

دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)
دانشکده مهندسی کامپیوتر

درس سیگنال‌ها و سیستم‌ها

تمرین دوم سیستم‌های خطی تغییرناپذیر با زمان

استاد درس
دکتر راستی

توضیحات:

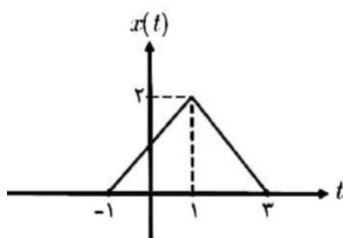
- مهلت تحویل تا یکشنبه ۳۰ آبان در نظر گرفته شده است و به هیچ عنوان تمدید نخواهد شد. برای این تمرین، مانند تمرین‌های دیگر، می‌توانید از مجموع ۱۰ روز تاخیر مجاز خود استفاده کنید.
- پاسخ به تمرین‌ها باید به صورت انفرادی نوشته شود و در صورت مشاهده هرگونه تقلب نمره برای همه افراد صفر در نظر گرفته خواهد شد.
- پاسخ بخش‌های تئوری و شبیه‌سازی تمرین را در قالب یک فایل ZIP با نام «HW2_StudentNumber.zip» در سایت درس بارگذاری کنید.
- سوالات خود را از طریق ایمیل ss.fall.2021@gmail.com با تدریس‌یاران درس مطرح کنید. موضوع ایمیل را «تمرین n : سوال m » برای سوالات تمرین و «سوال از فصل x » برای سوالات درسی قرار دهید.

نیمسال اول ۱۴۰۰-۱۴۰۱

بخش تئوری

سوال ۱ -

پاسخ یک سیستم LTI به ورودی $x(t)$ برابر با $u(t) - u(t - 4)$ داده شده است. پاسخ این سیستم وقتی ورودی قسمت زوج سیگنال $x(t)$ ، که از رابطه $\frac{x(t) + x(-t)}{2}$ به دست می‌آید، باشد چه خواهد بود؟



سوال ۲ -

در هر یک از موارد زیر، در صورتی که پاسخ ضربه سیستم LTI برابر $h(t)$ و ورودی آن برابر $x(t)$ باشد، خروجی سیستم را به دست آورید.

a) $x(t) = u(t) - u(t - 2)$, $h(t) = e^{-2t}u(t)$

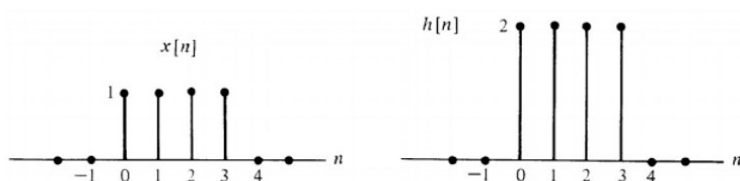
b) $h[n] = \delta[n + 2] + \delta[n + 1] + \delta[n] + \delta[n - 1]$, $x[n] = \frac{1}{3^n}$

c) $h[n] = \frac{1}{5^n}u[n]$, $x[n] = u[-n - 3]$

d) $x(t) = \Pi(t - \frac{1}{2}) - \Pi(t - \frac{3}{2})$, $h(t) = u(t) - u(t - 1)$

$$\Pi(t) = \text{rect}(t) = u(t + \frac{1}{2}) - u(t - \frac{1}{2})$$

e)

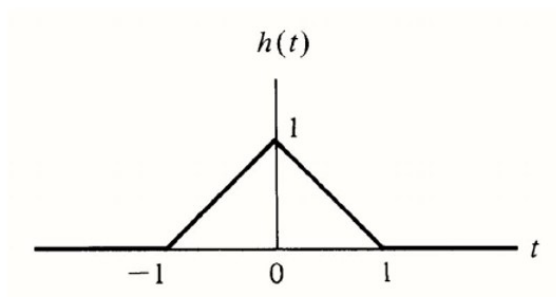


f) $x(t) = \begin{cases} 2 & |t| < t_1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$, $h(t) = \begin{cases} 1 & |t| < t_2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$, $0 < t_1 \leq t_2$

سوال ۳ -

فرض کنید سیگنال $x(t)$ یک قطار ضربه با رابطه‌ای که در ادامه نوشته شده است باشد و سیگنال پاسخ ضربه $h(t)$ را مطابق شکل زیر در نظر بگیرید.

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT)$$



آ) سیگنال $x(t)$ را رسم کنید.

ب) اگر $T = \frac{3}{2}$ باشد، $y(t) = x(t) * h(t)$ را محاسبه و رسم نمایید.

