

# الگوریتم جستجوی گرانشی

$$\begin{aligned}
 & \vec{F}_s = -k \cdot \vec{x} \quad U = Q + W \quad \omega = \frac{\Delta \alpha}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} \quad J = I \cdot \omega \quad v = abh \quad C_p = C_v + R \quad \Delta t \quad \lambda = v \cdot T \quad R_2 = 6370 \text{ km} \quad U = \varepsilon \cdot d \\
 & -p \cdot \Delta V \quad \sigma = \omega \cdot r \quad R_2 = 6370 \text{ km} \quad v = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad W = -p \cdot \Delta V \quad \vec{F}_s = -k \cdot \vec{x} \quad p = \frac{m}{v} \quad \omega = \frac{\Delta \alpha}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} \quad J = I \cdot \omega \\
 & \frac{1}{2} Q \cdot U = \frac{1}{2} C \cdot U^2 \quad v = abh \quad a^2 + b^2 = c^2 \quad \varepsilon = \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad U = \varepsilon \cdot d \quad v = P \cdot h \quad \Delta U = Q + W \quad R_2 = 6370 \text{ km} \quad v = \frac{4}{3} \pi r^3 \\
 & \frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3} = \text{const} \quad \sigma_1 = \sqrt{\frac{G \cdot M_2}{R_2}} = 7.9 \frac{\text{km}}{\text{s}} \quad p + q = 1 \quad R = \frac{h}{m \cdot v} \quad c \quad \sigma = \omega \cdot r \quad a^2 + b^2 = c^2 \quad \varepsilon = \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad U = \varepsilon \cdot d \quad v = P \cdot h \\
 & I = \sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i^2 \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad J = I \cdot \omega \quad \frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3} = \text{const} \quad \sigma_1 = \sqrt{\frac{G \cdot M_2}{R_2}} = 7.9 \frac{\text{km}}{\text{s}} \quad p + q = 1 \quad R = \frac{h}{m \cdot v} \\
 & f = \frac{R}{2} \quad f = \frac{R}{2} \quad \sin \alpha = \frac{a}{c} \quad \varepsilon = m \cdot c^2 \quad g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad J = I \cdot \omega \\
 & \vec{v} = H \cdot r \quad \vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad f = \frac{1}{T} \quad s = \sigma_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad f = \frac{R}{2} \quad v = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad f = \frac{R}{2} \quad \sin \alpha = \frac{a}{c} \quad \varepsilon = m \cdot c^2 \quad U = \varepsilon \cdot d \quad g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\
 & C_p = C_v + R \quad p = \frac{m}{v} \quad \lambda = v \cdot T \quad R_2 = 6370 \text{ km} \quad W = -p \cdot \Delta V \quad g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad f = \frac{1}{T} \quad s = \sigma_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \\
 & \Delta U = Q + W \quad C_p = C_v + R \quad \omega = \frac{\Delta \alpha}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} \quad J = I \cdot \omega \quad C_p = C_v + R \quad \vec{F}_s = -k \cdot \vec{x} \quad p = \frac{m}{v} \quad \lambda = v \cdot T \quad R_2 = 6370 \text{ km} \quad U = \varepsilon \cdot d \\
 & W = -p \cdot \Delta V \quad \sigma = \omega \cdot r \quad R_2 = 6370 \text{ km} \quad v = abh \quad a^2 + b^2 = c^2 \quad \varepsilon = \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad U = \varepsilon \cdot d \quad v = P \cdot h \quad \Delta U = Q + W \\
 & W = \frac{1}{2} Q \cdot U = \frac{1}{2} C \cdot U^2 \quad \sigma_1 = \sqrt{\frac{G \cdot M_2}{R_2}} = 7.9 \frac{\text{km}}{\text{s}} \quad p + q = 1 \quad R = \frac{h}{m \cdot v} \quad c \quad W = -p \cdot \Delta V \quad v = abh \quad a^2 + b^2 = c^2 \quad \varepsilon = \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad U = \varepsilon \cdot d \quad v = P \cdot h \\
 & J = \frac{U}{R} \quad \frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3} = \text{const} \quad p = \frac{F}{S} \quad v = H \cdot r \quad v = \pi r^2 h \quad W = \frac{1}{2} Q \cdot U = \frac{1}{2} C \cdot U^2 \quad \sigma_1 = \sqrt{\frac{G \cdot M_2}{R_2}} = 7.9 \frac{\text{km}}{\text{s}} \quad p + q = 1 \quad R = \frac{h}{m \cdot v}
 \end{aligned}$$

