪ್ಪತ್ತು ಕುದುರೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿಸಾಲಿನಲ್ಲಿಯೂ ಹದಿನೈದು ಕುದುರೆಗಳು ಕಾಣುವಂತೆ ಕಟ್ಟಿ ಅವಿತುಕೊಂಡಿದ್ದರು. ಕಾವಲುಗಾರನು ಪುನಃ ಬಂದು ಪರೀಕ್ಷೆ ಮಾಡಿ ಸರಿಯಾಗಿರುವುದನ್ನು ಕಂಡು ಅನುಮಾನವಿಲ್ಲದೆ ಹೊರಟುಹೋದ. ಅನಂತರ ಕಳ್ಳರು ಲಾಯಕ್ಕೆ ಬಂದು ತಾವು ಮೊದಲು ಕದ್ದಿದ್ದ ನಾಲ್ಕು ಕುದುರೆಗಳು, ಬೇರೆ ಕಡೆಯಿಂದ ತಂದ ಹದಿನಾರು ಕುದುರೆಗಳು, ಪುನಃ ಅಲ್ಲಿಗೆ ಬಂದುದಕ್ಕಾಗಿ ಇನ್ನೂ ನಾಲ್ಕು ಕುದುರೆಗಳು, ಹೀಗೆ 24 ಕುದುರೆಗಳನ್ನು ಕದ್ದುಕೊಂಡು ಉಳಿದ ಕುದುರೆಗಳನ್ನು ಮೊದಲಿನಂತೆಯೇ ಕಾಣುವ ಹಾಗೆ ಕಟ್ಟಿ ಹೊರಟು ಹೋದರು. ಇದೆಲ್ಲಾ ಆದ ಮೇಲೆ

ಪೋಲಿಸಿನವರು ಅಲ್ಲಿಗೆ ಬಂದು ಕಾವಲುಗಾರನನ್ನು ಎಚ್ಚರಿಸಲು ಅವನು ಅವರ ಮೇಲೆ ರೇಗಿ ಪ್ರತಿ ಸಾಲನ್ನೂ ಎಂದಿನಂತೆ ಎಣಿಸಿಕೊಂಡು ಎಲ್ಲಾ ಕುದುರೆಗಳೂ ಸರಿಯಾಗಿವೆ ಎಂದು ತಿಳಿದು ತನ್ನ ನಿದ್ದೆಗೆಡಿಸಿದುದಕ್ಕಾಗಿ ಪೋಲಿಸಿನವರನ್ನು ಬೈದು ಕಳುಹಿಸಿದನು. ಹಾಗಾದರೆ ಕಾವಲುಗಾರನು ಮೋಸ ಹೋಗುವಂತೆ ಕಳ್ಳರು ಕುದುರೆಗಳನ್ನು ಕಟ್ಟಿದ ರೀತಿ ಹೇಗೆ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಬರೆದು ತೋರಿಸುವಿರಾ?

ಉತ್ತರಗಳು

6	3	6
3		3
6	3	6

ಒಟ್ಟು 36
ಪ್ರತಿಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 15

1	13	1
13		13
1	13	1

ಒಟ್ಟು 56
ಪ್ರತಿಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 15

7	1	7
1		1
7	1	7

ಒಟ್ಟು 32
ಪ್ರತಿಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 15

4) (ಎರಡನೆಯ) ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯರಿಗೆ ಲೀಲಾವತಿ ಎಂಬ ಹೆಸರಿನ ಒಬ್ಬ ಮಗಳಿದ್ದಳಂತೆ. ಜ್ಯೋತಿಶ್ಶಾಸ್ತ್ರ ವಿಶಾರದರಾದ ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯರು ಅವಳ ಮಾಂಗಲ್ಯಯೋಗವು ಸರಿಯಾಗಿಲ್ಲವೆಂದು ತಿಳಿದು, (ಮದುವೆಯ ನಂತರ ಅದೇ ದಿವಸವೇ ಗಂಡ ಸಾಯುತ್ತಾನೆ) ಅದರ ದೋಷವನ್ನು ನಿವಾರಿಸಬೇಕಾದರೆ, ಅವಳ ವಿವಾಹವು ಒಂದು ನಿಯಮಿತವಾದ ದಿವಸ ಕ್ಲಿಪ್ತವಾದ ಮುಹೂರ್ತದಲ್ಲಿ ಸ್ವಲ್ಪವೂ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗದಂತೆ ಜರುಗಬೇಕೆಂದು ತಿಳಿದ. ಅದರಂತೆಯೇ ಎಲ್ಲವೂ ಸಿದ್ಧವಾಯಿತು. ಮುಹೂರ್ತವನ್ನು ನಿಖರವಾಗಿ ತಿಳಿಯಲು, ಮರಳ ಗಡಿಯಾರವನ್ನು ತಯಾರಿಸಿದರು. ವ್ಯವಸ್ಥೆ ಇಷ್ಟೆ, ಒಂದು ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿರುವ ಮರಳು ಒಂದು ಸಣ್ಣ ರಂಧ್ರದ ಮೂಲಕ ಮತ್ತೊಂದು ಪಾತ್ರೆಗೆ ಕ್ಲಿಪ್ತವಾದ ಕಾಲಾವಧಿಯಲ್ಲಿ ಬೀಳುವಂತೆ ಮಾಡಿರುವ ತತ್ತ್ವದ ಮೇಲೆ ಮರಳು ಗಡಿಯಾರವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಿದ್ದರು. ಮದುವೆಯ ಹಿಂದಿನ ದಿವಸ, ಲೀಲಾವತಿಯು ಕುತೂಹಲದಿಂದ ಈ ಮರಳು ಗಡಿಯಾರವನ್ನು ದಿಟ್ಟಿಸಿ ನೋಡುತ್ತಿದ್ದಾಗ, ಅವಳ ಮೂಗುತಿಯ ಒಂದು ಮುತ್ತು ಕಳಚಿ ಬಿದ್ದು ಮರಳಿನೊಡನೆ ಸೇರಿ, ರಂಧ್ರದಲ್ಲಿ ಅಡ್ಡವಾಗಿ ನಿಂತಿದ್ದರಿಂದ ಮೂಹೂರ್ತದ ವೇಳೆಯು ಕಾಲಾತೀತವಾಗಿ ಅದರ ಫಲವಾಗಿ ಆಕೆ ವಿಧವೆಯಾದಳಂತೆ. ಗಣಿತವನ್ನು ಅಭ್ಯಾಸಮಾಡಿಸಿ, ಆಕೆಯ ಮನಸ್ಸು ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ನಿಲ್ಲುವಂತೆ ಮಾಡಿದರೆ ಆಕೆಯು ತನ್ನ ದುಃಖವನ್ನು ಮರೆಯಲು ಸಹಾಯವಾಗಬಹುದು ಎಂದು ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯರು ಮಗಳಿಗೆ ಗಣಿತವನ್ನು ಬೋಧಿಸಿ ಆಕೆಯ ಹೆಸರಿನಲ್ಲಿ ಅಂಕಗಣಿತವನ್ನು ಬರೆದಿದ್ದಾರೆ. ಆ ಗ್ರಂಥವೇ "ಲೀಲಾವತಿ" (ಇದೊಂದು ಕಟ್ಟು ಕಥೆ ಎಂದು ಕೆಲವರ ಅಭಿಪ್ರಾಯ).

–ಆಧಾರ ಡಾ॥ ಸಿ. ಎನ್. ಶ್ರೀನಿವಾಸಯ್ಯಂಗಾರ್

5) ಕಾರ್ಲ್‌ಫೆಡರಿಕ್ ಗೌಸ್ 19 ನೆಯ ಶತಮಾನದವನೆಂದು ಗುರ್ತಿಸುವುದು ವಾಡಿಕೆ. ಬ್ರುನ್ಸ್‌ವಿಕ್ ನಗರದಲ್ಲಿ ಒಬ್ಬ ಗಾರೆ ಕೆಲಸಗಾರನ ಮಗನಾಗಿ ಹುಟ್ಟಿದ ಗೌಸನು ಬಾಲ್ಯದಲ್ಲಿಯೇ ತೀಕ್ಷ್ಣಬುದ್ಧಿಯನ್ನು ಪ್ರದರ್ಶಿಸಿದನಂತೆ. ಒಂದು ಸಲ ತರಗತಿಯ ಉಪಾಧ್ಯಾಯರು ಕೆಲಸದ ನಿಮಿತ್ತ ಎಲ್ಲಿಗೋ ಹೋಗಬೇಕಾಗಿರುತ್ತಂತೆ. ತರಗತಿಗೆ ಬಂದು 1 ರಿಂದ 100 ರ ತನಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆದುಕೊಂಡು ಅವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ ಅಷ್ಟರೊಳಗೆ ಬರುತ್ತೇನೆ ಎಂದು ಹೇಳಿ ತರಗತಿ ಬಿಟ್ಟು ಹೊರಡುವುದರಲ್ಲಿದ್ದರಂತೆ. ಅದೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿದ್ದ ಬಾಲಕ ಗೌಸ್ ತಕ್ಷಣ ಕೂಡದೆ ಮೊತ್ತ 5050 ಎಂದನಂತೆ. ಉಪಾಧ್ಯಾಯರಿಗೆ ಆಶ್ಚರ್ಯವಾಗಿ ಯಾವ ರೀತಿ ಮಾಡಿದ್ದರಿಂದ ಈ ಉತ್ತರ ಬಂತೆಂದು ಕೇಳಿದಾಗ

$1 + 100 = 101$, $2 + 99 = 101$, $3 \times 98 = 101$, ಹೀಗೆ 101 ರ 50 ಜೋಡಿಗಳಿಂದ ಅಂದರೆ $101 \times 50 = 5050$.

