



فاز اول پروژه درس تحقیق در عملیات ۲  
دکتر مدرس

علی بیک‌ولی

۹۷۱۰۴۱۴۲

امیرحسین قناعتیان

۹۷۱۰۴۵۸۳

بهار ۱۴۰۰

## فهرست

۳	سوال اول
۳	مدل سازی
۳	تعریف متغیرهای مسئله:
۵	محدودیت های مسئله:
۶	محدودیت های مربوط به صفر و یک:
۷	تابع هدف:
۸	خروجی سیپلکس
۸	توضیحات
۸	تحلیل خروجی ها
۹	سوال دوم
۹	مدل سازی
۹	تعریف متغیرهای مسئله:
۹	تابع هدف
۹	محدودیت های مسئله:
۱۰	توضیحات
۱۳	خروجی اکسل
۱۷	تحلیل خروجی ها

## سوال اول

### مدل سازی

تعریف متغیرهای مسئله:

$TE_1$  تعداد تماس های تهران شمال

$TE_2$  تعداد تماس های تهران جنوب

$TE_3$  تعداد تماس های تهران شرق

$TE_4$  تعداد تماس های تهران غرب

$TE_5$  تعداد تماس های تهران شمال غرب

$TE_6$  تعداد تماس های تهران شمال شرق

$TE_7$  تعداد تماس های تهران جنوب غرب

$TE_8$  تعداد تماس های تهران جنوب شرق

$MA_1$  تعداد تماس های مشهد شمال

$MA_2$  تعداد تماس های مشهد جنوب

$MA_3$  تعداد تماس های مشهد شرق

$MA_4$  تعداد تماس های مشهد غرب

$MA_5$  تعداد تماس های مشهد شمال غرب

$MA_6$  تعداد تماس های مشهد شمال شرق

$MA_7$  تعداد تماس های مشهد جنوب غرب

$MA_8$  تعداد تماس های مشهد جنوب شرق

$SH_1$  تعداد تماس های شیراز شمال

$SH_2$  تعداد تماس های شیراز جنوب

$SH_3$  تعداد تماس های شیراز شرق

$SH_4$  تعداد تماس های شیراز غرب

$SH_5$  تعداد تماس های شیراز شمال غرب

$SH_6$  تعداد تماس های شیراز شمال شرق

$SH_7$  تعداد تماس های شیراز جنوب غرب

$SH_8$  تعداد تماس های شیراز جنوب شرق

$ES_1$  تعداد تماس‌های اصفهان شمال  
 $ES_2$  تعداد تماس‌های اصفهان جنوب  
 $ES_3$  تعداد تماس‌های اصفهان شرق  
 $ES_4$  تعداد تماس‌های اصفهان غرب  
 $ES_5$  تعداد تماس‌های اصفهان شمال غرب  
 $ES_6$  تعداد تماس‌های اصفهان شمال شرق  
 $ES_7$  تعداد تماس‌های اصفهان جنوب غرب  
 $ES_8$  تعداد تماس‌های اصفهان جنوب شرق

$AR_1$  تعداد تماس‌های اراک شمال  
 $AR_2$  تعداد تماس‌های اراک جنوب  
 $AR_3$  تعداد تماس‌های اراک شرق  
 $AR_4$  تعداد تماس‌های اراک غرب  
 $AR_5$  تعداد تماس‌های اراک شمال غرب  
 $AR_6$  تعداد تماس‌های اراک شمال شرق  
 $AR_7$  تعداد تماس‌های اراک جنوب غرب  
 $AR_8$  تعداد تماس‌های اراک جنوب شرق

$EI_1$  تعداد تماس‌های ایلام شمال  
 $EI_2$  تعداد تماس‌های ایلام جنوب  
 $EI_3$  تعداد تماس‌های ایلام شرق  
 $EI_4$  تعداد تماس‌های ایلام غرب  
 $EI_5$  تعداد تماس‌های ایلام شمال غرب  
 $EI_6$  تعداد تماس‌های ایلام شمال شرق  
 $EI_7$  تعداد تماس‌های ایلام جنوب غرب  
 $EI_8$  تعداد تماس‌های ایلام جنوب شرق

$TB_1$  تعداد تماس‌های تبریز شمال  
 $TB_2$  تعداد تماس‌های تبریز جنوب  
 $TB_3$  تعداد تماس‌های تبریز شرق  
 $TB_4$  تعداد تماس‌های تبریز غرب  
 $TB_5$  تعداد تماس‌های تبریز شمال غرب  
 $TB_6$  تعداد تماس‌های تبریز شمال شرق  
 $TB_7$  تعداد تماس‌های تبریز جنوب غرب  
 $TB_8$  تعداد تماس‌های تبریز جنوب شرق

$Y_1$  متغیر صفر و یک مربوط به تهران  
 $Y_2$  متغیر صفر و یک مربوط به مشهد  
 $Y_3$  متغیر صفر و یک مربوط به شیراز  
 $Y_4$  متغیر صفر و یک مربوط به اصفهان  
 $Y_5$  متغیر صفر و یک مربوط به اراک  
 $Y_6$  متغیر صفر و یک مربوط به ایلام  
 $Y_7$  متغیر صفر و یک مربوط به تبریز

محدودیت‌های مسئله:

محدودیت مربوط به تعداد تماس‌های سالانه

$$TE_1 + MA_1 + SH_1 + ES_1 + AR_1 + EI_1 + TB_1 = 25000$$

شمال

$$TE_2 + MA_2 + SH_2 + ES_2 + AR_2 + EI_2 + TB_2 = 50000$$

جنوب

$$TE_3 + MA_3 + SH_3 + ES_3 + AR_3 + EI_3 + TB_3 = 50000$$

شرق

$$TE_4 + MA_4 + SH_4 + ES_4 + AR_4 + EI_4 + TB_4 = 500000$$

غرب

$$TE_5 + MA_5 + SH_5 + ES_5 + AR_5 + EI_5 + TB_5 = ۷۵۰۰۰۰$$

شمال غربی

$$TE_6 + MA_6 + SH_6 + ES_6 + AR_6 + EI_6 + TB_6 = ۲۵۰۰۰۰$$

شمال شرقی

$$TE_7 + MA_7 + SH_7 + ES_7 + AR_7 + EI_7 + TB_7 = ۵۰۰۰۰۰$$

جنوب غربی

$$TE_8 + MA_8 + SH_8 + ES_8 + AR_8 + EI_8 + TB_8 = ۱۰۰۰۰۰۰$$

جنوب شرقی

محدودیت‌های مربوط به صفر و یک:

در این محدودیت‌ها اگر برای مثال  $Y_1$  برابر یک باشد، حداقل یکی از  $T_i, 0 \leq i \leq 8$  ها بزرگ‌تر از صفر است و در غیر این صورت تمام  $T_i$  ها برابر صفر است. صفر بودن به این معنا است که در آن شهر ایستگاه احداث نمی‌شود.

$$\sum_{i=1}^8 TE_i \leq 1250000 Y_1$$

$$\sum_{i=1}^8 MA_i \leq 1250000 Y_2$$

$$\sum_{i=1}^8 SH_i \leq 1250000 Y_3$$

$$\sum_{i=1}^8 ES_i \leq 1250000 Y_4$$

$$\sum_{i=1}^8 AR_i \leq 1250000 Y_5$$

$$\sum_{i=1}^8 EI_i \leq 1250000 Y_6$$

$$\sum_{i=1}^8 TB_i \leq 1250000 Y_6$$

تابع هدف:

در اینجا برای سهولت در نوشتن تابع هدف از تغییر متغیر استفاده می‌کنیم.

$$\sum_{i=1}^8 TE_i * \frac{4 * 14}{60} + \sum_{i=1}^8 MA_i * \frac{4 * 16}{60} + \sum_{i=1}^8 SH_i * \frac{4 * 11}{60} + \sum_{i=1}^8 ES_i * \frac{4 * 12}{60} +$$

$$\sum_{i=1}^8 AR_i * \frac{4 * 13}{60} + \sum_{i=1}^8 EI_i * \frac{4 * 18}{60} + \sum_{i=1}^8 TB_i * \frac{4 * 10}{60} \sim X$$

در اینجا X دستمزد سالیانه برای پاسخگویی برحسب هر شهر می‌باشد.

$$1.2TE_1 + 1.3MA_1 + 1.5SH_1 + 2ES_1 + 2.1AR_1 + 2.5EI_1 + 2.2TB_1 + 1.4TE_2$$

$$+ 1MA_2 + 1.4SH_2 + 1.8ES_2 + 1.9AR_2 + 2.1EI_2 + 2.1TB_2 + 1.1TE_3$$

$$+ 1.3MA_3 + 0.9SH_3 + 1.2ES_3 + 2.3AR_3 + 1.9EI_3 + 2TB_3 + 2.6TE_4$$

$$+ 2.2MA_4 + 1.9SH_4 + 1ES_4 + 1.5AR_4 + 1.2EI_4 + 1.3TB_4 + 2TE_5$$

$$+ 1.8MA_5 + 2.1SH_5 + 1.7ES_5 + 0.9AR_5 + 1.7EI_5 + 1.4TB_5$$

$$+ 2.2TE_6 + 1.9MA_6 + 2.3SH_6 + 2.2ES_6 + 1.3AR_6 + 1.5EI_6$$

$$+ 0.6TB_6 + 2.8TE_7 + 2.5MA_7 + 2.6SH_7 + 1.8ES_7 + 1.2AR_7$$

$$+ 1.4EI_7 + 0.9TB_7 \sim Y$$

در اینجا Y هزینه‌ی تماس‌ها می‌باشد.

با توجه به اینکه لازم است هر سال هزینه‌ها را با نرخ ۱۰ درصد کاهش دهیم،  $X+Y \sim Z$  حال تابع هدف را می‌نویسیم:

$$\text{Min } W = \sum_{j=1}^{10} Z * 1.1^{-j} + 2700000Y_1 + +3000000Y_2 + +2100000Y_3 +$$

$$+2100000Y_4 + +2400000Y_5 + +3600000Y_6 + +2100000Y_7$$

## خروجی سیپلکس

Decision variables (8)		
AR		[0 0 0 0 750000 0 0 0]
EI		[0 0 0 0 0 0 1000000]
ES		[0 0 0 0 0 0 0]
MA		[0 0 0 0 0 0 0]
SH		[250000 500000 500000 0 0 0 0]
TB		[0 0 0 500000 0 250000 500000 0]
TE		[0 0 0 0 0 0 0]
Y		[0 0 1 0 1 1 1]

## توضیحات

خروجی‌ها به صورت فایل اکسل با نام output.xlsx و همچنین متن کد به صورت فایل تکست با نامهای DOTdat.txt و DOTmod ضمیمه شده‌اند، به علت زیاد بودن حجم کد از گذاشتن فایل اسکرین شات در این فایل خودداری شده است..

## تحلیل خروجی‌ها

در وهله اول با توجه به خروجی سیپلکس، در شهرهای شیراز، تبریز، ایلام و اراک ایستگاه تاسیس می‌کنیم. در شهر شیراز در ایستگاه‌های شمال و جنوب و شرق تماس داریم، در شهر تبریز در ایستگاه‌های غرب، شمال شرق، جنوب غرب، در شهر ایلام در ایستگاه جنوب شرق و در شهر اراک در ایستگاه شمال غرب تماس داریم.

