

لطفاً به نکات زیر توجه فرمائید:

- ❖ پروژه به صورت گروه‌های ۳ نفری تحویل داده شود.
- ❖ پروژه در دو فاز طراحی شده است، فاز اول، مدل‌سازی ریاضی مسئله و فاز دوم شامل کدنویسی و تحلیل حساسیت آن در نرم‌افزار لینگو (یا گمس) می‌باشد.
- ❖ هر دو فاز به صورت تایپ شده و در موعد مشخص شده تحویل داده شود.
- ❖ در فاز اول پروژه، گزارشی شامل تعریف متغیرهای تصمیم، محدودیت‌ها و تابع هدف به صورت کامل ارسال گردد.
- ❖ در فاز دوم پروژه، کد نرم‌افزار لینگو و نتایج تحلیل حساسیت در نرم‌افزار به همراه فایلی که در آن نتایج خروجی مدل و تحلیل حساسیت‌ها و جواب‌ها شرح داده شده‌اند، ارسال گردد.
- ❖ در صورت مشاهده هرگونه کپی برداری، نمره نهایی صفر منظور می‌گردد.
- ❖ فایل پروژه‌ها را به آدرس [bahare.mahmoudi@gmail.com](mailto:bahare.mahmoudi@gmail.com) ارسال نمایید.
- ❖ به محض دریافت فایل و اطمینان از سالم بودن آن، ایمیلی مبنی بر دریافت فایل ارسال می‌گردد. در صورت عدم دریافت این ایمیل فایل را مجدداً ارسال نمایید.
- ❖ در قسمت subject ایمیل ارسالی شماره دانشجویی اعضا به همراه شماره فاز نوشته شود.
- ❖ فایل فقط توسط یکی از اعضای گروه ارسال گردد.
- ❖ موعد تحویل فازها به شرح زیر هستند:

فاز	عنوان	موعد تحویل
۱ (بخش الف و ب)	مدل‌سازی ریاضی مسئله	۹۹/۰۹/۰۸
۲ (بخش ج، د و ه)	کدنویسی و تحلیل حساسیت در نرم‌افزار لینگو	۹۹/۰۹/۲۲

شرکت اجاره خودرو اطلس با ناوگانی متشکل از یک نوع خودرو در شهرهای اصفهان، مشهد، شیراز و اهواز خدماتی در زمینه اجاره خودرو ارائه می‌نماید. مراکزی در این چهار شهر وجود دارد که تحویل و بازگشت خودرو از طریق این مراکز صورت می‌گیرد.

دپارتمان برنامه‌ریزی شرکت، میزان تقاضای روزانه برای اجاره خودرو را در هر از مراکز مطابق جدول ۱ پیش‌بینی نموده است. شرکت لزوماً به دنبال پاسخگویی به همه تقاضای موجود نیست. کلیه مراکز اجاره خودرو این شرکت، در روزهای جمعه تعطیل است و اجاره خودروی جدیدی در این روز ثبت نمی‌شود و خودروهای اجاره داده شده به مشتریان نیز دریافت نمی‌شود.

جدول ۱- تقاضای روزانه پیش‌بینی شده

اصفهان	مشهد	شیراز	اهواز	
۱۰۰	۲۵۰	۹۵	۱۶۰	شنبه
۱۵۰	۱۴۳	۱۹۵	۹۹	یکشنبه
۱۳۵	۸۰	۲۴۲	۵۵	دوشنبه
۸۳	۲۲۵	۱۱۱	۹۶	سه‌شنبه
۱۲۰	۲۱۰	۷۰	۱۱۵	چهارشنبه
۲۳۰	۹۸	۱۲۴	۸۰	پنج‌شنبه

خودروها به صورت یک، دو یا سه روزه اجاره داده می‌شوند و باید در ابتدای روز بعد از اتمام مهلت اجاره، به مرکزی که از آن خودرو دریافت شده و یا هر یک از مراکز دیگر تحویل داده شوند. به عنوان مثال در صورتی که خودرویی از روز سه‌شنبه به صورت دو روزه اجاره گردد، باید در ابتدای صبح روز پنج‌شنبه به یکی از مراکز تحویل داده شود. همچنین در صورتی که خودرویی از روز **چهارشنبه به صورت سه روزه اجاره گردد، باید در ابتدای صبح روز یک‌شنبه** به یکی از مراکز تحویل داده شود. چنانچه خودرویی از روز پنج‌شنبه به صورت یک روزه اجاره گردد، باید در ابتدای روز شنبه به یکی از مراکز تحویل داده شود.

بر اساس داده‌های گذشته، شرکت دریافته است که طول مدت اجاره به محل مراکزی که خودرو از آن اجاره می‌شود و یا تحویل داده می‌شود، بستگی ندارد و در ۵۵٪ از موارد، خودروها به صورت یک روزه، ۲۰٪ به صورت دو روزه و ۲۵٪ به صورت سه روزه اجاره می‌شوند.