ಆ ನಗರದ ಡ್ಯೂಕನು ಗೌಸ್‌ನ ವಿದ್ಯಾಭ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಸಹಾಯ ಮಾಡಿದನಂತೆ. ಕಾಲೇಜಿನಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಸಂಗ ಮಾಡುತ್ತಿರುವಾಗಲೇ ಗೌಸನು ಕೆಲವು ಗಹನವಾದ ಸಂಶೋಧನೆಗಳನ್ನು ನಡೆಸುತ್ತಿದ್ದನಂತೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ "ಕನಿಷ್ಠವರ್ಗಗಳ ವಿಧಾನ". ಇದು ಆಧುನಿಕ ಅಂಕಶಾಸ್ತ್ರಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದುದು. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೂ ಒಂದಾದರೂ ಮೂಲವಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಸಾಧಿಸಿದ. (Algebraic Equation)

6) ಒಬ್ಬ ಕಾಲೇಜು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಹತ್ತಿರ ವಿದೇಶದಿಂದ ತಂದ ಒಂದು ಸೂಟ್‌ಕೇಸಿತ್ತು. ಅದರ ಮೇಲ್ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಫಳಫಳನೆ ಹೊಳೆಯುತ್ತಿದ್ದ ಹದಿನಾರು ಗಾಜಿನ ಮಣಿಗಳಿದ್ದವು. ಆ ಸೂಟ್‌ಕೇಸನ್ನು ಪ್ರತಿದಿನ ನೋಡುತ್ತಿದ್ದ ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿನಿ ಆ ಹೊಳೆಯುವ ಮಣಿಗಳಿಂದ ಆಕರ್ಷಿತಳಾಗಿ ಅದು ಮುತ್ತಿನ ಮಣಿಗಳೇ ಆಗಿರಬೇಕು ಎಂದು ತಿಳಿದು ತನಗೆ ಆ ಸೂಟ್‌ಕೇಸನ್ನು ಕೊಡುವಂತೆ ಕೇಳುತ್ತಿದ್ದಳು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ನಿರಾಕರಿಸುತ್ತಿದ್ದ. ಕಡೆಗೆ ಆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿನಿಯ ಅಂದಚೆಂದಕ್ಕೆ ಮರುಳಾದವನಂತೆ ನಟಿಸಿ ಕೊನೆಗೆ ಉಚಿತವಾಗಿ ಕೊಡುತ್ತೇನೆ ಆದರೆ ನನ್ನ ಒಂದು ಶರತ್ ಇದೆ ಎಂದ. ಸೂಟ್‌ಕೇಸ್ ಪಡೆದರೆ ಸಾಕೆಂದು ಕಾಯುತ್ತಿದ್ದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿನಿ ಶರತ್ ಏನೆಂದು ಹೇಳುವಂತೆ ಬಲವಂತ ಮಾಡಿದಳು. ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಬಹಳ ಪಾಂಡಿತ್ಯವಿದ್ದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಹೇಳಿದ ಸೂಟ್‌ಕೇಸಿಗೆ ನನಗೆ ಖಂಡಿತ ದುಡ್ಡು ಬೇಕಿಲ್ಲ, ಆದರೆ ಅದರ ಮೇಲಿರುವ 16 ಗಾಜಿನ ಮಣಿಗಳಿಗೆ ಹಣ ಕೊಟ್ಟರೆ ಸಾಕು. ಏನಿಲ್ಲ ಮೊದಲನೆಯ ಮಣಿಗೆ ಒಂದು ರೂ, ಎರಡನೆಯದಕ್ಕೆ ಎರಡು ರೂ, ಮೂರನೆಯದಕ್ಕೆ 4 ರೂ ಇದರಂತೆ 16 ದಿವಸ ಕೊಟ್ಟರಾಯಿತು ಎಂದು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿನಿ ತಕ್ಷಣ ಒಪ್ಪಿದಳು. ಅವಳು ಮತ್ಯಾರೂ ಅಲ್ಲ ಆ ಊರಿನ ಸಾಹುಕಾರನ ಮಗಳು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿನಿ ಮಾತು ಕೊಟ್ಟಂತೆ ಹಣ ನೀಡಿದಳು.

ಗಾಜಿನಮಣಿ	ಅದರ ಬೆಲೆ
1	1 = 00
2	2 = 00
3	4 = 00
4	8 = 00
5	16 = 00
6	32 = 00
7	64 = 00
8	128 = 00
9	256 = 00
10	512 = 00
11	1024 = 00
12	2048 = 00
13	4096 = 00
14	8192 = 00
15	16384 = 00
16	32768 = 00
	65,535 = 00

7) ಮನರಂಜನೆಗಾಗಿ ಗಣಿತ ಎಂಬ ಒಂದು ಕಾರ್ಯಕ್ರಮವನ್ನು ನೀಡುತ್ತಿದ್ದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಬಹಳ ಕುತೂಹಲದಿಂದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆಲಿಸುತ್ತಿದ್ದರು. ಒಂದು ಹಂತದಲ್ಲಿ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿದರಾಗಲಿ ಅಥವಾ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರಾಗಲಿ ಒಂದೇ ಉತ್ತರ ಬರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಕೇಳಿದೆ. ಈಗಿನ ಕಾಲದ ಹುಡುಗರು ಕೇಳಬೇಕೇ ತಕ್ಷಣ $2 + 2 = 2 \times 2 = 4$ ಎಂದರು. ನಾನು ಸುಮ್ಮನಿರಬೇಕಲ್ಲ. ಯಾವ ಮೂರು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದರಾಗಲಿ, ಗುಣಿಸಿದರಾಗಲಿ ಒಂದೇ ಉತ್ತರ ಬರುತ್ತದೆ ಎಂದೆ ಉತ್ತರ ತಕ್ಷಣ ಬರಲಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಸ್ವಲ್ಪ ಹೊತ್ತಿನ ನಂತರ $1 + 2 + 3 = 1 \times 2 \times 3 = 6$ ಎಂಬ ಉತ್ತರ ಬಂತು ಎಲ್ಲರೂ ಖುಷಿಪಟ್ಟರು. ಇದೇ ರೀತಿ ಬೇರೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಈ ರೀತಿಯ ಒಂದೇ ಉತ್ತರ ಪಡೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವೇ ಎಂದೆ ಎಲ್ಲರೂ ಚಿಂತಾಮಗ್ನರಾದರು. ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಸೂಜಿ ಬಿದ್ದರೆ ಕೇಳಿಸುವಷ್ಟು ನಿಶ್ಶಬ್ದ. ಕಡೇ ಬೆಂಚಿನಲ್ಲಿ ಕುಳಿತಿದ್ದ ಒಬ್ಬಳು ಸಾರ್ ಎಂದಳು ಹೇಳಮ್ಮಾ ಎಂದೆ. ಪ್ರಶ್ನೆ ಹೇಳಿದ ಮೇಲೆ ಸ್ವಲ್ಪ ಸಮಯ ಕೊಡಬೇಕು. ಇಷ್ಟು ಆತುರವಾದರೆ ಹೇಗೆ ಸಾರ್? ಎಂದು ಬಹಳ ವಿನಯದಿಂದ ಹೇಳುತ್ತ. ನೀವು ಕೇಳಿದ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರ $(-1) + (0) + (+1) = (-1)(0)(+1) = 0$ ಎಂದಳು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು

ಚಪ್ಪಾಳೆ ಮೂಲಕ ಸಂತೋಷ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿದರು. ನನಗೂ ಸಂತೋಷವಾಯಿತು. ಏಕೆಂದರೆ ಕೇವಲ ಧನಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನೇ ಊಹಿಸಿ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಉತ್ತರ ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂದು ತಿಳಿದಿದ್ದೆ. ಅಲ್ಲಿಂದ ಮುಂದಕ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆ ಕೇಳುವಾಗ ಯಾವ ಮೂರು ಧನಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದರಾಗಲೀ, ಗುಣಿಸಿದರಾಗಲೀ, ಉತ್ತರ ಒಂದೇ ಬರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಕೇಳಲು ಆರಂಭಿಸಿದೆ.

ಅಧ್ಯಾಯ ೧೮

ಕನ್ನಡದಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಗ್ರಂಥಗಳು

ಗಣಿತ ಗ್ರಂಥಗಳನ್ನು ಕನ್ನಡದಲ್ಲಿ ಬರೆದಿರುವವರು ಅನೇಕರಿದ್ದಾರೆ. ಅವರಲ್ಲಿ ಕೆಲವರ ಹೆಸರುಗಳು ಪ್ರಾಕ್ತನ ವಿಮರ್ಶ ವಿಚಕ್ಷಣ ರಾವ್ ಬಹದ್ದೂರ್ ಆರ್. ನರಸಿಂಹಾಚಾರ್ಯರಿಂದ ಬರೆದ ಕರ್ನಾಟಕ ಕವಿಚರಿತ್ರೆ ಎಂಬ ಗ್ರಂಥದಲ್ಲಿ ಉಕ್ತವಾಗಿದೆ (ಮೊದಲನೆ ಮತ್ತು ಎರಡನೆಯ ಸಂಪುಟಗಳಲ್ಲಿ)

ಪುರಾತನ ಕಾಲದ ಭಾರತೀಯ ಕನ್ನಡಿಗರ ಪೈಕಿ ಮಹಾವೀರಾಚಾರ್ಯ ಮತ್ತು (ಎರಡನೆಯ) ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯ ಪ್ರಸಿದ್ಧರು. ಅವರು ಬರೆದಿರುವುದು ಸಂಸ್ಕೃತದಲ್ಲಿ. ಆದರೆ ಗಣಿತದ ಗ್ರಂಥಗಳನ್ನು ಕನ್ನಡದಲ್ಲಿ ಬರೆದಿರುವವರಲ್ಲಿ ರಾಜಾದಿತ್ಯ, ಭಾಸ್ಕರ, ಚಂದ್ರಮ, ತಿಮ್ಮರಸ, ದೈವಜ್ಞವಲ್ಲಭ, ಬಾಲ ವೈದ್ಯದ ಚೆಲುವ ಮುಖ್ಯರಾದವರು.

