考试科目名称__概率论与数理统计（期中）__

2016 年 11 月 16 日

院系__________ 学号__________ 姓名__________ 成绩__________

一、（6 分×6=36 分）

（1） 已知$P(A)=a, P(B)=b>0$，证明$P(A|B)\geq\frac{a+b-1}{b}$.

（2） 抛一枚标准的骰子三次。求 a) 至少有两个点数相同的概率；b) 点数的乘积为偶数的概率.

（3） 已知正常男性成人血液中，每毫升白细胞数平均是 7300，标准差是 700，利用切比雪夫不等式估计每毫升血液含白细胞数在 5200 到 9400 之间的概率至少为多少？

（4） 设随机变量$X\sim U(0,1)$，求$Y=e^{1-X}$的概率密度函数.

（5） 设随机变量X,Y,Z两两独立，且$X\sim U(0,6), Y\sim N(0,4), Z\sim P(3)$．设$W=X-2Y+3Z+4$， 求期望$E(W)$和方差$D(W)$.

（6） 设随机变量X和Y独立，且均服从$N\left(0,\frac{1}{2}\right)$分布，求方差$D(|X-Y|)$.

二、（10 分）在标准化考试的选择题中，由 4 个选择答案中选取一正确答案. 若某考生知道正确答案的概率为 0.6，不知道的概率为 0.4，在不知道时瞎猜对的概率为 0.25. 求(1) 考生答对的概率；(2) 已知该考生答对了，求他是瞎猜而答对的概率.

三、（10 分）设随机变量$X \sim E(\lambda)$，$Y = max\{X, 3\}$. (1) 求Y的分布函数; (2)判断Y是否为连续型随机变量，需说明理由.

四、（12 分）设(X,Y)的联合密度为$p(x,y)=\begin{cases}\frac{3}{16}(4-2x-y), & x>0,y>0,2x+y<4\\ 0, & 其它\end{cases}$

求(1) $P(X+Y<1)$; (2) 边缘密度$p_X(x)$、$p_Y(y)$; (3) X与Y是否相互独立？

五、（10 分）设随机向量(X,Y)的联合密度函数为$p(x,y)=\begin{cases}3x, & 0<x<1,0<y<x\\ 0, & 其它\end{cases}$

求$Z=X+Y$的密度函数.

六、（10 分）给定一个比特序列，定义“1”串为极大的连续为 1 的序列. 例如，

$$\underbrace{111}_{3}00\underbrace{11}_{2}00\underbrace{111111}_{6}0\underbrace{1}_{1}0\underbrace{11}_{2}$$

包含 5 个“1”串，长度分别为 3,2,6,1,2. 随机取一长度为n的比特序列，记为S. 令X_k为S中长度不低于k $(k \le n)$的“1”串个数. 求$E(X_k)$ (用n和k表示)

七、（12 分）设随机变量$X_1, X_2, \dots, X_{2n}$的期望均为 0，方差均为 1，且任意两个随机变量的相关系数均为ρ. 求$Y = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$与$Z = X_{n+1} + X_{n+2} + \cdots + X_{2n}$的相关系数$\rho_{YZ}$.