متن کد سیپلکس پیوست شده است.



## سوال دوم

### مدل سازی

تعریف متغیرهای مسئله:

$y_{ijk}$ : میزان یونجه موجود در انبار از نوع  $i$  برای تولید غذای دام از نوع  $j$  در ابتدای ماه  $k$  (به تن)

$m_{jk}$ : میزان تولید غذای دام نوع  $j$  که در ماه  $k$  به فروش می رسد. (به تن)

$a_i$ : میزان یونجه نوع  $i$  که در انتهای ماه ۱ باقی می ماند. (به تن)

$b_i$ : میزان یونجه نوع  $i$  که در انتهای ماه ۲ باقی می ماند. (به تن)

$x_i$ : میزان یونجه نوع  $i$  که در ابتدای ماه ۲ خریداری می شود. (به تن)

$$i = 1, 2$$

$$j = 1, 2$$

$$k = 1, 2$$

غذای دام ممتاز را  $j=1$  و غذای دام معمولی را  $j=2$  در نظر می گیریم.

به طور مثال میزان یونجه نوع ۲ جهت تولید غذای دام معمولی در ابتدای ماه ۱ می شود:  $y_{221}$   
با توجه به این که نمیتوان محصول نهایی را انبار کرد، هرچه غذای دام تولید شود به فروش می رسد.

تابع هدف

$$\text{Max } z = (1 - 0.1)(m_{11} + m_{12}) + (0.8 - 0.1)(m_{21} + m_{22}) - 0.6x_1 - 0.4x_2 - 0.1b_1 - 0.05b_2$$

$$\Rightarrow \text{Max } z = 0.9m_{11} + 0.9m_{12} + 0.7m_{21} + 0.7m_{22} - 0.6x_1 - 0.4x_2 - 0.1b_1 - 0.05b_2$$

محدودیت های مسئله:

S.T.

$$1) [0.6(y_{111} + y_{112}) + 0.3(y_{211} + y_{212})] / [y_{111} + y_{112} + y_{211} + y_{212}] \geq 0.5$$

$$\Rightarrow 0.1 y_{111} + 0.1 y_{112} - 0.2 y_{211} - 0.2 y_{212} \geq 0$$

$$2) [0.6(y_{121} + y_{122}) + 0.3(y_{221} + y_{222})] / [y_{121} + y_{122} + y_{221} + y_{222}] \geq 0.4$$

$$\Rightarrow 0.2 y_{121} + 0.2 y_{122} - 0.1 y_{221} - 0.1 y_{222} \geq 0$$

$$3) m_{11} \leq 1000$$

$$4) m_{12} \leq 1000$$

$$5) m_{21} \leq 2000$$

$$6) m_{22} \leq 2000$$

$$۷) y_{۱۱۱} + y_{۱۲۱} = ۳۰۰۰$$

$$۸) y_{۲۱۱} + y_{۲۲۱} = ۲۰۰۰$$

$$\begin{aligned} ۹) a_1 &= y_{۱۱۱} + y_{۱۲۱} - (m_{۱۱} + m_{۲۱}) \\ &\Rightarrow a_1 + m_{۱۱} + m_{۲۱} - y_{۱۱۱} - y_{۱۲۱} = ۰ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ۱۰) a_2 &= y_{۲۱۱} + y_{۲۲۱} - (m_{۱۱} + m_{۲۱}) \\ &\Rightarrow a_2 + m_{۱۱} + m_{۲۱} - y_{۲۱۱} - y_{۲۲۱} = ۰ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ۱۱) y_{۱۱۲} + y_{۱۲۲} &= a_1 + x_1 \\ &\Rightarrow y_{۱۱۲} + y_{۱۲۲} - a_1 - x_1 = ۰ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ۱۲) y_{۲۱۲} + y_{۲۲۲} &= a_2 + x_2 \\ &\Rightarrow y_{۲۱۲} + y_{۲۲۲} - a_2 - x_2 = ۰ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ۱۳) b_1 &= y_{۱۱۲} + y_{۱۲۲} - (m_{۱۲} + m_{۲۲}) \\ &\Rightarrow b_1 + m_{۱۲} + m_{۲۲} - y_{۱۱۲} - y_{۱۲۲} = ۰ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ۱۴) b_2 &= y_{۲۱۲} + y_{۲۲۲} - (m_{۱۲} + m_{۲۲}) \\ &\Rightarrow b_2 + m_{۱۲} + m_{۲۲} - y_{۲۱۲} - y_{۲۲۲} = ۰ \end{aligned}$$

