401121014 ن. امیر مهدی حسینی

[الف_3] خارج از حلقه ها یک بار دستور اجرا می‌شود. در حلقه اول، $\frac{(n-1)-1+1}{2}$ بار دستور println اجرا می‌شود. در حلقه تودرتو $(\frac{n-1}{2}).n$ بار دستور اجرا می‌شود:

$$T(\theta) = 1 + \frac{(n-1)}{2} + (\frac{n-1}{2}).n \Rightarrow T(\theta) \in O(n^2)$$

[ب_3] خارج از حلقه‌ها، دو تا هر کدام یک انتساب دارند. داخل حلقه اول، $i+=2$ و $s=s+i$ وجود دارند که به ازای تک تک حلقه یعنی $\frac{n-1}{2}$ بار تکرار می‌شوند. در حلقه تودرتو، یک بار انتساب $j=0$ داریم و به ازای تکرار حلقه یعنی $(\frac{n-1}{2}).n$ انتساب $s=s+i+j$ داریم:

$$T(\theta) = 2 + (\frac{n-1}{2}).2 + 1 + (\frac{n-1}{2}).n.1 \Rightarrow T(\theta) \in O(n^2)$$

[الف_4] $T(n) = 3T(n-1) + 5T(n-2) \Rightarrow x^n - 3x^{n-1} - 5x^{n-2} = 0$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 5 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{+3 \pm \sqrt{29}}{2} \Rightarrow T(n) = C_1(x_1)^n + C_2(x_2)^n$$

$$= C_1\left(\frac{3+\sqrt{29}}{2}\right)^n + C_2\left(\frac{3-\sqrt{29}}{2}\right)^n \Rightarrow T(0) = 1 \Rightarrow C_1 + C_2 = 1$$

$$T(1) = 1 \Rightarrow C_1\left(\frac{3+\sqrt{29}}{2}\right) + C_2\left(\frac{3-\sqrt{29}}{2}\right) = 1 \Rightarrow C_2 = -C_1 + 1 \Rightarrow$$

$$C_1(3+\sqrt{29}) + (1-C_1)(3-\sqrt{29}) = 2 \Rightarrow 3C_1 + \sqrt{29}C_1 + 3 - \sqrt{29} - 3C_1 + \sqrt{29}C_1 = 2$$

$$\Rightarrow C_1 = \frac{-1+\sqrt{29}}{2\sqrt{29}}, \quad C_2 = \frac{\sqrt{29}+1}{2\sqrt{29}} \Rightarrow T(n) = \frac{-1+\sqrt{29}}{2\sqrt{29}} \cdot \left(\frac{3+\sqrt{29}}{2}\right)^n + \frac{+1+\sqrt{29}}{2\sqrt{29}} \cdot \left(\frac{3-\sqrt{29}}{2}\right)^n$$

[ب_4] $T(n) = 4T(\frac{n}{2}) + 12n^2, \quad T(\frac{n}{2}) = 4T(\frac{n}{4}) + 12(\frac{n}{2})^2$

$$T(\frac{n}{4}) = 4T(\frac{n}{8}) + 12(\frac{n}{4})^2, \quad T(\frac{n}{8}) = 4T(\frac{n}{16}) + 12(\frac{n}{8})^2$$

$$\underset{i=1}{T(n)} = 4T(\frac{n}{2}) + 12n^2 \underset{i=2}{=} 4\left[4T(\frac{n}{4}) + 12(\frac{n}{2})^2\right] + 12n^2$$

$$\underset{i=3}{=} 4\left[4\left[4\left[T\left(\frac{n}{8}\right)+12\left(\frac{n}{4}\right)^2\right]+12\left(\frac{n^2}{2}\right)\right]+12n^2 = 4^i\left(T\left(\frac{n}{2^i}\right)\right)+12in^2\right.$$

$$= T\left(\frac{n}{2^i}\right) = T(1) \Rightarrow n = 2^i \rightarrow \log_2^n = i \rightarrow 4^{\log_2^n}\left(T\left(\frac{n}{\log n}\right)\right) +$$

$$12\log_2^n \cdot n^2 = 2^n\,(T(1)) + 12\,n^2\log n = 2^n + 12\,n^2\log_2 n$$