

# Задача об эпидемии

---

Аминов Зулфикор<sup>1</sup>

19 марта, 2022, Москва, Россия

<sup>1</sup>Российский Университет Дружбы Народов

# Цели и задачи работы

---

## Цель лабораторной работы

Научиться строить модели эпидемии в OpenModelica.

## **Задание к лабораторной работе**

---

Придумайте свой пример задачи об эпидемии, задайте начальные условия и коэффициенты пропорциональности. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

а)  $I(0) \leq I^*$

б)  $I(0) > I^*$

# Теоретический материал

---

## Задача об эпидемии

$$I(0) \leq I^* \text{ и } I(0) > I^*$$

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из  $N$  особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы.

Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через  $S(t)$ . Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их  $I(t)$ . А третья группа, обозначаемая через  $R(t)$  – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения  $I^*$ , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда  $I(t) > I^*$ , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа  $S(t)$  меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & , \text{если } I(t) > I^* \\ 0 & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$



Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & , \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности  $\alpha$ ,  $\beta$  - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени  $t = 0$  нет особей с иммунитетом к болезни  $R(0) = 0$ , а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей  $I(0)$  и  $S(0)$  соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая:  $I(0) \leq I^*$  и  $I(0) > I^*$

# **Процесс выполнения лабораторной работы**

---

## Вариант 40

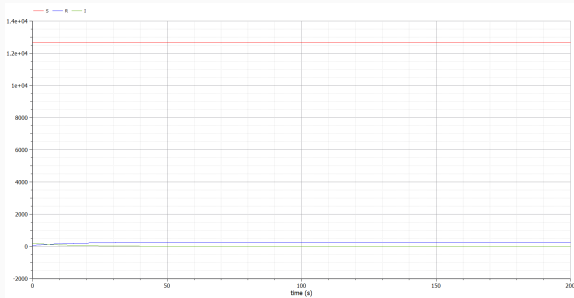
На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ( $N=12\,900$ ) в момент начала эпидемии ( $t=0$ ) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции)  $I(0)=190$ , А число здоровых людей с иммунитетом к болезни  $R(0)=59$ . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени  $S(0)=N-I(0)-R(0)$ .

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1)  $I(0) \leq I^*$

2)  $I(0) > I^*$

# Случай 1.



**Figure 1:** случай а

## Случай 2.

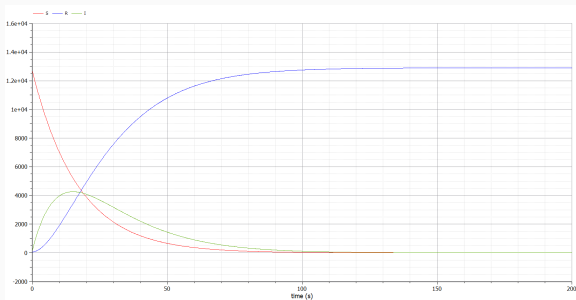


Figure 2: случай б

## **Выводы по проделанной работе**

---



Познакомились с задачей об эпидемии и построили графики.