ರಾಜಾದಿತ್ಯ ಈತನ ಕಾಲದ ಬಗ್ಗೆ ವಾದ ವಿವಾದಗಳಿವೆ. ಕ್ರಿ .ಶ. ಸುಮಾರು 1190 ರಲ್ಲಿ ಜೈನ ಕವಿಯಾದ ಈತನು 'ವ್ಯವಹಾರ ಗಣಿತ', ಕ್ಷೇತ್ರಗಣಿತ, ಲೀಲಾವತಿ, ವ್ಯವಹಾರ ರತ್ನ, ಚಿತ್ರ ಹಸುಗೆ, ಮತ್ತು ಜೈನ ಗಣಿತ ಸೂತ್ರೋದಾಹರಣ ಮೊದಲಾದ ಗಣಿತ ಗ್ರಂಥಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಇವನಿಗೆ ರಾಜವರ್ಮ, ಭಾಸ್ಕರ, ಬಾಚ, ಬಾಚಯ, ಬಾಚಿರಾಜ ಎಂಬ ಹೆಸರುಗಳಿದ್ದುವು.

ಕನ್ನಡದಲ್ಲಿ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರವನ್ನು ಬರೆದಿರುವ ಕವಿಗಳಲ್ಲಿ ಇವನೇ ಮೊದಲನೆಯವನು. ಆದರೆ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟ ಎಲ್ಲಾ ವಿಷಯಗಳನ್ನೂ ತನ್ನ ಗ್ರಂಥದಲ್ಲಿ ಪ್ರಸ್ತಾಪಮಾಡಿಲ್ಲ. ಇವನು (ಎರಡನೆಯ) ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯರ ಸಮಕಾಲೀನ. ಆದರೂ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಂಕಗಣಿತ (ವ್ಯವಹಾರ ಗಣಿತ), ಕ್ಷೇತ್ರಗಣಿತ ಮುಂತಾದ ಸುಲಭ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಬರೆಯುತ್ತಿದ್ದನಂತೆ. ಇವನ ಗ್ರಂಥಗಳು ಆಗಿನ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಕನ್ನಡಿಗರಿಗೆ ಪಠ್ಯ ಪುಸ್ತಕದಂತೆಯೋ, ಅಥವಾ ವಿನೋದ ಗಣಿತವನ್ನು ಒದಗಿಸುತ್ತಿದ್ದಿರಬಹುದು.

'ವ್ಯವಹಾರ ಗಣಿತ' ದ ಲೆಕ್ಕಗಳ ಮಾದರಿಯಲ್ಲಿ, ವಿನೋದ ಗಣಿತದ ಸಾಲಿಗೆ ಸೇರಿಸ ಬಹುದಾದ ಒಂದು ಲೆಕ್ಕ ಕೊಟ್ಟಿದೆ.

ಕರಿನೂರೆಂಟು ಮನೆಯ್ದೆ ಕಾವ ದಿವಸಕ್ಕೋರಂದು ಗದ್ಯಾಣಮಂ।
ಸ್ಥಿರ ಮೀವೆಂ ನಿನ ಗೆಂದೊಡೊಂದು ದಿವಸ ಕ್ಕೊಂದಾನೆಯಂ ಮಾರಲಾ।
ಕರಿಯಾರೋಹ ಕರಿಪ್ಪತಯ್ದು ದಿವಸಂ ಕಾದೊಲ್ಲೆನೆಂದಾಗಳಿ
ರ್ಬರ ಸಂವಾದದ ಲೆಕ್ಕಮಂ ತಿಳಿಯೆ ಪೇಳ್ ನಿರ್ವ್ಯಾಜದಿಂ ಭಾಸ್ಕರಾ॥

ಇದರ ಅರ್ಥ ಹೀಗಿದೆ:– 108 ಆನೆಗಳನ್ನು ನೋಡಿಕೊಳ್ಳಲು ದಿವಸಕ್ಕೆ ಒಂದು ನಾಣ್ಯದಂತೆ (ಗದ್ಯಾಣ) ಗೊತ್ತುಮಾಡಿದೆ. ದಿವಸಕ್ಕೊಂದು ಆನೆಯಂತೆ ಮಾರಾಟವಾಗುತ್ತಾ ಇರುತ್ತದೆ. ಕಾವಲುಗಾರರು 25 ದಿವಸಗಳು ಕೆಲಸ ಮಾಡಿ, ಇನ್ನು ಮುಂದೆ ಕೆಲಸ ಮಾಡುವುದಿಲ್ಲವೆಂದು ಹೇಳಿಬಿಡುತ್ತಾರೆ. ಅವರಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಹಣ ಕೊಡಬೇಕು?

ಇದು ಅಂಕಶ್ರೇಢಿಯ ಮೇಲಣ (ಸಮಾನಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ) ಒಂದು ಸುಲಭವಾದ ಲೆಕ್ಕ.

ರಾಜಾದಿತ್ಯನ ಪ್ರಕಾರ $(108 + 1)25 - \dfrac{25^2 + 25}{2} = 2400.$

ಆದ್ದರಿಂದ ಕೊಡಬೇಕಾದ ಹಣ $\dfrac{2400}{108}$ ಗದ್ಯಾಣ (ನಾಣ್ಯ) ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ.

ಆದರೆ ಇದು ಹೇಗೆ ಬಂತು? ಎಂಬುದು ಸಾಮಾನ್ಯರಿಗೆ ತಿಳಿಯುವುದಿಲ್ಲ. ಆಧುನಿಕ ರೀತಿಯಲ್ಲಿಯಾದರೆ ಅರ್ಥವಾಗುತ್ತದೆ.

108 ಆನೆಗಳಿಗೆ ಒಂದು ನಾಣ್ಯ (ಗದ್ಯಾಣ). ಇದು ಮೊದಲನೆ ದಿವಸದ ಕೂಲಿ.

ಎರಡನೆಯ ದಿನ 107 ಆನೆಗಳನ್ನು ಕಾಯುವುದಕ್ಕೆ $\dfrac{107}{108}$ ನಾಣ್ಯ.

ಮೂರನೆಯ ದಿನ 106 ಆನೆಗಳನ್ನು ಕಾಯಲು $\dfrac{106}{108}$ ನಾಣ್ಯ.

ಈ ರೀತಿ 25 ನೇ ದಿನ 84 ಆನೆಗಳನ್ನು ಕಾಯಲು $\dfrac{84}{108}$ ನಾಣ್ಯ.

ಒಟ್ಟು ಕೊಡಬೇಕಾದ ಹಣ $= \dfrac{84 + 85 + 86 + \ldots + 108}{108} - \dfrac{2400}{108}$ ನಾಣ್ಯಗಳು.

ರಾಜಾದಿತ್ಯನ ಪ್ರಕಾರ ಸೂತ್ರ ಹೀಗಿದೆ.

$$a + (a + d) + \ldots + (a + n - d) = (a + nd)n - \left(\frac{n^2 + n}{2}\right)d$$

ಭಾಸ್ಕರ ಎಂಬುವನು ಸುಮಾರು ಕ್ರಿ. ಶ. 1650 ರಲ್ಲಿ "ಬೇಹಾರ ಗಣಿತ"ವನ್ನು ಬರೆದಿದ್ದಾನೆ. ಇವನಿಗೆ ಬಾಚಿರಾಜ ಎಂದೂ ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಸುಮಾರು ಕ್ರಿ. ಶ. 1650 ರಲ್ಲಿ ಚಂದ್ರಮ ಎಂಬುವನು ಗಣಿತ ಸಾರವೆಂಬ ಗ್ರಂಥವನ್ನೂ ಲೋಕ ಸ್ವರೂಪವೆಂಬ ಮತ್ತೊಂದು ಗ್ರಂಥದಲ್ಲಿ ಜೈನಮತದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ, ಪ್ರಪಂಚದ ರಚನೆಯನ್ನು ವರ್ಣಿಸಿದ್ದಾನೆ.

ಕ್ರಿ. ಶ. 1700 ರಲ್ಲಿ **ತಿಮ್ಮರಸ** ಎಂಬ ಕವಿಯು ಕ್ಷೇತ್ರಗಣಿತವೆಂಬ ಗ್ರಂಥವನ್ನು ಪದ್ಯರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದಿದ್ದಾನೆ. ಟಿಪ್ಪಣಿಗಳಿವೆ, ಉದಾಹರಣೆಗಳಿವೆ ಮತ್ತು ಹಲವು ಕಡೆ ಆಕೃತಿಗಳಿವೆ.

ಈ ಗ್ರಂಥವು ಯಾವ ಮಟ್ಟದಲ್ಲಿತ್ತು ಅದರ ಸ್ವರೂಪವೇನು? ಎಂಬುದನ್ನು ಈ ಪದ್ಯಗಳಿಂದ ತಿಳಿಯಬಹುದು.

