

Задача о погоне

Аминов Зулфикор¹

17.05, 2022, Москва, Россия

¹Российский Университет Дружбы Народов

Цели и задачи работы

Цель лабораторной работы

Цель данной работы - научиться выполнять построения математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска.

Задание к лабораторной работе

Вариант 40

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 15,5 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении.

Известно, что скорость катера в 3,5 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки.

Теоретический материал

Задача о погоне

Приведем один из примеров построения математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска.

Например, рассмотрим задачу преследования браконьеров береговой охраной. На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии k км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 2 раза больше скорости браконьерской лодки.

Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтоб нагнать лодку.

Постановка задачи

1. Принимает за $t_0 = 0$, $x_l0 = 0$ - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, $x_k0 = 0$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.
2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров x_l0 ($Theta = x_l0 = 0$), а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны (рис. 5.1)

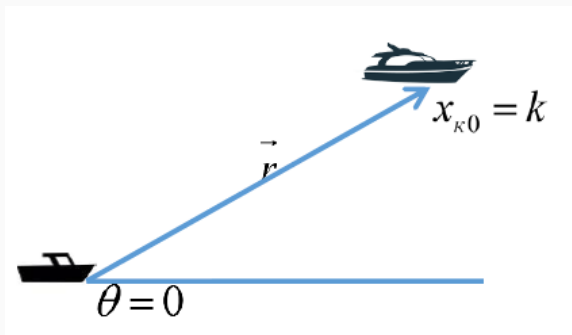


Figure 1: Положение катера и лодки в начальный момент времени

3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса *Theta*, только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

4. Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер $k-x$ (или $k+x$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x/v или $k-x/2v$ (во втором случае $x+k/2v$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения:

$$x/v = k - x/2v$$

в первом случае или

$$x/v = x + k/2v$$

во втором.

Отсюда мы найдем два значения $x_1 = k/3$ и $x_2 = k$, задачу будем решать для двух случаев.

5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r - радиальная скорость и v_θ - тангенциальная скорость (рис. 2). Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, $v_r = dr/dt$. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем $dr/dt = v$. Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости $d * \theta/dt$ на радиус r , $v_\theta = r * d * \theta/dt$

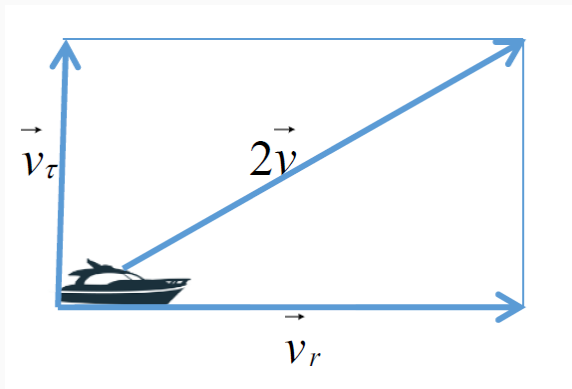


Figure 2: Разложение скорости катера на тангенциальную и радиальную составляющие

Результат работы

Случай 1.

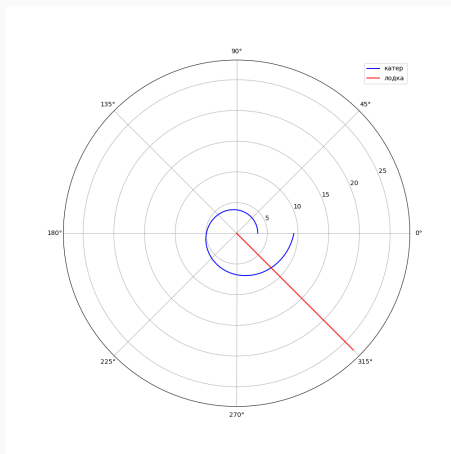


Figure 3: случай 1

Случай 1.

```
Тета: 5.5 r: 7.953848199069462  
X: 5.624219998090425 Y: -5.624219998090425
```

Figure 4: случай 1

Случай 2.

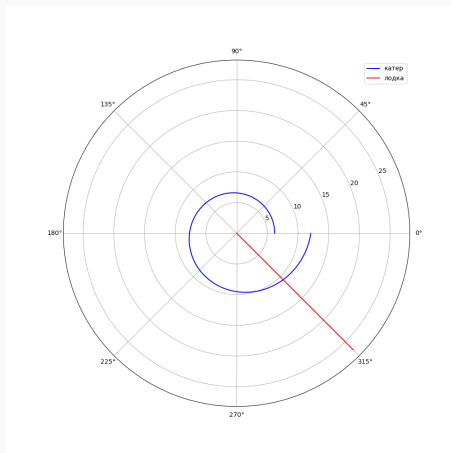


Figure 5: случай 2

Случай 2.

```
Тета: 5.5 r: 10.709403754625015  
X: 7.57269201736002 Y: -7.57269201736002
```

Figure 6: случай 2

Выводы по проделанной работе

Научился выполнять построения математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска.