

دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)
دانشکده مهندسی کامپیوتر

درس سیگنال‌ها و سیستم‌ها

تمرین اول سیگنال‌ها و سیستم‌ها

استاد درس
دکتر راستی

توضیحات:

- مهلت تحویل تا چهارشنبه ۵ آبان در نظر گرفته شده است و به هیچ عنوان تمدید نخواهد شد. برای این تمرین، مانند تمرین‌های دیگر، می‌توانید از مجموع ۱۰ روز تاخیر مجاز خود استفاده کنید.
- پاسخ به تمرین‌ها باید به صورت انفرادی نوشته شود و در صورت مشاهده هرگونه تقلب نمره برای همه افراد صفر در نظر گرفته خواهد شد.
- پاسخ بخش‌های تئوری و شبیه‌سازی تمرین را در قالب یک فایل ZIP با نام «HW1_StudentNumber.zip» در سایت درس بارگذاری کنید.
- سوالات خود را از طریق ایمیل ss.fall.2021@gmail.com با تدریس‌یاران درس مطرح کنید. موضوع ایمیل را «تمرین n : سوال m » برای سوالات تمرین و «سوال از فصل x » برای سوالات درسی قرار دهید.

نیمسال اول ۱۴۰۰-۱۴۰۱

بخش تئوری

سوال ۱ -

انرژی کل و توان متوسط سیگنال‌های زیر را به دست آورید.

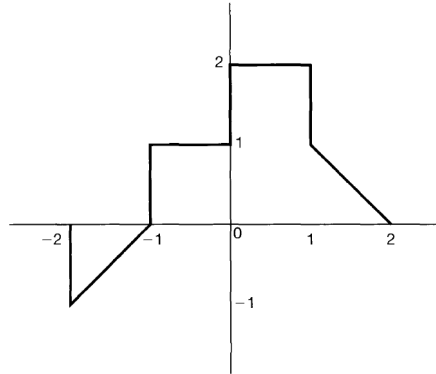
a) $x_1[n] = \sin(n) u[n^2 - 9]$

b) $x_2(t) = \left(\frac{1}{4}\right)^t u(t)$

c) $x_3[n] = \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)$

سوال ۲ -

سیگنال $x(t)$ را به شکل زیر در نظر بگیرید. موارد خواسته شده را رسم کنید.



a) $x(2 - t)$

b) $x(\frac{t}{2} + 1)$

c) $x(1 - 2t)$

d) $x(\frac{t}{2}) [\delta(t + 3) - \delta(t - 3)]$

سوال ۳ -

آ) متناوب بودن سیگنال‌های زیر را بررسی کنید. در صورت متناوب بودن سیگنال، دوره تناوب اصلی آن را به دست آورید.

$$a) x_1(t) = e^{3jt} + e^{4\pi jt}$$

$$b) x_2(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{-|6t+n|}$$

$$c) x_3(t) = \mathcal{E}v\{\sin(4\pi t) u(t)\}$$

$$d) x_4[n] = \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right) \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)$$

$$e) x_5[n] = 2\cos\left(\frac{1}{4}n\right) + \sin\left(\frac{1}{8}n\right) - 2\cos\left(\frac{1}{2}n + \frac{1}{6}\right)$$

ب) سیگنال‌های زیر را رسم کرده و دوره تناوب هر کدام را در صورت وجود به دست آورید.

$$a) x_1(t) = \cos(2t)$$

$$b) x_2[n] = \cos(2n)$$

$$c) x_3(t) = \cos(2\pi t)$$

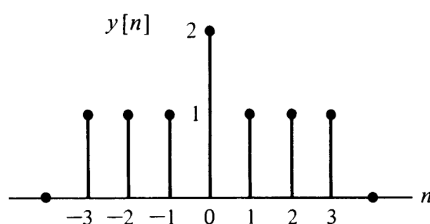
$$d) x_4[n] = \cos(2\pi n)$$

سوال ۴ -

آ) بخش‌های زوج و فرد سیگنال زیر را به دست آورید.

$$x(t) = e^{-3|t|} \cos(t)$$

ب) سیگنال $y[n]$ در شکل زیر را در نظر بگیرید.



(۱) سیگنال $x[n]$ را بیابید به گونه‌ای که برای $n \geq 0$ ، $\mathcal{E}\mathcal{V}\{x[n]\} = y[n]$ و برای $n < 0$ ، $\mathcal{O}\mathcal{D}\{x[n]\} = y[n]$ باشد.

(۲) اگر برای تمامی مقادیر n ، $\mathcal{E}\mathcal{V}\{w[n]\} = y[n]$ و به ازای $n < 0$ ، $w[n] = 0$ باشد، $w[n]$ را بیابید.