1) ಇದ್ದೆಸೆಯ ಭುಜವು ಸಮವಿರೆ।
ಮಧ್ಯವ ತಾ ನಳೆದು ವುಳಿದ ಭುಜೆಯೊಂದನು ಮ
ತ್ತರ್ಧಿಸಿ ಗುಣಿ ಯಿಸೆಕಂಭಂ।
ನಿರ್ಧರಿಂದದುವೆ ದೀರ್ಘ ತ್ರಿಭುಜೆಗೆ ಬರ್ಕುಂ॥

ಈ ಪದ್ಯದ ತಾತ್ಪರ್ಯ ಇಷ್ಟೆ:

ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಸಲೆ $= \frac{1}{2} \times$ ಮಧ್ಯರೇಖೆ $\times$ ತಳ

2) ಮೊರದಂದವಿರ್ದ ಭೂಮಿಯ ನೆರೆ ನೀಳವ ಹಿಂದು ಮುಂದ ನಳೆ
ದರ್ಧಿಸುತಂ
ಮೊರದಗಲದಿಂದ ಮಿರಿಯಲು ಮೊರನುರ್ವಿಗೆ ಕಂಭವೆಂದ ಗಣಕ
ಸುಜಾಣ

ಈ ಪದ್ಯದ ತಾತ್ಪರ್ಯ ಹೀಗಿದೆ. ಮೊರ(ಶೂರ್ಪ)=ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ

ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ (ಟ್ರಪೀಜಿಯಂ) ನ ಆಕಾರದ ಭೂಮಿಯ ಸಲೆ

$= \frac{1}{2} \times$ ಸಮಾನಾಂತರ ಬಾಹುಗಳ ಮೊತ್ತ $\times$ ಎತ್ತರ

ಕ್ರಿ. ಶ. 1700 ರಲ್ಲಿದ್ದ **ದೈವಜ್ಞವಲ್ಲಭ** ಎಂಬುವನು ಮಹಾವೀರಾಚಾರ್ಯರ ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಕನ್ನಡ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಬರೆದಿದ್ದಾನೆ.

ಕ್ರಿ. ಶ. 1715 ರಲ್ಲಿದ್ದ **ಬಾಲ ವೈದ್ಯನ ಚೆಲುವ** ಎಂಬುವನು ಕನ್ನಡದಲ್ಲಿ ಲೀಲಾವತಿ ಎಂಬ ಗ್ರಂಥವನ್ನು ಬರೆದಿದ್ದಾನೆ. (ಎರಡನೆಯ ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯರ ಲೀಲಾವತಿಯ ಭಾಷಾಂತರವಲ್ಲ) ಇದರಲ್ಲಿ ವ್ಯವಹಾರ ಗಣಿತದ ಲೆಕ್ಕಗಳು, ಮತ್ತು ಕ್ಷೇತ್ರ ಗಣಿತವೂ ಇದರಲ್ಲಿದೆ. ಕ್ಷೇತ್ರಗಣಿತದ ಕೆಲವು ಲೆಕ್ಕಗಳು ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಕಷ್ಟವಾಗಿದೆ.

–ಆಧಾರ
ಡಾ. ಸಿ. ಎನ್. ಶ್ರೀನಿವಾಸ ಅಯ್ಯಂಗಾರ್
ಅವರ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರ ಚರಿತ್ರೆ

ಇಲ್ಲಿಂದ ಮುಂದಕ್ಕೆ ಹಲವರು ಕನ್ನಡದಲ್ಲಿ ಅಮೂಲ್ಯ ಗಣಿತದ ಆಕರ ಗ್ರಂಥಗಳನ್ನು ಬರೆದಿದ್ದಾರೆ ಕೆಲವರು ಬೇರೆ ಭಾಷೆಯಿಂದ ಕನ್ನಡಕ್ಕೆ ಅನುವಾದ ಮಾಡಿದ್ದಾರೆ.

1) ಪ್ರೊ. ಸಿ. ಎನ್. ಶ್ರೀನಿವಾಸ ಅಯ್ಯಂಗಾರ್
2) ಡಾ. ಎಸ್. ಬಾಲಚಂದ್ರರಾವ್
3) ಪ್ರೊ. ಕೆ. ಎಸ್. ನಾಗರಾಜನ್
4) ಪ್ರೊ. ಎನ್. ಕೆ. ನರಸಿಂಹ ಮೂರ್ತಿ
5) ಪ್ರೊ. ಜಿ. ಟಿ. ನಾರಾಯಣರಾವ್
6) ಡಾ. ಎಮ್. ವಿ. ಜಂಬುನಾಥನ್
7) ಪ್ರೊ. ಎಲ್. ಎನ್. ಚಕ್ರವರ್ತಿ
8) ಪ್ರೊ. ಎಸ್. ಎನ್. ನರಹರಯ್ಯ
9) ಡಾ. ಹೆಚ್. ರಾಮಚಂದ್ರಸ್ವಾಮಿ
10) ಪ್ರೊ. ವಿ. ಕೆ. ದೊರೆಸ್ವಾಮಿ
11) ಬಿ. ಸೀತಾರಾಮಶಾಸ್ತ್ರಿ
12) ಎನ್. ಸುಬ್ರಹ್ಮಣ್ಯ
13) ಅಡ್ಡೂರು ಕೃಷ್ಣರಾವ್
14) ಡಾ. ಬಿ. ಎಸ್. ಶೈಲಜ
15) ಕೆ. ಆರ್. ಕೃಷ್ಣಮೂರ್ತಿ
16) ಟಿ. ನರಸಿಂಹಾಚಾರ್

ಹೀಗೆ ಇನ್ನೂ ಅನೇಕ ಪ್ರತಿಭಾವಂತರು.

2000 ರಲ್ಲಿ ಪ್ರೊ. ಪದ್ಮಾವತಮ್ಮನವರು ಮಹಾವೀರಾಚಾರ್ಯರ "ಗಣಿತಸಾರ ಸಂಗ್ರಹವನ್ನು" ಕನ್ನಡಕ್ಕೆ ಅನುವಾದಿಸಿದ್ದಾರೆ.

2013 ರಲ್ಲಿ ಡಾ. ಪದ್ಮಾವತಮ್ಮನವರು ಶ್ರೀಮತಿ ಕೃಷ್ಣವೇಣಿ ಮತ್ತು ಕೆ. ಜಿ. ಪ್ರಕಾಶ್ ರೊಂದಿಗೆ ಶ್ರೀರಾಜಾದಿತ್ಯ ವಿರಚಿತ ವ್ಯವಹಾರ ಗಣಿತ ಮತ್ತು ಲೀಲಾವತಿ ಎಂಬ ಕೃತಿಯನ್ನು ಹೊಸಗನ್ನಡ ಮತ್ತು ಆಂಗ್ಲಭಾಷೆಯ ಅನುವಾದ ಮತ್ತು ವಿವರಣೆಯೊಂದಿಗೆ ಪ್ರಕಟಿಸಿದ್ದಾರೆ.

2013 ರಲ್ಲಿ ಶ್ರೀ. ಸಿ. ಎಸ್. ಅರವಿಂದ ಅವರು ರಾಬರ್ಟ್ ಕಾನಿಗೆಲ್ ವಿರಚಿತ ಆಂಗ್ಲ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿರುವ, The Man Who Knew infinity A Life of The Genius

Ramanujan ಕೃತಿಯನ್ನು ಅನಂತದ ಒಡನಾಟದಲ್ಲಿ ಅರಳಿದ ಅಸಾಧಾರಣ ಗಣಿತ ಪ್ರತಿಭೆ ರಾಮಾನುಜನ್ ಎಂದು ಅನುವಾದ ಮಾಡಿ ಉಪಕಾರ ಮಾಡಿದ್ದಾರೆ.

ಶ್ರೀ. ಸಿ. ಎಸ್. ಅರವಿಂದ ಅವರು ಟಾಟಾ ಮೂಲಭೂತ ಸಂಶೋಧನಾ ಸಂಸ್ಥೆಯ ಬೆಂಗಳೂರಿನ ಸೆಂಟರ್ ಫಾರ್ ಅಪ್ಲಿಕಬಲ್ ಮ್ಯಾಥಮ್ಯಾಟಿಕ್ಸ್‌ನಲ್ಲಿ ಪ್ರಾಧ್ಯಾಪಕರಾಗಿದ್ದಾರೆ.

ಅನುಬಂಧಗಳು

ಭಾರತೀಯ ಗಣಿತಜ್ಞರು

ಆರ್ಯಭಟ – 1 ಕ್ರಿ. ಶ. 476

ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತ 6 - 7 ನೆಯ ಶತಮಾನ

ವರಾಹಮಿಹಿರಾಚಾರ್ಯ 6 ನೆಯ ಶತಮಾನ

(ಒಂದನೆಯ) ಭಾಸ್ಕರ 7 ನೆಯ ಶತಮಾನ

ವಿರಹಂಕ ಕ್ರಿ. ಶ. 600 - 800

ವೀರಸೇನ ಕ್ರಿ. ಶ. 710 - 790

ಸ್ಕಂದಸೇನ 8 ನೆಯ ಶತಮಾನ

ಪದ್ಮನಾಭ

ಗೋವಿಂದ ಸ್ವಾಮಿನ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 800 - 850

ಲಲ್ಲ 8 ನೆಯ ಶತಮಾನ

ವರರುಚಿ

ಶ್ರೀಧರಾಚಾರ್ಯ 8 ನೆಯ ಶತಮಾನ

ಪೃಥೂದಕಸ್ವಾಮಿ ಕ್ರಿ. ಶ. 850

ವಟೇಶ್ವರ ಕ್ರಿ. ಶ. 880

ಮಹಾವೀರಾಚಾರ್ಯ 9 ನೆಯ ಶತಮಾನ

ಮಂಜುಳಾಚಾರ್ಯ 10 ನೆಯ ಶತಮಾನ

(ಎರಡನೆಯ) ಆರ್ಯಭಟ ಕ್ರಿ. ಶ. 950

ಜಯದೇವ ಕ್ರಿ. ಶ. 10 ನೆಯ ಶತಮಾನ

ನೇಮಿಚಂದ್ರ 10 ನೆಯ ಶತಮಾನ

ಶ್ರೀಪತಿ ಕ್ರಿ. ಶ. 1019 - 1066

(ಎರಡನೆಯ) ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯ 12 ನೆಯ ಶತಮಾನ

ಹಲಾಯುಧ 11 ನೆಯ ಶತಮಾನ

ರಾಜಾಧಿತ್ಯ ಸುಮಾರು ಕ್ರಿ. ಶ. 1120

ಸವಾಯಿ ಜಯಸಿಂಹ (ಎರಡನೆಯ ಜಯಸಿಂಹ)

