



دانشگاه بوعلی سینا

درس برنامه سازی پیشرفته

پیک نوروزی (:

سری تمرینات الگوریتم و حل مسئله

بهار ۹۸

دوستی رشته ها

تعدادی از string ها تصمیم گرفته اند با یکدیگر دوست شوند اما در این کار شکست خوردند. دلیلش این بود که هر string دوست داشت با تمام string های دیگر دوست شود اما مشکل اینجاست که دوستی بین رشته ها به این سادگی نیست و هر دو رشته ای نمی توانند با همدیگر دوست شوند. دو رشته تنها در صورتی می توانند با همدیگر دوست شوند که بتوان یکی را با حذف تعدادی از حروف دیگری بدست آورد. برای مثال دو رشته ی ABCDE و ADE می توانند با همدیگر دوست شوند. اما دو رشته ی ABCD و ACF نمی توانند با همدیگر دوست شوند. رشته ها دوباره تصمیم گرفته اند برای یافتن دوست تلاش کنند اما برای اینکه مشکلات دفعه ی قبل تکرار نشود از شما خواسته اند برنامه ای بنویسید که با دریافت دو رشته تعیین کند که آیا این دو رشته می توانند با هم دوست شوند یا نه.

توضیحات ورودی

ورودی برنامه شامل دو رشته خواهد بود که هر کدام در یک خط جداگانه آمده است.

توضیحات خروجی

در صورتی که دو رشته می توانند دوست شوند در خروجی Yes و در غیر اینصورت No چاپ کنید.

مثال

ورودی ۱

ACHDCHCBHDBCF

CCBHF

خروجی ۱

Yes

ورودی ۲

000111100101

1110001

خروجی ۲

No

متافیزیک

یک عدد به نام هزار هزار بعد از مطالعه‌ی کتابی درباره‌ی متافیزیک به این پی برد که هر عدد دارای یک همزاد در بعدی دیگر است. او تمام تلاشش را کرد تا به سرنخی در مورد ارتباط هر عدد با همزادش برسد و بعد از پژوهش‌های فراوان متوجه شد نمایش باینری یک عدد در این بعد، برعکس نمایش باینری همزادش در بعد دیگر است. برای مثال نمایش باینری عدد 11 به صورت 1011 است پس نمایش باینری همزادش 1101 خواهد بود. بنابراین همزاد عدد 11 عدد 13 است. یافتن همزاد اعداد برای هزار هزار بسیار مشکل است بنابراین از شما می‌خواهد برنامه‌ای بنویسید که همزاد اعداد را برایش پیدا کند.

توضیحات ورودی

ورودی برنامه شامل یک عدد است.

توضیحات خروجی

صرفاً همزاد عدد را در خروجی چاپ کنید.

مثال

ورودی ۱

885

خروجی ۱

1398

ورودی ۲

1599

خروجی ۲

2019

توصیه

استفاده از هدر `bitset` زبان `C++` می‌تواند در حل این تمرین به شما کمک کند.

اجتماع و اشتراک مجموعه ها

واسه این تمرین داستانی به ذهنم نرسید پس همینجوری بنویسید دیگه :
در این تمرین باید برنامه ای بنویسیم که n مجموعه ی غیرتهی را دریافت و اجتماع و اشتراک این مجموعه ها را محاسبه کند.

توضیحات ورودی

در خط اول ورودی عدد n تعداد مجموعه ها آمده است. بعد از این تعداد اعضای هر زیر مجموعه و سپس اعضای آن آمده است. اعضای مجموعه ها با Space از یکدیگر جدا شده اند.

توضیحات خروجی

در خط اول تعداد اعضای اشتراک مجموعه ها و سپس اعضای آن و در خط بعد تعداد اعضای اشتراک مجموعه ها و سپس اعضای آن ها را چاپ کنید. ترتیب اعضا اهمیتی ندارد.

