۳)

ابتدا ماتریس M را طبق رابطه زیر محاسبه می‌کنیم

$$M = \sum_{x,y} w(x,y) \begin{bmatrix} I_x^2 & I_x I_y \\ I_x I_y & I_y^2 \end{bmatrix}$$

الف و ب)

ابتدا این ماتریس را محاسبه می‌کنیم

I_x, I_y را به صورت دو ماتریس داریم

برای توان ۲ آنها باید هر عضو را به توان ۲ برسانیم

$$I_x^2 = (3^2)\times 3 + (2^2)\times 3 + 4^2 + (1)^2 + (0)^2 = 56$$

$$I_y^2 = (3^2)\times 2 + (4^2)\times 2 + (2)^2\times 2 + (1)^2 + (-1)^2 + (0)^2 = 60$$

$$I_x I_y = 3\times 3 + 2\times 2 + 0\times -1 + 3\times 4 + 4\times 4 + 2\times 1$$
$$+ 1\times 0 + 3\times 3 + 2\times 2 = 56$$

$$M = \begin{bmatrix} 56 & 56 \\ 56 & 60 \end{bmatrix} \qquad w = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

در نظر می‌گیریم

$$R = \underbrace{\det(M)}_{ad-bc} - \underbrace{k}_{0.04} \underbrace{(\mathrm{trace}(M))^2}_{(a+d)^2} = -314.24$$

$$56\times 60 - 56\times 56 = 56\times 4 = 224$$

$$0.04\,(56+60)^2 = 538.24$$

ج) برای تشخیص وضعیت ناحیه شرط زیر مطرح شده

$R>0 \longrightarrow$ گوشه ، $R=0$ flat

$R<0 \longrightarrow$ لبه

با توجه به اینکه $R<0$ شده $\leftarrow$ لبه داریم.

۵) تبدیل affine، ۶ پارامتر دارد $\leftarrow$ ۳ نقطه نیاز است

سه نقطه (جفت) (A,A') ، (B,B') ، (D,D') را در نظر می‌گیریم

معادله کلی affine چنین است

الف)

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & t_x \\ a_{21} & a_{22} & t_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$(A,A'): \begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & t_x \\ a_{21} & a_{22} & t_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۰ \\ ۰ \\ ۱ \end{bmatrix}$$

$t_x = ۳ , \quad t_y = ۲$

$$(B,B'): \begin{bmatrix} ۴ \\ ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & ۳ \\ a_{21} & a_{22} & ۲ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ \\ ۰ \\ ۱ \end{bmatrix}$$

$۴ = a_{11} + ۳ \Rightarrow a_{11} = ۱ , \quad a_{21} + ۲ = ۱ \rightarrow a_{21} = -۱$

$$(D,D'): \begin{bmatrix} ۱ \\ ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & a_{12} & ۳ \\ -۱ & a_{22} & ۲ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ \\ ۲ \\ ۱ \end{bmatrix}$$

$۲a_{12} + ۱ + ۳ = ۱ \rightarrow a_{12} = -\frac{۳}{۲} \quad \Big| \quad a_{22} = \frac{۱}{۲}$

۵) ب)

(C, C') :

$$\begin{bmatrix} C'_x \\ C'_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{3}{2} & 3 \\ -1 & \frac{1}{2} & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C'_x = 2 - \frac{3}{2} + 3 = 3{,}5$$

$$C'_y = -2 + \frac{1}{2} + 2 = \frac{1}{2}$$

(E, E') :

$$\begin{bmatrix} E'_x \\ E'_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{3}{2} & 3 \\ -1 & \frac{1}{2} & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$E'_x = -\frac{3}{2} + 3 = \frac{3}{2} \ , \quad E'_y = \frac{1}{2} + 2 = 2{,}5$$

۷)

طبق فرضیات سوال

$h_{33} = 1$,

ثابت و $(x, y) =$

معادلات Projective

$$x_2 = \frac{h_{11} x_1 + h_{12} y_1 + h_{13}}{h_{31} x_1 + h_{32} y_1 + h_{33}}$$

$$y_2 = \frac{h_{21} x_1 + h_{22} y_1 + h_{23}}{h_{31} x_1 + h_{32} y_1 + h_{33}}$$

