



دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده‌ی مهندسی صنایع

پروژه‌ی شبیه‌سازی مرکز تماس یک فروشگاه اینترنتی

نگارندگان

امیرحسین قناعتیان ۹۷۱۰۴۵۸۳

سجاد عابد ۹۷۱۰۴۵۱۵

استاد:

دکتر صدقی

بهار ۱۴۰۱



۱. نهادها	۱
۲. متغیرهای حالت	۱
۳. تاخیرها	۲
۴. لیست‌ها	۲
۵. فعالیت‌ها	۳
۵.۱. توضیحات متغیرهای تصادفی سیستم	۳
۶. پیشامدها	۴
۷. فرضیات طراحی سیستم	۴
۸. چهار معیار برای ارزیابی عملکرد سیستم	۵
۸.۱. دلایل اهمیت معیارهای ذکر شده	۶
۹. تعریف پویای سیستم	۷
۱۰. اعلان پیشامدها	۱۶
۱۱. لیست پیشامدهای آتی در لحظه‌ی شروع شبیه‌سازی	۱۷
۱۲. تعیین توزیع‌های $D1$ ، $D2$ و $D3$ و برآورد پارامترها	۱۸
۱۲.۱. رویکرد مورد استفاده	۱۸
۱۲.۲. پیش پردازش و محاسبات مربوط به توزیع $D1$	۱۸
۱۲.۳. پیش پردازش و محاسبات مربوط به توزیع $D2$	۱۹
۱۲.۴. پیش پردازش و محاسبات مربوط به توزیع $D3$	۲۰
۱۲.۵. فیت کردن توزیع‌ها، برآورد پارامتر و آزمون برازندگی	۲۱

۱. نهادها

ابتدا برای تعریف سیستم نهادهای این سیستم را تعریف می‌کنیم:

- مشتری i (هر مشتری یک ویژگی ویژه یا عادی (A_1), یک ویژگی تمایل یا عدم تمایل به تماس مجدد (A_2), یک ویژگی عجله یا صبور بودن (A_3) و یک ویژگی نیاز به بررسی فنی (A_4) دارد) $C_i \quad i = 1, 2, 3, 4, \dots$
- برای اینکه بتوانیم سیستم را شبیه سازی کنیم و به سوالات سیستم پاسخ دهیم و با توجه به اینکه هر مشتری ویژگی‌های مختص به خود را دارد، نیاز داریم مشتری به صورت نهاد جداگانه تعریف شود. در مورد متصدی‌ها با توجه به اینکه صف‌های مشتریان مختلف به صورت جداگانه تعریف شده است و متصدیان و کارشناسان با هم نوع خودت تفاوتی ندارند نیازی به تعریف آن‌ها به شکل یک نهاد جداگانه نیست.

۲. متغیرهای حالت

برای تعریف وضعیت سیستم از متغیرهای زیر استفاده می‌کنیم:

- شیفت کاری (Sh) مقدار آن برابر با ۱، ۲ و یا ۳ است.
- تعداد متصدی تازه کار مشغول (BB) که مقداری بین ۰ تا ۳ دارد.
- تعداد متصدی متخصص مشغول (BE) که مقداری بین ۰ تا ۲ دارد.
- تعداد کارشناس فنی مشغول (BT) که مقداری بین ۰ تا ۲ دارد.
- طول صف مشتریان ویژه (QL1)
- طول صف مشتریان عادی (QL2)
- طول صف مشتریان ویژه تماس مجدد (QL3)
- طول صف مشتریان عادی تماس مجدد (QL4)
- طول صف مشتریان ویژه کارشناس فنی (QL5)
- طول صف مشتریان عادی کارشناس فنی (QL6)
- مشکل داشتن شبکه (NE) که مقدار ۰ یا ۱ دارد.

۳. تاخیرها

تاخیرهای سیستم با توجه به تعاریفی که ارائه شد و در ادامه نیز اشاره می‌شود عبارت خواهند بود از:

- زمان انتظار مشتریان در صف مشتریان ویژه
- زمان انتظار مشتریان در صف مشتریان عادی
- زمان انتظار مشتریان در صف مشتریان ویژه تماس مجدد
- زمان انتظار مشتریان در صف مشتریان عادی تماس مجدد
- زمان انتظار مشتریان ویژه در صف مشتریان کارشناس فنی
- زمان انتظار مشتریان عادی در صف مشتریان کارشناس فنی

۴. لیست‌ها

لیست‌ها (صف‌های) این سیستم عبارت اند از:

- لیست مشتریان ویژه در صف انتظار ls_{q1}
- لیست مشتریان عادی در صف انتظار ls_{q2}
- لیست مشتریان ویژه در صف تماس مجدد ls_{q3}
- لیست مشتریان عادی در صف تماس مجدد ls_{q4}
- لیست مشتریان ویژه در صف کارشناس فنی ls_{q5}
- لیست مشتریان عادی در صف کارشناس فنی ls_{q6}

۵. فعالیت‌ها

فعالیت‌های زیر در سیستم انجام می‌شود که زمان هر یک را به شکل زیر نشان می‌دهیم:

- فاصله‌ی بین ورود مشتری که توزیعی نمایی با میانگین μ دارد. $(t_{1,\mu}^*)$
- فاصله تا قطع تماس توسط مشتری که توزیعی یکنواخت با پارامترهای ۵ و $\max(25, LQ)$ دارد. (t_2^*) (با توجه به صفی که در آن قرار می‌گیرد)
- مدت زمان لازم برای شروع اختلال در سیستم که توزیعی یکنواخت گسسته بین ۰ و ۲۹ دارد. (t_3^*)
- زمان سرویس‌دهی متصدی متخصص که توزیع D_1 دارد. (d_1^*)
- زمان سرویس‌دهی متصدی تازه کار که توزیع D_2 دارد. (d_2^*)
- زمان سرویس‌دهی متصدی متخصص به صف تماس مجدد که با احتمال p_1 برابر با صفر (عدم پاسخ مشتری) و با احتمال $1 - p_1$ عددی تصادفی با توزیع D_1 است. (b_1^*) p_1 احتمال پاسخ ندادن مشتری است که در صورت فاز اول به آن اشاره‌ای نشده بود)
- زمان سرویس‌دهی متصدی تازه کار به صف تماس مجدد که با احتمال p_1 برابر با صفر (عدم پاسخ مشتری) و با احتمال $1 - p_1$ عددی تصادفی با توزیع D_1 است. (b_2^*)
- زمان سرویس‌دهی کارشناس فنی که توزیع D_3 دارد. (d_3^*)

۵.۱ توضیحات متغیرهای تصادفی سیستم

با توجه به اینکه توزیع حضور مشتریان در یک دقیقه پواسون (با پارامتر β) است، می‌توان نتیجه گرفت که فاصله‌ی بین حضور این مشتری تا یک مشتری بعدی توزیعی گاما با پارامترهای $n=1$ و $\frac{1}{\beta}$ است. پس فاصله بین حضور دو مشتری توزیعی نمایی با میانگین $\frac{1}{\beta}$ دارد. همچنین در هنگام ایجاد پیشامد ورود یک مشتری سه ویژگی آن را با توزیعی که در صورت سوال گفته شده است ایجاد می‌کنیم. به این ترتیب هنگام ایجاد پیشامد ورود مشتری، مشخص می‌کنیم که t_1^* دقیقه بعد یک مشتری با ویژگی اول A_1^* ، ویژگی دوم A_2^* و ویژگی سوم A_3^* ، ویژگی چهارم A_4^* تماس می‌گیرد. A_1^* با احتمال ۰.۳ برابر ۱ (مشتری ویژه) و با احتمال ۰.۷ برابر صفر (مشتری عادی) است. A_2^* نیز با احتمال ۰.۵ برابر ۱ (تمایل مشتری به تماس مجدد) و با احتمال ۰.۵ برابر با صفر (عدم تمایل به تماس مجدد) است. A_3^* با احتمال ۰.۱۵ برابر ۱ (عجل بودن مشتری و قطع کردن تماس پس از مدتی) و با احتمال ۰.۸۵ برابر با صفر (صبور بودن مشتری) می‌باشد. A_4^* نیز با احتمال ۰.۱۵ برابر با ۱ (نیاز مشتری به بررسی فنی) و با احتمال ۰.۸۵ برابر با صفر است. همچنین چون توزیع A_2^* و A_3^* مستقل از یکدیگر است، A_3^* برای ۱۵ درصد افرادی که تماس مجدد نخواهند داشت نیز برابر با ۱ یک خواهد بود همچنین متغیر t_3^* مشخص می‌کند که چند روز بعد از شروع ماه اختلال رخ می‌دهد که عددی صحیح بین ۰ و ۲۹ است و به این معنی است که t_3^* روز بعد از شروع ماه، وضعیت اختلال شبکه برابر با $NE=1$ خواهد شد. یک روز پس از این پیشامد، مجدداً $NE=0$ خواهد شد.