مثال

ورودی ۱

```
3
5
C++ Java Go PHP Ruby
2
Go Scala
4
Scala Go Ada Python
```

خروجی ۱

```
8
C++ Java Go PHP Ruby Scala Ada Python
1
Go
```

ورودی ۲

2

4

Crystal Erlang Groovy Dart

2

Pascal Julia

خروجی ۲

6

Crystal Erlang Groovy Dart Pascal Julia

0

ریاضیدان کم عقل

یک ریاضیدان کم عقل عاشق ساده کردن کسر ها است. اما چرا عقلش کم است؟ این ریاضیدان وقتی می خواهد کسری مانند $\frac{a}{b}$ را ساده کند، ابتدا صورت و مخرج کسر را به عوامل اول خود تجزیه می کند و سپس عوامل مشترک را یافته و ساده می کند. این ریاضیدان به زودی متوجه شد روشش برای اعداد بزرگ اصلاً کارآمد نیست اما به جای اصلاح روش مسخره اش با این تصور که کامپیوتر می تواند بی عقلی اش را جبران کند از شما می خواهد برایش برنامه ای بنویسد که اعداد را به عوامل اول خود تجزیه کند تا حداقل بخشی از کارش سریع تر انجام شود. در مورد این مسئله حقیقت ناامید کننده ای وجود دارد که ریاضیدان دیر یا زود با آن مواجه خواهد شد. با نوشتن این برنامه به دوست خود کمک کنید.

توضیحات ورودی

در خط اول ورودی عدد n که باید به عوامل اول خود تجزیه شود آمده است.

توضیحات خروجی

تمامی عوامل اول عدد و توان آن ها در هر خط خروجی یک عامل اول این عدد و توان آن باید چاپ شود.

مثال

ورودی ۱

1398

خروجی ۱

2 1

3 1

233 1

ورودی ۲

154856

خروجی ۲

2 3

13 1

1489 1

توضیحات

برای ورودی اول:

$$1398 = 2 \times 3 \times 233$$

برای ورودی دوم:

$$154856 = 2^3 \times 13 \times 1489$$

جایگشت ها

دنباله ای از اعداد مانند $A_0 A_2 A_3 \dots A_{n-1}$ را در نظر بگیرید. به ازای دو عدد صحیح i و j به طوریکه $i \neq j$ و $0 \leq i, j \leq n-1$ جایگشتی از این دنباله را بیرخت می نامیم که در آن $A_i < A_j$ برقرار باشد. برنامه ای نویسید که با دریافت یک دنباله تمام جایگشت های بیرخت آن را چاپ کند.

توضیحات ورودی

در خط اول ورودی اعداد n و i و j به ترتیب آمده اند ($2 \leq n \leq 12$). در خط بعدی n عدد متمایز یعنی اعضای دنباله آمده است.

توضیحات خروجی

تمام جایگشت های بیرخت دنباله را در خروجی چاپ کنید. هر جایگشت را در یک خط چاپ کنید.

مثال

ورودی ۱

```
4 0 2
7 5 6 9
```

خروجی ۱

```
5 6 7 9
5 6 9 7
5 7 9 6
5 9 7 6
5 9 6 7
5 7 6 9
6 5 9 7
6 7 9 5
6 9 7 5
6 5 7 9
7 5 9 6
7 6 9 5
```


کمک به بیعی

بیعی تصمیم گرفته از روز شنبه‌ی هفته‌ی بعد برای زندگیش برنامه ریزی کنه. اون می‌خواد دقیقاً مشخص کنه که در هر زمانی چه کاری رو انجام میده. خوشبختانه تنها کاری که بیعی انجام میده کلم خوردنه. پس کافیه فقط برای کلم خوردنش برنامه ریزی کنه. بیعی برای اینکه از کلاه قرمزی و آقای مجری و جیگر کمک میگیره تا بازه‌هایی که قراره در اون‌ها کلم بخوره رو واسش تعیین کنن. این سه نفر هر کدوم برای بیعی یه تعداد بازه زمانی کلم خوردن مشخص کردن. بیعی هم چون خیلی کلم خوردن رو دوست داره تصمیم میگیره در هر بازه‌ای که اون‌ها واسش مشخص کردن کلم بخوره. اما یه مشکل تازه برای بیعی به وجود اومده. کلاه قرمزی برای بیعی نوشته در بازه‌ی $[2, 8.5]$ باید کلم بخوره. جیگر هم برای بیعی نوشته باید در بازه‌ی $[3, 4]$ کلم بخوره. بازه‌ی کلاه قرمزی در واقع شامل بازه‌ی جیگر هم میشه. بیعی پی برد که تعداد زیادی از بازه‌هایی که داره یا اضافی هستن یا باید با هم ترکیب بشن. مثلاً به جای دو بازه‌ی $[5, 15]$ و $[10, 20]$ باید یک بازه‌ی $[5, 20]$ وجود داشته باشه. یا به جای دو بازه‌ی $[10, 15]$ و $[12, 13]$ بازه‌ی $[10, 15]$ باید باشه. بیعی برای اینکه تو کلم خوردن گیج نشه از شما خواسته تا واسش برنامه‌ای بنویسید که با دریافت این بازه‌ها، بازه‌های نهایی که بیعی قراره در اون‌ها کلم بخوره رو مشخص کنه.

