

باسمه تعالی

تمرین شبیه سازی شماره 1

درس آمار و احتمال مهندسی

استاد: دکتر کرباسی

قوانین تحویل تمرین

این تمرین از ترکیب سوال های پاسخ کوتاه (بدون کد) و شبیه سازی (با کد) تشکیل شده است. لطفا برای هر قسمت (a تا f) یک پوشه بسازید و جواب های هر قسمت را داخل آن قرار دهید. در نهایت هر 6 پوشه را با فرمت zip فشرده سازی کنید و با فرمت FAMILY_NAME_STDNUM نام گذاری کنید و داخل cw آپلود کنید. مثلا فردی با اسم سروش عاشوری صفت با شماره دانشجویی 95101955 اینگونه نام گذاری می کند: ASHOURI_SEFAT_95101955.zip

برای قسمت های پاسخ کوتاه می توانید داخل یک برگه با خط خوانا سوال را حل کنید و عکس آن را داخل پوشه قرار دهید. لطفا فقط از نام گذاری مناسب استفاده کنید. مثلا اگر قسمت a-1 را حل می کنید، اسم تصویر را a_1.png قرار دهید. ارسال حل در فایل pdf هم امکان پذیر است. اگر در قسمتی استدلال خواسته شده است لطفا واضح بیان کنید.

به طور پیش فرض، پایتون برای حل مسایل در نظر گرفته شده است و توابع آن عنوان شده است. ولی از متلب هم می توانید استفاده کنید هر چند به دلیل سادگی پایتون توصیه می شود. در صورت استفاده از پایتون لطفا کدها را با زبان پایتون 3 بنویسید نه پایتون 2 و ترجیحا از نسخه های 3.7 تا 3.11 استفاده کنید. در صورت استفاده از پایتون، برای هر قسمت از شبیه سازی اسم آن قسمت را قرار دهید. مثلا قسمت a-3 را در فایل با نام a_3.py ذخیره سازی کنید. در قسمت های تولید عدد رندوم دقت کنید seed را به نحو خواسته شده تعیین کنید تا نتایج تکرار پذیر باشد. از jupyter notebook هم می توانید استفاده کنید. فقط در این صورت هر قسمت را داخل یک section جداگانه بنویسید و کامنت گذاری مناسب کنید. در صورت پیدا نشدن قسمت مربوطه مسئولیت بر

عهده خودتان است! در صورت استفاده از متلب هم کل یک قسمت را داخل یک فایل قرار دهید و اگر قسمت های مختلفی از شبیه سازی دارد آن ها را با %% جداسازی کنید.

لطفا کپی نکنید! کد های شبیه سازی به نرم افزار دیگری داده می شوند و کد های مشابه پیدا می شوند. همچنین سعی شده است که مسایل جذاب و در عین حال ساده طراحی شوند تا هر کس خودش سراغ حل مساله برود. هم فکری بلامانع است.

به ددلاین تحویل تمرین توجه کنید.

در صورت داشتن سوال از صورت مساله به آیدی Soroush_A_S@ تلگرام پیام دهید.

.....

مساله ی بازی راز هیتلر (secret hitler)

توضیحات کلی بازی: بازی راز هیتلر به این صورت است که دو تیم لیبرال (liberal) و فاشیست (fascist) در بازی وجود دارند و هر کدام از بازیکنان متعلق به یکی از این دو تیم هستند. مثلاً در یک بازی 5 نفره، سه نفر لیبرال و دو نفر فاشیست داریم. بین تیم فاشیست یکی از بازیکنان نقش هیتلر دارد.

بازی به این صورت است که در هر دست یکی از بازیکنان به عنوان رئیس جمهور (president) انتخاب می شود. او یک نفر از بازیکنان را به عنوان نخست وزیر (chancellor) انتخاب می کند. سپس بین همه ی بازیکنان رای گیری می شود. اگر تیم رای بیاورد بازی به مرحله ی تصویب قانون می رسد ولی اگر تیم رای نیاورد نفر سمت چپ رئیس جمهور فعلی، به عنوان رئیس جمهور جدید انتخاب می شود و مراحل قبلی دوباره تکرار می شود.