۶. پیشامدها

پیشامدهای سیستم به شرح زیر میباشند:

- تغییر شیفت
- تغییر ماه
- شروع اختلال در سیستم
- پایان اختلال در سیستم
- تماس مشتری i ام
- اتمام سرویس دهی به مشتری i توسط متصدی تازه کار
- اتمام سرویس دهی به مشتری i توسط متصدی متخصص
- اتمام سرویس دهی به مشتری i توسط کارشناس فنی
- قطع کردن تماس توسط مشتری i ام

۷. فرضیات طراحی سیستم

هر ماه ۳۰ روز فرض شده است و در ابتدای ماه مشخص می شود که چند روز پس از آغاز ماه اختلال شبکه آغاز می شود و یک ساعت پس از شروع اختلال شبکه، اختلال به اتمام می رسد.

اینکه مشتری ویژه است یا عادی، احتمال دارد تماس مجدد بگیرد، پس از مدتی انتظار تماس را قطع کند و یا به کارشناس فنی نیاز پیدا می کند پیش از تماس گرفتن آن (هنگام پیشامد تماس مشتری قبلی و مشخص شدن ویژگی های مشتری بعدی) مشخص می شود و پس از پیشامد تماس همان مشتری با توجه به ویژگی مشتری و نفرات در صف تصمیم گرفته می شود که مشتری تمایل به تماس مجدد دارد یا اگر ممکن است تماس را قطع کند، این پیشامد پس از چند دقیقه اتفاق خواهد افتاد. همچنین اگر فرد نیاز به بررسی فنی داشته باشد پس از اتمام تماس با متصدی به کارشناس متخصص متصل می شود.

۸. چهار معیار برای ارزیابی عملکرد سیستم

۱. زمان تاخیر (انتظار) در صف

- میانگین زمان انتظار مشتریان ویژه در صف
- میانگین زمان انتظار مشتریان عادی در صف
- میانگین زمان انتظار مشتریان ویژه در صف تماس مجدد
- میانگین زمان انتظار مشتریان عادی در صف تماس مجدد
- میانگین زمان انتظار مشتریان در صف کارشناس فنی

۲. زمان بیکاری کارشناسان

- کل زمان بیکاری کارشناس تازه کار
- کل زمان بیکاری کارشناس متخصص
- کل زمان بیکاری کارشناس فنی

۳. درصد قطع کردن تماس توسط مشتری

- حاصل تقسیم تعداد مشتری‌هایی که پس از مدتی در صف بودند، تماس را قطع می‌کند به مشتری‌هایی که از گزینه‌ی تماس مجدد در ابتدای کار استفاده نمی‌کنند و وارد صف می‌شوند
- حاصل تقسیم تعداد کل مشتریانی که پس از تماس گرفتن، قطع می‌کنند به کل تماس‌های ورودی

۴. میانگین طول صف‌ها

- میانگین تعداد مشتریان ویژه در صف
- میانگین تعداد مشتریان عادی در صف
- میانگین تعداد مشتریان ویژه در صف تماس مجدد
- میانگین تعداد مشتریان عادی در صف تماس مجدد
- میانگین مشتریان در صف کارشناس فنی

۸.۱. دلایل اهمیت معیارهای ذکر شده

۱. این موضوع که هر مشتری پس از ورود به سیستم تا اتمام کار وی در سیستم، چه زمانی را صرف نظر از مدت خدمت‌دهی، دچار تاخیر شده و ناچار به صبر کردن در صف بماند؛ بسیار حائز اهمیت است چرا که این موضوع بر روی رضایت مشتری از خدمت‌دهی تاثیر می‌گذارد. توجه به این نکته نیز مهم است که در صورت بالا بودن این زمان انتظار علاوه بر به وجود آمدن امکان نارضایتی مشتری، تماس از سمت وی قطع شود و مشتری از دست ما برود. همچنین این معیار می‌تواند در تصمیم‌گیری‌های مدیریتی کمک کند تا بتواند راه‌حلهایی برای این مشکل ارائه دهد، از جمله افزایش تعداد کارشناسان.

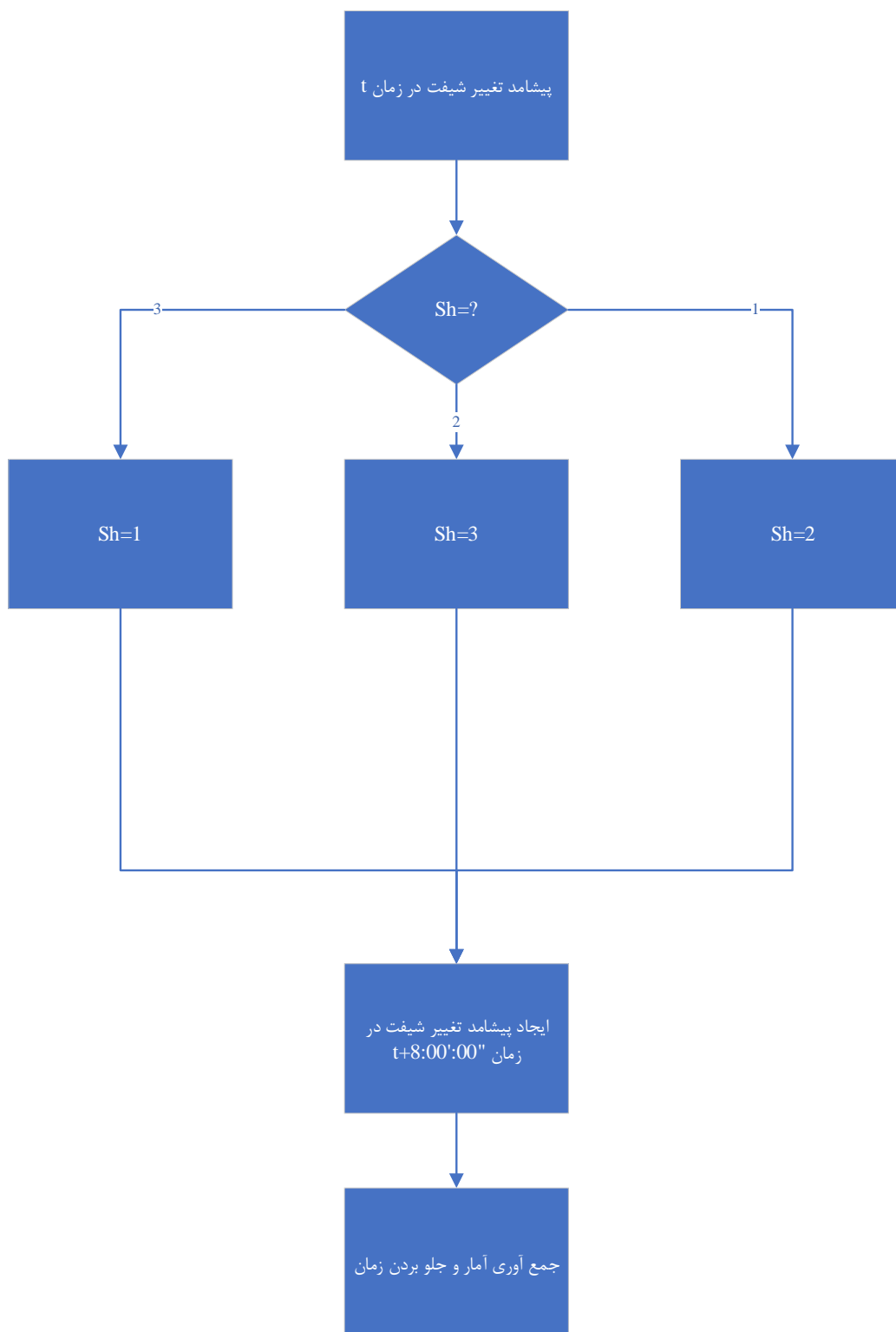
۲. در صورتی که زمان کل بیکاری هر یک از کارشناسان را در طول روز داشته باشیم، می‌توانیم با تقسیم کردن این عدد به کل ساعات کاری که ۸ ساعت است، درصد بیکاری کارشناسان را محاسبه کنیم. با استفاده از این درصد می‌توانیم برنامه‌ریزی بهتری برای سیستم داشته باشیم. بدین گونه که همزمان هر دو موضوع وقت بیکاری زیاد برخی کارشناسان و تاخیر (انتظار مشتریان در صف) را کاهش دهیم.