توضیحات ورودی

در خط اول ورودی n تعداد بازه‌ها آمده است. n خط بعدی هر کدام شامل دو عدد حقیقی به ترتیب ابتدا و انتهای بازه هستند. بازه‌ها در ورودی ترتیب خاصی ندارند. بازه‌ها بسته هستند یعنی شامل اعداد ابتدا و انتهای خود هم می‌شوند.

توضیحات خروجی

بازه‌های نهایی که اشتراکی با یکدیگر ندارند را در خروجی چاپ کنید.

مثال

ورودی ۱

```
5
1 10
15 17
10 11
2 9.5
16 18
```

خروجی ۱

1 11
15 17
16 18

ورودی ۲

7
0 7
12 14
5 15
10 11
20 22
23 31
33 40

خروجی ۲

0 15
20 22
23 31
33 40

مقدار ویژه‌ی یک مجموعه

مجموعه‌ی S را در نظر بگیرید. مقدار ویژه‌ی این مجموعه به این صورت محاسبه می‌شود که حاصل جمع اعضای هر زیر مجموعه‌ی S را محاسبه و سپس تمام این حاصل جمع‌ها را با همدیگر جمع می‌کنیم. حاصل را مقدار ویژه‌ی مجموعه‌ی S می‌نامیم.

توضیحات ورودی

در خط اول ورودی عدد n ($1 \leq n \leq 64$) تعداد اعضای مجموعه آمده است. در ادامه n عدد متمایز یعنی اعضای مجموعه آمده است.

توضیحات خروجی

در خروجی بایستی صرفاً مقدار ویژه‌ی مجموعه چاپ شود.

مثال

ورودی ۱

3
5 8 12

خروجی ۱

100

ورودی ۲

5
1398 2019 2 4 8

خروجی ۲

54896

توضیحات

مورد اول:

$$100 = (5) + (8) + (12) + (5 + 8) + (5 + 12) + (8 + 12) + (5 + 8 + 12)$$

برنامه‌ی جیگر

برخلاف بیعی که فقط بلد است کلم بخورد، کلاه قرمزی علاقه‌ی زیادی به مطالعه‌ی کتاب‌های مختلف دارد. تا مدت‌ها کلاه قرمزی کتاب‌هایش را در هر جایی که می‌توانست رها می‌کرد اما بعد از اینکه بیعی چند تا از کتاب‌هایش را خورد، تصمیم گرفت کتاب‌هایش را در تعدادی جعبه قرار دهد. کلاه قرمزی 50 کتاب متفاوت و 20 جعبه دارد. او دلش می‌خواهد بداند این 50 کتاب را به چند طریق می‌تواند در جعبه‌ها قرار دهد به طوری که هیچ جعبه‌ای خالی نماند. اینبار کلاه قرمزی از شما نخواست برایش برنامه بنویسد. به جایش از جیگر خواست تا برنامه را برایش بنویسد. جیگر متوجه شد اگر n تعداد کتاب‌ها و k تعداد جعبه‌ها باشد، تعداد حالت‌های توزیع کتاب‌ها بین جعبه‌ها از تابع بازگشتی و شرایط اولیه‌ی زیر محاسبه می‌شود (m عددی دلخواه است):