با توجه به این که بعد از اتمام مهلت اجاره، امکان تحویل خودرو به مرکزی که از آن اجاره انجام شده است و یا هر یک از مراکز دیگر وجود دارد، در جدول ۲ نتایج پیش‌بینی فعلی از وضعیت اجاره خودروها از نظر مرکز

مبدا دریافت خودرو و مقصد تحویل آن ارائه شده است. به عنوان نمونه ۶۰٪ خودروهای اجاره شده از اصفهان در همان اصفهان تحویل داده می‌شوند و ۲۰٪ از آن‌ها در مرکز مشهد تحویل داده می‌شوند.

جدول ۲- پیش‌بینی از محل مبدا و مقصد در هر اجاره

مبدا	مقصد			
	اصفهان	مشهد	شیراز	اهواز
اصفهان	۶۰	۲۰	۱۰	۱۰
مشهد	۱۵	۵۵	۲۵	۵
شیراز	۱۵	۲۰	۵۴	۱۱
اهواز	۸	۱۲	۲۷	۵۳

اجاره هر خودرو از نظر عملیاتی و اجرایی برای شرکت هزینه‌هایی دارد که میزان هزینه به ازای اجاره هر خودرو به صورت یک روزه، دو روزه و سه روزه به ترتیب برابر ۲۰، ۲۵ و ۳۰ واحد پولی است. هزینه‌های مرتبط با خواب سرمایه، محل نگهداری و سرویس هر خودرو برای شرکت، ۱۵ واحد پولی در هر هفته است.

امکان تبادل خودروهای سالم بین چهار مرکز اجاره خودرو، صرف نظر از فاصله آن‌ها وجود دارد. خودرو در روزی که قرار است بین دو مرکز مبادله شود، اجاره داده نمی‌شود. هزینه تبادل به ازای هر خودرو بین مراکز مختلف در جدول ۳ بیان شده است.

جدول ۳- هزینه تبادل هر خودرو بین مراکز مختلف

مبدا	مقصد			
	اصفهان	مشهد	شیراز	اهواز
اصفهان	-	۲۰	۳۰	۵۰
مشهد	۲۰	-	۱۵	۳۵
شیراز	۳۰	۱۵	-	۲۵
اهواز	۵۰	۳۵	۲۵	-

معمولاً ۱۰٪ از خودروهایی که توسط مشتریان اجاره می‌شوند، آسیب دیده و دچار خسارت می‌شوند. در این صورت، مشتری باید ۱۰۰ واحد پولی بابت خسارت به شرکت پرداخت نماید. خسارت پیش آمده توسط بیمه نیز جبران می‌شود. همچنین خودروی خسارت دیده باید به مرکز تعمیر منتقل شود تا در روز آتی تعمیر شود. هزینه انتقال خودرو خسارت دیده به مراکز تعمیر مشابه هزینه انتقال خودروی سالم است. انتقال خودروی

خسارت دیده به مرکز تعمیر از شهری دیگر، یک روز طول می کشد. در صورتی که خودرو در مرکز شهری باشد که مرکز تعمیر نیز در آن وجود دارد، هزینه و زمان انتقال برای آن برابر صفر خواهد بود. پس از انتقال خودرو به مرکز تعمیر، تعمیر هر خودروی خسارت دیده نیاز به یک روز زمان دارد.

امکان تعمیر خودروهای خسارت دیده تنها در دو مرکز مشهد و شیراز وجود دارد که ظرفیت تعمیر در آن ها به ترتیب ۱۲ و ۲۰ خودرو در روز است. پس از تعمیر، خودرو از ابتدای روز بعد در مرکز شهری که در آن تعمیر شده است، برای اجاره در دسترس خواهد بود و یا به مرکز شهری دیگری منتقل می شود. بنابراین خودرویی که در ابتدای روز دوشنبه به صورت خسارت دیده به مرکز شهری تحویل داده می شود که در آن مرکز تعمیر وجود ندارد، در طول روز دوشنبه به مرکز تعمیر فرستاده می شود و تعمیر آن در روز سه شنبه انجام می شود و از ابتدای روز چهارشنبه برای اجاره در مرکز شهری که در آن تعمیر شده است، در دسترس خواهد بود.

قیمت اجاره هر خودرو بر اساس تعداد روزهایی که اجاره می شود و اینکه در همان مرکزی که اجاره شده است، تحویل داده خواهد یا خیر، تعیین می شود که جزئیات آن در جدول ۴ بیان شده است.

جدول ۴ - قیمت اجاره خودرو

تحويل در همان مرکز	تحويل در مرکزی دیگر	
۵۰	۷۰	یک روزه
۷۰	۱۰۰	دو روزه
۱۲۰	۱۵۰	سه روزه

در صورتی که خودرو در روز پنجشنبه اجاره شود و در ابتدای روز شنبه تحویل داده شود، مشمول ۲۰ واحد پولی تخفیف خواهد شد و با توجه به تعطیلی شرکت در روز جمعه، این اجاره از نوع یک روزه خواهد بود.