۳. اگر بدانیم در هر کدام از گروه‌های مشتری، یکی مشتریانی که پس از اطلاع از طول صف تماس را قطع می‌کنند و یکی مشتریانی که وارد صف می‌شوند و برای چندین دقیقه در صف می‌مانند و سپس تماس را قطع می‌کند؛ می‌توانیم راهکاری برای بالا بودن درصد این موارد مطرح کنیم تا بتوانیم نیاز مشتری را در همان تماس اول برطرف کنیم. این مورد از آن جایی اهمیت دارد که مشتریان به طور غریزی تمایل دارند زمانی که تماس می‌گیرند در کوتاه‌ترین زمان ممکن به هدف خود برسند. اگر مشتری تماس را قطع کند نوعی نارضایتی به وجود می‌آید و همچنین بعضاً احتمال از دست رفتن مشتری باشد.

۴. میانگین صف، بسیار شبیه به میانگین تاخیر مشتریان است. اگر این معیار را داشته باشیم می‌توانیم با استفاده از آن تغییرهایی را در نحوه‌ی خدمت‌دهی به وجود آوریم چرا که به طور کلی در صف بودن، مطلوب نیست. راه‌کارهایی می‌تواند برای برطرف کردن این مشکل ارائه شود از جمله مهیا کردن سرویس پاسخگویی خودکار (ضبط شده از قبل) در صورتی که سوالات مشتری جز موارد پر تکرار است.

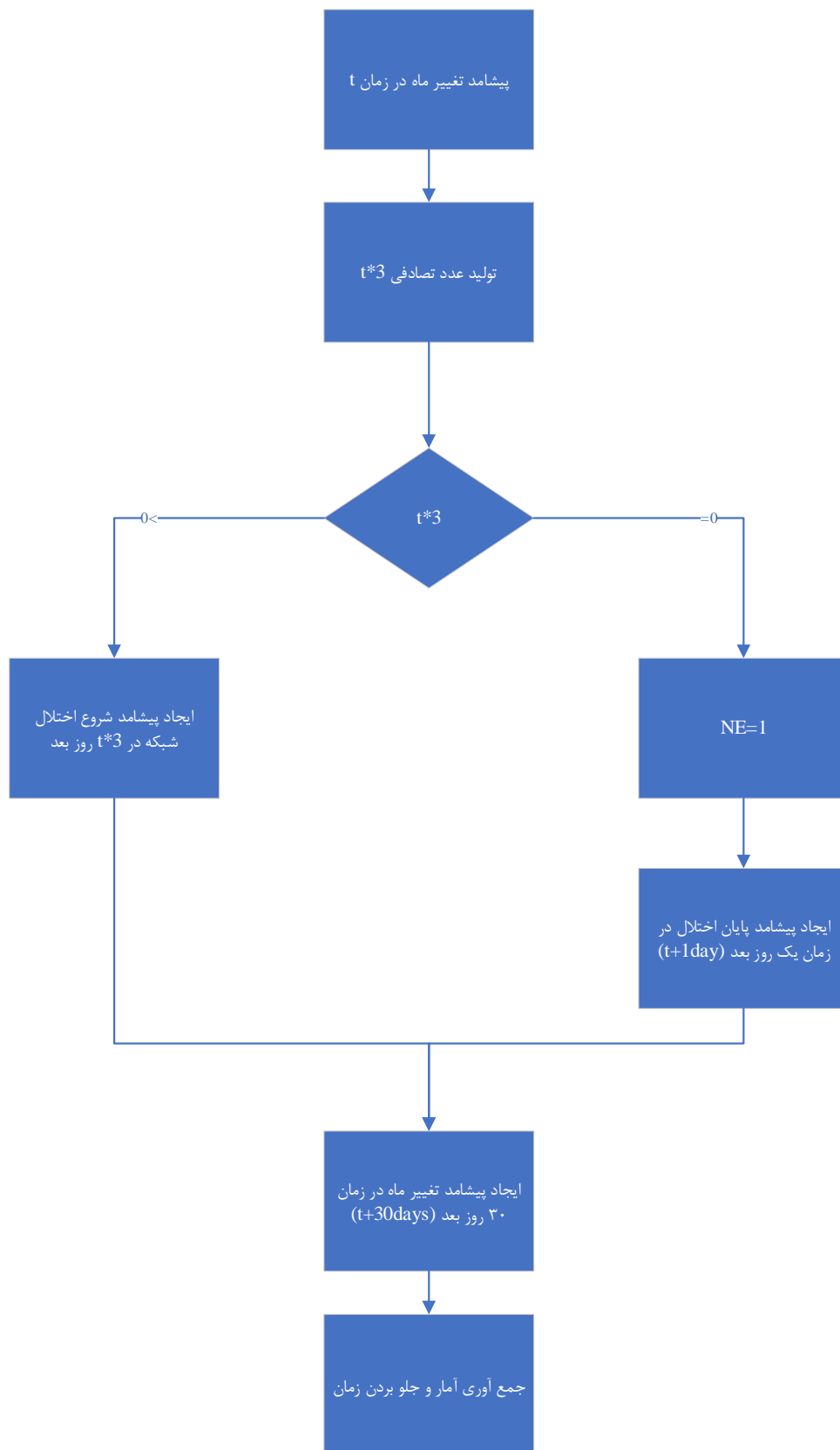
۹. تعریف پویای سیستم

پیشامد تغییر شیفت در زمان t :



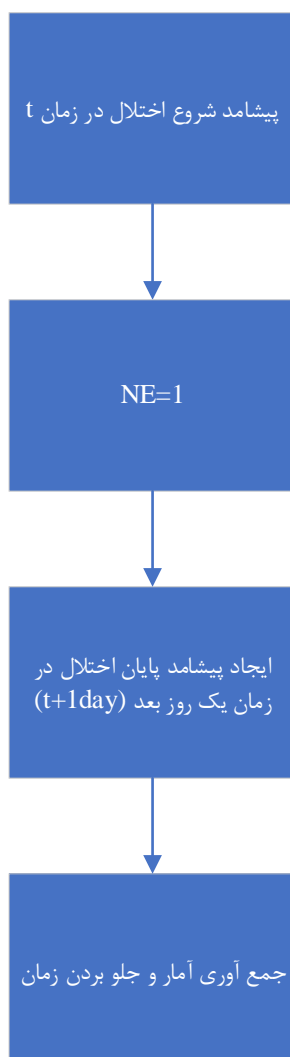
شکل ۱ - فلوچارت تغییر شیفت در زمان t

پیشامد تغییر ماه در زمان t :



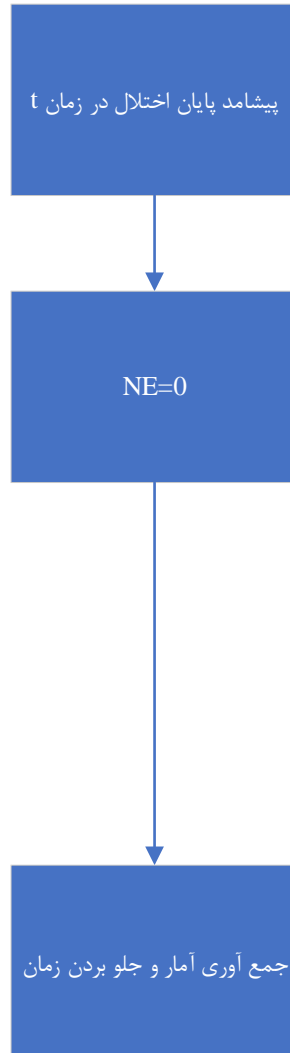
شکل ۲ - فلوچارت تغییر ماه در زمان t

پیشامد شروع اختلال در سیستم در زمان t :