سوال ۴ -

خواص علی بودن و پایداری سیستم‌های LTI زیر را که با پاسخ ضربه یا معادله صریح مشخص شده‌اند تعیین کنید.

a) $h(t) = e^{-6t}u(t+2)$

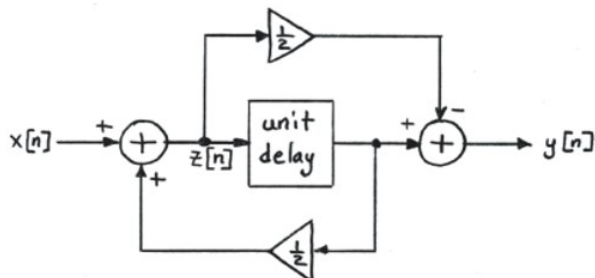
b) $h[n] = 2^n u[3-n]$

c) $y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} (t-\tau)u(t-\tau)x(\tau)d\tau$

d) $h[n] = (0.8)^n u[n+2]$

سوال ۵-

سیستم LTI زیر را در نظر بگیرید (بخش‌های مثلثی به معنای عملگر ضرب در سیگنال ورودی هستند).



(آ) معادله تفاضلی بین ورودی $x[n]$ و خروجی $z[n]$ را بیابید.

(ب) پاسخ ضربه $h[n]$ بین ورودی $x[n]$ و خروجی $z[n]$ را محاسبه کنید.

(پ) پاسخ ضربه $h_{overall}[n]$ بین ورودی $x[n]$ و خروجی $z[n]$ را بیابید.

سوال ۶-

با فرض برقراری سکون ابتدایی در معادله تفاضلی مرتبه اول زیر، پاسخ ضربه سیستمی را که رابطه ورودی-خروجی آن با این معادله تفاضلی توصیف شده است بیابید.

$$y[n] + 2y[n - 1] = x[n]$$

سکون ابتدایی:

$$\text{if } \forall n < n_0. x[n] = 0 \text{ then } \forall n < n_0. y[n] = 0$$

بخش شبیه‌سازی

بررسی سوال زیر اختیاری است (و نمره‌ای به آن تعلق نمی‌گیرد) اما توصیه می‌شود برای دید بهتر جهت انجام این بخش آن را حل کنید.

- سیگنال‌های گسسته-زمان $h[n]$ که خارج از بازه $n_0 \leq n \leq n_1$ و $x[n]$ که خارج از بازه $n_2 \leq n \leq n_3$ برابر صفر هستند را در نظر بگیرید. مقادیر n_4 و n_5 را به گونه‌ای بیابید که در خارج از بازه $n_4 \leq n \leq n_5$ مقدار $x[n] * h[n]$ برابر صفر باشد.

سوال ۱ -

آ. تابعی بنویسید که با دریافت دو سیگنال در ورودی، کانولوشن آن‌ها را محاسبه کند. سپس با استفاده از این تابع، کانولوشن موارد زیر را محاسبه و رسم کنید.

a)

$$x[n] = u[n+2] - 2u[n-12] + u[n-20]$$

$$h[n] = 0.9^n (u[n-2] - 2u[n-4])$$

$$\text{interval} = [-20, 80]$$

b)

$$x(t) = \cos(t) [u(t+2) - u(t-2)]$$

$$h(t) = e^{-4t} u(t)$$

$$\text{interval} = [-15, 15], \text{ step} = 0.1$$

c)

$$x(t) = \begin{cases} 1 & |t| < a \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}, \quad h(t) = \begin{cases} 1 & |t| < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{interval} = [-5, 5], \text{ step} = 0.1, a \in \{1, 3\}$$

برای بررسی درستی محاسبات کانولوشن می‌توانید از تابع `convolve` در کتابخانه `numpy` استفاده کنید و نتیجه کار را با محاسبات خود مقایسه کنید.

ب. اگر توجه کنید در [قسمت آ.](#) مقادیر سیگنال حاصل بسیار بزرگ‌تر از مقدار واقعی کانولوشن است. برای حل این مشکل چه تغییری در سیگنال نهایی باید داده شود؟ (امتیازی)

سوال ۲ (امتیازی) -

سیگنال زیر را در بازه $[-20, 20]$ با اندازه گام 0.1 رسم کنید. همانطور که مشاهده می‌کنید بر روی سیگنال نویز زیادی وجود دارد.

$$x(t) = \frac{3}{2} \sin(10t) + 5 \sin\left(\frac{1}{2}t\right) + \cos\left(\frac{15}{2}t\right)$$

- آ. سیستم LTI با پاسخ ضربه $h(t) = u(t+a) - u(t-a)$ را فرض کنید. به کمک تابع نوشته شده در سوال قبل، خروجی این سیستم را برای ورودی $x(t)$ به ازای $a \in \{0.2, 1.2, 8\}$ رسم کنید.
- ب. تغییرات انجام شده روی ورودی توسط این سیستم را چگونه توجیه می‌کنید؟ نقش a در ارتباط ورودی و خروجی سیستم چیست؟
- پ. اگر مجدداً توجه کنید در [قسمت آ](#) مقادیر سیگنال خروجی سیستم با سیگنال اصلی متفاوت است. برای حل این مشکل چه تغییری در سیگنال خروجی باید داده شود؟

در ادامه درس و با استفاده از تبدیل فوریه، می‌توانیم به طور بهتری نویز سیگنال‌ها را حذف کنیم.