برای ساده سازی، فرض می شود که در ابتدای هر روز شرایط زیر برقرار است:

- مشتریان خودروهایی که زمان اجاره آن ها تمام شده است را در موعد مقرر تحویل می دهند.
- خودروهای خسارت دیده به مرکز تعمیر ارسال می شوند.
- خودروهایی که از مراکز دیگر منتقل شده اند، در موعد مقرر دریافت خواهند شد.
- انتقال و اجاره خودروها در ابتدای روز انجام می شود.
- در مراکز تعمیر، خودروهای تعمیر شده برای اجاره در دسترس خواهند بود.

الف) مدیریت شرکت نیازمند است به منظور پیشینه نمودن سود هفتگی، در مورد تعداد خودروهایی که باید برای اجاره داشته باشد، محل تحویل آن‌ها در ابتدای هر روز تصمیم‌گیری نماید. این برنامه‌ریزی به نحوی است که تعداد خودروهای موجود در هر مرکز در هر روز در طول هفته‌های مختلف مشابه است. برای حل این مسئله یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی مناسب را فرموله نمایید.

ب) با توجه به مسئله قبل، شرکت به دنبال تعیین بهترین مکان ممکن برای توسعه ظرفیت تعمیر است. با توجه به آلترناتیوها و شرایط زیر، مدل برنامه‌ریزی ریاضی بخش الف را به منظور اخذ باارزش‌ترین تصمیم برای توسعه ظرفیت تعمیر، توسعه دهید.

آلترناتیوهای زیر برای توسعه ظرفیت در اختیار شرکت قرار دارد که هزینه‌های ثابت هفتگی هر یک به ترتیب ذیل بیان شده است:

- ✓ آلترناتیو ۱: توسعه ظرفیت تعمیر در مرکز شیراز به میزان ۵ ماشین در روز که هزینه ثابتی معادل ۱۸۰۰۰ واحد پولی در هر هفته خواهد داشت.
- ✓ آلترناتیو ۲: در صورت توسعه ظرفیت تعمیر مرکز شیراز، افزایش ظرفیت تعمیر به میزان ۵ خودرو دیگر در روز، هزینه ثابتی معادل ۸۰۰۰ واحد پولی خواهد داشت.
- ✓ آلترناتیو ۳: توسعه ظرفیت تعمیر در مرکز مشهد به میزان ۵ ماشین در روز که هزینه ثابتی معادل ۲۰۰۰۰ واحد پولی در هر هفته خواهد داشت.
- ✓ آلترناتیو ۴: در صورت توسعه ظرفیت تعمیر مرکز مشهد، افزایش ظرفیت تعمیر به میزان ۵ خودرو دیگر در روز، هزینه ثابتی معادل ۵۰۰۰ واحد پولی خواهد داشت.
- ✓ آلترناتیو ۵: ایجاد مرکز تعمیر در اهواز با ظرفیت تعمیر ۵ خودرو در روز، هزینه ثابتی برابر با ۱۹۰۰۰ واحد در هر هفته خواهد داشت.

در صورتی که هر یک از گزینه‌های فوق برای توسعه انتخاب شوند، باید به صورت کامل انجام شود و امکان توسعه جزئی وجود ندارد. یعنی نمی‌توان گزینه اول را انتخاب نمود و افزایش ظرفیتی به میزان ۲ خودرو در روز ایجاد کرد با این هدف که هزینه ثابت توسعه ۶۰٪ کاهش یابد. افزایش ظرفیت مانند آنچه در آلترناتیو ۲ و ۴ بیان شده است در صورتی امکان دارد که توسعه ظرفیت اولیه در آن مرکز انجام شده باشد. به عنوان نمونه امکان انتخاب آلترناتیو ۲ بدون انتخاب آلترناتیو ۱ ممکن نیست. همین حالت در مورد توسعه و سپس افزایش ظرفیت در مرکز مشهد نیز برقرار است. شرکت می‌تواند حداکثر سه آلترناتیو برای توسعه انتخاب نماید.

ج) جواب بهینه مدل ارائه شده در بخش الف و ب را با استفاده از نرم‌افزار لینگو به دست آورید.

د) با استفاده از قابلیت تحلیل حساسیت نرم افزار لینگو بازه تغییرات ضرایب تابع هدف و مقادیر سمت راست را به گونه ای بیابید که پایه بهینه تغییر نکند. راهنمایی: برای انجام این کار از دستور Range استفاده نمایید و تمام متغیرها را پیوسته در نظر بگیرید.

ه) از بین ضرایب تابع هدف یک ضریب را به دلخواه انتخاب کرده و همچنین از بین مقادیر سمت راست نیز یک مقدار را به صورت دلخواه انتخاب نمایید. اثر تغییر مقادیر ضرایب انتخاب شده را بر مقدار تابع هدف با رسم نمودار بررسی کنید.