

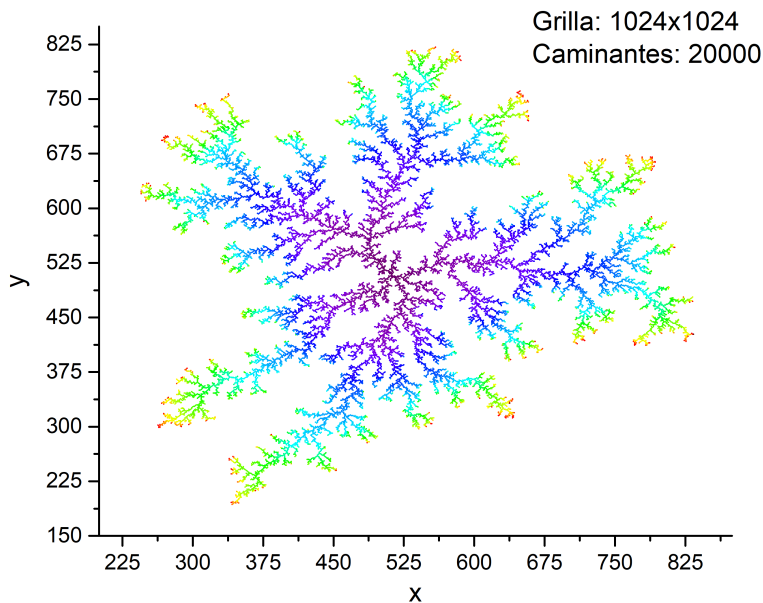
Ejercicio 1

Se realizó un código en C++ para estudiar el crecimiento y formación de estructuras mediante el modelo de agregación limitada por difusión.

En este trabajo se partió de una semilla fija en el centro de una grilla de 1024x1024 con condiciones de borde periódicas y 20000 partículas inicialmente distribuidas de manera aleatoria.

Cada partícula realiza una caminata aleatoria hasta interactuar con el agregado fijo (inicialmente la semilla) y al ocurrir esto queda adherida, haciendo crecer la estructura.

Se consideró que en cada iteración las partículas se desplazan a una de sus ocho casillas vecinas de manera aleatoria, y en caso de tener una partícula fija como vecina en alguna de las ocho casillas que las rodean, quedan fijas.



Dendrita formada por 20000 caminantes aleatorios al rededor de una semilla centrada en el origen. Los siguientes análisis fueron realizados sobre esta misma formación.

Se graficó la dendrita formada mediante el proceso coloreando las partículas según el tiempo al que se fueron pegando a la estructura, y se ve claramente como esta se ramifica a partir del centro. Algo interesante de notar es que las nuevas partículas tienden a adherirse en las puntas de las ramificaciones generando así esta estructura característica en lugar de una masa uniforme. Esto se debe a que las puntas de la dendrita "controlan" mas casillas a su alrededor que las ramas, aumentando así la probabilidad de atrapar una partícula.

Con la dendrita obtenida, se contó la masa (cantidad de partículas) encerrada en sucesivos círculos

centrados en la semilla y con radio en aumento. La masa en función del radio es proporcional al radio elevado a la dimensión de la estructura, es decir $m(r) \propto r^D$, por lo que se realizó un gráfico en escala log-log para obtener la dimensión D a partir de la pendiente:

