

考试科目名称 概率论与数理统计(A卷)

2017—2018 学年第 一 学期      教师 唐斌，姚远      考试方式：闭卷

系（专业）\_\_\_\_\_ 年级\_\_\_\_\_ 班级\_\_\_\_\_

学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 成绩\_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	六	七
分数							

$$\Phi(1) = 0.8413, \Phi(1.28) = 0.9, \Phi(1.64) = 0.95, \Phi(1.96) = 0.975, \Phi(2) = 0.977$$

$$t_{0.025}(16) = 2.12, t_{0.025}(17) = 2.11, t_{0.05}(16) = 1.746, t_{0.05}(17) = 1.740$$

$$\chi^2_{0.05}(40) = 55.758, \chi^2_{0.05}(39) = 54.572, \chi^2_{0.95}(40) = 26.509, \chi^2_{0.95}(39) = 25.695$$

得分   

1、(6 分×6=36 分)

- (1) 一个盒子里分别有标号从1到n的n个红球、n个白球、n个蓝球，现从该盒子中随机选出两个球（无放回），求这两个球是同一颜色或者同一标号的概率。

- (2) 设随机变量X与Y独立，且 $X \sim G(0.1)$ ,  $Y \sim B(10,0.2)$ , 求 $E(XY)$ 和 $D(5X - 2Y)$ 。

- (3) 有三个抽屉各存有两枚硬币，分别为两枚金币、两枚银币、一枚金币一枚银币。现随机选择一个抽屉并从中随机选出一枚硬币。若此硬币为银币，求这个抽屉另外一枚硬币是金币的概率。

- (4) 设  $X_1, X_2, \dots, X_5$  为取自正态总体  $N(\mu, \sigma^2)$  的样本， $\bar{X}$  是样本均值， $S^2$  是修正样本方差，求统计量  $Y = \frac{5(\bar{X} - \mu)^2}{S^2}$  的分布（如有自由度，须指出）。
- (5) 设  $X_1, X_2, \dots, X_{10}$  和  $Y_1, Y_2, \dots, Y_{15}$  相互独立且均是总体  $X \sim N(20, 3)$  的样本，求  $P(\bar{X} - \bar{Y} < \sqrt{2})$ 。
- (6) 从某正态总体  $N(\mu, \sigma^2)$  中抽样，考虑其置信度为 90% 的置信区间。若选取样本容量为 40，能否保证该置信区间长度的期望小于总体方差本身？请给出理由。

得分	<input type="text"/>
----	----------------------

2、(本题满分 8 分)

从良种率为 0.5 的种子中任取 10000 粒，问能以 95% 的概率保证在这些种子中良种所占比例与 0.5 的差的绝对值不超过多少？

得分  3、(本题满分 10 分)

设连续型随机变量  $X$  与  $Y$  的联合密度函数为

$$p_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} (6-x-y)/8, & 0 \leq x \leq 2, 2 \leq y \leq 4 \\ 0, & \text{o.w.} \end{cases}$$

求 a)  $p_X(x)$ ; b)  $p_{Y|X}(y)$ ; c)  $P(2 < Y < 3 | X = 1)$ .

得分  4、(本题满分 12 分)

设  $X$  为连续型随机变量, 证明下列结论:

- a) 若  $X$  的  $k$  阶矩存在, 则其所有小于  $k$  阶的矩均存在。
- b) 若  $X$  的密度函数为偶函数, 则  $X$  与  $X^2$  不相关。

得分  5、(本题满分 10 分)

假设某厂生产的牛奶中钠含量(单位: mg/L)  $X$ 服从正态分布, 出厂规定其钠含量平均不得高于 18mg/L。现抽取了 17 盒 500ml 的牛奶样品, 测得钠含量的均值为 19.8mg/L, 修正样本方差为 18.8.

a) 问显著水平 0.05 下该批牛奶是否合格? b) 求  $\mu = E(X)$  的置信度为 95% 的置信区间。

得分  6、(本题满分 12 分)

$N$  个人 ( $N > 5$ ) 围坐在一个圆桌旁, 现让每个人抛一次硬币, 如果某个人的结果与左右两个人均不同, 则此人将会收到一个礼物。令  $X$  为收到礼物的人数, 求  $E(X)$  与  $D(X)$ 。

得分  7、(本题满分 12 分)

设一台天气预报服务器从开始工作到失效的时间服从分布  $p(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$ ，其中  $\theta > 0$  为未知参数。某天气预报中心有两台这样的服务器，一台失效时另外一台可以立即工作。现进行  $n$  次观测，得到从开始到两台均失效的总时间分别为  $X_1, X_2, \dots, X_n$ 。  
a) 求  $\theta$  的矩估计量与极大似然估计量；b) 判断它们的无偏性和一致性，并给出理由。