

Խնդիր 5.1 Ունի՞ արդյոք հաջորդականությունը սահման (երբ $n \rightarrow \infty$):
Եթե այո, ապա գտեք այն.

lim:
n→∞

ա. $\frac{3-n}{2} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} -\infty$

1. $\frac{n}{2}$

$-\infty$

$\frac{n-1}{n^3}$

բ. $\frac{4\sqrt{n}}{n^3-1} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$

$\frac{4n^{\frac{1}{2}}}{n^3}$

$\frac{4}{n^{\frac{5}{2}}} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$

գ. $\frac{n^2-1}{1^n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \infty$

$\frac{n^2-1}{1}$

$\frac{4n^{\frac{1}{2}}}{n^3}$

դ. $0.4^n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$

$\frac{4n^{\frac{1}{2}}}{n^3}$

$\frac{4n^{\frac{1}{2}}}{n^3}$

ե. $(-4)^n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \infty$

$\frac{4n^{\frac{1}{2}}}{n^3}$

$\frac{4n^{\frac{1}{2}}}{n^3}$

է. որպես առաջին անգամ վերցրեք ցանկացած թիվ, որպես երկրորդ անգամ վերցրեք առաջինը բաժանած 1.5-ի, ապա՝ երկրորդը բաժանած 1.5-ի, և այդպես շարունակ

ը. $a_1 = 1$

$a_2 = \frac{a_1}{1.5}$

$a_3 = \frac{a_2}{1.5}$

...

$(-4)^n$

$- \infty$

16

$n=3$

-64

$n=2$

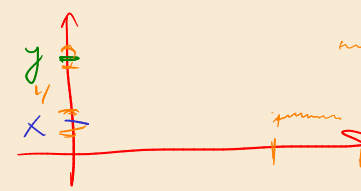
256



Նուշում. Որպեսզի զգաք, թե ինչպես է փոխվում հաջորդականությունը, գրեք դրա առաջին մի քանի անդամները: Վերջին կետում օգտվեք հաշվիչից:

$\frac{nK}{1.5^n} \rightarrow 0$

$\forall \varepsilon > 0 \exists n_0$



a_{n_1}
 a_{n_2}

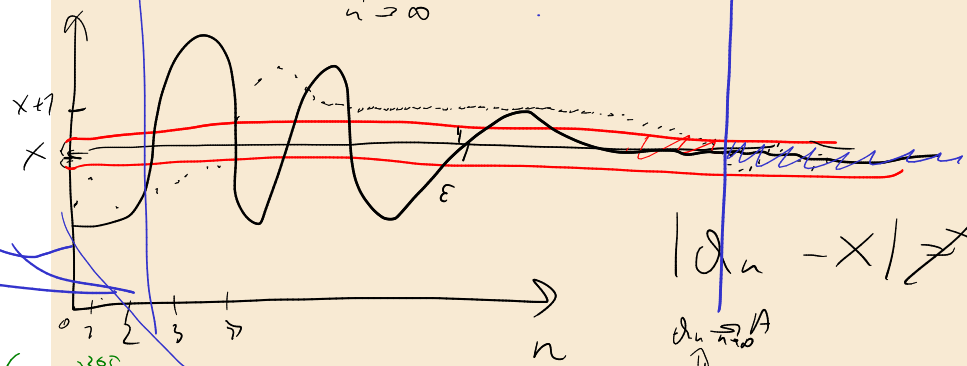
$a_1, a_3 \rightarrow x$

$a_2, a_4 \rightarrow x$

Հայտնի
Կրկին

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = x$

$x + 1 + \frac{1}{n}$



$|a_n - x| \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$

$a_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} A$

\downarrow

\uparrow

\downarrow

\uparrow

\downarrow

\uparrow

\downarrow

\uparrow

\downarrow

\uparrow

\downarrow

\uparrow

\downarrow

\uparrow

\downarrow

\uparrow

\downarrow

\uparrow

\downarrow

\uparrow

\downarrow

\uparrow

\downarrow

\uparrow

$\forall \varepsilon > 0 \exists n_0$

$n = 2k$

$\rightarrow \infty$

$n = 2k-1$

$\rightarrow -\infty$

Խնդիր 5.2 Սահմանների մասին թեորեմում ոչինչ չէինք կարող ասել $\left(\frac{a_n}{b_n}\right)$ -ի սահմանի մասին, երբ $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$: Կարող եք բերել այնպիսի a և b հաջորդականությունների օրինակներ, որոնց համար $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$, բայց