چون قرار است نقطه ۰,۰ ثابت بماند

$$0 = \frac{h_{13}}{\cancel{h_{33}}\,1} \quad , \quad \frac{h_{23}}{\cancel{h_{33}}\,1} = 0$$

نقطه تلاقی

دسته خط ۱ : $x = 5 \,,\, 2x = y \,,\, x+5 = y \rightarrow x=5 \,,\, y = 10$

دسته خط ۲ : $x = -5 \,,\, x+y = 5 \,,\, 2x+y = 0 \rightarrow x = -5 \,,\, y = 10$

هر یک از این دسته خطوط باید تبدیل به موازی شوند. در Projective

طبق جزوه خطوط موازی تبدیل موازی می‌مانند و طبق نکات استاد در بی‌نهایت

یکدیگر را قطع می‌کنند. طبق معادلات برای اینکه معادلات به بی‌نهایت برسد (برود)

و در آنجا یکدیگر را قطع کنند باید مخرج کسر به سمت صفر برود.

$$h_{31}x_1 + h_{32}y_1 + h_{33} = 0$$

نقاط تلاقی را در هر یک از دسته خطوط بدست آوردیم

جایگذاری می‌کنیم: $h_{33} = 1$

$\frac{x=5}{y=10} \rightarrow h_{31}\times 5 + 10h_{32} = -1$ $\qquad h_{32} = -\frac{1}{10}$

$\Rightarrow$

$\frac{x=-5}{y=10} \rightarrow h_{31}\times -5 + 10h_{32} = -1$ $\qquad h_{31} = 0$

پارامترهای h_{11} , h_{12} , h_{21} , h_{22} باقی‌اند

ادامه صفحه بعد

(۷) ادامه) یکی از خواص ماتریس هموگرافی معکوس پذیر بودن آن است

یعنی دترمینال $\neq 0$

$$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \longrightarrow$$ دترمینال میگیریم

$$h_{11}(h_{22} \times \overset{1}{\cancel{h_{33}}} - h_{32} \times \overset{0}{\cancel{h_{23}}}) - h_{12}(h_{21} \times \overset{1}{\cancel{h_{33}}} - \overset{0}{\cancel{h_{31}}} \times \overset{0}{\cancel{h_{23}}}) + \overset{0}{\cancel{h_{13}}}(h_{21} \times h_{32} - \overset{0}{\cancel{h_{31}}} \times h_{22}) \neq 0$$

با استفاده از معادلاتی که قبلا بدست آوردیم:

$$h_{11} \times h_{22} - h_{12} \times h_{21} \neq 0$$

$$\Rightarrow h_{11} \times h_{22} \neq h_{12} \times h_{21}$$

(۸)

الف)

قسمت دوم)

$$P.X = \begin{bmatrix} 5 & -14 & 2 & 17 \\ -10 & -5 & -10 & 50 \\ 10 & 2 & -11 & 19 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -7 \\ 20 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -7 \\ 20 \end{bmatrix}$$

~~قسمت اول) باید تمام عناصر را تقسیم بر ۱ کنیم~~

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

اگر بخواهیم از بردار فاکتور مقیاس استفاده کنیم مثلا می‌توانیم ۵ را در آن ضرب کنیم

$$\begin{bmatrix} 25 \\ 25 \end{bmatrix}$$

پ) ۱۵ اسلاید ۱۴

$$x_{screen} = f_x \frac{X}{Z} + c_x$$

$$q = M.\vec{Q} \qquad \vec{Q} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} , \quad \vec{q} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

یک نقطه در دنیای فیزیکی

ادامه ۸ ب

$$M = \begin{bmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 250 & 0 & 500 \\ 0 & 250 & 500 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$f_x = \frac{f}{\text{اندازه پیکسل در راستای } x} = \frac{5}{0.02} = 250$$

$$f_y = \frac{5}{0.02} = 250$$