ಕಮಲಾಕಾರ

ಠಕ್ಕು ರಘೆರು 13 ನೆಯ ಶತಮಾನ

ಮಾಧವ ಕ್ರಿ. ಶ. 1350 - 1425

ಪರಮೇಶ್ವರ ಕ್ರಿ. ಶ. 1360 - 1455

ನೀಲಕಂಠ ಸೋಮಯಾಜಿ ಕ್ರಿ. ಶ. 1444 - 1544

ನಾರಾಯಣ ಪಂಡಿತ 14 ನೆಯ ಶತಮಾನ

ನಾರಾಯಣ ಮಹಿಷ ಮಂಗಲಂ ಕ್ರಿ. ಶ. 1540 - 1610

ಶಂಕರವಾರಿಯರ್ 16 ನೆಯ ಶತಮಾನ

ಗಣೇಶ ದೈವಜ್ಞ 16 ನೆಯ ಶತಮಾನ

ಅಚ್ಚುತ ಪಿಷಾರಟಿ ಕ್ರಿ. ಶ. 1550 - 1621

ಜ್ಞಾನರಾಜ 15-16 ನೆಯ ಶತಮಾನ

ಸೂರ್ಯದಾಸ 16 ನೆಯ ಶತಮಾನ

ಮುನೀಶ್ವರ ಕ್ರಿ. ಶ. 1652 - 1718

ದೈವಜ್ಞವಲ್ಲಭ 17 - 18ನೆಯ ಶತಮಾನ

ಪ್ರತಮನ ಸೋಮಯಾಜಿ ಕ್ರಿ. ಶ. 1660 - 1740

ಶಂಕರ ವರ್ಮನ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1800 - 1838

ಶ್ರೀ ರಾಮಚಂದ್ರ ಲಾಲ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1821 - 1880

ಪಂಡಿತ ಬಾಪುದೇವಶಾಸ್ತ್ರಿ 1821 - 1900

ಚಿಂತಾಮಣಿ ರಘುನಾಥಾಚಾರ್ಯ 1828 - 1880

ಸಾಮಂತ ಚಂದ್ರಶೇಖರ ಸಿಂಹ 1835 - 1904

ಪಂ. ಸುಧಾಕರ ದ್ವಿವೇದಿನ್ (1855 - 1910)

ಸರ್. ಆಶುತೋಷ್ ಮುಖರ್ಜಿ (1864 - 1924)

ಶ್ರೀ ರಾಮಸ್ವಾಮಿ ಅಯ್ಯರ್ (1871 - 1936)

ಸ್ವಾಮಿ ರಾಮತೀರ್ಥರು (1873 - 1906)

ಪ್ರೊ. ಪ್ರಬೋಧ ಚಂದ್ರ ಸೇನ್ ಗುಪ್ತಾ (1876 - 1962)

ಶ್ರೀ ಗಣೇಶ ಪ್ರಸಾದ (1876 - 1935)

ಪ್ರೊ. ಬಿಭೂತಿ ಭೂಷಣದತ್ತಾ (1888 - 1958)

ಶ್ರೀನಿವಾಸ ರಾಮಾನುಜನ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1887 - 1920

ಪ್ರೊ. ಎ. ಕೃಷ್ಣಸ್ವಾಮಿ ಅಯ್ಯಂಗಾರ್ (1892 - 1953)

ಪ್ರೊ. ಎ. ನರಸಿಂಗರಾವ್ (1893 - 1967)

ಪ್ರೊ. ಪ್ರಶಾಂತ ಚಂದ್ರ ಮಹಾಲಾನೋಬಿಸ್ (1893 - 1972)

ಪ್ರೊ. ಕೆ. ಆನಂದರಾವ್ 1893 - 1966

ಸತ್ಯೇಂದ್ರನಾಥ ಬೋಸ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1894 - 1974

ಡಾ. ಆರ್. ವೈದ್ಯನಾಥಸ್ವಾಮಿ (1894 - 1960)

ಪ್ರೊ. ಕೆ. ಎಸ್. ಕೆ ಐಯ್ಯಂಗಾರ್ (1899 - 1944)

ಪ್ರೊ. ಬಿ. ಎನ್. ಪ್ರಸಾದ (1899 - 1966)

ಪ್ರೊ. ಟಿ. ಎಸ್. ಕುಪ್ಪಣ್ಣಶಾಸ್ತ್ರಿ (1900 - 1982)

ಡಾ. ಸಿ. ಎನ್. ಶ್ರೀನಿವಾಸ ಅಯ್ಯಂಗಾರ್ (1901 - 1972)

ಪ್ರೊ. ಎಸ್. ಎಸ್. ಪಿಳ್ಳೈ (1901 - 1950)

ಡಾ. ಎನ್. ಸಿಂಗ್ (1901 - 1954)

ಪ್ರೊ. ಟಿ. ವಿಜಯರಾಘವನ್ (1902 - 1955)

ಸಿ. ಟಿ. ರಾಜಗೋಪಾಲ್ (1903 - 1978)

ಡಿ. ಆರ್. ಕಪ್ರೇಕರ್ (1905 - 1986)

ಡಿ. ಡಿ. ಕೊಸಾಂಬಿ (1907 - 1966)

ವಿಷ್ಣು ಜಯಂತ ನಾರಳೀಕರ್ (1908 - 1991)

ಪ್ರೊ. ಕೆ. ವೆಂಕಟಾಚಲಶಾಸ್ತ್ರಿ (1908 - 2003)

ಎಸ್. ಚಂದ್ರಶೇಖರ್ (1910 - 1995)

ಆರ್. ಸಿ. ಬೋಸ್ 20 ನೆಯ ಶತಮಾನ

ಪ್ರೊ. ವಸಂತ ಶಂಕರ ಹುಜೂರ್ ಬಜಾರ್

ಪ್ರೊ. ಸಿ. ರಾಧಾಕೃಷ್ಣರಾವ್ 20 ನೆಯ ಶತಮಾನ

ಜಗದ್ಗುರು ಸ್ವಾಮಿ ಶ್ರೀ ಭಾರತೀ ಕೃಷ್ಣ ತೀರ್ಥರು 20 ನೆಯ ಶತಮಾನ

ಪ್ರೊ. ಕೆ. ಚಂದ್ರಶೇಖರ್ (1920 -)

ಡಾ. ಕೆ. ಎಸ್. ನಾಗರಾಜನ್

ತಲ ಕುಲತ್ತಾರ್ ರ ನಂಬೂದಿರಿ

ಸೆಲ್ಲಲೂರ ನಂಬೂದಿರಿ

ಪ್ರೊ. ಪಿ. ಎಲ್. ಭಟ್ನಾಗರ್ (1912 - 1976)

ಪ್ರೊ. ಮೀನಾಕ್ಷಿ ಸುಂದರಂ (1913 - 1968)

ಡಾ. ಟಿ. ಎ. ಸರಸ್ವತೀಅಮ್ಮ (1918 - 2000)

ಪ್ರೊ. ಕೆ. ಎಸ್. ಶುಕ್ಲ (1918 - 2007)

ಪ್ರೊ. ಕೆ. ವಿ. ಶರ್ಮ (1919 - 2005)

ಪ್ರೊ. ಕೆ. ಜಿ. ರಾಮನಾಥನ್ (1920 - 1992)

ಡಾ. ಹರೀಶ ಚಂದ್ರ (1923 - 1983)

ಜಗತ್ ನಾರಾಯಣ ಕಪೂರ್ (1923 - 1983)

ಪ್ರೊ. ಕೃಷ್ಣ ಡಿ. ಅಭ್ಯಂಕರ್ (1928 - 2007)

ಪ್ರೊ. ಕೆ. ರಾಮಚಂದ್ರ (1933 - 2011)

ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಗಣಿತಜ್ಞರು

ಅಪಲೋನಿಯಸ್ ಕ್ರಿ. ಪೂ. 260 - 200, ಗ್ರೀಸ್

ಅಮಾಲೀ ಎಮ್ಮಿ ನೋಯಿದರ್ (1882 - 1935), ಜರ್ಮನಿ

ಅರಿಸ್ಟಾಟಲ್ ಕ್ರಿ. ಪೂ. 384 - 322, ಗ್ರೀಸ್

ಆರ್ಕಿಮಿಡೀಸ್ ಕ್ರಿ. ಪೂ. 287 - 212, ಗ್ರೀಸ್

ಆರ್ಥರ್ ಕೆಯ್ಲಿ ಕ್ರಿ. ಶ. 1821 - 1895

ಆನ್ನಾಸ್ಪಾಫರ್ಡ್ ಹೆಂಡ್‌ರಿಕ್ಸ್ (1905 - 2004), ಯು. ಎಸ್. ಎ.

