Отчёт по лабораторной работе 4

Вариант 40

Аминов Зулфикор Мирзокаримович

Содержание

1. Цель работы

Построить график фазовый портрет гармонического осцилятора

2. Задание

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x} + 7.5x = 0$
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x} + 2\dot{x} + 5.5x = 0$
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x} + 2.4\dot{x} + 5x = 5.2 \sin 2t$

На итнтервале $t \in [0; 42]$, шаг 0.05, $x_0 = 1.2, y_0 = 1$

3. Теоретическое введение

Движение грузика на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и других науках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качестве основной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором.

Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 = 0$$

где x - переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.), γ - параметр, характеризующий потери энергии (трение в механической системе, сопротивление в контуре), ω_0 - собственная частота колебаний. t-время. (Обозначения

$$\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}, \dot{x} = \frac{dx}{dt}$$

)

Уравнение (1) есть линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка и оно является примером линейной динамической системы.

При отсутствии потерь в системе ($\gamma = 0$) получаем уравнение консервативного осциллятора энергия колебания которого сохраняется во времени.

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

Для однозначной разрешимости уравнения второго порядка необходимо задать два начальных условия вида

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ x(\dot{t}_0) = y_0 \end{cases}$$

Уравнение второго порядка (2) можно представить в виде системы двух уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -\omega_0^2 x \end{cases}$$

Начальные условия для системы примут вид:

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Независимые переменные x, y определяют пространство, в котором «движется» решение. Это фазовое пространство системы, поскольку оно двумерно будем называть его фазовой плоскостью.

Значение фазовых координат x, y в любой момент времени полностью определяет состояние системы. Решению уравнения движения как функции времени отвечает гладкая кривая в фазовой плоскости. Она называется фазовой траекторией. Если множество различных решений (соответствующих различным начальным условиям) изобразить на одной фазовой плоскости, возникает общая картина поведения системы. Такую картину, образованную набором фазовых траекторий, называют фазовым портретом.

4. Выполнение лабораторной работы

Код 1

```
model task_1
  parameter  Real w=7.5;
  Real x(start=1.2);
  Real y(start=1);

  equation
    der(x)= y;
    der(y)= -w*x;

end task_1;
```

Код 2

```
model task_2
  parameter  Real w=5.5;
  parameter  Real g=2;

  Real x(start=1.2);
  Real y(start=1);

  equation
    der(x)= y;
```

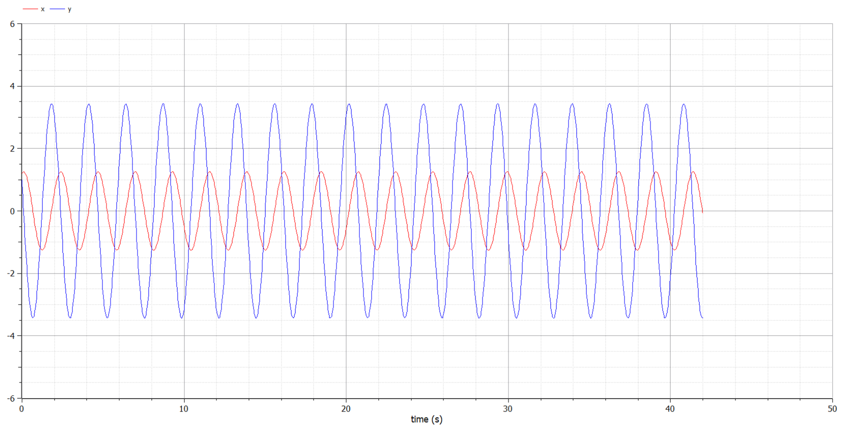
```
    der(y)= -g*y-w*x;

end task_2;
```

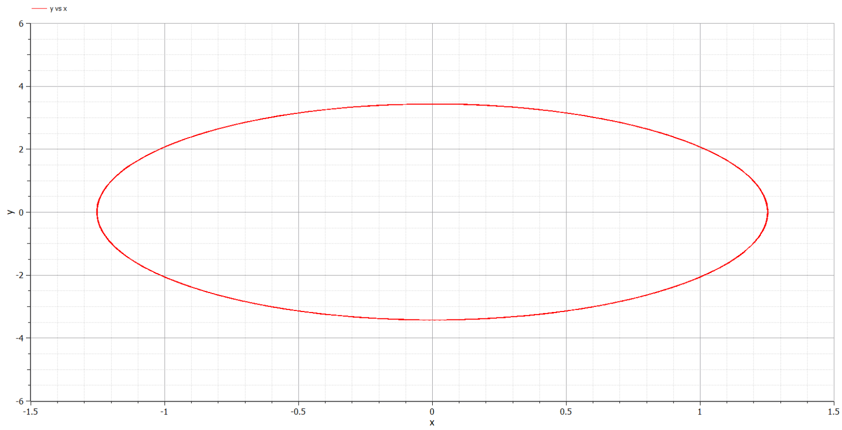
Код 3

```
model task_3
  parameter  Real w=5;
  parameter  Real g=2.4;

  Real x(start=1.2);
  Real y(start=1);

  equation
    der(x)= y;
    der(y)= -g*y-w*x + 5.2*sin(2*time);

end task_3;
```