سوال ۵ -

ویژگی‌های خواسته شده برای هر یک از سیستم‌های زیر را بررسی کنید.

a) $y_1(t) = (2 + \sin t) x(t)$ (Memoryless, Linear, Time-Invariant, Stable)

b) $y_2(t) = x(2t)$ (Linear, Time-Invariant, Causal, Invertible, Stable)

c) $y_3[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]$ (Linear, Time-Invariant, Invertible)

d) $y_4[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k]$ (Memoryless, Linear, Time-Invariant, Causal, Stable)

e) $y_5(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ (Linear, Invertible)

f) $y_6[n] = \max \{x[n], x[n-1], \dots, x[-\infty]\}$ (Memoryless, Linear)

سوال ۶-

معکوس‌پذیری سیستم‌های زیر را بررسی کنید.

a) $y_1(t) = t x(t)$

b) $y_2(t) = \int_{t^2+t}^{+\infty} x(T-1) dT$

بخش شبیه‌سازی

در این بخش، برای راحتی کار می‌توانید از فایل نوت‌بوک ژوپیتر که در اختیارتان قرار گرفته است استفاده کنید. در صورت عدم استفاده از ژوپیتر، حتماً عکس نمودارهای رسم شده را نیز در کنار کد خود ارسال کنید.

سوال ۱ -

سیگنال‌های پیوسته زیر را با اندازه گام 0.01 و در بازه مشخص شده با استفاده از کتابخانه numpy در زبان پایتون رسم کنید.

$$a) \ x_1(t) = e^{2t} \cos(2t) u(-t + 4) ; \quad \text{interval} = [-10, 10]$$

$$b) \ x_2(t) = \begin{cases} 1 & t < -1 \\ -t & -1 \leq t \leq 1 \\ \sin(t - 1) & t > 1 \end{cases} ; \quad \text{interval} = [-4, 4]$$

$$c) \ x_3(t) = \sum_{n=-20}^{20} e^{-|2t+n|} ; \quad \text{interval} = [-5, 5]$$

سوال ۲ -

سیگنال‌های گسسته زیر را در بازه مشخص شده با استفاده از کتابخانه numpy در زبان پایتون رسم کنید.

a) $x_1[n] = \cos(3n)$; interval = $[-5, 5]$

b) $x_2[n] = \cos(3\pi n)$; interval = $[-5, 5]$

c) $x_3[n] = \sin(0.2\pi n) + \cos(2.2\pi n)$; interval = $[-20, 20]$

d) $x_4[n] = \sin(2.2\pi n) + \cos(4.2\pi n)$; interval = $[-20, 20]$

e) $x_5[n] = u[n + 3] - u[-n + 3] + 2\delta[n]$; interval = $[-10, 10]$

سوال ۳ (امتیازی) -

یکی از اهداف این درس، تحلیل رفتار سیستم‌ها است. در بسیاری از موارد، تعریف دقیقی از رفتار سیستم مورد بررسی به شکل یک معادله صریح وجود ندارد. در این سوال یک سیستم ناشناخته گسسته-زمان در اختیار شما قرار دارد. با دادن ورودی به این سیستم و تحلیل خروجی آن، حدسی در خصوص ویژگی‌های **خطی بودن و تغییرناپذیری با زمان** این سیستم ارائه دهید.

برای دریافت خروجی این سیستم ناشناخته، ابتدا تابع زیر را از فایل `ss.py` که در اختیارتان قرار گرفته است `import` کنید.

```
from ss import get_system_output
```

سپس یک سیگنال (به شکل دو آرایه n و $x[n]$) با `numpy` تعریف کنید و به تابع `get_system_output` پاس بدهید تا خروجی آن را دریافت کنید.

```
n1, y_n1 = get_system_output(n=n, x_n=x_n)
```

با تکرار این کار برای چند ورودی مختلف و رسم سیگنال‌های ورودی و خروجی با استفاده از توابع نوشته شده در سوال‌های ۱ و ۲، حدس مناسبی در خصوص ویژگی‌های خواسته شده ارائه کنید.

- توجه کنید در اینجا به دنبال اثبات این ویژگی‌ها، مانند بخش تئوری، نیستیم.
- سعی کنید سیگنال‌های ورودی حالت ساده و خاص (مانند $x[n] = 0$) نباشد تا از روی خروجی بتوانید حدس بهتری بزنید.
- برای این سوال نیاز به اتصال به اینترنت و کتابخانه `requests` دارید. با استفاده از دستور زیر این کتابخانه را نصب کنید.

```
pip install requests
```

در نهایت مواردی را که برای کشف ویژگی‌های خواسته شده امتحان کردید به همراه ویژگی‌های سیستم و تحلیلی از آن گزارش دهید.