# مشخصات

درس : مبانی هوش محاسباتی

موضوع : سمینار پایانی

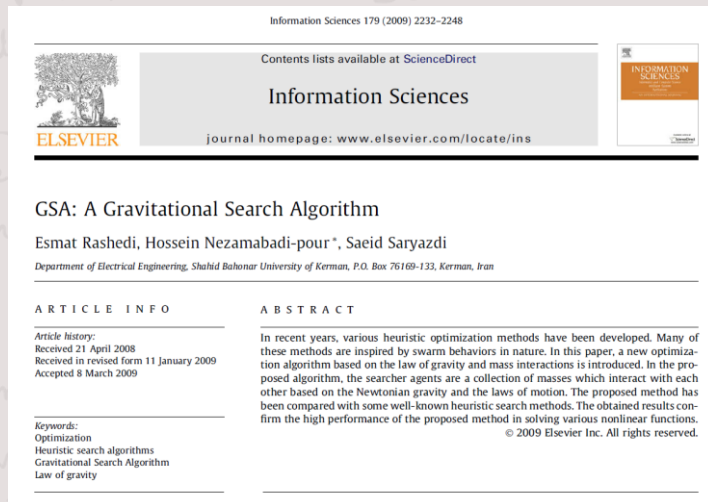
استاد : دکتر بحر العلوم

ترم : پاییز ۱۴۰۲



دانشگاه شهید باهنر کرمان

# منابع اصلی



E Rashedi, H.Nezamabadi-pour and S.Saryazdi,  
 “GSA: A gravitational search algorithm”,  
 Information sciences, vol. 179, no. 13, pp. 2232-  
 2248, 2009.



E. Rashedi, “*Gravitational Search Algorithm*”, M.Sc. Thesis, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran, 2007 (in Farsi).

# فهرست مطالب

01

مقدمه بر الگوریتم های ابتکاری

02

کمی فیزیک !

03

الگوریتم جستجوی گرانشی

04

مقایسه عملکرد

01

# مقدمه ای بر الگوریتم های ابتکاری و فراابتکاری

# الگوریتم ابتکاری چیست؟

واژه **ابتکاری**، ترجمه کلمه یونانی “heuristic” به معنای “برای دانستن” و “برای یافتن” می باشد. به طور خاص در اینجا به معنای جست و جو اطراف جواب بهینه با یک هزینه معقول است.

الگوریتم های ابتکاری (Heuristic)، روش هایی جستجویی هستند که با استفاده از اطلاعاتی خاص درباره مسئله، سعی بر به دست آوردن پاسخی نزدیک به پاسخ موردنظر، در زمانی کمتر از روش های غیروشمندانانه (Brute-force) دارند.

# الگوریتم ابتکاری چه استفاده ای دارد؟



از الگوریتم های ابتکاری برای یافتن مسائل بهینه یابی استفاده می شود. مزیت استفاده از این الگوریتم ها این است که در زمانی قابل قبول جوابی با خطای معقول به ما ارائه می دهند.