ಆಲ್ ಬಟ್ಟನಿ ಕ್ರಿ. ಶ. 877 - 929, ಅರೇಬಿಯಾ

ಆಯ್ಲರ್ ಲಿಯೋನಾರ್ಡ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1707 - 1783, ಸ್ವಿಜರ್ಲ್ಯಾಂಡ್

ಆಯ್ಲರ್ ಲಿಯೋನಾರ್ಡ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1707 - 1783, ಸ್ವಿಜರ್ಲ್ಯಾಂಡ್

ಆಲ್ ಸ್ವಿನ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 735 - 804, ಇಂಗ್ಲೆಂಡ್

ಆಲ್ ಕರ್ಖಿ 11 ನೆಯ ಶತಮಾನ, ಅರೇಬಿಯಾ

ಆಲ್ ಬಿರುನಿ ಕ್ರಿ. ಶ. 973 - 1048, ಮಧ್ಯ ಏಷ್ಯ

ಆಲ್ ಮಮೂನ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 809 - 833, ಅರೇಬಿಯಾ

ಅಬೆಲ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1802 - 1829, ನಾರ್ವೆ

ಇವೆಂಜಲಿಸ್ಟಾ ಟೊರಿಸಿಲ್ಲಿ ಕ್ರಿ. ಶ. 1608 - 1647, ಇಟಲಿ

ಎನಾಕ್ಸಿ ಮಾಂಡಲ್ ಕ್ರಿ. ಪೂ. 611 - 547, ಗ್ರೀಸ್

ಎಮಿಲಿ ಡ್ಯೂ ಚಾಟೆಲೆ (1706 - 1749), ಪ್ಯಾರಿಸ್

ಎರಟಾಸ್‌ನೀಸ್ ಕ್ರಿ. ಪೂ. 274 - 194, ಗ್ರೀಸ್

ಎಲಿಜಬೆತ್ ಬುಕನನ್ ಕಾಲೆ (1874 - 1945), ಅಮೆರಿಕ

ಎಲೀನಾಲುಕ್ರೆಜಿಯಾ ಕಾರ್ನಾರೊ ಪಿಸ್ಕೋಪಿಯಾ (1646 - 1684), ವೆನಿಸ್‌ನಗರ

ಎಲೆಕ್ಸಿಸ್ ಕಾಡ್ ಕ್ಲೆಯರೊ ಕ್ರಿ. ಶ. 1713 - 1765, ಫ್ರಾನ್ಸ್

ಓಮರ್ ಖಯಾಂ 12 ನೆಯ ಶತಮಾನ, ಅರೇಬಿಯಾ

ಕಾರ್ಡಾನ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1501 - 1576, ಇಟಲಿ

ಕ್ಯಾಂಟರ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1855 - 1918, ಜರ್ಮನಿ

ಕ್ರಿಶ್ಚನ ಗೋಲ್ಡ್‌ಬೆಶ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1690-1764

ಕುಮ್ಮರ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1789 - 1893, ಜರ್ಮನಿ

ಕ್ಲಾರಾ ಲಾಟಿಮರ್ ಬೇಕನ್ (1866 - 1948), ನ್ಯೂ ಇಂಗ್ಲೆಂಡ್

ಕೋಪರ್ನಿಕಸ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1473 - 1543, ಪೋಲೆಂಡ್

ಕಾಷಿ ಆಗಸ್ಟೀನಂ ಲೂಯಿ ಕ್ರಿ. ಶ. 1789 - 1857 ಫ್ರಾನ್ಸ್

ಕ್ರೊನೆಕರ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1823 - 1891, ಜಮಆ

ಗಾಡ್ ಫ್ರೈ ಹಾಲ್ಡ್ ಹಾರ್ಡಿ ಕ್ರಿ. ಶ. 1877 - 1947, ಬ್ರಿಟನ್

ಗಿರಾರ್ಡ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1595 - 1632, ಹಾಲೆಂಡ್

ಗಿಸೆಪಿ ಪಿಯೊಜ್ಜಿ ಕ್ರಿ. ಶ. 1746 - 1829, ಇಟಲಿ

ಗ್ಯಾಲ್ವಾ ಗೆಲಾಯ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1811 - 1832, ಫ್ರಾನ್ಸ್

ಗೌಸ್ ಕಾರ್ಲ್ ಫೆಡ್ರಿಕ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1777 - 1855, ಜರ್ಮನಿ

ಚೆಬಿಶೆವ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1821 - 1894, ರಷ್ಯಾ

ಚಾರ್ಲ್ಸ್ ಬ್ಯಾಬೇಜ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1792 - 1871, ಇಂಗ್ಲೆಂಡ್

ಜಾನ್ ನೇಪಿಯರ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1550 - 1617, ಸ್ಕಾಟ್‌ಲೆಂಡ್

ಜಾನ್ ವಾಲಿಸ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1616 - 1703, ಇಂಗ್ಲೆಂಡ್

ಜಾನ್ ವಿಲ್ಸನ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1741 - 1793, ಇಂಗ್ಲೆಂಡ್

ಜಾನ್‌ವೆನ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1834 - 1883, ಇಂಗ್ಲೆಂಡ್

ಜಾನ್ ಬರ್ನೂಲಿ ಕ್ರಿ. ಶ. 1667 - 1748, ಸ್ವಿಟ್ಸರ್‌ಲೆಂಡ್

ಜೀನ್ ಜೋಸೆಫ್ ಲಿವೇರಿಯರ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1811 - 1877, ಫ್ರಾನ್ಸ್

ಜೇಮ್ಸ್‌ಗ್ರೆಗೊರಿ ಜೀನ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1638 - 1675, ಸ್ಕಾಟ್‌ಲೆಂಡ್

ಜೇಮ್ಸ್ ಬರ್ನಾಲಿ ಕ್ರಿ. ಶ. 1654 - 1705, ಸ್ವಿಜರ್ಲ್ಯಾಂಡ್

ಜೋಹಾನ್ ಕೆಪ್ಲರ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1571 - 1630, ಜರ್ಮನಿ

ಝೀನೋ (ಸೀನೋ) ಕ್ರಿ. ಪೂ. 494 - 435, ಗ್ರೀಸ್

ಟಾಲಮಿ ಕ್ರಿ. ಶ. 85 - 165, ಗ್ರೀಸ್

ಡಲಾಂ ಬರ್ಟ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1717 - 1783, ಫ್ರಾನ್ಸ್

ಡಯೋಫ್ಯಾಂಟಸ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 250 - 275, ಗ್ರೀಸ್

ಡಿಮ್ರಾವ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1667 - 1754, ಇಂಗ್ಲೆಂಡ್, (ಹುಟ್ಟಿದ್ದು ಫ್ರಾನ್ಸ್‌ನಲ್ಲಿ)

ಡಿಮಾರ್ಗನ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1806 - 1871

ಡೆಸಾರ್ಗೂಸ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1593 - 1662, ಫ್ರಾನ್ಸ್

ಡೆವಿಡ್ ಹಿಲ್‌ಬರ್ಡ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1862 - 1943, ಜರ್ಮನಿ

ಥಿಯಾನೋ ಕ್ರಿ. ಪೂ. 6 ನೇ, ಗ್ರೀಸ್

ಥೇಲ್ಸ್ (ಥಾಲಿಸ್) ಕ್ರಿ. ಪೂ. 640 - 556, ಗ್ರೀಸ್

ನಿಕೋಮಾಕಸ್ (ಒಂದನೆಯ ಶತಮಾನದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ), ಗ್ರೀಸ್

ನಿಕೋಲ್ ಒರೆಸ್ಮಿ ಕ್ರಿ. ಶ. 1323 - 1382, ಫ್ರಾನ್ಸ್

ನೀನಾ ಕಾರ್ಲೊವ್ನಾ ಬಾರಿ (1901 - 1961), ರಷ್ಯಾ

ಪಾಪ್ಪಸ್, ಗ್ರೀಸ್

ಪಾನ್‌ಸ್ಲೆ ಕ್ರಿ. ಶ. 1788 - 1868, ಫ್ರಾನ್ಸ್

ಪ್ರಾಕ್ಲಸ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 412 - 485, ಗ್ರೀಸ್

ಪ್ಲೇಟೋ ಕ್ರಿ. ಪೂ. 430 - 349, ಗ್ರೀಸ್

ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಕ್ರಿ. ಪೂ. 572 - 501, ಗ್ರೀಸ್

ಫರ್ಮಾ ಕ್ರಿ. ಶ. 1601 - 1665, ಫ್ರಾನ್ಸ್

ಫಿಬೋನಾಕಿ, ಲಿಯೋನಾರ್ಡೋ ಕ್ರಿ. ಶ. 1170 - 1250, ಇಟಲಿ

ಫೂರಿಯರ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1768 - 1830, ಫ್ರಾನ್ಸ್

ಬ್ಲೇಸ್ ಪಾಸ್ಕಲ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1623 - 1662, ಫ್ರಾನ್ಸ್

ಬೋತಿಯಸ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 475 - 524, ರೋಮ್

ಮರ್ಸೇನ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1588 - 1648, ಫ್ರಾನ್ಸ್

ಮಾನ್‌ಷೆ ಕ್ರಿ. ಶ. 1746 - 1818, ಫ್ರಾನ್ಸ್

ಮಹಮದ್ ಇಬ್‌ನ್ ಮೂಸಾ 9 ನೆಯ ಶತಮಾನ, ಇರಾಕ್

ಮೆನೆಲಾಸ್ 1 ನೇ ಶತಮಾನ, ಗ್ರೀಸ್

ಮೆನೆಕ್ಮಸ್ ಕ್ರಿ. ಪೂ. 375 - 325, ಗ್ರೀಸ್

ಮೇರಿಫೇರ್ ಫ್ಯಾಕ್ಸ್ ಸೋಮರ್ ವಿಲೆ (1780 - 1872), ಸ್ಕಾಟ್‌ಲೆಂಡ್

ಮೇರಿಯ ಅಗ್ನೇಸಿ (1718 - 1799), ಇಟಲಿ

ಮೋಬಿಯಸ್ ಆಗಸ್ಟ್ ಫರ್ಡಿನೆಂಡ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1790 - 1868, ಜರ್ಮನಿ

ಮ್ಯಾಕ್ಸಿಮಸ್ ಪ್ಲಾನೂಡ್ಸ್ 14 ನೇ ಶತಮಾನ, ಟರ್ಕಿ

ಯೂಕ್ಲಿಡ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 330 - 275, ಗ್ರೀಸ್

ಯೂಡೋಕ್ಸಸ್ ಕ್ರಿ. ಪೂ. 408 - 355, ಗ್ರೀಸ್

ಯೋಹನ್ ಕೆಪ್ಲರ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1571 - 1630, ಜರ್ಮನಿ

ರೆನೆ ಡೆಕಾರ್ಟ ಕ್ರಿ. ಶ. 1596 - 1650, ಫ್ರಾನ್ಸ್

ರಬ್ಬಿಬೆನ ಎಸ್ರ ಕ್ರಿ. ಶ. 1093 - 1167

ಲಾಗ್ರಾಂಜ್ ಜೊಸೆಫ್ ಲೂಯಿಸ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1736 - 1813, ಇಟಲಿ

