

مقدمه

موضوعی که ما برای ارائه انتخاب کردیم موضوع الگوریتمی به نام الگوریتم جستجوی گرانشی هست که همونطور از اسمش مشخص هست الگوریتمی برای جستجوی فضای حالت برای پیدا کردن جواب بهینه است. مطالبی رو که قراره برای مشاهده توضیح بدیم توی این فهرست آورده شده که عبارتند از :

۱. مقدمه الگوریتم های فرا ابتکاری و اینکه توضیح در مورد اونها که چه نوع الگوریتمی هستند

۲. در مورد مباحث فیزیکی که به چه دردمون میخوره و توی الگوریتم مون الهام و به نوعی الگو برداری شده.

۳. در مورد الگوریتم مون توضیح خواهد داده شد و عملکرد اون رو و فانکشن نشون دادنش رو با هم خواهیم دید و خواهیم دید که این الگوریتم چجوری قراره توی فضای حالت رو برای پیدا کردن جواب بهینه جستجو کنه.

۴. در آخر الگوریتم مون رو با الگوریتم هایی که آشنا شدیم و در عملکرد اون ها رو توی پیدا کردن بهترین جواب دیدیم، مقایسه میکنیم

مقدمه ای بر الگوریتم های ابتکاری و فرا ابتکاری

اول به موضوع الگوریتم های ابتکاری و فرا ابتکاری پرداخته و فرق آن ها را می بینیم. در کل واژه ابتکاری ترجمه کلمه heuristic به معنی دانستن چیزی یا جستجو برای پیدا کردن چیزی می باشد و همونطور میدونیم الگوریتم های هیوریستیک یا ابتکاری برای یافتن جواب بهینه با یک هزینه خوب به کار می روند. همونطور که گفته بودیم الگوریتم های ابتکاری برای پیدا کردن جواب بهینه در فضای جستجوی مان مورد استفاده قرار می گیرند. در واقع اگر بخوایم به جای الگوریتم های ابتکاری از الگوریتم های کلاسیک استفاده کنیم یا الگوریتم های کلاسیک قابل استفاده در این فضا ها با ابعاد بالا نیستند، و همچنین زمان زیادی را برای جستجوی فضای مسئله صرف خواهند کرد.

حالا علاوه بر الگوریتم های ابتکاری، الگوریتم های فرا ابتکاری هم وجود دارند که فرق این الگوریتم ها با الگوریتم های ابتکاری، در این هست که از فضای مسئله جدا هستند و مستقل از فضای جستجو اند. پس می توانند در مسائل مختلف به کار گرفته شوند.

در حالت کلی با توجه به مسئله روی ذرات مان که در فضای مسئله پراکنده هستند یک سری عملیات انجام میشه که باعث نظم دهی و همگرایی بر روی ذرات می شود. در هر الگوریتم هیوریستیک که بر جمعیت ذرات مبتنی هستند ۲ شاخصه دارند:

۱. اکتشاف

۲. بهره وری

اکتشاف به معنای کشف کردن فضا ها و حالت های مختلف در مسئله است. اکتشاف در اوایل اجرای الگوریتم خیلی مهم هست و اولویت زیادی دارد. زیرا باعث کشف نقاط بهینه بیشتر می شود و باعث می شود الگوریتم از افتادن در تله هایی مثل بهینه های محلی یا به نوعی فلات جلوگیری می کند بهره وری همونطور که از اسمش پیداست برای بهره بردن و سود گرفتن بیشتر از نقطه هایی که پیدا کردیم هست. در واقع بهره وری در آخر الگوریتم اهمیت زیادی دارد. چون باعث می شود نقاطی رو که از طریق جستجو در فضای مسئله پیدا کردیم ذرات مون رو به بهترین نقطه سوق بدیم. در واقع بهره وری سود گیری هر چه بیشتر از اون نقطه ای هست که ذره در اون قرار داره

پیش نیاز از علم فیزیک

و اما فیزیک! در رابطه با الگوریتم جستجوی گرانشی که موضوع بحث ما هست از قسمتی از فیزیک الهام گرفته شده. بنابراین نیاز هست که یک سری قوانین رو دوباره مرور کنیم :

۱. قانون جاذبه نیوتون

۲. قانون دوم نیوتون

قانون جاذبه نیوتون

همانطور که خودتون هم می دونید، نیروی جاذبه توسط نیوتون (بعد از داستان افتادن سیب از درخت و به فکر فرو رفتن نیوتون که چرا این سیب از درخت افتاد) کشف شد. در نهایت نیوتون این رابطه را برای میزان نیروی جاذبه بین دو جسم به دست آورد. این رابطه به خوبی نشون میده که این نیرو با جرم اجسام رابطه مستقیم و با فاصله شون از هم رابطه عکس داره. همیچنین نیوتون ثابت گرانش رو در زمین محاسبه کرد که در اینجا بهش جی گفته میشه و مقدار آن حدودا ده متر بر مربع ثانیه هست.

$$F_{12} = F_{21} = G \frac{M_1 M_2}{R^2}$$

قانون دوم نیوتون

طبق قانون دوم نیوتن، وقتی به جسمی نیرویی وارد میشود شتابی میگیرد که به نیرو و جرم جسم بستگی دارد. هر چه نیرو بزرگتر باشد شتاب نیز بزرگتر است و هر چه جرم جسم بیشتر باشد شتاب آن کوچکتر است.

$$a = \frac{\sum F}{M}$$

کاهش ضریب گرانشی

در فیزیک ثابت شده است که ضریب گرانشی با اهنگ بسیار آرامی در حال کاهش می باشد و کاهشش از این رابطه به دست آورده می شود.

$$G(t) = G(t_0) \times \left(\frac{t_0}{t}\right)^\beta \quad \beta < 1$$

انواع نیرو ها

اگر بخوایم نیرو هایی که در دنیا وجود دارند رو دسته بندی کنیم به ۴ دسته میتونیم این تقسیم بندی رو انجام بدیم:

۱. نیروی گرانشی
۲. نیروی هسته ای ضعیف
۳. نیروی هسته ای قوی
۴. نیروی الکترو مغناطیسی

نیروی گرانش

نیروی غالب در زمین هست و تمام اجرام و ذره هایی که در دنیا هستند رو به سمت هم می کشانند. این نیرو در تمام عالم هست ولی نیرو های دیگه محلی هستند و ممکنه در بعضی جا ها وجود داشته باشن.

انواع اجرام

۱. جرم گرانشی فعال
۲. جرم گرانشی غیرفعال
۳. جرم اینرسی

نکات مهم درباره انواع اجرام

مقدار این سه جرم برای یک جسم با یکدیگر برابرند. جرم گرانشی فعال، معیاری از میزان شدت نیروی گرانشی حول یک جسم است. هر چه یک جسم، جرم گرانشی فعال بزرگتری داشته باشد، نیروی گرانشی بیشتری در اطراف خود ایجاد می کند. جرم گرانشی غیر فعال نشان دهنده قدرت اثر متقابل در میدان گرانشی است.

هر چه جسم، جرم گرانشی غیر فعال بزرگتری داشته باشد، نیروی گرانشی بیشتری را تجربه میکند. جرم اینرسی نیز معیاری از مقاومت شی در مقابل تغییر موقعیت مکانی و حرکت است. شی با جرم اینرسی کمتر، تغییر سرعت به مراتب سریعتری دارد. در فیزیک مقدار این سه جرم برای یک جسم با یکدیگر برابرند.

پس در نتیجه ، اگر اجرام رو در دو دسته جرم گرانشی و جرم اینرسی قرار بدهیم، جرم اینرسی یعنی چقدر جسم برای شتاب گرفتن مقاومت می کند و لخت است، جرم گرانشی یعنی معیاری که نشان می دهد چقدر جسم با جاذبه ارتباط برقرار می کند.

در دنیای ما ، این سه جرم با هم برابر می باشند.

بازنویسی روابط

$$F_{ij} = G \frac{M_{aj}M_{pi}}{R^2}$$

$$a_i = \frac{F_{ij}}{M_{ij}}$$

الگوریتم جستجوی گرانشی

الگوریتم GSA، یک الگوریتم جستجوی فرا ابتکاری می باشد. این الگوریتم با کمک قوانین گرانشی و حرکت در یک سیستم مصنوعی با گذشت زمان انجام می شود. طبق قانون گرانش، هر جرم، محل و وضعیت سایر اجرام را از طریق قانون جاذبه گرانشی درک می کند. در نتیجه می توان از این نیرو به عنوان ابزاری برای تبادل اطلاعات استفاده کرد. این الگوریتم را می توان سیستم بسته ای از اجسام که در آن مکانیک نیوتونی صادق است دانست. در این الگوریتم، عامل ها اجسام (Masses) می باشند.

مشخصه های هر جسم

۱. موقعیت مکانی
۲. جرم اینرسی
۳. جرم گرانشی فعال
۴. جرم گرانشی غیرفعال

قوانین حاکم بر سیستم

دو قانون بر سیستم ما حاکم است که یکی قوانین حرکت و دیگری قانون گرانش می باشد :

- ❖ قانون گرانش اذعان می دارد که هر جسم در سیستم مصنوعی، تمام اجسام دیگر را به سمت خود جذب میکند. مقدار این نیرو متناسب است با حاصل ضرب جرم گرانشی فعال آن جسم در جرم گرانشی غیر فعال جسم مقابل و عکس فاصله آن دو جسم
- ❖ قوانین حرکت: سرعت فعلی هر جسم برابر با مجموع ضربی از سرعت قبلی و تغییر سرعت آن جسم می باشد. تغییر سرعت یا شتاب هر جسم نیز برابر است با نیروی وارد بر آن تقسیم بر جرم اینرسی.

فلوچارت الگوریتم جستجوی گرانشی

۱. تعیین محیط سیستم و مقداردهی اولیه
۲. جایابی اولیه اجسام
۳. ارزیابی اجسام
۴. به روز رسانی مقادیر $G, best, worst$
۵. محاسبه جرم هر عامل
۶. محاسبه نیروی وارد بر هر جسم
۷. محاسبه شتاب و سرعت هر جسم
۸. به روز رسانی موقعیت اجسام

۹. در صورتی که شرط توقف برآورده نشده، به مرحله ۳ برو، در غیر اینصورت بهترین جواب دیده شده تا کنون به خروجی داده شود و الگوریتم متوقف شود.

ایجاد جمعیت اولیه

در مقاله شیوه خاصی برای ایجاد جمعیت اولیه گفته نشده است، ما در اینجا راهی که در الگوریتم وراثتی حقیقی استفاده می‌کردیم را پیش می‌گیریم.

$$x_i^d = \text{rand}(0,1) \cdot (x^h - x^L) + x^L$$

ارزیابی جمعیت اولیه

در ارزیابی جمعیت ما خیلی ساده، شایستگی هر جسم را به دست می‌آوریم. و اینکار با قرار دادن موقعیت جسم در تابع هدف میسر می‌شود.

شاید این سوال برای شما پیش بیاید که اگر هدف بهینه سازی، پیدا کردن نقطه مینیمم باشد، آیا از این طریق ارزیابی جمعیت صحیح است یا خیر، در ادامه خواهیم دید که تاثیری نخواهد داشت.

$$fit_i = f(X_i)$$

بهنگام سازی G

حالا ابتدا باید بهنگام سازی $g, best, worst$ انجام بشود. میزان G در طول زمان کمتر می‌شود تا قابلیت بهره‌وری الگوریتم بالا تر رود، عملاً یکی از بخش‌های مهم در این داد و ستد بین کاوش و بهینه‌سازی همین فرمول است که با گذر زمان این مقدار کمتر می‌شود.

$$G(t) = G_0 e^{-\alpha \frac{t}{T}}$$

بهنگام سازی best, worst

❖ بهنگام سازی best:

- کمینه سازی: $best(t) = \min fit_j(t), j \in \{1, \dots, N\}$
- بیشینه سازی: $best(t) = \max fit_j(t), j \in \{1, \dots, N\}$

❖ بهنگام سازی worst:

- کمینه سازی: $worst(t) = \max fit_j(t), j \in \{1, \dots, N\}$
- بیشینه سازی: $worst(t) = \min fit_j(t), j \in \{1, \dots, N\}$

محاسبه جرم هر جسم

برای محاسبه جرم هر جسم، ابتدا باید مقدار q را محاسبه کنیم (در مقاله انگلیسی، به جای q از m استفاده شده است)، سپس تلاش بر محاسبه M هر جسم توسط فرمول ارائه شده، صورت می گیرد. مشخصاً مشاهده می شود که جرم به هیچ عنوان منفی نخواهد شد.

$$q_i(t) = \frac{fit_i(t) - worst(t)}{best(t) - worst(t)} \rightarrow M_i(t) = \frac{q_i(t)}{\sum_{j=1}^N q_j(t)}$$

محاسبه نیروی وارده بر هر جسم

برای هر جسم، ابتدا نیروی وارد بر آن از طرف اجسام دیگر محاسبه می شود:

$$R_{ij}(t) = \|X_i(t), X_j(t)\|_2$$

$$F_{ij}^d(t) = G(t) \frac{M_i(t) \times M_j(t)}{R_{ij}(t) + \varepsilon} (x_j^d(t) - x_i^d(t))$$

در آخر، برآیند نیروی های به دست آمده برای هر جسم محاسبه می شود که برای هر جسم، برداری به طول n می باشد که بعد تابع می باشد:

$$F_i^d(t) = \sum_{j \in k_best, j \neq i} randj \cdot F_{ij}^d(t)$$

در فرمول آخر، معمولاً برآیند نیروهای k عضو برتر گرفته می شود و این مقدار k ، معمولاً به طور خطی با زمان t ، تغییر می کند.

محاسبه شتاب و سرعت و موقعیت مکانی هر جسم

❖ محاسبه شتاب

$$a_i^d(t) = \frac{F_i^d(t)}{M_i(t)}$$

❖ محاسبه سرعت

$$v_i^d(t+1) = randi \times v_i^d(t) + a_i^d(t)$$

❖ محاسبه موقعیت اجسام

$$x_i^d(t+1) = v_i^d(t+1) + x_i^d(t)$$

بررسی شرط پایان

در این مرحله الگوریتم، شرط پایان می تواند یک یا چند تا از موارد زیر باشد.

❖ رسیدن به مقدار T

❖ کمتر بودن واریانس اجسام از مقدار آستانه ای

در نهایت اگر شرط پایان برقرار نبود، الگوریتم دوباره از مرحله ارزیابی جمعیت شروع به کار می کند.

پارامتر های الگوریتم جستجوی گرانشی

پارامتر N

پارامتر N همان اندازه جمعیت می باشد. بدیهی است که هرچه این پارامتر بیشتر باشد، مقدار تکرار بیشتری برای الگوریتم لازم است تا همگرا شود.

پارامتر d

این پارامتر بعد تابع هدف می باشد. بدیهی است هرچه بعد تابع بالاتر باشد، به جمعیت و تعداد تکرار بیشتری نیاز می باشد تا به همگرایی برسیم.

پارامتر T

این پارامتر تعداد تکرار نهایی الگوریتم

پارامتر K

K به صورت متغیر با زمان تعریف می شود، بدین صورت که در زمان شروع، تمام اجسام روی هم تاثیر میگذارند اما هرچه میگذرد k کاهش پیدا کرده و k بهترین جسم ها روی هر جسم تاثیر میگذارند. این مقدار نهایتاً تا ۲ درصد تعداد جمعیت پیش می رود. مقدار k با بهره وری الگوریتم رابطه مستقیم، و با کاوش رابطه معکوس دارد.

پارامتر G_0

G₀ مقدار اولیه ثابت گرانش می باشد. این پارامتر نقش عمده ای در بزرگی ثابت گرانش (در عین کاهش) دارد.

پارامتر α

این پارامتر در محاسبه ثابت گرانش در لحظه t استفاده می شود. این پارامتر باعث کاهش شدید تر ثابت گرانشی می شود.

نکاتی در رابطه با الگوریتم جستجوی گرانشی

۱. در این الگوریتم، از گرانش به عنوان انتقال دهنده اطلاعات استفاده می شود.
۲. هر جسم با توجه به نیرویی که از جانب سایر اجسام بر آن تاثیر می گذارد. به درکی تقریبی از کیفیت فضای اطراف خود می رسد.
۳. هر چه جسمی جرم گرانشی بیشتری داشته باشد. برازنده تر است. همچنین، این اجسام دیگر جسم ها را بیشتر به سمت خود می کشند و چون جرم گرانشی با جرم اینرسی برابر است، به سختی حرکت می کنند و از موقعیت اکنونشان زیاد دور نمی شوند. در نتیجه، می توانند فضای اطرافشان را با دقت بالایی بررسی کنند.
۴. ثابت گرانش با دقت الگوریتم رابطه ای معکوس دارد. در طول الگوریتم این ثابت کاهش یافته (مانند SA در SA) ، بدین معنی که دقت الگوریتم رفته رفته افزایش می یابد.
۵. جرم اینرسی باعث می شود اجسام با دقت بیشتری اطراف خود رو جستجو کنند، افزایش جرم گرانشی باعث می شود شدید تر به سمت جسم سنگین تر کشیده شوند و طبیعتاً سریع تر به همگرایی برسند.