ա. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$ ✓

բ. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = -5$

գ. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$

դ. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = +\infty$ ←

ե. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$ գոյություն չունի

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$

$a_n = b_n = \frac{1}{n}$

$\frac{1/n}{1/n} = 1$

$\frac{-5/n}{1/n} = -5$

$\frac{1/n^2}{1/n} = \frac{1}{n}$

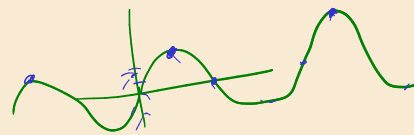
$a_n = \frac{1}{n^2} \rightarrow 0$

$b_n = \frac{1}{n} \rightarrow 0$

$a_n = \frac{\sin(n)}{n} \rightarrow 0$

$b_n = \frac{1}{n} \rightarrow 0$

$\frac{(-1)^n}{n}$



$a_n = x$

$b_n = y$

$a_n + b_n = x + y$



$c \in \mathbb{R}$

$\sim n$

$\sin n$

Խնդիր 5.3 Ներքևյալ ֆունկցիաները բաղկացած են $x = 2$ կետում իրար «ստանձած» երկու առանձին ֆունկցիաներից: Կարո՞ղ եք գտնել c -ի այնպիսի արժեք, որի դեպքում ֆունկցիան անընդհատ լինի 2-ում:

<https://www.desmos.com/calculator/c3047bfa7>

սկզբից փորձեք աչքաչափով

սա նույնպես

<https://www.desmos.com/calculator/8eb756f334>

ա. $f(x) = \begin{cases} 3x - 5 & \text{երբ } x < 2 \\ x^2 + c & \text{երբ } x \geq 2 \end{cases}$

բ. $f(x) = \begin{cases} x^3 + 1 & \text{երբ } x < 2 \\ cx^2 & \text{երբ } x \geq 2 \end{cases}$

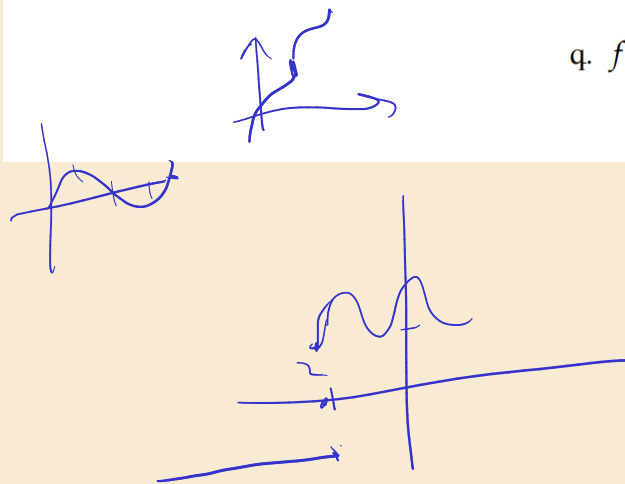
գ. $f(x) = \begin{cases} -7 & \text{երբ } x < 2 \\ c & \text{երբ } x = 2 \\ 4 + 3\sin(\pi x) & \text{երբ } x > 2 \end{cases}$

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3 \cdot 2 - 5 = 1$

$\lim_{x \rightarrow 2^+} x^2 + c = 4 + c$

$\lim_{x \rightarrow 2^-} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \Rightarrow c = -3$

$\lim_{x \rightarrow 2^+} = 4 + 3 \rightarrow 4 \neq -7$



Խնդիր 5.4 Զևար, Պրոմեթևսն ու Արամազդը 1000-ական ոսկի են ավանդում համապատասխանաբար

1. ՕլիմպոսԲանկում, որտեղ գումարը x փարի հետո կազմելու է $f(x) = 100x + x^3$ ոսկի
2. ՏավրոսԲանկում, որտեղ գումարը x փարի հետո կազմելու է $f(x) = 0.18x^3 \cdot \sqrt{x}$ ոսկի
3. ԱրարափԲանկում, որտեղ գումարը x փարի հետո կազմելու է $f(x) = 30x^2$ ոսկի

Նաշվի առնելով, որ երեքն էլ անմահ են, նրանցից ո՞վ ի վերջո ավելի հառուստ կլինի ∞ շատ ժամանակ անց:

$$\frac{100x + x^3}{0.18x^{3.5} \cdot \sqrt{x} = 0.18x^{3.7}}$$

$$30x^2$$

$$30x^2$$

$$x \rightarrow \infty$$

$$\frac{100x + x^3}{0.18x^{3.7}} \rightarrow 0$$

f, g

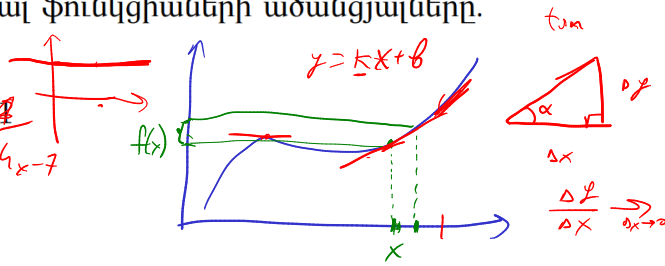
~~100x + x^3~~

$$x > 1$$

$$\frac{f}{g} = k$$

Խնդիր 5.5 Գտնել հետևյալ ֆունկցիաների ածանցյալները.

- ա. $f(x) = 10000$
- բ. $f(x) = 2x^2 - 7x + 4$
- գ. $f(x) = 2 \sin x \cdot e^x$
- դ. $f(x) = e^{x^2}$
- ե. $f(x) = x^2 \ln x$
- զ. $f(x) = \frac{x^2}{x^3}$
- է. $f(x) = \sin(\cos x)$
- թ. $f(x) = x^x$



$$\frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \xrightarrow{\Delta x \rightarrow 0} f'(x)$$

https://www.youtube.com/watch?v=ejtfAp_7D0&feature=youtu.be

լուծում

$$(x^n)' = n x^{n-1}$$

$$(f \cdot g)' = f'g + g'f \quad | \quad (e^x)' = e^x$$

$$f(x) = e^x$$

$$g(x) = x^2$$

$$e^{x^2}$$

$$\frac{f(g(x))}{f \circ g} = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

chain
rule

$$\frac{x^3}{x^2} = x$$

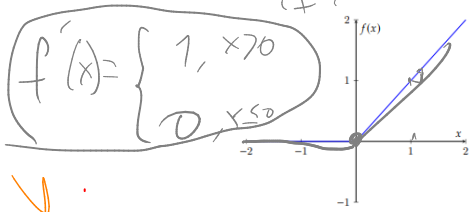
$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - g'f}{g^2}$$

$g \neq 0$

Խնդիր 5.6 Մեքենայական ուսուցման մեջ հաճախ օգտագործվում են հետևյալ երկու ֆունկցիաները.

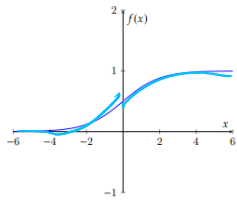
ա. ReLU (rectified linear unit)՝

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{եթե } x > 0 \\ 0 & \text{եթե } x \leq 0 \end{cases}$$



բ. Սիգմոիդ՝

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$



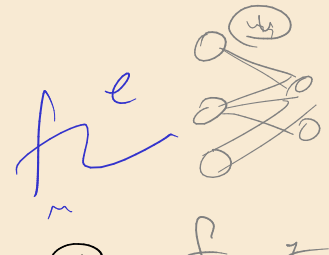
Հաշվեք դրանց ածանցյալները: Կարող եք սիգմոիդի ածանցյալն արտահայտել սիգմոիդով:

$$\left(\frac{e^x}{e^x + 1} \right)' = \left(\frac{1}{1 + e^{-x}} \right)' = \frac{(1 + e^{-x})' - 1(e^{-x})'}{(1 + e^{-x})^2} = \frac{0 - (-e^{-x})}{(1 + e^{-x})^2} = \frac{e^{-x}}{(1 + e^{-x})^2}$$

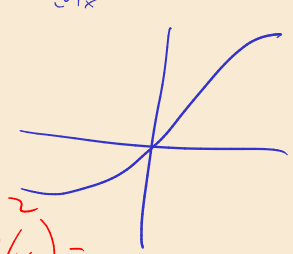
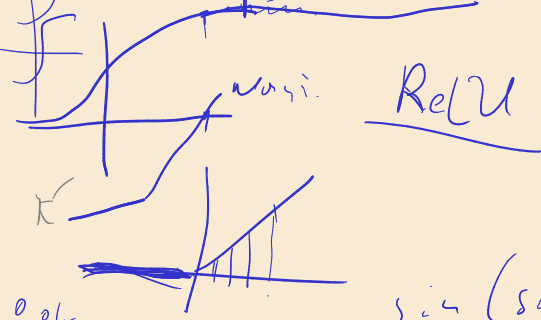
$$\frac{e^{-x}}{(1 + e^{-x})^2} = \frac{1 + e^{-x} - 1}{(1 + e^{-x})^2} = \frac{1}{1 + e^{-x}} - \frac{1}{(1 + e^{-x})^2} = f(x) - f^2(x) = f(x)(1 - f(x))$$



$$G_1 x_1 + G_2 x_2 + \dots$$



$$\log\left(\frac{p}{1-p}\right) = x_1 w_1 + \dots$$



sin (softmax)
ReLU (x-h-)
tanh

լուծում

Խնդիր 5.7 Դիցուք ունենք որևէ $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ գծային ձևափոխություն՝

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

<https://www.youtube.com/watch?v=BnhUCzmWlM&feature=youtu.be>

և ցանկանում ենք պարզել՝ ինչ տեղի կունենա, եթե այն մի փոքր փոփոխենք (օրինակ՝ $A + 0.001 \cdot I$): Մասնավորապես՝ որքա՞ն կփոխվի ձևափոխության որոշիչը, եթե նրան գումարենք (փոքր թիվ) \times (միավոր մատրից):

Դա պարզելու համար համար նշանակենք՝

$$f(x) = \det(A + x \cdot I)$$

ա. ինչի՞ է հավասար $f(0)$ -ն

բ. օգտվելով ածանցյալի բանաձևից՝ գտեք $f'(0)$ -ն

գ. ճանաչեցի՞ք