ಲಾಪ್ಲಾಸ್ ಪೆರ್ರಿ ಸೈಮನ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1749 - 1827, ಫ್ರಾನ್ಸ್

ಲಾಬಾಚೇಷ್ ಸ್ಕೀ ಕ್ರಿ. ಶ. 1793 - 1856, ರಷ್ಯಾ

ಲಾವೊ ಜೆನೆವ್ರ ಸೈಮನ್ಸ್ (1870 - 1949) ಅ. ಸಂ. ಸಂಸ್ಥಾನ

ಲೂಯಿ ಕೆರೋಲ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1832 - 1898

ಲೂಯಿ ವಿಕ್ಟರ್ ಬ್ರೋಗ್ಲಿ ಕ್ರಿ. ಶ. 1892 - 1960

ಲೆಜಾಂಡ್ರ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1752 - 1833, ಫ್ರಾನ್ಸ್

ಲೈಸಾಂಗ್ ಯಂಗ್ (1952 -), ಹಾಂಕಾಂಗ್

ಲೈಬ್ನಿಜ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1646 - 1716, ಜರ್ಮನಿ

ವಿಲಿಯಂ ಷ್ಯಾಂಕ್ಸ್ 10 ನೆಯ ಶತಮಾನ

ವೀಟಾ 1540 - 1603, ಫ್ರಾನ್ಸ್

ಸರ್ ಆರ್ಥರ್ ಎಡಿಂಗ್‌ಟನ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1882 - 1941

ಸರ್ ಐಸಾಕ್ ನ್ಯೂಟನ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1642 - 1727, ಇಂಗ್ಲೆಂಡ್

ಸಾಂಡರ್ ಸನ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1682 - 1739, ಇಂಗ್ಲೆಂಡ್

ಸಿಜು ಎ ವೂ (1964 -), ಚೀನಾ

ಸೇಕಿಕೋವ ಕ್ರಿ. ಶ. 1682 - 1708, ಜಪಾನ್

ಸೋಫೀ ಜರ್ಮನ್ (1776 - 1831), ಪ್ಯಾರಿಸ್

ಸ್ಟೈನರ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1796 - 1863, ಸ್ವಿಜರ್ಲ್ಯಾಂಡ್

ಸೋನ್ಯಾ ಕೊವಲೆವ್‌ಸ್ಕಿ (1850 - 1891) ರಷ್ಯಾ

ಹರ್ಮನ್ ಮಿಂಕೊಸ್ಕಿ ಕ್ರಿ. ಶ. 1864 - 1909

ಹ್ಯಾಮಿಲ್‌ಟನ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1805 - 1865, ಐರ್‌ಲೆಂಡ್

ಹಿಪ್ಪಾರ್ಕಸ್ ಕ್ರಿ. ಪೂ. 180 - 152, ಗ್ರೀಸ್

ಹಿಪ್ಪಾಕ್ರೆಟೀಸ್ ಕ್ರಿ. ಪೂ. 470, ಗ್ರೀಸ್

ಹಿಲ್ಡಾ ಗೀರಿಂಜರ್ ಫಾನ್ ಮೀಸಸ್ (1893 - 1973), ಆಸ್ಟ್ರಿಯ

ಹೆನ್ರಿ ಪಾನ್‌ಕಾರೆ ಕ್ರಿ. ಶ. 1854 - 1912 ಫ್ರಾನ್ಸ್

ಹೆರಾನ್ (ಹೀರೋ) 1 ಅಥವಾ 3 ನೇ ಶತಮಾನ, ಗ್ರೀಸ್

ಹೆನ್ರಿ ಬ್ರಿಗ್ಸ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1561 - 1631, ಇಂಗ್ಲೆಂಡ್

ಹೈಗಿನ್ಸ್ ಕ್ರಿಶ್ಚಿಯನ್ ಕ್ರಿ. ಶ. 1629 - 1695, ನೆದರ್‌ಲೆಂಡ್

ಹೈಫಾಟಿಯಾ ಕ್ರಿ. ಶ. 370 - 415, ಗ್ರೀಸ್

ಹಾಯ್ಲ್ ಫ್ರೆಡ್ 20 ನೆಯ ಶತಮಾನ, ಇಂಗ್ಲೆಂಡ್

ಜಗದ್ಗುರು ಭಾರತೀಕೃಷ್ಣ ತೀರ್ಥರು ನೀಡಿರುವ ವೇದಗಣಿತದ ಸೂತ್ರಗಳು

1) ಏಕಾಧಿಕೇನ ಪೂರ್ವೇಣ
2) ನಿಖಿಲಂ ನವತಶ್ಚರಮಂ ದಶತಃ
3) ಊರ್ಧ್ವ ತಿರ್ಯಗ್ಭ್ಯಾಮ್
4) ಪರಾವರ್ತ್ಯ ಯೋಜಯೇತ್
5) ಶೂನ್ಯಂ ಸಾಮ್ಯ ಸಮುಚ್ಚಯೇ
6) (ಆನುರೂಪ್ಯೇ) ಶೂನ್ಯಮನ್ಯತ್
7) ಸಂಕಲನ ವ್ಯವಕಲನಾಭ್ಯಾಮ್
8) ಪೂರಣಾಪೂರಣಾಭ್ಯಾಮ್
9) ಚಲನಕಲನಾಭ್ಯಾಮ್
10) ಯಾವದೂನಮ್
11) ವ್ಯಷ್ಟಿಸಮಷ್ಟಿಃ
12) ಶೇಷಾಣ್ಯಂಕೇನ ಚರಮೇಣ
13) ಸೋಪಾಂತ್ಯದ್ವಯಮಂತ್ಯಮ್
14) ಏಕನ್ಯೂನೇನ ಪೂರ್ವೇಣ
15) ಗುಣಿತಸಮುಚ್ಚಯಃ
16) ಗುಣಕಸಮುಚ್ಚಯಃ

ಪಾರಿಭಾಷಿಕ(ಶಬ್ದಕೋಶ) ಪದಗಳು

Addition	ಕೂಡು
Algebra	ಬೀಜಗಣಿತ
Analogy	ಅನುರೂಪತೆ, ಸಾದೃಶ್ಯ
Analyse	ವಿಶ್ಲೇಷಣೆ
Application	ಅನ್ವಯ
Area	ಸಲೆ
Arithmetic	ಅಂಕಗಣಿತ
Arithmetic Series	ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿ
Artificial satellite	ಕೃತಕ ಉಪಗ್ರಹ
Ascending order	ಆರೋಹಣ ಕ್ರಮ
Astrology	ಜ್ಯೋತಿಷ್ಯ
Astronomy	ಖಗೋಳ ವಿಜ್ಞಾನ, ಜ್ಯೋತಿರ್ವಿಜ್ಞಾನ
Base number	ಆಧಾರಸಂಖ್ಯೆ
Basic concept	ಮೂಲ ಪರಿಕಲ್ಪನೆ
Binomial theorem	ದ್ವಿಪದ ಪ್ರಮೇಯ
Brackets	ಆವರಣಗಳು
Calculus	ಕಲನಶಾಸ್ತ್ರ
Circle	ವೃತ್ತ
Circumference	ವೃತ್ತಪರಿಧಿ
Classification	ವರ್ಗೀಕರಣ
Code	ಸಂಕೇತ
Combination	ವಿಕಲ್ಪ
Commercial Mathematics	ವಾಣಿಜ್ಯಗಣಿತ
Complex number	ಸಂಕೀರ್ಣಸಂಖ್ಯೆ
Composite number	ಭಾಜ್ಯಸಂಖ್ಯೆ
Conclusion	ತೀರ್ಮಾನ
Conditional equation	ನಿಬಂಧಿತ ಸಮೀಕರಣ
Consecutive prime numbers	ಅನುಕ್ರಮ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು
Constant	ಸ್ಥಿರಾಂಕ, ನಿಯತಾಂಕ
Counting numbers	ಎಣಿಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

Cube	ಘನ
Cuberoot	ಘನಮೂಲ
Cyclic Quadrilateral	ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜ
Decimal number	ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆ
Decimal system	ದಶಮಾಂಶ ಪದ್ಧತಿ
Deductive	ನಿಗಮನ
Definition	ವ್ಯಾಖ್ಯೆ
Denominator	ಛೇದ
Descending	ಅವರೋಹಣ
Diameter	ವ್ಯಾಸ
Diagonal	ಕರ್ಣ
Divider	ವಿಭಾಜಕ
Divisibality	ಭಾಜ್ಯತೆ
Division	ಭಾಗಾಕಾರ
Divisor	ಭಾಜಕ
Dodecahedron	ಕ್ರಮ ದ್ವಾದಶಫಲಕ; ದ್ವಾದಶ ಮುಖ ಘನ
Equation	ಸಮೀಕರಣ
Equilateral Triangle	ಸಮಬಾಹುತ್ರಿಭುಜ
Estimate	ಅಂದಾಜು
Even number	ಸಮಸಂಖ್ಯೆ
Euclidean geometry	ಯೂಕ್ಲಿಡೀಯ ಜ್ಯಾಮಿತಿ
Factor	ಅಪವರ್ತನ
Fallacy	ವಿರೋಧಾಭಾಸ
Febonacci numbers	ಫಿಬೊನಾಕ್ಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು
Formula	ಸೂತ್ರ
Fraction	ಭಿನ್ನರಾಶಿ
Fundamental operation	ಮೂಲಭೂತ ಪ್ರತಿಕ್ರಿಯೆ
Generalisation	ಸಾರ್ವತ್ರೀಕರಣ
Geometry	ಜ್ಯಾಮಿತಿ, ರೇಖಾಗಣಿತ
Geometric progression	ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಢಿ
Hexahedron (Cube)	ಕ್ರಮಷಷ್ಠ ಫಲಕ