مرحله ی تصویب قانون به این صورت است که از بین دسته ی کارت های موجود که داخل آن تعدادی کارت فاشیست و تعدادی کارت لیبرال است، 3 کارت رویی انتخاب می شوند و به دست رئیس جمهور منتخب داده می شود. (دقت کنید که دسته کارت ها بر خورده است و انتخاب 3 کارت را می توان تصادفی در نظر گرفت). رئیس جمهور منتخب هر سه کارت را می بیند و از بین آن ها یکی از کارت ها را کنار می گذارد و دو کارت را به دست نخست وزیر خود می دهد. نخست وزیر یکی از این دو کارت را انتخاب و تصویب می کند. در نهایت در انتهای هر دست یکی از دو نوع قوانین فاشیست یا لیبرال تصویب می شود. بازی در سه حالت تمام می شود: 5 قانون لیبرال تصویب شود یا 6 قانون فاشیست تصویب شود یا 3 قانون فاشیست تصویب شود و بعد از آن هیتلر به عنوان نخست وزیر انتخاب شود. تنها در حالت اول تیم لیبرال می برد و در دو حالت دیگر تیم فاشیست پیروز می شود. در زیر تصویر بازی را می بینید. برای توضیحات بیشتر به لینک زیر مراجعه کنید.

<https://youtu.be/mbGXIDYdtas>



و اما مساله ی ما:

در ابتدای بازی، تعداد 17 کارت در دسته کارت قوانین تصویب نشده وجود دارد. از بین این 17 کارت، 11 کارت فاشیست و 6 کارت لیبرال وجود دارد. در ابتدای راند اول، 3 کارت از این دسته به صورت تصادفی انتخاب می شود تا در نهایت یک قانون طبق قوانینی که قبلا گفتیم تصویب شود. بنابر این در ابتدای راند دوم، 14 کارت باقی مانده است که دوباره در انتهای راند دوم از بین این کارت ها، 3 کارت به صورت تصادفی انتخاب می شود و به همین ترتیب تا انتهای بازی. زمانی هم که 5 دست بگذرد (یعنی 15 کارت از دسته رفته باشد)، دسته کارت 17 تایی دوباره بر می خورد و از اول مراحل تکرار می شود. با توجه به این توضیحات به سوالات زیر پاسخ دهید.

(a) در بخش اول فرض کنید که دوستان شما در حال بازی هستند ولی شما فردی بیرون از بازی هستید. سپس بدون دیدن صفحه ی بازی و آگاهی از کارت های آمده، می شنوید که دست دوم بازی تمام شده است. در این حالت فقط می دانید که 6 کارت از دسته کارت 17 تایی برداشته شده است. در این صورت:

(a-1) محتمل ترین حالت برای 6 کارت برداشته شده کدام حالت است؟ (مثلا یک حالت این است که همه ی کارت ها لیبرال باشند یا یک حالت دیگر این است که همه ی کارت ها فاشیست باشند و الی آخر. ترتیب اهمیت ندارد). احتمال آن چقدر است؟ (4 امتیاز)

a-2) کم احتمال ترین حالت برای 6 کارت برداشته شده کدام است؟ (ترتیب اهمیت ندارد). احتمال آن چقدر است؟ (4 امتیاز)

a-3) شبیه سازی این قسمت را به این صورت انجام دهید: (10 امتیاز)

داخل پایتون یک list تعریف کنید که 6 عضو 0 و 11 عضو 1 دارد. سپس با استفاده از تابع random.choice از داخل این لیست 6 عضو را انتخاب کنید. شبیه سازی را 1000 بار انجام دهید و جدول تعداد رخ دادن هر حالت را مانند شکل زیر رسم کنید و در گزارش کار بیاورید. (یادتان نرود که اول برنامه با استفاده از random.seed و وارد کردن شماره دانشجویی خودتان به عنوان seed نتایج را قابل باز تولید کنید. همچنین دقت کنید که جدول زیر کامل نیست و همه ی حالت ها را باید خودتان پوشش دهید. ترتیب اهمیت ندارد).