$$۱۵) y_{ijk} \geq ۰$$

$$۱۶) m_{jk} \geq ۰$$

$$۱۷) a_i \geq ۰$$

$$۱۸) b_i \geq ۰$$

$$۱۹) x_i \geq ۰$$

$$i = ۱, ۲ \quad j = ۱, ۲ \quad k = ۱, ۲$$

#### توضیحات

همه محدودیت ها در نهایت به گونه نوشته شده اند که مناسب برای حل در اکسل باشند.

محدودیت های ۱ و ۲ به ترتیب برای کیفیت حداقل ۵۰ درصدی غذای دام ممتاز و کیفیت حداقل ۴۰ درصدی غذای دام معمولی نوشته شده اند. (در واقع متغیر میزان یونجه هایی که برای هر کدام از غذاهای معمولی و ممتاز به کار می رود با اندیس j از هم تفکیک شده اند).

محدودیت های ۳ و ۴ و ۵ و ۶ برای حداکثر میزان فروش هر نوع غذا در هر ماه نوشته شده اند.

محدودیت های ۷ و ۸ میزان موجودی هر نوع یونجه ۱ و ۲ را در ابتدای ماه اول نشان می دهد.

محدودیت ۹ مقدار باقی مانده یونجه نوع ۱ را در انتهای ماه اول نشان می دهد که از تفاضل مقدار غذای تولید شده در ماه اول و مقدار یونجه نوع ۱ در ابتدای ماه اول به دست می آید.



Question2.xlsx - Excel

FILE HOME INSERT PAGE LAYOUT FORMULAS DATA REVIEW VIEW DEVELOPER TEAM

PivotTable Recommended Table  
PivotTables Tables

Pictures Online  
Pictures Illustrations

Store Bing Maps  
My Apps People Graph Add-ins

Recommended Charts Charts

PivotChart Sparklines

Line Column Win/Loss  
Slicer Timeline Filters

Hyperlink Links

Text Box Header & Footer  
Text

Equation Symbol  
Symbols

Q37

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI	AJ	AK		
1																																							
2																																							
3																																							
4																																							
5																																							
6																																							
7																																							
8																																							
9																																							
10																																							
11																																							
12																																							
13																																							
14																																							
15																																							
16																																							
17																																							
18																																							
19																																							
20																																							
21																																							
22																																							
23																																							
24																																							
25																																							
26																																							
27																																							
28																																							
29																																							
30																																							
31																																							
32																																							
33																																							
34																																							
35																																							
36																																							
37																																							
38																																							
39																																							
40																																							
41																																							

Answer Report 1 Sensitivity Report 1 Limits Report 1 Question2

READY 57%

خروجی اکسل

Microsoft Excel 15.0 Limits Report

Worksheet: [Book1]Sheet1

Report Created: 4/8/2021 9:05:52 PM

Objective		
Cell	Name	Value
\$B\$13	objective function	2100

  