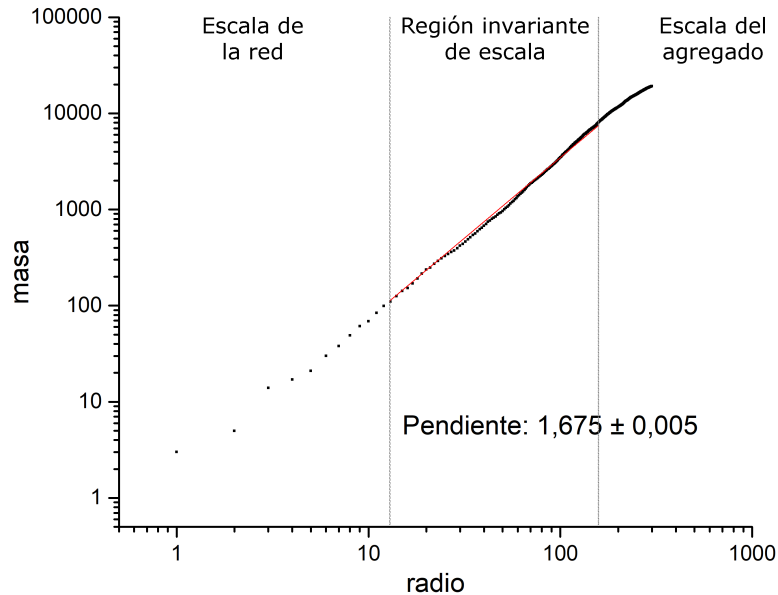


Gráfico en escala log-log de la masa encerrada en función del radio a la semilla. Se distinguen las zonas de escala de red (r pequeño, del orden de unas celdas), la región invariante de escala (lineal, autosemejanza en la formación) y la zona de escala del agregado (r similar al "radio" de la estructura).

Haciendo un ajuste lineal en la región invariante de escala (dejando de lado la escala microscópica en la que no se tiene la forma de la dendrita y la escala macroscópica que delimita la estructura), se obtiene una pendiente (dimensión del agregado) $D \simeq 1,675$.

También se utilizó el método de box counting (utilizado generalmente para estructuras sin un centro definido), mediante el cual se cubrió la formación con cajas de lado d (potencias de 2) y se graficó la cantidad de cajas necesarias para cubrir la dendrita en función de $\frac{1}{d}$ (en escala log-log).

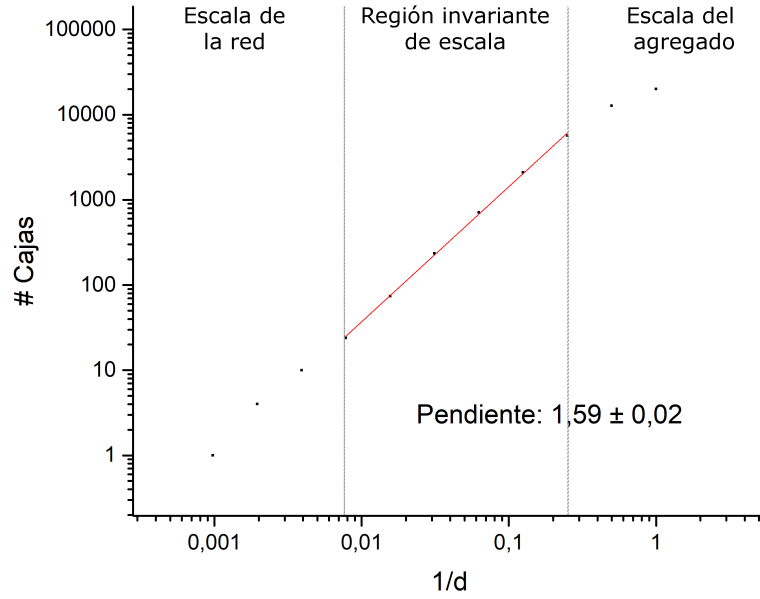
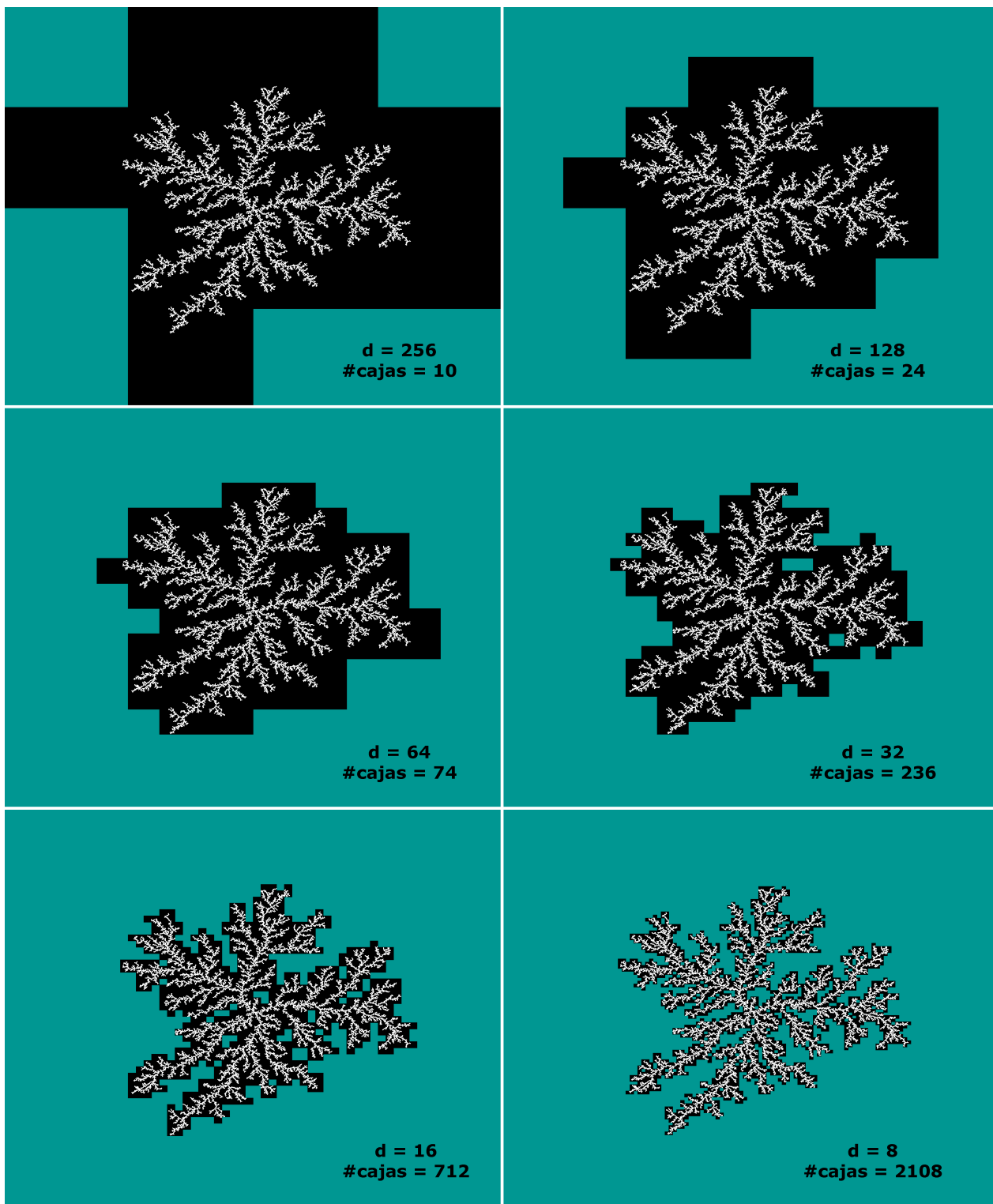


Gráfico en escala log-log de la cantidad de cajas necesarias para cubrir la dendrita en función de $\frac{1}{d}$. Al igual que en el análisis de los radios, se distinguen las zonas de escala de red, invariante de escala y de escala del agregado.

Teniendo en cuenta que la cantidad de cajas necesarias para cubrir el agregado en función de $\frac{1}{d}$ resulta $\sim \left(\frac{1}{d}\right)^D$, se obtuvo a partir de la pendiente de la zona lineal (invariante de escala) que la dimensión de la dendrita es de $D \simeq 1,59$ lo cual junto con el cálculo por el método de los radios se acercan al valor esperado de 1,6.

En la figura de la página siguiente se observa como a medida que se achica el lado de las cajas, mejor se ajustan estas a la forma del agregado:



Box counting para distintos valores de d . En cada caso se indica cuantas cajas fueron necesarias para cubrir el agregado.