تعداد رخ دادن حالت	حالت رخ داده
x	6 لیبرال
y	6 فاشیست

...

b) در بخش دوم فرض کنید شما یکی از دوستان داخل بازی هستید. همچنان دو دست از بازی گذشته است ولی شما هیچ دستی به عنوان president یا chancellor انتخاب نشده اید. نتیجه ی فعلی بازی این است که 2 کارت لیبرال تصویب شده است. در این صورت:

b-1) محتمل ترین حالت برای 6 کارت رد شده چه حالتی است؟ احتمال آن چقدر است؟ (ترتیب اهمیت ندارد) (4 امتیاز)

b-2) کم احتمال ترین حالت برای 6 کارت رد شده چه حالتی است؟ احتمال آن چقدر است؟ (ترتیب اهمیت ندارد) (4 امتیاز)

b-3) شبیه سازی این قسمت را با همان روش قسمت a-3 انجام دهید (بدیها با تغییر اعداد. یادتان نرود که seed را شماره دانشجویی خودتان وارد کنید). جدول حالت ها و رخ دادن ها را مشابه a-3 رسم کنید (ترتیب اهمیت ندارد. بدیها حالت هایی مثل حالتی که همه ی 6 کارت فاشیست بوده باشند نباید در جدول موجود باشد) (10 امتیاز)

c) همان فرض های قسمت b اما این بار بجای دو لیبرال دو فاشیست آمده است. در این صورت:

c-1) محتمل ترین حالت برای 6 کارت رد شده چه حالتی است؟ احتمال آن چقدر است؟ (ترتیب اهمیت ندارد) (4 امتیاز)

(c-2) کم احتمال ترین حالت برای 6 کارت رد شده چه حالتی است؟ احتمال آن چقدر است؟ (ترتیب اهمیت ندارد) (4 امتیاز)

(c-3) شبیه سازی این قسمت را با همان روش قسمت a-3 انجام دهید (بدیها با تغییر اعداد. یادتان نرود که seed را شماره دانشجویی خودتان وارد کنید). جدول حالت ها و رخ دادن ها را مشابه a-3 رسم کنید (ترتیب اهمیت ندارد. بدیها حالت هایی مثل حالتی که همه ی 6 کارت لیبرال بوده باشند نباید در جدول موجود باشد) (10 امتیاز)

(d) همان فرض های قسمت b اما این بار بجای دو لیبرال، یک فاشیست و یک لیبرال آمده است. در این صورت:

(d-1) محتمل ترین حالت برای 6 کارت رد شده چه حالتی است؟ احتمال آن چقدر است؟ (ترتیب اهمیت ندارد) (4 امتیاز)

(d-2) کم احتمال ترین حالت برای 6 کارت رد شده چه حالتی است؟ احتمال آن چقدر است؟ (ترتیب اهمیت ندارد) (4 امتیاز)

(d-3) شبیه سازی این قسمت را با همان روش قسمت a-3 انجام دهید (بدیها با تغییر اعداد. یادتان نرود که seed را شماره دانشجویی خودتان وارد کنید). جدول حالت ها و رخ دادن ها را مشابه a-3 رسم کنید (ترتیب اهمیت ندارد. بدیها حالت هایی مثل حالتی که همه ی 6 کارت لیبرال بوده باشند نباید در جدول موجود باشد) (10 امتیاز)

(e) در بخش سوم فرض کنید شما یک بازیکن لیبرال هستید. دست اول به عنوان chancellor انتخاب شده اید و یک کارت لیبرال و یک کارت فاشیست دست شما آمده است. شما بدیها کارت لیبرال را تصویب کرده اید. اما دست دوم نه به عنوان president نه chancellor انتخاب نشده اید. ولی دست دوم فاشیست تصویب شده است. در این صورت:

(e-1) فرض کنید هنوز انتهای دست اول است و نتیجه ی دست دوم نیامده است و در مرحله ی انتخاب president و chancellor دست دوم هستید. شما می خواهید بدانید که president ای که دو کارت لیبرال و فاشیست را دست شما داد چه کارتی دستش بود. در این صورت احتمال اینکه کارت دور انداخته شده لیبرال باشد را حساب کنید و بر اساس صرفا احتمالاتی نتیجه گیری کنید. با توجه به این نتیجه گیری چه نقشی (فاشیست یا لیبرال) را به آن شخص بیشتر نسبت می دهید؟ استدلال خود را بنویسید. (4 امتیاز)

(e-2) حال فرض کنید انتهای دست دوم است. شما هنوز می خواهید بدانید که president دست اول چه کارتی دستش بود. در این صورت احتمال اینکه کارت دور انداخته شده لیبرال باشد را حساب کنید. این

احتمال نسبت به دست پیش بیشتر شد یا کمتر؟ با توجه به این نتیجه گیری چه نقشی (فاشیست یا لیبرال) را به آن شخص بیشتر نسبت می دهید؟ استدلال خود را بنویسید. (4 امتیاز)

e-3) شبیه سازی این قسمت را نیز مشابه قسمت قبل انجام دهید و جدول حالت را بدست بیاورید. (دقت کنید که برای شبیه سازی لازم نیست ترتیب را در نظر بگیرید و در جدول حالت نیز نباید حالت های ترتیبی از هم جدا باشند). (10 امتیاز)

f) در بخش چهارم فرض کنید شما یک بازیکن فاشیست هستید. دست اول شما به عنوان president انتخاب می شوید و یک بازیکن لیبرال را به عنوان chancellor انتخاب می کنید. دست بالا می رود. دست شما 2 کارت فاشیست و یک لیبرال می آید. شما کارت لیبرال را دور می ریزید و 2 کارت فاشیست را دست chancellor می دهید و در نهایت یک قانون فاشیستی تصویب می شود. برای دست دوم قصد دارید سناریو بچینید که دوباره رای بیاورید. دو سناریوی زیر را در نظر بگیرید:

سناریو اول: در این سناریو شما به بازیکنان اعلام می کنید که در دست اول که president بودید " 3 کارت فاشیست" دست شما آمده است. اگر بازیکنان بخواهند سناریوی شما را قبول کنند در این صورت:

f-1) احتمال این رخداد چقدر است؟ (2 امتیاز)

f-2) احتمال اینکه در دست دوم از بین 3 کارتی که دست president می آید حداقل یک لیبرال باشد چقدر است؟ (4 امتیاز)

سناریو دوم: در این سناریو شما به بازیکنان اعلام می کنید که در دست اول که president بودید " 2 کارت لیبرال و یک فاشیست" دست شما آمده است و شما برای فهمیدن نقش chancellor یک کارت لیبرال را دور ریختید و یک فاشیست و یک لیبرال دست chancellor داده اید. بدیته chancellor منتخب اعلام می کند که " دو کارت فاشیست دستش بیشتر نرسیده است و شما داده ی غلط وارد بازی کرده اید" اگر بازیکنان بخواهند سناریوی شما را قبول کنند در این صورت:

f-3) احتمال این رخداد چقدر است؟ (2 امتیاز)

f-4) احتمال اینکه در دست دوم از بین 3 کارتی که دست president می آید حداقل یک لیبرال باشد چقدر است؟ (4 امتیاز)

اما اگر سناریوی chancellor را بخواهند قبول کنند در این صورت:

f-5) احتمال این رخداد چقدر است؟ (این رخداد، رخداد رسیدن دو کارت فاشیست دست chancellor است) (2 امتیاز)

f-6) احتمال اینکه در دست دوم از بین 3 کارتی که دست president می آید حداقل یک لیبرال باشد چقدر است؟ (4 امتیاز)

f-7) اعلام کدام سناریو بیشتر به نفع شماست؟ (2 امتیاز)

f-8) شبیه سازی این قسمت را هم مشابه قسمت a-3 انجام دهید و جدول حالت را نیز بدست بیاورید. (در این حالت شما 3 کارت اول را می دانید و شبیه سازی را باید روی نتیجه ی دست دوم انجام دهید. در نهایت جدول حالت را برای هر 6 کارت دست اول و دوم رسم کنید.) (10 امتیاز)