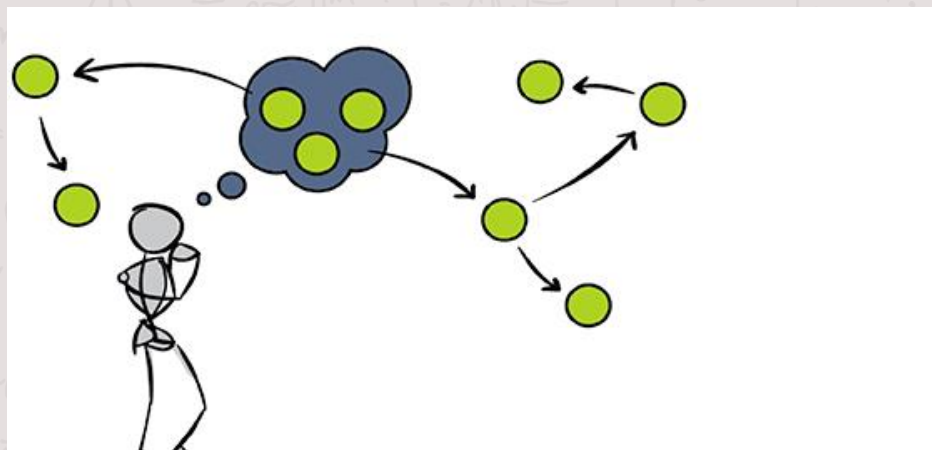
از روش های کلاسیک, در مسائل بهینه یابی برای توابع در ابعاد زیاد, نمی توان استفاده کرد اما الگوریتم های ابتکاری مستقل از ابعاد تابع کار می کند.

# الگوریتم فرا ابتکاری چیست؟

الگوریتم های فرا ابتکاری (Metaheuristic) مانند الگوریتم های ابتکاری می باشد، با این تفاوت که این الگوریتم ها، مستقل از مسئله (Problem-independent) هستند و می توانند برای مسائل گوناگون بهینه سازی، به کار گرفته شوند.



در حالت کلی، روی هر ذره یک سری عملیات انجام می شود. سپس با استفاده از اطلاعات به اشتراک گذاشته شده توسط جمعیت، بدون کنترل کننده ی خارجی، جمعیت یک سازماندهی درونی پیدا می کند.



## هر الگوریتم اکتشافی مبتنی بر جمعیت دارای دو مشخصه می باشد:

### بهره وری

بهره وری به معنای استفاده از نقاط بهتر و جست و جو حول آن ها می باشد. این بخش همان استفاده از حافظه جمعیت می باشد.

### اکتشاف

اکتشاف یا کاوش به معنای یافتن نقاط و جواب های جدید در فضای مسئله می باشد. کاوش در یک الگوریتم مهمترین عاملی است که کمک می کند، در تکرار الگوریتم، در بهینه های محلی گیر نکنیم.

02

## کمی فیزیک

# تقسیم بندی نیروها

۱ - نیروی گرانش (Gravitational Force)

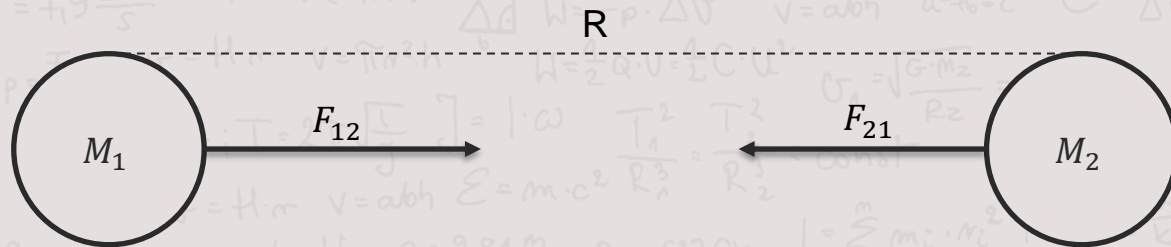
۲ - نیروی الکترومغناطیسی (Electromagnetic Force)

۳ - نیروی هسته ای قوی (Strong Nuclear Force)

۴ - نیروی هسته ای ضعیف (Weak Nuclear Force)

