



باسمه تعالی

دانشگاه صنعتی شریف

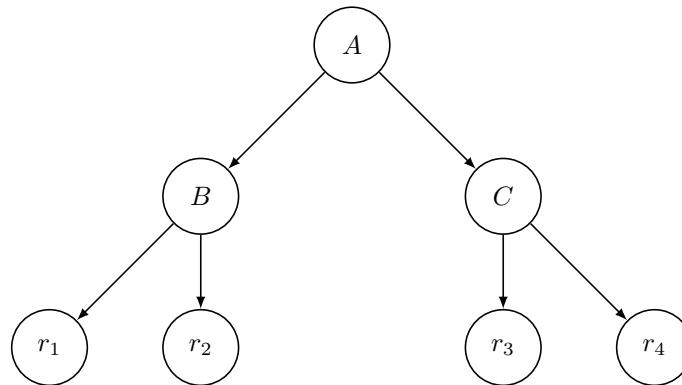
دانشکده مهندسی برق

علوم اعصاب: یادگیری، حافظه، شناخت

نمونه سؤالات آزمون پایان ترم

۱ یادگیری تقویتی و استراتژی بهینه

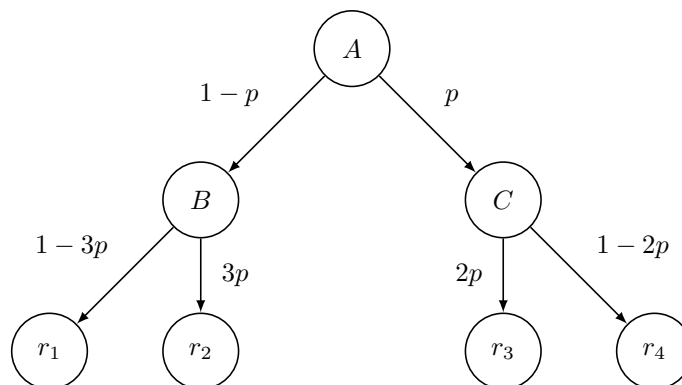
فرض کنید شخصی در محیط بازی شکل ۱ قرار می‌گیرد که در آن، نقطه‌ی شروع رأس A است و نهایتاً به یکی از ۴ رأس انتهایی می‌رسد. در هر یک از این ۴ رأس، مقدار پاداش^۱ برابر با r_i قرار گرفته است.



شکل ۱

۱. فرض کنید $r_i = i$ و مقادیر پاداش موجود در رئوس تغییر نمی‌کنند. در این صورت، استراتژی بهینه (غیر تصادفی) برای بیشینه‌سازی پاداش چگونه است؟

۲. فرض کنید بازی به گونه‌ای مدل می‌شود که در هر گام، بازیگر برای تصمیم‌گیری حرکت، از یک توزیع احتمال پیروی کند. هم‌چنین فرض کنید احتمالات گذار، مطابق شکل ۲ تعیین شده باشند، به گونه‌ای که بازیگر تنها می‌تواند مقدار p را تعیین کند. در این صورت با تکرار بازی و یادگیری قواعد حاکم بر آن، مقدار بهینه‌ی برای p که توسط بازیگر انتخاب می‌شود، چقدر است؟ ($r_i = i$)



شکل ۲

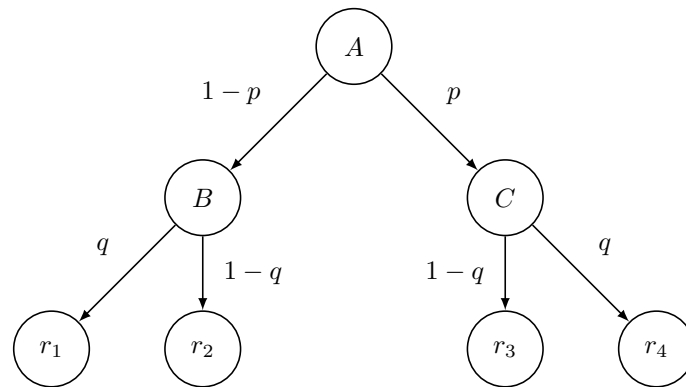
^۱reward

۳. فرض کنید ساختار بازی مطابق با شکل ۲ باشد. این بار می‌خواهیم مقادیر r_i را طوری انتخاب کنیم که بازیگر پس از چندین بار تجربه‌ی بازی و یافتن قواعد حاکم بر آن، مقدار $p = 1$ را انتخاب کند. هم‌چنین مقدار پاداشی که می‌توانیم در مجموع خرج کنیم، برابر یک واحد است، یعنی

$$\sum_{i=1}^4 r_i = 1$$

با توجه به قید فوق، r_i ها را به گونه‌ای تعیین کنید که خواسته‌ی مذکور محقق شود.

۴. حال فرض کنید ساختار بازی مطابق شکل ۳ باشد، به گونه‌ای که بازیگر در انتخاب خود دو درجه‌ی آزادی داشته باشد و بتواند مقادیر p و q را با تجربه‌ی انجام بازی تعیین کند. مقادیر p و q بهینه را محاسبه کنید. مقادیر r_i ها را مشابه بخش‌های ۱ و ۲ به صورت $r_i = i$ در نظر بگیرید.



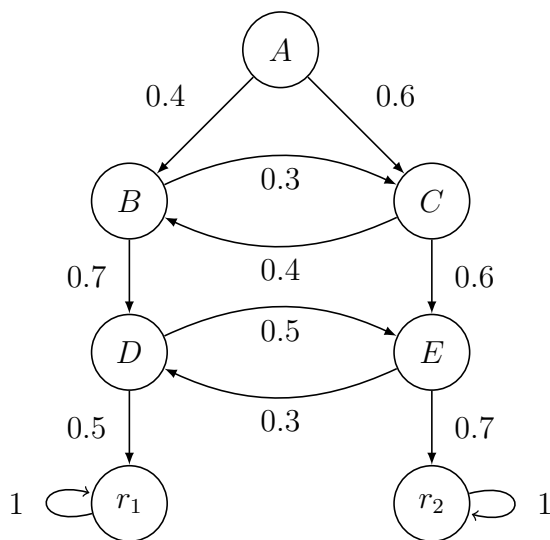
شکل ۳

۲ یادگیری تقویتی و ارزش حالت‌های میانی

شکل ۴ ساختار یک بازی را نشان می‌دهد که نقطه‌ی شروع آن A است. فرض کنید بازیگر این بازی بر مبنای الگوریتم یادگیری actor-critic اقدام به تعیین استراتژی و به‌روزرسانی احتمالات گذار می‌نماید. فرض کنید در یکی از مراحل، احتمالات گذار مطابق با مقادیر مشخص‌شده روی شکل ۴ تعیین شده‌اند. در گام بعدی، باید ارزش هر یک از حالات (از A تا E) مشخص شود.

۱. با فرض $r_1 = 2$ و $r_2 = 8$ ، ارزش سایر حالات را در این وضعیت محاسبه کنید.

۲. در گام بعدی، کدام احتمالات کاهش یافته و کدام احتمالات افزایش می‌یابند؟



شکل ۴

۳ الگوهای ذخیره شده در شبکه‌ی هاپفیلد

یک شبکه‌ی هاپفیلد متشکل از سه نورون، دارای ماتریس وزن به صورت زیر می‌باشد:

$$W = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} +1 & -1 & +1 \\ -1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & +1 \end{bmatrix}$$

همه‌ی الگوهای ذخیره شده در این شبکه را بیابید. (پاسخ شما باید بردارهایی به صورت $x \in \{-1, +1\}^3$ باشد.)

۴ تشکیل ماتریس وزن شبکه‌ی هاپفیلد

یک شبکه‌ی هاپفیلد با ۴ نورون را در نظر بگیرید، به گونه‌ای که الگوهای زیر در شبکه ذخیره شده باشد:

$$x_1 = (+1, +1, +1, +1)^T$$

$$x_2 = (+1, -1, +1, -1)^T$$

$$x_3 = (+1, +1, -1, -1)^T$$

$$x_4 = (+1, -1, -1, +1)^T$$

یک ماتریس وزن برای این شبکه تشکیل دهید و صحت عملکرد شبکه را با ماتریس به دست آمده بررسی کنید. آیا می‌توان هر تعداد دلخواهی از الگوها را در چنین شبکه‌ای ذخیره کرد؟

۵ دینامیک شبکه‌ی هاپفیلد

یک شبکه‌ی هاپفیلد متشکل از ۵ نورون را در نظر بگیرید که سه الگوی زیر در آن ذخیره شده است:

$$x_1 = (+1, +1, +1, +1, +1)^T$$

$$x_2 = (+1, +1, +1, +1, -1)^T$$

$$x_3 = (+1, +1, +1, -1, -1)^T$$

به این شبکه، ورودی زیر اعمال می‌شود:

$$S(t)|_{t=0} = (+1, -1, -1, +1, +1)^T$$

هم‌پوشانی این ورودی با هر یک از الگوهای موجود در شبکه - یعنی $m^\mu(t)$ - را بیابید و به کمک آن، مقادیر $S(t)$ را برای $t > 0$ بیابید. حالت شبکه پس از چند گام زمانی به تعادل می‌رسد؟ حالت تعادلی، کدام یک از الگوهای موجود در شبکه است؟

۶ وضعیت تعادلی شبکه‌ی نورون‌ها

یک شبکه‌ی نورونی همگن را در حالت پایدار در نظر بگیرید. در این حالت معادلات زیر بر شبکه حکم فرما هستند:

$$I_0 = J_0 q A_0 + I_0^{ext}$$

$$v = g(I_0)$$

$$v = A_0$$

۱. بیان کنید هر یک از پارامترهای معادلات فوق بیان‌گر چه کمیتی هستند و دو فرض «همگن» و «پایدار» بودن شبکه چگونه در شکل‌گیری معادلات به صورت فوق نقش دارند.

۲. فرض کنید

$$g(x) = \tan^{-1}(x - 1) + \frac{\pi}{4}$$

در این صورت در مورد تعداد نقاط تعادلی شبکه و وضعیت پایداری آن‌ها بر حسب پارامترهای مسأله بحث کنید.
($I_0^{ext} = 0$)

۷ آنالیز صفحه‌ی فاز فرآیند تصمیم‌گیری

معادلات زیر مربوط به برهم‌کنش دو گروه نورونی متناظر با دو تصمیم متفاوت هستند:

$$\frac{dh_{E,1}}{dt} = -h_{E,1} + (w_{EE} - \alpha)g(h_{E,1}) - \alpha g(h_{E,2}) + h_1^{ext}$$

$$\frac{dh_{E,2}}{dt} = -h_{E,2} + (w_{EE} - \alpha)g(h_{E,2}) - \alpha g(h_{E,1}) + h_2^{ext}$$

که در آن $\alpha = 1$ و $w_{EE} = 1.5$ و تابع g نیز به صورت زیر تعریف شده است:

$$g(x) = \begin{cases} 1 & h > 1.2 \\ 0.4 + 0.5h & 0.8 < h < 1.2 \\ h & 0.2 < h < 0.8 \\ 0.1 + 0.5h & -0.2 < h < 0.2 \\ 0 & h < -0.2 \end{cases}$$

۱. در حالت $h_1^{ext} = h_2^{ext} = 0.8$ ، منحنی‌های nullcline را در صفحه‌ی فاز ترسیم کنید. (محور افقی را h_1 در نظر بگیرید.)

۲. این سیستم چند نقطه‌ی ثابت دارد؟ هر یک از این نقاط ثابت متناظر با چه وضعیتی از تصمیم‌گیری هستند؟ آیا می‌توانید پایداری آن‌ها را بدون محاسبه و با استفاده از تعابیر شهودی تعیین کنید؟ نتایج را با انجام محاسبه تأیید کنید.

۳. اگر به صورت کلی در نظر بگیریم $h_1^{ext} = h_2^{ext} = b$ ، پاسخ دو پرسش قبل با تغییر b چگونه تغییر می‌کند؟