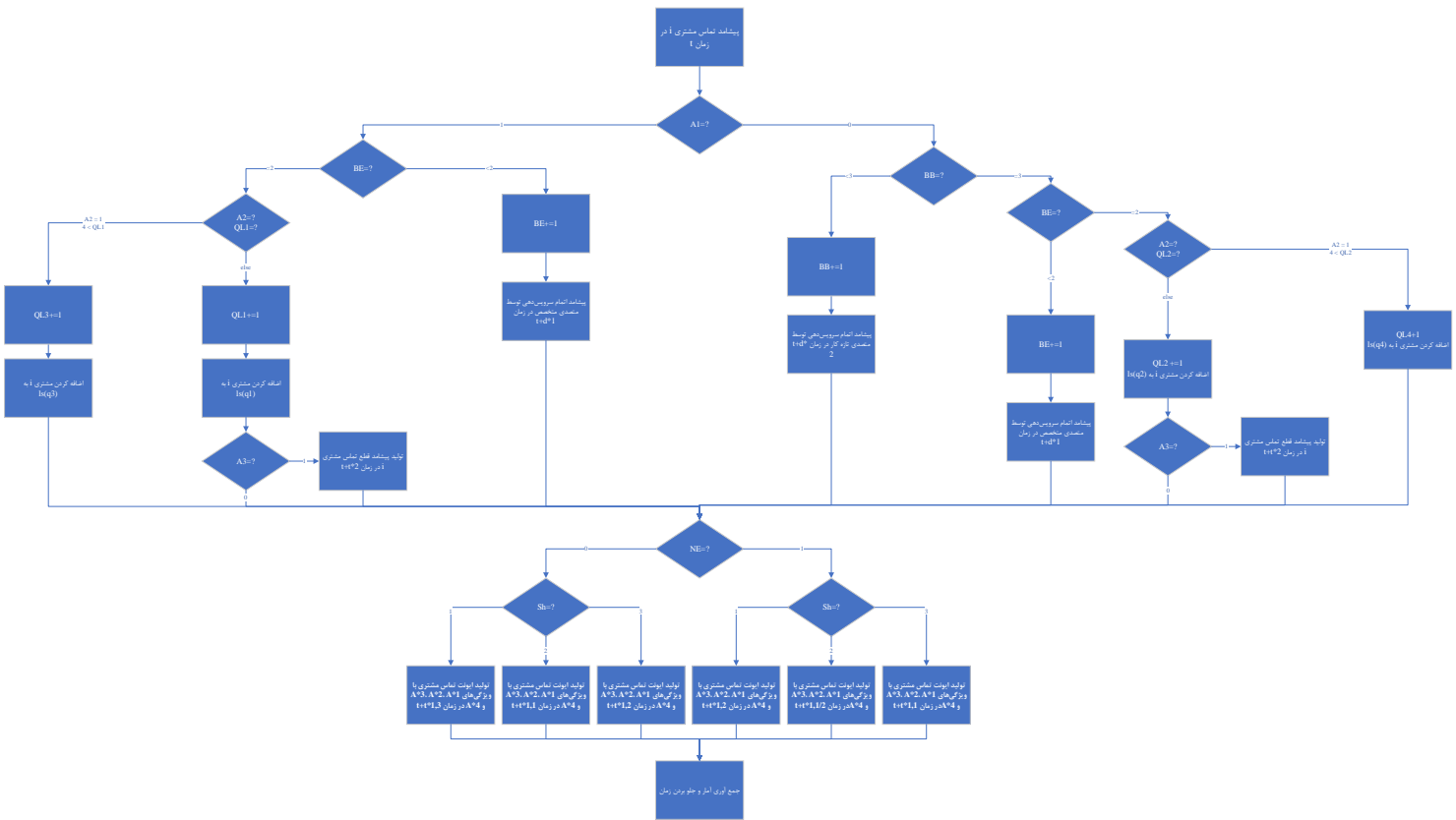
شکل ۳ - فلوجارت شروع اختلال در سیستم در زمان t

پیشامد پایان اختلال در سیستم در زمان t :



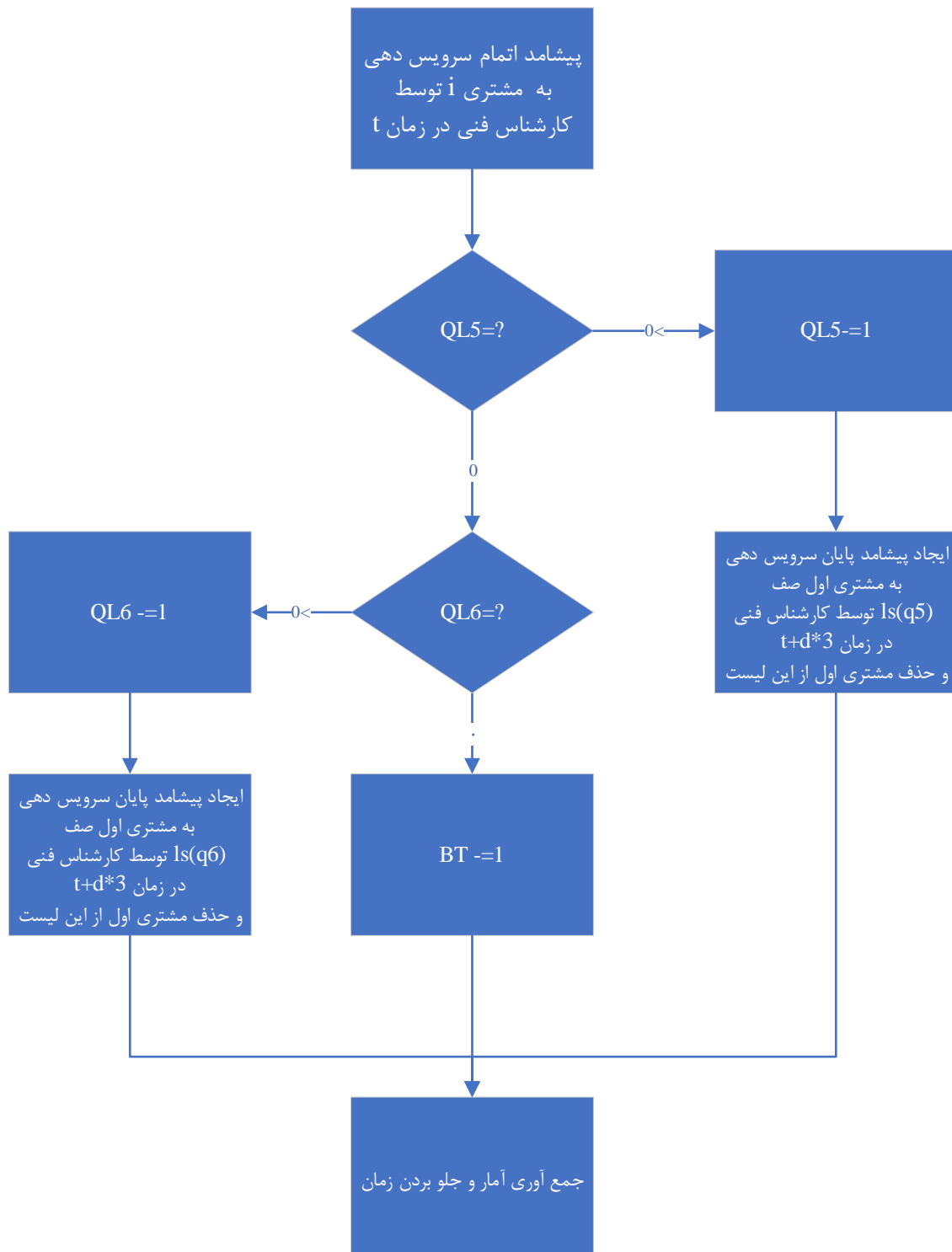
شکل ۴ - فلوچارت پایان اختلال در سیستم در زمان t

پیشامد تماس مشتری i در زمان t:



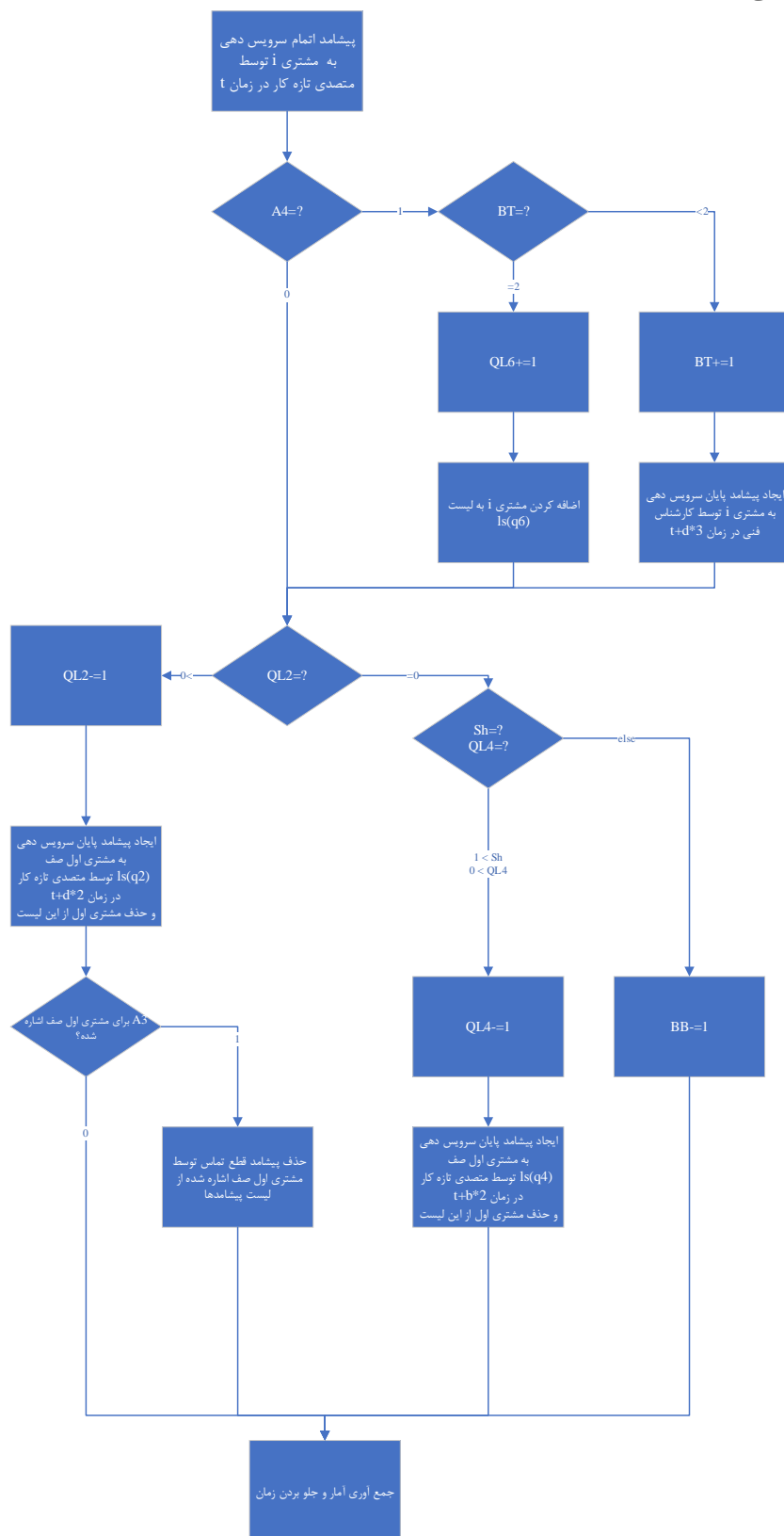
شکل ۵ - فلوجارت تماس مشتری i در زمان t

پیشامد اتمام سرویس دهی به مشتری i توسط کارشناس فنی در زمان t :



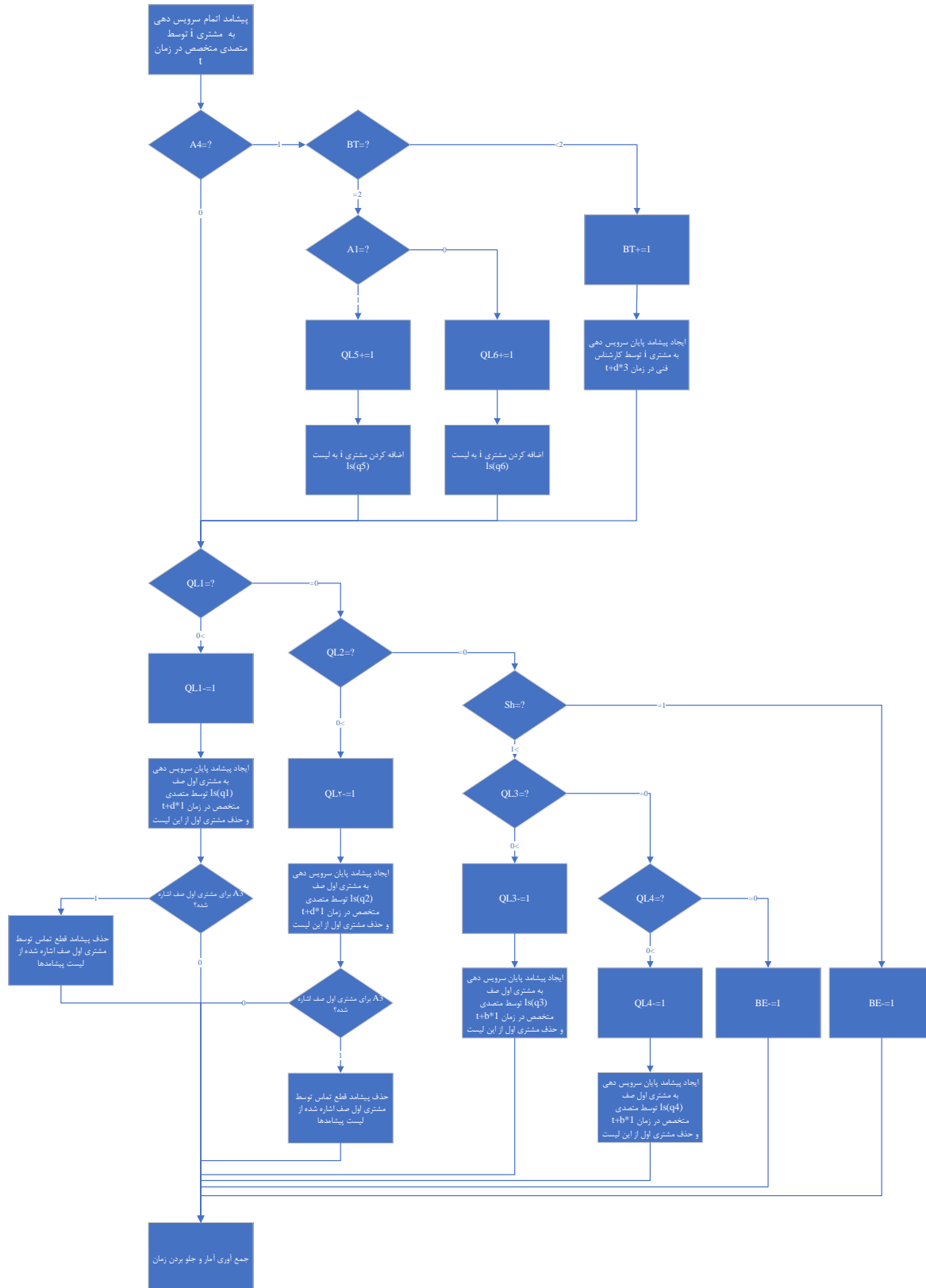
شکل ۶ - فلوچارت اتمام سرویس دهی به مشتری i توسط کارشناس فنی در زمان t

پیشامد اتمام سرویس دهی به مشتری i توسط متصدی تازه کار در زمان t :



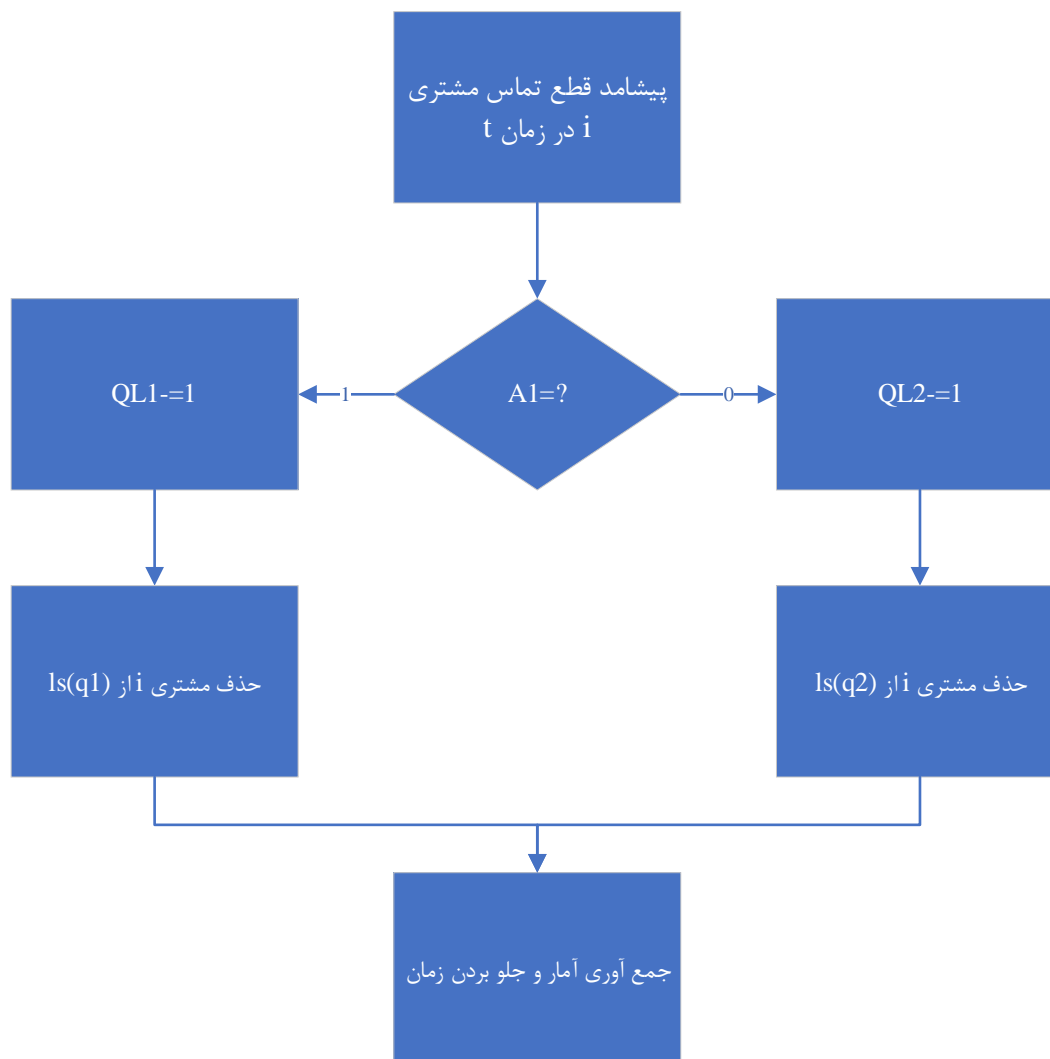
شکل ۷ - فلوچارت اتمام سرویس دهی به مشتری i توسط متصدی تازه کار در زمان t

پیشامد اتمام سرویس دهی به مشتری i توسط متصدی متخصص در زمان t:



شکل ۸ - فلوچارت اتمام سرویس دهی به مشتری ا توسط متصدی متخصص در زمان t

پیشامد قطع تماس مشتری i در زمان t :



شکل ۹ - فلوچارت قطع تماس مشتری i در زمان t

۱۰. اعلان پیشامدها

- پیشامد تغییر شیفت در زمان t
(CHSH, t)
در زمان t شیفت کاری تغییر پیدا می‌کند.
- پیشامد تغییر ماه در زمان t
(CHM, t)
در زمان t ماه تغییر پیدا می‌کند.
- پیشامد شروع اختلال سیستم در زمان t
(NES, t)
در زمان t سیستم اختلال پیدا می‌کند.
- پیشامد پایان اختلال در سیستم در زمان t
(NEE, t)
در زمان t اختلال سیستم پایان می‌یابد.
- پیشامد تماس مشتری i ام در زمان t
(CR, t , C_i)
در زمان t مشتری C_i با مرکز تماس فروشگاه تماس می‌گیرد.
- پیشامد اتمام سرویس‌دهی به مشتری i توسط متصدی تازه کار در زمان t
(BD, t , C_i)
در زمان t کار مشتری C_i توسط متصدی تازه کار به اتمام می‌رسد.
- پیشامد اتمام سرویس‌دهی به مشتری i توسط متصدی متخصص در زمان t
(ED, t , C_i)
در زمان t کار مشتری C_i توسط متصدی متخصص به اتمام می‌رسد.
- پیشامد تماس مشتری i ام در زمان t
(TD, t , C_i)
در زمان t کار مشتری C_i توسط متصدی تازه کار به اتمام می‌رسد.
- پیشامد قطع کردن تماس توسط مشتری i ام در زمان t
(CC, t , C_i)
در زمان t مشتری C_i تماس خود را قطع می‌کند و از صف انتظار خارج می‌شود.

۱۱. لیست پیشامدهای آتی در لحظه‌ی شروع شبیه سازی

در شروع شبیه سازی متغیر شیفت کاری مقدار $Sh=1$ را دارد و صف‌ها خالی از مشتری و تمام متصدیان و کارشناسان بیکار هستند. همچنین پیشامدهای تغییر شیفت کاری در دقیقه‌ی ۴۸۰ (۸ ساعت پس از شروع شبیه سازی) و تماس مشتری اول در زمان t_1^* که توزیعی نمایی با میانگین ۳ دارد در ابتدای شبیه سازی برنامه ریزی می‌شوند. پیشامد تغییر ماه در ۳۰ روز پس از شروع و پیشامد تغییر شروع اختلال سیستم در روز t_1^* ام نیز جز پیشامدهای آتی در لحظه‌ی شروع شبیه سازی است. بنابراین فهرست پیشامدهای آتی در لحظه‌ی شروع شبیه سازی به شکل زیر خواهد بود:

$$FEL = \{(CR, t_1^*, C_i), (CHSH, 480m), (NES, t_3^*), (CHM, 30days)\}$$

۱۲. تعیین توزیع‌های D_1 ، D_2 و D_3 و برآورد پارامترها

۱۲.۱. رویکرد مورد استفاده

پس از انجام پیش پردازش مربوط به هر توزیع که در ادامه به آن اشاره شده است، نتایج که داده‌های تمیز هستند هر کدام داخل شیت جداگانه‌ای در فایل اکسل clean_data.xlsx ذخیره شده اند. سپس این داده‌ها را وارد نرم افزار مینی‌تب (minitab) می‌کنیم تا با کمک آن توزیع مناسب مربوط به هر سری از داده‌ها را به دست بیاوریم. با بررسی مقدار P ، توزیع مناسب را پیدا می‌کنیم. کافی است توزیعی را انتخاب کنیم که بیشترین مقدار P (بیشتر از ۰.۰۵) را داشته باشد.

۱۲.۲. پیش پردازش و محاسبات مربوط به توزیع D_1

نحوه‌ی به دست آوردن این داده‌ها از اکسل داده شده:

- ابتدا ستون نوع کاربر را بر اساس VIP فیلتر می‌کنیم
 - ستون نوبت خدمت‌گیری را روی عدد ۱ قرار می‌دهیم
 - ستون‌هایی که داده‌های NULL دارند را حذف می‌کنیم
 - زمان آغاز مکالمه را از پایان مکالمه کم می‌کنیم، نوع سلول را به general تغییر داده، عدد بدست آمده را در ۲۴ و سپس ۳۶۰۰ ضرب می‌کنیم تا مدت زمان خدمت دهی در واحد ثانیه بدست بیاید.
- پس از بررسی با توجه به مقادیر p -value توزیع‌ها، توزیع‌های gamma و Weibull (۳ پارامتره) برای بررسی داده‌های D_1 انتخاب می‌شود. (از توزیع‌های Box-Cox و Johnson صرف‌نظر می‌کنیم و سعی می‌کنیم از توزیع‌های بررسی شده در درس استفاده کنیم). داده‌های آماری و مقدار P و پارامترهای هر در زیر هر بخش آمده است و همچنین این داده‌ها در فایل ضمیمه با نام phase2.mpx آورده شده است.

Descriptive Statistics

N	N*	Mean	StDev	Median	Minimum	Maximum	Skewness	Kurtosis
232	0	177.935	148.391	131	1.00000	718	0.987021	0.413766

ML Estimates of Distribution Parameters

Distribution	Location	Shape	Scale	Threshold
Normal*	177.93534		148.39094	
Box-Cox Transformation*	5.60374		1.97357	
Lognormal*	4.68461		1.20621	
3-Parameter Lognormal	5.02657		0.80538	-25.94756
Exponential			177.93534	
2-Parameter Exponential			177.70128	0.23405
Weibull		1.12023	185.12798	
3-Parameter Weibull		1.09643	182.89952	0.86121
Smallest Extreme Value	257.90408		174.01342	
Largest Extreme Value	111.61160		106.88518	
Gamma		1.14431	155.49546	
3-Parameter Gamma		1.16759	152.86050	-0.54301
Logistic	160.98724		83.58263	
Loglogistic	4.80971		0.65863	
3-Parameter Loglogistic	4.92253		0.55822	-10.48648
Johnson Transformation*	0.00313		1.04374	

* Scale: Adjusted ML estimate

Goodness of Fit Test

Distribution	AD	P	LRT	P
Normal	26.996	<0.005		
Box-Cox Transformation	0.379	0.404		
Lognormal	7.623	<0.005		
3-Parameter Lognormal	1.733	*	0.000	
Exponential	1.292	0.054		
2-Parameter Exponential	1.137	0.084	0.056	
Weibull	0.337	>0.250		
3-Parameter Weibull	0.395	0.398	0.062	
Smallest Extreme Value	67.721	<0.010		
Largest Extreme Value	7.952	<0.010		
Gamma	0.314	>0.250		
3-Parameter Gamma	0.330	*	0.263	
Logistic	16.434	<0.005		
Loglogistic	4.528	<0.005		
3-Parameter Loglogistic	2.839	*	0.003	
Johnson Transformation	0.581	0.130		

شکل ۱۰ - داده‌های آماری مربوط به توزیع D_1

۱۲.۳. پیش پردازش و محاسبات مربوط به توزیع D_2

نحوه‌ی به دست آوردن این داده‌ها از اکسل داده شده:

- ابتدا ستون نوع کاربر را بر اساس Normal فیلتر می‌کنیم
 - ستون نوبت خدمت‌گیری را روی عدد ۱ قرار می‌دهیم
 - ستون‌هایی که داده‌های NULL دارند را حذف می‌کنیم
 - زمان آغاز مکالمه را از پایان مکالمه کم می‌کنیم، نوع سلول را به general تغییر داده، عدد بدست آمده را در ۲۴ و سپس ۳۶۰۰ ضرب می‌کنیم تا مدت زمان خدمت‌دهی در واحد ثانیه بدست بیاید.
- برای داده‌های D_2 توزیع‌های gamma و Weibull برای بررسی انتخاب می‌شود.

Descriptive Statistics

N	N*	Mean	StDev	Median	Minimum	Maximum	Skewness	Kurtosis
606	0	429.315	414.017	321.5	2	3294	2.14918	7.46033

ML Estimates of Distribution Parameters

Distribution	Location	Shape	Scale	Threshold
Normal*	429.31518		414.01689	
Box-Cox Transformation*	4.59959		1.28427	
Lognormal*	5.55244		1.17395	
3-Parameter Lognormal	5.80896		0.86950	-43.02521
Exponential			429.31518	
2-Parameter Exponential			428.02149	1.29369
Weibull		1.06563	440.26341	
3-Parameter Weibull		1.04646	435.19403	1.91699
Smallest Extreme Value	667.62378		670.35031	
Largest Extreme Value	262.69009		256.21167	
Gamma		1.11809	383.97073	
3-Parameter Gamma		1.10457	387.97080	0.77400
Logistic	366.99288		204.76670	
Loglogistic	5.65627		0.64245	
3-Parameter Loglogistic	5.74285		0.56488	-19.00917
Johnson Transformation*	0.01223		1.02479	

* Scale: Adjusted ML estimate

Goodness of Fit Test

Distribution	AD	P	LRT	P
Normal	26.996	<0.005		
Box-Cox Transformation	0.379	0.404		
Lognormal	7.623	<0.005		
3-Parameter Lognormal	1.733	* 0.000		
Exponential	1.292	0.054		
2-Parameter Exponential	1.137	0.084	0.056	
Weibull	0.337	>0.250		
3-Parameter Weibull	0.395	0.398	0.062	
Smallest Extreme Value	67.721	<0.010		
Largest Extreme Value	7.952	<0.010		
Gamma	0.314	>0.250		
3-Parameter Gamma	0.330	* 0.263		
Logistic	16.434	<0.005		
Loglogistic	4.528	<0.005		
3-Parameter Loglogistic	2.839	* 0.003		
Johnson Transformation	0.581	0.130		

شکل ۱۱ - داده‌های آماری مربوط به توزیع D_2

۱۲.۴. پیش پردازش و محاسبات مربوط به توزیع D_3

نحوه‌ی به دست آوردن این داده‌ها از اکسل داده شده:

- ستون نوبت خدمت گیری را روی عدد ۲ قرار می‌دهیم
 - ستون‌هایی که داده‌های NULL دارند را حذف می‌کنیم
 - زمان آغاز مکالمه را از پایان مکالمه کم می‌کنیم، نوع سلول را به general تغییر داده، عدد بدست آمده را در ۲۴ و سپس ۳۶۰۰ ضرب می‌کنیم تا مدت زمان خدمت دهی در واحد ثانیه بدست بیاید.
- برای داده‌های D_3 هم توزیع‌های gamma و Weibull برای بررسی انتخاب می‌شود.

Descriptive Statistics

N	N*	Mean	StDev	Median	Minimum	Maximum	Skewness	Kurtosis
131	0	567.878	464.390	475	6	2511	1.47441	2.79506

ML Estimates of Distribution Parameters

Distribution	Location	Shape	Scale	Threshold
Normal*	567.87786		464.38986	
Box-Cox Transformation*	21.82538		9.60389	
Lognormal*	5.91856		1.10606	
3-Parameter Lognormal	6.35398		0.65340	-137.02796
Exponential			567.87786	
2-Parameter Exponential			566.20000	1.67786
Weibull		1.21220	604.30926	
3-Parameter Weibull		1.18714	596.63697	3.67774
Smallest Extreme Value	826.23812		617.04452	
Largest Extreme Value	369.29208		319.92726	
Gamma		1.32293	429.25846	
3-Parameter Gamma		1.45765	397.05588	-10.89026
Logistic	510.11321		243.71550	
Loglogistic	6.04063		0.58288	
3-Parameter Loglogistic	6.27722		0.42092	-91.82819
Johnson Transformation*	0.03890		1.02289	

* Scale: Adjusted ML estimate

Goodness of Fit Test

Distribution	AD	P	LRT	P
Normal	3.637	<0.005		
Box-Cox Transformation	0.276	0.651		
Lognormal	2.905	<0.005		
3-Parameter Lognormal	0.411	*	0.000	
Exponential	1.878	0.012		
2-Parameter Exponential	1.817	0.013	0.379	
Weibull	0.285	>0.250		
3-Parameter Weibull	0.353	0.478	0.625	
Smallest Extreme Value	9.715	<0.010		
Largest Extreme Value	0.812	0.035		
Gamma	0.436	>0.250		
3-Parameter Gamma	0.292	*	1.000	
Logistic	2.239	<0.005		
Loglogistic	1.567	<0.005		
3-Parameter Loglogistic	0.616	*	0.008	
Johnson Transformation	0.239	0.777		

شکل ۱۲ - داده‌های آماری مربوط به توزیع D_3

۱۲.۵. فیت کردن توزیع‌ها، برآورد پارامتر و آزمون برازندگی

فرمول صریحی در اکسل برای فیت کردن و کار کردن با توزیع وایبول سه پارامتره و گامای سه پارامتره وجود نداشت به همین دلیل در این بخش از زبان برنامه‌نویسی پایتون برای فیت کردن توزیع، برآورد پارامترها و آزمون برازندگی مربع کای استفاده کرده ایم. اسکریپت مربوطه با نام chi-square.py ضمیمه شده است.

ابتدا کتابخانه‌های مربوطه را فراخوانی می‌کنیم و داده‌ها را می‌خوانیم. سپس آن‌ها را به لیست تبدیل می‌کنیم تا بتوانیم با کتابخانه reliability با آن‌ها کار کنیم. پس از برآورد داده‌ها به کمک reliability.Fitters برای درست کردن توزیع از کتابخانه‌ی reliability.Fitters کمک می‌گیریم. در نهایت با مشخص کردن ۱۶ bin، داده‌ها را دسته بندی می‌کنیم و به کمک chi2test تست مربع کای را انجام می‌دهیم. آلفای این تست‌ها را برابر با ۰.۰۵ در نظر می‌گیریم. این تست سه خروجی خواهد داشت که در بخش آخر کد به آن اشاره می‌کنیم.

پسوندهای متغیرها به این معانی هستند. (w:توزیع وایبول، g:توزیع گاما، عدد انتهایی:مربوط به D1، D2 یا D3 هستند)

```
import pandas as pd
from reliability.Fitters import Fit_Weibull_3P, Fit_Gamma_3P, Fit_Exponential_1P
from reliability.Distributions import
Weibull_Distribution, Gamma_Distribution, Exponential_Distribution
from reliability.Reliability_testing import chi2test
import warnings
warnings.filterwarnings('ignore')
#readind data
d1=pd.read_excel('2/clean_data.xlsx', sheet_name='D1', header=None)
d2=pd.read_excel('2/clean_data.xlsx', sheet_name='D2', header=None)
d3=pd.read_excel('2/clean_data.xlsx', sheet_name='D3', header=None)
#convert pandas DF to lists
data1=list(d1[0])
data2=list(d2[0])
data3=list(d3[0])

#fit and test weibull dist for D1
wb1 = Fit_Weibull_3P(failures=data1)
# print('alpha:',wb1.alpha,'\nbeta:',wb1.beta,'\ngamma:',wb1.gamma)
dist_w_1 = Weibull_Distribution(alpha=wb1.alpha,beta=wb1.beta,gamma=wb1.gamma)
# dist_w_1.inverse_SF(0.25)
# dist_w_1.CDF(247.23352197423867)
bins_w1=[0.001]
for i in range(10):
    bins_w1.append(dist_w_1.inverse_SF(1 - (i + 1) * 0.1))
chi2_test_w1=chi2test(dist_w_1,data=data1,significance=0.05,bins=bins_w1)

#fit and test Gamma dist for D1
gm1 = Fit_Gamma_3P(failures=data1)
# print('alpha:',gm1.alpha,'\nbeta:',gm1.beta,'\ngamma:',gm1.gamma)
dist_g_1 = Gamma_Distribution(alpha=gm1.alpha,beta=gm1.beta,gamma=gm1.gamma)
# dist_g_1.inverse_SF(0.25)
# dist_g_1.CDF(0.890839752681416)
bins_g1=[0.001]
for i in range(10):
    bins_g1.append(dist_g_1.inverse_SF(1 - (i + 1) * 0.1))
chi2_test_g1=chi2test(dist_g_1,data=data1,significance=0.05,bins=bins_g1)
```

شکل ۱۳ - فراخواندن کتابخانه‌ها، خواندن داده‌ها، فیت کردن و تست کردن توزیع D1

```
#fit and test weibull dist for D2
wb2 = Fit_Weibull_3P(failures=data2)
dist_w_2 = Weibull_Distribution(alpha=wb2.alpha,beta=wb2.beta,gamma=wb2.gamma)
bins_w2=[0.001]
for i in range(10):
    bins_w2.append(dist_w_2.inverse_SF(1 - (i + 1) * 0.1))
chi2_test_w2=chi2test(dist_w_2,data=data2,significance=0.05,bins=bins_w2)

#fit and test Gamma dist for D2
gm2 = Fit_Gamma_3P(failures=data2)
dist_g_2 = Gamma_Distribution(alpha=gm2.alpha,beta=gm2.beta,gamma=gm2.gamma)
bins_g2=[0.001]
for i in range(10):
    bins_g2.append(dist_g_2.inverse_SF(1 - (i + 1) * 0.1))
chi2_test_g2=chi2test(dist_g_2,data=data2,significance=0.05,bins=bins_g2)
```

شکل ۱۴ - فیت کردن و تست کردن توزیع D2

```
#fit and test weibull dist for D3
wb3 = Fit_Weibull_3P(failures=data3)
dist_w_3 = Weibull_Distribution(alpha=wb3.alpha,beta=wb3.beta,gamma=wb3.gamma)
bins_w3=[0.001]
for i in range(10):
    bins_w3.append(dist_w_3.inverse_SF(1 - (i + 1) * 0.1))
chi2_test_w3=chi2test(dist_w_3,data=data3,significance=0.05,bins=bins_w3)

#fit and test Gamma dist for D3
gm3 = Fit_Gamma_3P(failures=data3)
dist_g_3 = Gamma_Distribution(alpha=gm3.alpha,beta=gm3.beta,gamma=gm3.gamma)
bins_g3=[0.001]
for i in range(10):
    bins_g3.append(dist_g_3.inverse_SF(1 - (i + 1) * 0.1))
chi2_test_g3=chi2test(dist_g_3,data=data3,significance=0.05,bins=bins_g3)
```

شکل ۱۵ - فیت کردن و تست کردن توزیع D3

که پس از انجام آزمون نتایج زیر حاصل شد که با آلفای ۵ درصد توزیع وایبول و گاما برای هر سه داده پذیرفته شدند که با توجه به اینکه ضریب مربع کای برای آلفای مدنظر برای همه‌ی آزمون‌ها یکسان است، توزیعی که آماره‌ی آزمون (خطا) کمتری دارد را انتخاب می‌کنیم. بنابراین توزیع مناسب هر سه داده گامای سه پارامتره است.

	hypothesis	chisquared_statistic	chisquared_critical_value
weibull for d1:	ACCEPT	11.017241379310335	12.591587243743977
gamma for d1:	ACCEPT	7.568965517240711	12.591587243743977
weibull for d2:	ACCEPT	4.627062706270604	12.591587243743977
gamma for d2:	ACCEPT	4.231023102310377	12.591587243743977
weibull for d3:	ACCEPT	7.702290076335913	12.591587243743977
gamma for d3:	ACCEPT	7.396946564885496	12.591587243743977

شکل ۱۶ - داده‌های مربوط به تست مربع کای توزیع‌های وایبول و گامای سه پارامتره

بنابراین با توجه به آزمون‌هایی که انجام شد توزیع‌های انتخاب شده برای داده‌ها توزیع‌های گامای سه پارامتره با پارامترهای زیر هستند:

	alpha	beta	gamma	mean	stdev
gamma for d1:	162.35104070701996	1.0905042263239393	0.890839752681416	177.9353357917766	169.53866279818587
gamma for d2:	397.2434950394143	1.0760708356340252	1.8529329533958094	429.3150726106391	412.0759084858875
gamma for d3:	435.5848433059195	1.3003325237794359	1.4728152328163657	567.8779538488728	496.70664738026466

شکل ۱۷ - پارامترها، میانگین و انحراف معیار توزیع‌های انتخاب شده

پس در بخش‌های بعد از توزیع گامای سه پارامتره با داده‌های بالا برای شبیه سازی سیستم استفاده می‌کنیم.