نیروهای اصلی

# قانون جاذبه نيوتون

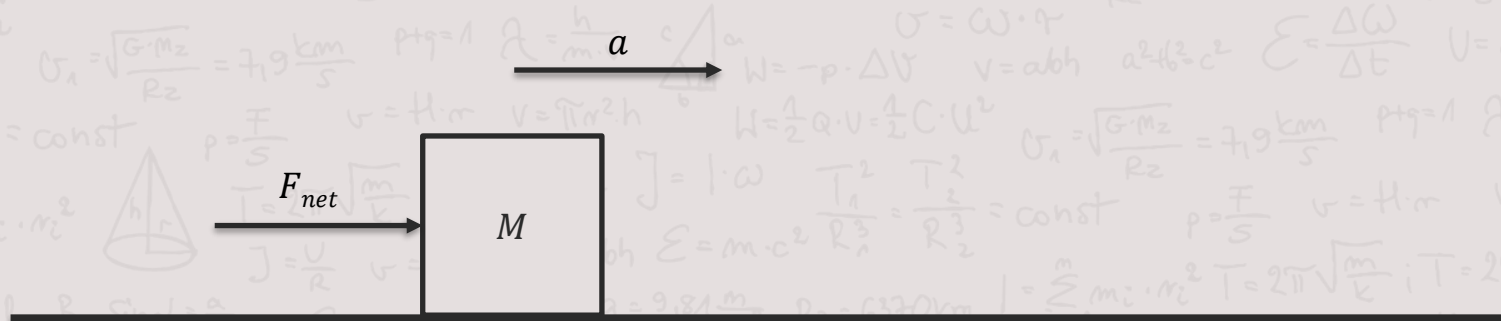


$$F_{12} = F_{21} = G \frac{M_1 M_2}{R^2}$$

# کاهش ضریب گرانشی

$$G(t) = G(t_0) \times \left(\frac{t_0}{t}\right)^\beta \quad \beta < 1$$

# قانون دوم نیوتون



$$a = \frac{\sum F}{M}$$

# انواع اجرام

 $M_a$ 

۱ - جرم گرانشی فعال (Active Gravitational Mass)

 $M_p$ 

۲ - جرم گرانشی غیرفعال (Passive Gravitational Mass)

 $M_i$ 

۳ - جرم اینرسی (Inertial Mass)

اجرام



# بازنویسی فرمول ها

$$F_{ij} = G \frac{M_{aj} M_{pi}}{R^2}$$

$$a_i = \frac{F_{ij}}{M_{ii}}$$

03

# الگوریتم جستجوی گرانشی

## مقدمه

الگوریتم **GSA**، یک الگوریتم جستجوی فرا ابتکاری می باشد. این الگوریتم با کمک قوانین گرانشی و حرکت در یک سیستم مصنوعی با گذشت زمان انجام می شود.

طبق قانون گرانش، هر جرم، محل و وضعیت سایر اجرام را از طریق قانون جاذبه گرانشی درک می کند. در نتیجه می توان از این نیرو به عنوان ابزاری برای تبادل اطلاعات استفاده کرد.

این الگوریتم را می توان سیستم بسته ای از اجسام که در آن مکانیک نیوتونی صادق است دانست.

در این الگوریتم، عامل ها اجسام (Masses) می باشند.

# مشخصه های هر جسم

۱ - موقعیت مکانی (Position)

۲ - جرم اینرسی (Inertial Mass)

۳ - جرم گرانشی فعال (Active Gravitational Mass)

۴ - جرم گرانشی غیرفعال (Passive Gravitational Mass)

جسم

# مشخصه های هر جسم

در الگوریتم جستجوی گرانشی:

- هر جسم نشان دهنده یک راه حل بوده و موقعیت آن جسم یک جواب مسئله می باشد.
- مقدار جرم گرانشی و جرم اینرسی، با توجه به برازندگی هر جسم مشخص می شود.

# ماتریس موقعیت مکانی سیستم

$$\begin{matrix} X_1 \\ \vdots \\ X_N \end{matrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} x_1^1 & \cdots & x_1^d \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_N^1 & \cdots & x_N^d \end{bmatrix}$$

N : اندازه جمعیت

d : بعد تابع

# ماتریس اجرام در سیستم

$$M_{ai} = M_{Pi} = M_{ii} = M_i$$

$$M = [M_1, \dots, M_N]$$

N : اندازه جمعیت

# قوانین حاکم بر سیستم

## قانون گرانش (Law of Gravity)

هر جسم، تمام اجسام دیگر را به سمت خود می کشد.

$$F_{ij} \propto M_{ai} \times M_{pj}$$

$$F_{ij} \propto \frac{1}{R_{ij}}$$

## قوانین حرکت (Laws of Motion)

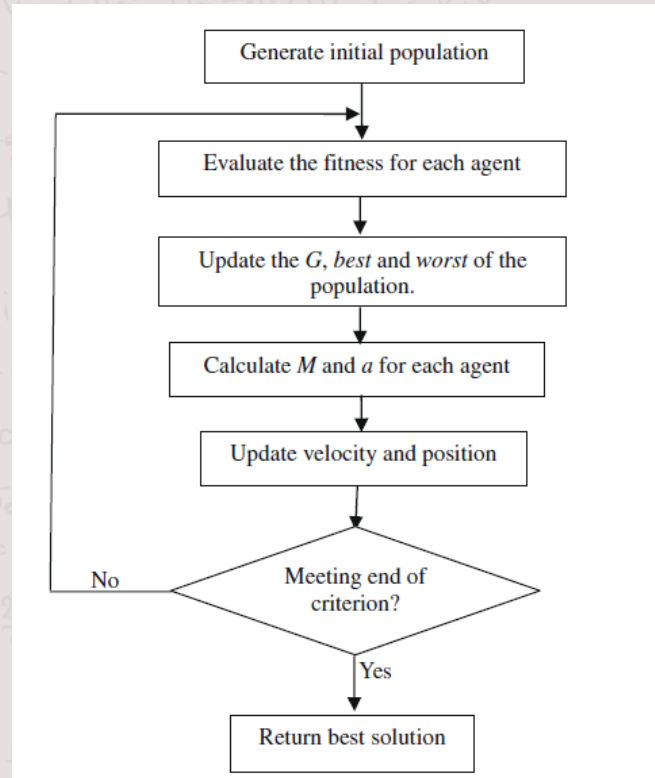
$$v_t = ka_t + v_{t-1}$$

$$a \propto F$$

$$a \propto \frac{1}{M_i}$$



# فلوچارت الگوریتم



# ایجاد جمعیت اولیه

$$x_i^d = \text{rand}(0,1) \cdot (x^h - x^L) + x^L$$

# ارزیابی جمعیت

$$fit_i = f(X_i)$$

$f$  : تابع هدف

# بهنگام سازی G

بهنگام سازی G

$$G(t) = G_0 e^{-\alpha \frac{t}{T}}$$

$$G(t) = G(G_0, t)$$

$G_0$  : مقدار اولیه ثابت گرانث  
 $T$  : کل تکرار های الگوریتم  
 $\alpha$  : یک ثابت مثبت



# بهنگام سازی best, worst

بهنگام سازی best

$$best(t) = \min fit_j(t), j \in \{1, \dots, N\}$$

کمینه سازی

بهنگام سازی best

بیشینه سازی

$$best(t) = \max fit_j(t), j \in \{1, \dots, N\}$$

بهنگام سازی worst

$$worst(t) = \max fit_j(t), j \in \{1, \dots, N\}$$

کمینه سازی

بهنگام سازی worst

بیشینه سازی

$$worst(t) = \min fit_j(t), j \in \{1, \dots, N\}$$

## محاسبه جرم هر جسم

$$q_i(t) = \frac{fit_i(t) - worst(t)}{best(t) - worst(t)} \longrightarrow M_i(t) = \frac{q_i(t)}{\sum_{j=1}^N q_j(t)}$$

## محاسبه نیروی وارد بر هر جسم

برای هر جسم، ابتدا نیروی وارد بر آن  
از طرف اجسام دیگر محاسبه می شود :

$$R_{ij}(t) = \|X_i(t), X_j(t)\|_2$$

$$F_{ij}^d(t) = G(t) \frac{M_i(t) \times M_j(t)}{R_{ij}(t) + \varepsilon} (x_j^d(t) - x_i^d(t))$$

در آخر، براینده نیروی های به دست آمده برای هر جسم محاسبه می شود که برای  
هر جسم، برداری به طول  $n$  می باشد که بعد تابع می باشد :

$$F_i^d(t) = \sum_{\star j \in k\_best, j \neq i} rand_j \cdot F_{ij}^d(t)$$

# تصویری از نیروی ها در سیستم

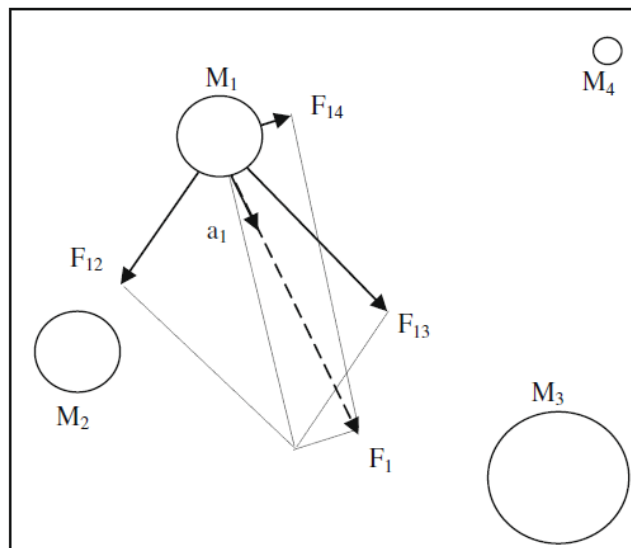


Fig. 1. Every mass accelerate toward the result force that act it from the other masses.



# محاسبه شتاب و سرعت هر جسم

محاسبه شتاب

$$a_i^d(t) = \frac{F_i^d(t)}{M_i(t)}$$

محاسبه سرعت

$$v_i^d(t+1) = rand_i \times v_i^d(t) + a_i^d(t)$$

# بهنگام سازی موقعیت اجسام

$$x_i^d(t+1) = v_i^d(t+1) + x_i^d(t)$$

# بررسی شرط پایان

در این مرحله الگوریتم، شرط پایان می تواند موارد زیر باشد:

- رسیدن به مقدار  $T$
- کمتر بودن واریانس اجسام از یک آستانه (که توسط خودمان مشخص می شود)
- ...

در نهایت اگر شرط پایان برقرار نبود، الگوریتم دوباره از مرحله ارزیابی جمعیت شروع به کار میکند.



# نگاه جمعی به ابعاد مقادیر مورد استفاده در GSA

$$X_i = [x_i^1, \dots, x_i^d] \text{ for } i = 1, 2, \dots, N \quad | \text{موقعیت مکانی:}$$

$$M_i \text{ for } i = 1, 2, \dots, N \quad | \text{جرم:}$$

$$F_i = [f^1, \dots, f^d] \text{ for } i = 1, 2, \dots, N \quad | \text{نیرو:}$$

$$A_i = [a^1, \dots, a^d] \text{ for } i = 1, 2, \dots, N \quad | \text{شتاب:}$$

$$V_i = [v^1, \dots, v^d] \text{ for } i = 1, 2, \dots, N \quad | \text{سرعت:}$$

# پارامتر های الگوریتم

## پارامتر N

پارامتر N همان اندازه جمعیت می باشد. بدیهی است که هرچه این پارامتر بیشتر باشد، مقدار تکرار بیشتری برای الگوریتم لازم است تا همگرا شود.

## پارامتر d

این پارامتر بعد تابع هدف می باشد. بدیهی است هرچه بعد تابع بالاتر باشد، به جمعیت و تعداد تکرار بیشتری نیاز می باشد تا به همگرایی برسیم

## پارامتر T

این پارامتر، تعداد نهایی تکرار الگوریتم را مشخص می کند.

# پارامتر های الگوریتم

## ★ پارامتر k

K به صورت متغیر با زمان تعریف می شود، بدین صورت که در زمان شروع، تمام اجسام روی هم تاثیر میگذارند اما هرچه میگذرد k کاهش پیدا کرده و k بهترین جسم ها روی هر جسم تاثیر میگذارند. این مقدار نهایتاً تا ۲ درصد تعداد جمعیت پیش می رود. (E. Rashedi, "Gravitational Search Algorithm", 2007)

مقدار k با بهره وری الگوریتم رابطه مستقیم، و با کاوش الگوریتم رابطه معکوس دارد.

## ★ پارامتر $G_0$

$G_0$  مقدار اولیه ثابت گرانش می باشد. این پارامتر نقش عمده ای در بزرگی ثابت گرانش (در عین کاهش) دارد.

## ★ پارامتر $\alpha$

این پارامتر در محاسبه ثابت گرانش در لحظه t استفاده می شود. این پارامتر باعث کاهش شدید تر ثابت گرانشی می شود.

# الگوریتم GA

- (۱) مقداردهی اولیه به پارامترها
- (۲) ایجاد جمعیت اولیه روی فضای جستجو
- (۳) ارزیابی اجسام
- (۴) بهنگام سازی مقادیر  $G$ , best, worst
- (۵) محاسبه جرم هر عامل
- (۶) محاسبه نیروی وارده بر هر جسم
- (۷) محاسبه شتاب و سرعت هر جسم
- (۸) بهنگام سازی موقعیت هر جسم
- (۹) در صورتی که شرط توقف برقرار نبود، به مرحله ۳ برمی گردیم. در غیر اینصورت بهترین جواب دیده شده تاکنون را خروجی می دهیم و الگوریتم به پایان میرسد

# نکاتی درباره الگوریتم جستجوی گرانشی

- در این الگوریتم، از گرانش به عنوان انتقال دهنده اطلاعات استفاده می شود.
- هر جسم، با توجه به نیرویی که از جانب سایر اجسام بر آن تاثیر می گذارند، به درکی تقریبی از کیفیت فضای اطراف خود می رسد.
- هرچه جسمی جرم گرانشی بیشتری داشته باشد، برازنده تر است. همچنین، این اجسام دیگر جسم ها را بیشتر به سمت خود میکشند و چون جرم گرانشی با جرم اینرسی برابر است، به سختی حرکت می کنند و از موقعیت اکنونشان زیاد دور نمی شوند، در نتیجه می توانند فضای اطرافشان را با دقت بالایی بررسی کنند.
- ثابت گرانش با دقت الگوریتم رابطه ای معکوس دارد. در طول الگوریتم این ثابت کاهش یافته (مانند دما در الگوریتم SA)، بدین معنی که دقت الگوریتم رفته رفته افزایش می یابد.



# نکاتی درباره الگوریتم جستجوی گرانشی

- در این الگوریتم (مانند قوانین فیزیک نیوتونی) فرض می شود که جرم اینرسی با جرم گرانشی برابر می باشد. اما این فرض می تواند برقرار نباشد. تغییر هر کدام نوع از اجرام، تاثیر جداگانه ای بر الگوریتم دارد :

بهره وری  $M_i$

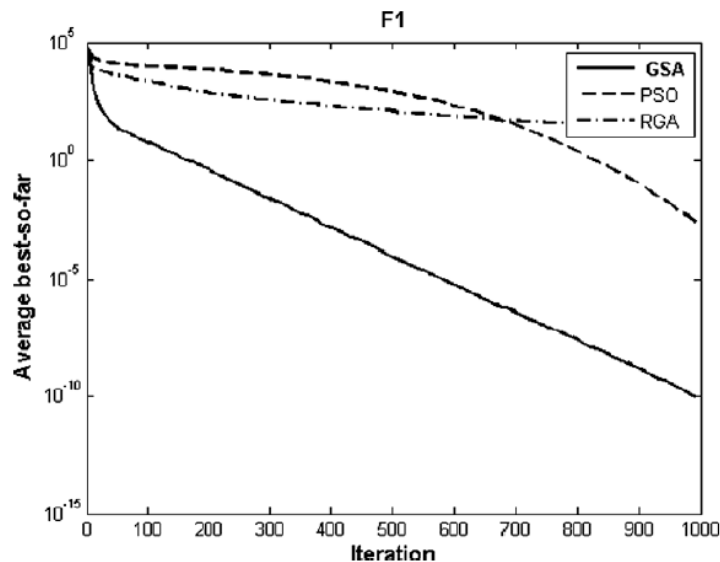
کاوش  $M_g \propto \alpha$

# مقایسه عملکرد با سایر الگوریتم‌ها

# تابع اول (Unimodal)

$$F_1(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$$

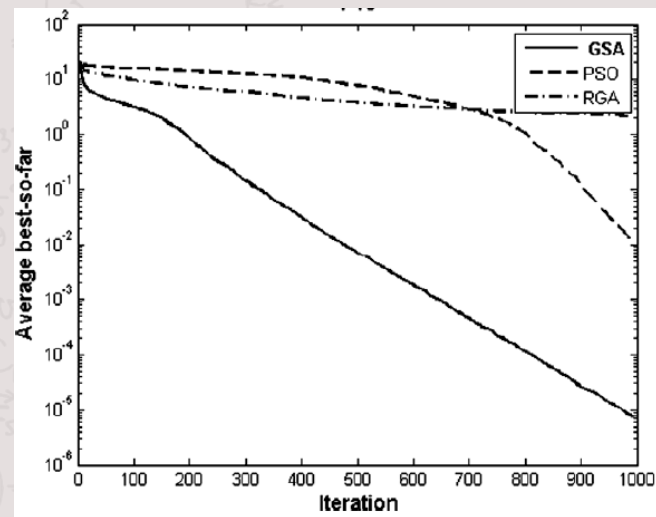
$$x \in [-100, 100]^n$$



# (Multimodal high-dimensional) تابع دوم

$$F_{2(x)} = -20 \exp(-0.2 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2}) - \exp(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i)) + 20 + e$$

$$x \in [-32, 32]^n$$



# تابع سوم (مقایسه ما)

$$F_{(x)} = 10d + \sum_{i=1}^d [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)]$$

$$x_i \in [-5.12, 5.12]$$

# References

- D.Holliday, R.resnick and J.Walker, "*Fundamentals of physics*", John wiley and sons, 1993.
- Newton, "*The Mathematical Principles of Natural Philosophy*", 1687
- Vinicius F., (2023, May 4), "*Heuristics vs. Meta-Heuristics vs. Probabilistic Algorithms*": baeldung.com, <https://www.baeldung.com/cs/heuristics-vs-meta-heuristics-vs-probabilistic-algorithme>
- E. Rashedi, "*Gravitational Search Algorithm*", M.Sc. Thesis, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran, 2007 (in Farsi).
- E Rashedi, H.Nezamabadi-pour and S.Saryazdi, "GSA: A gravitational search algorithm", Information, sciences, vol. 179, no. 13, pp. 2232-2248, 2009.



# Team



حمیدرضا بازاریار

H.r.bz1381@gmail

@hamidbz



امیرحسین ابوالحسنی

a.abolhasani.ac@gmail

@AmirAAZ818



صدرا کوچک زاده

Sadra.k.1381@gmail

@Sadrakch



# ممنون از توجه شما