Variable			Lower Limit	Objective Result	Upper Limit	Objective Result
Cell	Name	Value				
\$B\$4	y111	2000	2000	2100	2000	2100
\$C\$4	y112	1000	1000	2100	1000	2100
\$D\$4	y121	1000	1000	2100	1000	2100
\$E\$4	y122	0	0	2100	0	2100
\$F\$4	y211	0	0	2100	0	2100
\$G\$4	y212	1000	1000	2100	1000	2100
\$H\$4	y221	2000	2000	2100	2000	2100
\$I\$4	y222	0	0	2100	0	2100
\$J\$4	m11	1000	1000	2100	1000	2100
\$K\$4	m12	1000	1000	2100	1000	2100
\$L\$4	m21	1000	1000	2100	1000	2100
\$M\$4	m22	0	0	2100	0	2100
\$N\$4	a1	1000	1000	2100	1000	2100
\$O\$4	a2	1.1369E-13	1.1369E-13	2100	1.1369E-13	2100
\$P\$4	b1	0	0	2100	0	2100
\$Q\$4	b2	0	0	2100	0	2100
\$R\$4	x1	0	0	2100	0	2100
\$S\$4	x2	1000	1000	2100	1000	2100



27

28 Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$B\$35	constraint	100	0	0	100	1E+30
\$C\$35	y112	-2.8422E-14	0	0	200	200
\$D\$35	y121	1000	0.2	1000	1000	1000
\$E\$35	y122	1000	0.2	1000	1000	1.1369E-13
\$F\$35	y211	1000	0	2000	1E+30	1000
\$G\$35	y212	0	0	2000	1E+30	2000
\$H\$35	y221	3000	0.3	3000	1.1369E-13	1000
\$I\$35	y222	2000	0.4	2000	1000	1.1369E-13
\$J\$35	m11	0	0.3	0	1.1369E-13	1000
\$K\$35	m12	0	0.4	0	1000	1.1369E-13
\$L\$35	m21	0	0.3	0	1.1369E-13	1000
\$M\$35	m22	0	0.4	0	1000	1E+30
\$N\$35	a1	0	0.3	0	1.1369E-13	1000
\$O\$35	a2	0	0.4	0	1000	500

45



Answer Report 1

Sensitivity Report 1

Limits Report 1

Question2



READY







39

40

41 Constraints

42

43

44

45

46

47

48

49

50

51

52

53

54

55

56

57

Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
\$B\$35	constraint	100	\$B\$35>=\$B\$40	Not Binding	100
\$C\$35	y112	-2.84217E-14	\$C\$35>=\$C\$40	Binding	0
\$D\$35	y121	1000	\$D\$35<=\$D\$40	Binding	0
\$E\$35	y122	1000	\$E\$35<=\$E\$40	Binding	0
\$F\$35	y211	1000	\$F\$35<=\$F\$40	Not Binding	1000
\$G\$35	y212	0	\$G\$35<=\$G\$40	Not Binding	2000
\$H\$35	y221	3000	\$H\$35=\$H\$40	Binding	0
\$I\$35	y222	2000	\$I\$35=\$I\$40	Binding	0
\$J\$35	m11	0	\$J\$35=\$J\$40	Binding	0
\$K\$35	m12	0	\$K\$35=\$K\$40	Binding	0
\$L\$35	m21	0	\$L\$35=\$L\$40	Binding	0
\$M\$35	m22	0	\$M\$35=\$M\$40	Binding	0
\$N\$35	a1	0	\$N\$35=\$N\$40	Binding	0
\$O\$35	a2	0	\$O\$35=\$O\$40	Binding	0

Answer Report 1

Sensitivity Report 1

Limits Report 1

Question2

+

READY

## تحلیل خروجی ها

در sheet مربوط به Limits Report حد بالا و پایین هر متغیر داده شده است. همچنین مقدار تابع هدف به ازای هر کدام از این حدود نیز مشخص شده است. به طور مثال نشان می دهد که اگر متغیر  $m_{11}$  حد پایین خود را می گرفت، مقدار تابع هدف چه قدر می شد. در این سوال حدود بالا و پایین، برابر با مقدار هر متغیر می باشد و هیچگونه تغییری در مقدار تابع هدف به ازای حدود مختلف نمی بینیم.