Hindu Arabic numeral	ಹಿಂದೂ ಅರೇಬಿಕ್ ಸಂಖ್ಯಾಸೂಚಕಗಳು
Hypotenuse	ವಿಕರ್ಣ
Icosahedron	ಕ್ರಮ ವಿಂಶತಿಫಲಕ, ವಿಂಶತಿ ಮುಖ ಘನ
Imaginary number	ಕಾಲ್ಪನಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ; ಊಹಾ ಸಂಖ್ಯೆ
Index	ಘಾತಸೂಚಿ
Indeterminate	ಅನಿರ್ಧಾರಿತ
Indeterminate equation of the first degree	ಮೊದಲನೆಯ ಘಾತದ ಅನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಮೀಕರಣ
Indeterminate equation of the second degree	ಎರಡನೆಯ ಘಾತದ ಅನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಮೀಕರಣ
Inductive	ನಿಗಮನ
Inference	ತೀರ್ಮಾನ
Integer	ಪೂರ್ಣಾಂಕ
Interpolation	ಅಂತಃಕ್ಷೇಪ
Inverse	ಪ್ರತಿಲೋಮ
Irrational	ಅಭಾಗಲಬ್ಧ
Isosceles	ಸಮದ್ವಿಬಾಹು
Isosceles Triangle	ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ
Logic	ತರ್ಕಶಾಸ್ತ್ರ
Mathematics	ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರ
Mathematician	ಗಣಿತಜ್ಞ
Magic square	ಮಾಯಾಚೌಕ
Mensuration	ಕ್ಷೇತ್ರಗಣಿತ
Mixed fraction	ಮಿಶ್ರಭಿನ್ನರಾಶಿ
Multiplier	ಗುಣಕ
Multiply	ಗುಣಿಸು
Natural numbers	ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು
Negative number	ಋಣಸಂಖ್ಯೆ
Negative sign	ಋಣಚಿಹ್ನೆ
Numerator	ಅಂಶ
Number Theory	ಸಂಖ್ಯಾಸಿದ್ಧಾಂತ
Numeral	ಸಂಖ್ಯಾಸೂಚಕ

Obeservatory	ವೀಕ್ಷಣಾಲಯ
Octahedron	ಕ್ರಮ ಅಷ್ಟಫಲಕ; ಅಷ್ಟಮುಖ ಘನ
Palindrome	ಮಾಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು
Paradox	ವಿರೋಧಾಭಾಸ
Parallel lines	ಸಮಾನಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು
Pascals triangle	ಪಾಸ್ಕಲನ ತ್ರಿಭುಜ
Perfect number	ಪರಿಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ
Permutation	ಕ್ರಮಯೋಜನೆ
Place value	ಸ್ಥಾನಬೆಲೆ
Positive number	ಧನಾಂಶ
Positive integer	ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಶ
Probabality	ಸಂಭವನೀಯತೆ
Progression	ಶ್ರೇಢಿ
Project	ಯೋಜನೆ
Prime number	ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ
Pythagorian tripletes	ಪೈಥಾಗೊರಿಯನ್ ತ್ರಿವಳಿಗಳು
Pythagoras theorem	ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ
Puzzle	ಸಮಸ್ಯೆ
Quadratic equation	ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ
Quotent	ಭಾಗಲಬ್ಧ
Queen of science	ವಿಜ್ಞಾನದ ರಾಣಿ
Ramanujan numbers	ರಾಮಾನುಜನ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು
Ratio	ಪ್ರಮಾಣ
Rational Number	ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ; ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ
Recurring	ಆವರ್ತ
Remainder	ಶೇಷ
Resolve	ವಿಘಟಿಸು
Result	ಫಲಿತಾಂಶ
Right triangle	ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ
Rule	ನಿಯಮ
Rule of three	ತ್ರೈರಾಶಿ
Semi Circle	ಅರ್ಧವೃತ್ತ

Sign	ಚಿಹ್ನೆ
Similarity	ಸಾಮ್ಯ
Simple equation	ಸರಳ ಸಮೀಕರಣ
Simplification	ಸರಳೀಕರಣ
Simplify	ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸು
Solution	ಪರಿಹಾರ
Sphere	ಗೋಳ
Square	ವರ್ಗ, ಚೌಕ
Square root	ವರ್ಗಮೂಲ
Substitute	ಆದೇಶಿಸು
Subtraction	ವ್ಯವಕಲನ
Tetrahedron	ಕ್ರಮ ಚತುಷ್ಫಲಕ; ಚತುರ್ಮುಖ ಘನ
Theorem	ಪ್ರಮೇಯ
Theory	ಸಿದ್ಧಾಂತ
Theory of Indicies	ಘಾತಾಂಕ ತತ್ವ
Theory of Numbers	ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ; ಸಂಖ್ಯಾಸಿದ್ಧಾಂತ
Theory of Probability	ಸಂಭವನೀಯತೆ ಸಿದ್ಧಾಂತ, ಸಂಭಾವ್ಯತಾ ಸಿದ್ಧಾಂತ
Trignometry	ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ
Transpose	ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸು
Unique	ಏಕೈಕ; ಅನನ್ಯ
Vedic mathematics	ವೇದಗಣಿತ
Verify	ತಾಳೆನೋಡು
Whole number	ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆ
Zero	ಸೊನ್ನೆ; ಶೂನ್ಯ

ಆಧಾರ ಗ್ರಂಥಗಳು

'ಗಣಿತ ವೈವಿಧ್ಯ' ಪುಸ್ತಕಕ್ಕಾಗಿ ಈ ಮುಂದೆ ನಮೂದಿಸಿರುವ ಗ್ರಂಥಗಳ ಸಹಾಯವನ್ನು ಪಡೆದಿದ್ದೇನೆ. ಪುಸ್ತಕದ ಲೇಖಕರಿಗೂ ಪ್ರಕಾಶಕರಿಗೂ ನನ್ನ ಕೃತಜ್ಞತೆಗಳು.

1. **ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರ ಚರಿತ್ರೆ** — *ಡಾ. ಸಿ. ಎನ್. ಶ್ರೀನಿವಾಸಯ್ಯಂಗಾರ್*
2. **ಶ್ರೀನಿವಾಸ ರಾಮಾನುಜನ್** — *ಡಾ .ಎಸ್. ಬಾಲಚಂದ್ರರಾವ್*
3. **ಶ್ರೀನಿವಾಸ ರಾಮಾನುಜನ್** — *ಪ್ರೊ. ಜಿ. ಟಿ. ನಾರಾಯಣರಾವ್*
4. **ವಿಜ್ಞಾನ ಕರ್ಣಾಟಕ** — *ಮೈಸೂರು ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯ*
5. **ಚತುರ್ವರ್ಣ ಸಮಸ್ಯೆ** — *ಪ್ರೊ. ಜಿ. ಟಿ. ನಾರಾಯಣರಾವ್*
6. **ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದ ಪ್ರವರ್ತಕರು ಮತ್ತು ಸ್ವಾರಸ್ಯಗಳು** — *ಡಾ. ಎಸ್. ಬಾಲಚಂದ್ರರಾವ್ ಎಮ್. ಶೈಲಜ, ವಿ. ವನಜ*
7. **ಮಾಯಾಚೌಕಗಳ ಸ್ವಾರಸ್ಯ** — *ಡಾ. ಎಸ್. ಬಾಲಚಂದ್ರರಾವ್*
8. **ಅಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಾಮ್ರಾಜ್ಯದಲ್ಲಿ** — *ಬಿ. ಕೆ. ವಿಶ್ವನಾಥರಾವ್*
9. **ಭಾರತದ ಪ್ರಸಿದ್ಧ ಗಣಿತಜ್ಞರು (19-20 ನೇ ಶತಮಾನದ ಕೀರ್ತಿಶೇಷರು)** — *ಸಂಪಾದಕರು ಡಾ. ಎಸ್. ಬಾಲಚಂದ್ರರಾವ್*
10. **ಮಾಯಾ ಚೌಕಗಳ ಮಾಯಾ ಪ್ರಪಂಚ** — *ಬಿ. ಕೆ. ವಿಶ್ವನಾಥ್‌ರಾವ್*
11. **History of Mathematics** — *D. S. Smith (part I and II)*
12. **ಕನ್ನಡ ವಿಶ್ವಕೋಶ**
13. **ಖಗೋಳಶಾಸ್ತ್ರ** — *ಡಾ। ಸಿ. ಎನ್. ಶ್ರೀನಿವಾಸಯ್ಯಂಗಾರ್*
14. **ಅಂತರ್ಜಾಲಗಳು–ಗೂಗಲ್ ವಿಕಿಪೀಡಿಯಾ**

ಇದೇ ಲೇಖಕರ ಪ್ರಕಟಿತ ಕೃತಿಗಳು

1. ವಿಜ್ಞಾನ ಕೈಪಿಡಿ (ಜನಪ್ರಿಯ ವಿಜ್ಞಾನ)
2. ವಿಜ್ಞಾನ ಒಂದು ಪಕ್ಷಿನೋಟ
3. ವಿಜ್ಞಾನ ವೈವಿಧ್ಯ
4. ವಿಜ್ಞಾನ ಕೈಪಿಡಿ (ಪ್ರೌಢಶಾಲಾ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ)
5. ಆರೋಗ್ಯ–ಪರಿಸರ–ಪರಧರ್ಮ
6. ಗಣಿತ ಮಾಧುರ್ಯ
7. ಮೆದುಳಿಗೆ ಕಸರತ್ತು (ಗಣಿತದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು)
8. ಗಣಿತ ಅಗಣಿತ
9. ಸಂಖ್ಯಾವಿನ್ಯಾಸ ಮತ್ತು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು
10. ನಾವೆಷ್ಟು ಬುದ್ಧಿವಂತರು (ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ)
11. ಮಕ್ಕಳ ಕೈಚಳಕ (ರೇಖಾಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ)
12. ಜಗತ್ತಿನ ಪ್ರಖ್ಯಾತ ಗಣಿತಜ್ಞರು
13. ಸಂಖ್ಯಾ ಪ್ರಪಂಚ
14. ಗಣಿತದ ನೂತನ ಮಾದರಿ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು