



دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی کامپیوتر

فرایندهای تصادفی در بیوانفورماتیک

نیمسال دوم ۱۴۰۰-۱۴۰۱

استاد: محمدحسین رهبان

گردآورندگان: محمدعلی صدراایی جواهری و امیرحسین عاملی

بررسی و بازبینی: مهران حسین زاده

تمرین دوم

فرایندهای تصادفی ایستا و ارگادیک

مهلت ارسال: ۲۴ فروردین

- مهلت ارسال پاسخ تا ساعت ۲۳:۵۹ روز مشخص شده است.
- در طول ترم امکان ارسال با تاخیر تمرینها بدون کسر نمره تا سقف ۱۰ روز (تا سقف ۳ روز برای هر تمرین) وجود دارد. محل بارگزاری جواب تمرینها بعد از ۵ روز بسته خواهد شد و پس از گذشت این مدت، پاسخهای ارسال شده پذیرفته نخواهند شد. همچنین، به ازای هر روز تأخیر غیر مجاز ۱۰ درصد از نمره تمرین به صورت ساعتی کسر خواهد شد.
- همکاری و همفکری شما در انجام تمرین مانعی ندارد اما پاسخ ارسالی هر کس حتما باید توسط خود او نوشته شده باشد.
- در صورت همفکری و یا استفاده از هر منابع خارج درسی، نام همفکران و آدرس منابع مورد استفاده برای حل سوال مورد نظر را ذکر کنید.
- لطفا تصویری واضح از پاسخ سوالات نظری بارگذاری کنید. در غیر این صورت پاسخ شما تصحیح نخواهد شد.
- تمرین از ۱۲۵ نمره و نمره کامل ۱۱۵ می باشد.
- پاسخ تمامی سوالات (تئوری و عملی) را در یک فایل فشرده به صورت `SPBio_HW2_[firstName]_[lastName]_[StudentId]` نامگذاری کرده و ارسال کنید.

سوالات نظری (۱۱۵ + ۱۰ نمره)

۱. قمارباز بازنده (۱۰ نمره)

حالت تغییر یافته مسئله Gambler's ruin را به این صورت در نظر بگیرید که در هر حالت علاوه بر احتمالات p و q ، بازی با احتمال r که $p + q + r = 1$ ، مساوی می شود و پول قمارباز تغییری نمی کند. برای این بازی موارد زیر را حساب کنید:

- (آ) احتمال اتمام بازی با سرمایه اولیه k که $0 < k < N$ می باشد.
- (ب) مقدار متوسطی زمانی که لازم است که با شروع با سرمایه اولیه k ، بازی به اتمام برسد.
- (ج) در حالتی که احتمال p و q برابر باشند دو مورد بالا را بدست آورده و نتیجه حاصله را تحلیل کنید.

۲. قمارباز بازنده (۱۰ نمره)

یک قدم زنی تصادفی با محدودیت را به این صورت در نظر بگیرید که با احتمال p به سمت راست و به احتمال q به سمت چپ حرکت می کند و وقتی به خانه $-N$ و یا N رسید متوقف می شود. احتمال متوقف شدن در خانه N را بدست آورید.

۳. قمارباز بازنده (۱۰ نمره)

یک قدم زنی تصادفی را به این صورت در نظر بگیرید که دارای حالت های $\{0, 1, \dots, N\}$ می باشد که حالت N یک گره جذب کننده می باشد و حالت 0 یک گره بازتابنده (Reflecting) به این صورت می باشد که با احتمال q در همان گره می ماند و با احتمال p به گره بعدی (۱) می رود. بقیه گره ها مشابه حالت Gambler's Ruin می باشد.

- (آ) احتمال رسیدن به گره N را با شروع از حالت k که $0 \leq k < N$ ، بدست آورید.
- (ب) مقدار متوسطی زمانی که لازم است که با شروع از حالت k که $0 \leq k < N$ ، به خانه N برسید را بدست آورید.

۴. قمارباز بازنده (۱۰ نمره)

یک زمین مستطیلی به طول N خانه و عرض M خانه را در نظر بگیرید. یک موش کور در یک خانه از این زمین قرار گرفته و میخواهد هرچه سریعتر از این زمین خارج شود. ولی به دلیل اینکه شناختی از محیط ندارد و نمیتواند ببیند تصمیم میگیرد با احتمالات $(u, d, l, r) = (0.2, 0.15, 0.35, 0.3)$ به چهار جهت زمین حرکت کند بلکه به یک ضلع از زمین برسد و از زمین خارج شود. اگر در ابتدا موش کور در خانه (a, b) قرار گرفته باشد. موارد زیر را حساب کنید:

- (آ) احتمال خارج شدن از زمین
- (ب) مقدار زمانی که طول میکشد تا موش کور از زمین خارج شود.