در sheet مربوط به sensitivity Report در جدول variable cells دو ستون Allowable increase و Allowable decrease به ما نشان می دهند که هر متغیر چه مقدار می تواند افزایش یا کاهش داشته باشند تا متغیرهای پایه و غیر پایه تغییر نکند ولی ممکن است مقدار تابع هدف دچار تغییر شود. ستون objective coefficient نشانگر ضریب هر متغیر در تابع هدف است. اگر برای هر متغیر، مقادیر ستون Reduced cost را در مقادیر ستون objective coefficient ضرب کنیم، حاصل مقدار تغییر تابع هدف را نشان می دهد. در واقع ما اگر تغییری را به اندازه مقدار Allowable increase و Allowable decrease افزایش یا کاهش دهیم مقدار تابع هدف با حاصل ضرب دو مقدار Reduced cost و objective coefficient جمع می شود.

در جدول constrain در همین صفحه تحلیل حساسیت برای محدودیت ها انجام شده است ولی در قسمت Name اسامی به صورت اشباه نوشته شده است و باید به جای اسامی متغیرها، اعداد ۱ تا ۱۴ مربوط به محدودیت ها نوشته می شد. به هر حال این جدول هم مانند جدول بالا نشان می دهد که مقادیر هر محدود چقدر می توانند تغییر کنند تا متغیرهای پایه و غیر پایه دچار تغییر نشوند.

در sheet مربوط به Answer Report جدول اول دیتای خاصی به ما نمی دهد. در جدول دوم مشکل ستون Name همچنان وجود دارد و در واقع باید اعداد ۱ تا ۱۴ مربوط به محدودیت ها نوشته می شد. در ستون Status این که یک محدودیت Binding هست یا خیر را به ما نشان می دهد و برای محدودیت هایی که Not Binding هستند مقادیر Slack را نمایش می دهد. در واقع نشان می دهد این محدودیت هایی که به صورت نامساوی هستند به مقدار resource خود نرسیده اند و به اندازه مقدار Slack کوچکتر از مقدار resource خود می باشند.

با افزایش مقدار  $b_1$  به اندازه ۰.۴ مقدار تابع هدف به اندازه  $0.1 \times 0.4 = 0.04$  کاهش می یابد ولی در این حالت تغییری در متغیرهای پایه و غیر پایه رخ نمی دهد.

decision variables																	
y111	y112	y121	y122	y211	y212	y221	y222	m11	m12	m21	m22	a1	a2	b1	b2	x1	x2
2000	1000	1000	0	0	1000	2000	0	1000	1000	1000	0	1000	1.14E-13	0.4	0	0	1000
profit/product																	
y111	y112	y121	y122	y211	y212	y221	y222	m11	m12	m21	m22	a1	a2	b1	b2	x1	x2
0	0	0	0	0	0	0	0	0.9	0.9	0.7	0.7	0	0	-0.1	-0.05	-0.6	-0.4
objective function																	
2099.96																	

با نگه داشتن فرض قبل، اگر مقدار  $X_1$  نیز ۰.۳ افزایش یابد مقدار تابع هدف به اندازه  $0.6 \times 0.3 = 0.18$  دیگر کاهش می یابد.

decision variables																	
y111	y112	y121	y122	y211	y212	y221	y222	m11	m12	m21	m22	a1	a2	b1	b2	x1	x2
2000	1000	1000	0	0	1000	2000	0	1000	1000	1000	0	1000	1.14E-13	0.4	0	0.3	1000
profit/product																	
y111	y112	y121	y122	y211	y212	y221	y222	m11	m12	m21	m22	a1	a2	b1	b2	x1	x2
0	0	0	0	0	0	0	0	0.9	0.9	0.7	0.7	0	0	-0.1	-0.05	-0.6	-0.4
objective function																	
2099.78																	