$$f(n, k) = k \times f(n-1, k) + f(n-1, k-1)$$

$$f(0, 0) = 1$$

$$f(0, m) = f(m, 0) = 0$$

جیگر با این تابع برنامه‌ای به زبان C++ نوشت و وقتی آن را برای $n = 5$ و $k = 2$ امتحان کرد پاسخ درست 15 را دریافت کرد. اما وقتی آن را برای $n = 50$ و $k = 20$ اجرا کرد هر چقدر منتظر ماند جوابی دریافت نکرد. جیگر از شما خواست تا برنامه‌ای بنویسد که بتواند محاسبه را در زمان مناسب انجام دهد. با فرض درست بودن این رابطه برنامه‌ای بنویسد که مقادیر این تابع را در زمان مناسبی محاسبه کند. از آن جایی که پاسخ سوال ممکن است بسیار بزرگ باشد، باقیمانده آن به 1000000001 را به عنوان پاسخ چاپ کنید. به بازه‌ی n ورودی دقت کنید.

توضیحات ورودی

در خط اول ورودی دو عدد n ($1 \leq n \leq 1000$) و k ($1 \leq k \leq n$) آمده است.

توضیحات خروجی

مقدار $f(n, k)$ را نمایش محاسبه کنید. چون این عدد ممکن است بسیار بزرگ باشد باقیمانده آن به 1000000001 چاپ کنید.

مثال

ورودی ۱

10 5

خروجی ۱

42525



ورودی ۲

1000 250

خروجی ۲

282162062

مسابقه‌ی جیگر و ببی

جیگر و ببی قصد دارند با همدیگر مسابقه بدهند. پسرخاله داور این مسابقه است. مسابقه به این صورت است که پسرخاله یک عدد به جیگر و ببی می دهد و برنده کسی است که کوچکترین عددی که بزرگتر یا مساوی عدد داده شده است و همچنین شاخ دار است را پیدا کند. عدد شاخ دار عددی است که از سمت چپ و راست به صورت یکسان خوانده می شود. مثلاً اعداد 9995999 و 125521 شاخ دار هستند. ببی با این حساب که جیگر خراب است و متوجه نمی شود، تصمیم به تقلب در مسابقه می گیرد و از شما می خواهد برایش برنامه ای بنویسید که با دریافت یک عدد اولین عدد شاخ دار بعد از آن را نمایش دهد. اگر خود آن عدد شاخ دار بود، عدد را نمایش دهد. ارقام عدد به طور جداگانه به برنامه داده می شوند.

توضیحات ورودی

در خط اول ورودی عدد n تعداد ارقام عدد و در خط بعدی n عدد یعنی ارقام عدد آمده است. ارقام با فاصله از یکدیگر جدا شده اند.

توضیحات خروجی

در صورتی که عدد شاخ دار است خود آن و در غیر اینصورت عدد شاخ دار بعدی را پیدا کنید.

مثال

ورودی ۱

```
6
7 1 3 3 2 2
```

خروجی ۱

```
7 1 4 4 1 7
```

ورودی ۲

```
11
9 4 1 8 7 9 7 8 3 2 2
```

خروجی ۲

```
9 4 1 8 8 0 8 8 1 4 9
```

حدس پسر عمه زنا

پسر عمه زنا جدیداً در حال پژوهش بر روی اعداد است. او تلاش کرد تعدادی از اعداد را به صورت مجموع سه عدد اول بنویسد. او این کار را برای تعدادی از اعداد انجام داد:

$$8 = 3 + 3 + 2$$

$$12 = 7 + 3 + 2$$

پسر عمه زنا حدس می زند که هر عدد صحیح بزرگتر از 5 را می توان به صورت مجموع سه عدد اول نوشت. او برای اینکه شک خود را برطرف کند از شما می خواهد برنامه ای بنویسد که با دریافت یک عدد n ، سه عدد اول که حاصل جمع آن ها برابر n است نمایش دهد.

توضیحات ورودی

در ورودی عددی صحیح n که $6 \leq n \leq 10^6$ آمده است.

توضیحات خروجی

در خروجی سه عدد اول که مجموع آن ها برابر n است را چاپ کنید.

مثال

ورودی ۱

15

خروجی ۱

11 2 2

ورودی ۲

30

خروجی ۲

17 11 2