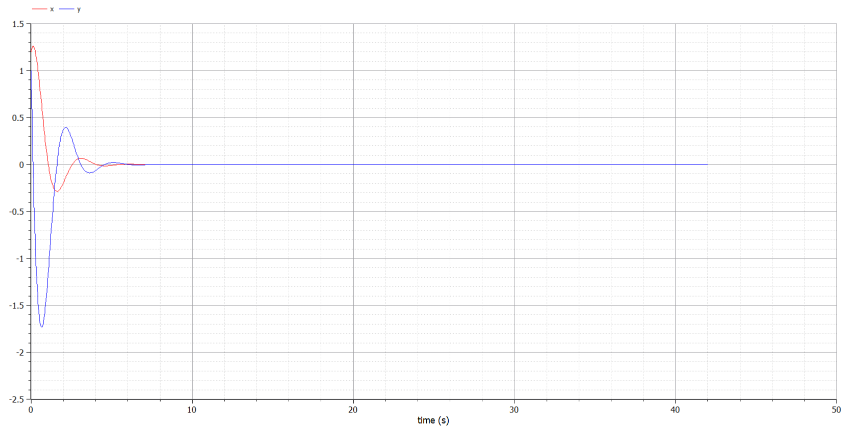
5. Результат работы

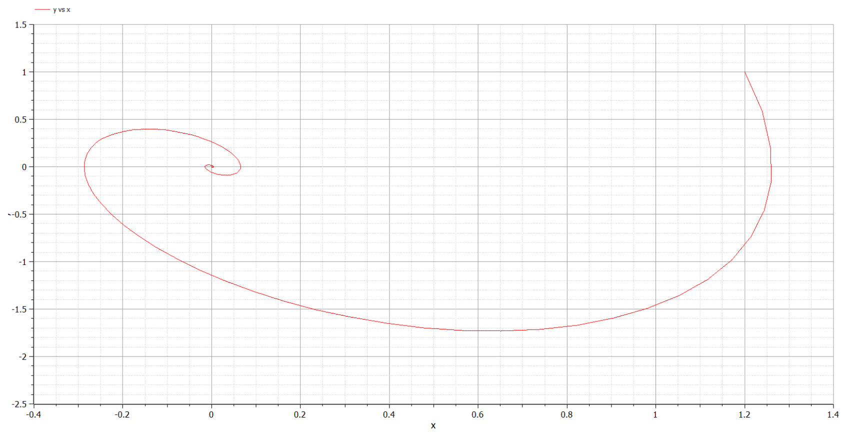
Результат 1



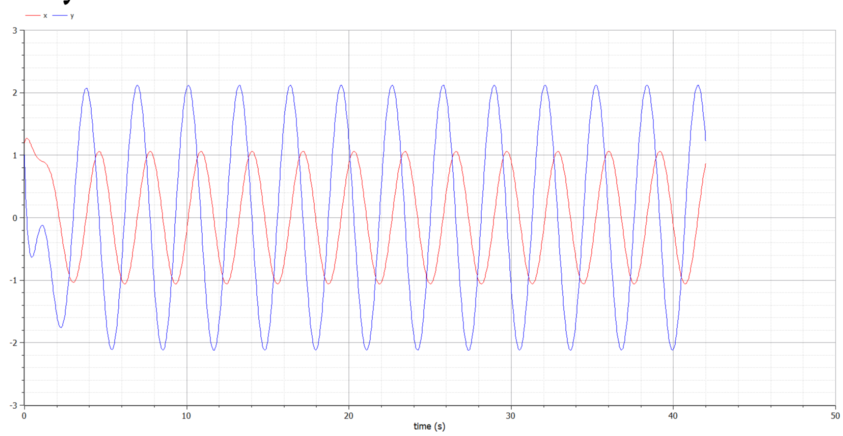


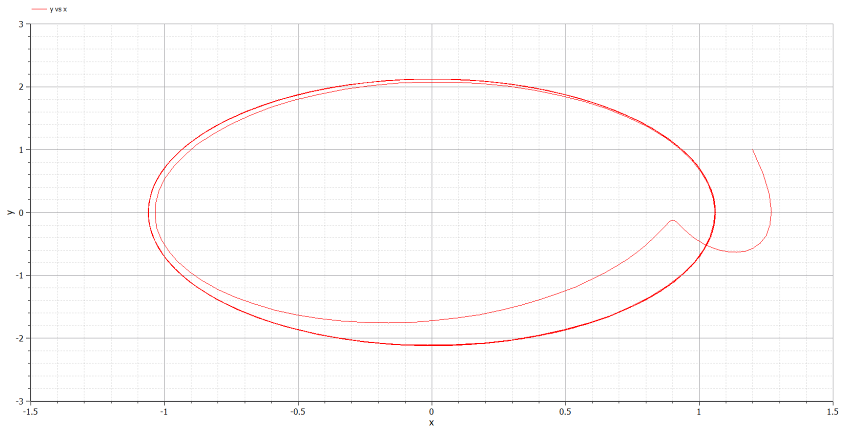
Результат 2





Результат 3




y vs x
3
2
1
0
-1
-2
-3
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
x
y

6. Выводы

Построили график фазовый портрет гармонического осцилятора

Список литературы