

Задание на практику

2 курса, осенний семестр

Задача 1

Разложить в ряд Фурье заданную функцию $f(x)$, построить графики $f(x)$ и суммы ее ряда Фурье. Если не указывается, какой вид разложения в ряд необходимо представить, то требуется разложить функцию либо в общий тригонометрический ряд Фурье, либо следует выбрать оптимальный вид разложения в зависимости от данной функции.

1.
$$\begin{cases} f(x) = x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \\ u(x, 0) = \frac{\pi}{2}, & \frac{\pi}{2} < x \leq \pi, \end{cases} \text{ на отрезке } [0; \pi] \text{ по косинусам кратных дуг.}$$

2.
$$\begin{cases} f(x) = x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \\ u(x, 0) = \frac{\pi}{2}, & \frac{\pi}{2} < x \leq \pi, \end{cases} \text{ на отрезке } [0; \pi] \text{ по синусам кратных дуг.}$$

3. $f(x) = x^2$, на интервале $(1; 2)$ по синусам кратных дуг.

4. $f(x) = x^2$, на отрезке $[1; 2]$ по косинусам кратных дуг.

5.
$$f(x) = \begin{cases} 0, & -2 \leq x < -1, \\ 1, & -1 \leq x < 1, \\ x^2, & 1 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

6. $f(x) = \cos x$, на отрезке $[0; \pi]$ по синусам кратных дуг.

7. $f(x) = \frac{x - \pi}{2}$ на отрезке $[0; \pi]$ по синусам кратных дуг.

8. $f(x) = \frac{x - \pi}{2}$ на отрезке $[0; \pi]$ по косинусам кратных дуг.

9.
$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ x^2, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

10.
$$f(x) = \begin{cases} 2x, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 3x, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

11.
$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x \leq 0, \\ \sin x, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

12. $f(x) = x^3$ на отрезке $[-\pi; \pi]$.
13. $f(x) = |x|^3$ на отрезке $[-\pi; \pi]$.
14. $f(x) = \operatorname{ch}(ax)$ на отрезке $[-\pi; \pi]$.
15. $f(x) = x^2$ на отрезке $[0; 2\pi]$.
16. $f(x) = x^{3/2}$ на отрезке $[0; \pi]$.
17. $f(x) = \begin{cases} -x^2, & -\pi \leq x < 0, \\ x^2, & 0 \leq x \leq \pi, \end{cases}$ на отрезке $[-\pi; \pi]$
18. $f(x) = \sin x$, на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.
19. $f(x) = \cos x$, на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.
20. $f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x \leq 2, \\ 0, & -2 < x \leq 0, \end{cases}$ на отрезке $[-2; 2]$.
21. $f(x) = \begin{cases} \cos x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0, & \frac{\pi}{2} < x \leq \pi, \end{cases}$ по синусам кратных дуг.
22. $f(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x \leq 1, \\ (x-1)^2, & 1 < x \leq 2, \end{cases}$ по косинусам кратных дуг.
23. $f(x) = \begin{cases} -1-x, & -1 < x \leq 0, \\ 1-x, & 0 < x \leq 1. \end{cases}$
24. $f(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x \leq 1, \\ (1-x)^2, & 1 < x \leq 2, \end{cases}$ по синусам кратных дуг.
25. $f(x) = \cos(4x)$ на интервале $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ по синусам кратных дуг.
26. $f(x) = \sin(3x)$ на полуинтервале $\left(0; \frac{\pi}{3}\right]$ по косинусам кратных дуг.

$$27. \quad f(x) = \begin{cases} 1, & -\pi < x \leq 0, \\ \cos x, & 0 < x \leq \pi, \end{cases}$$

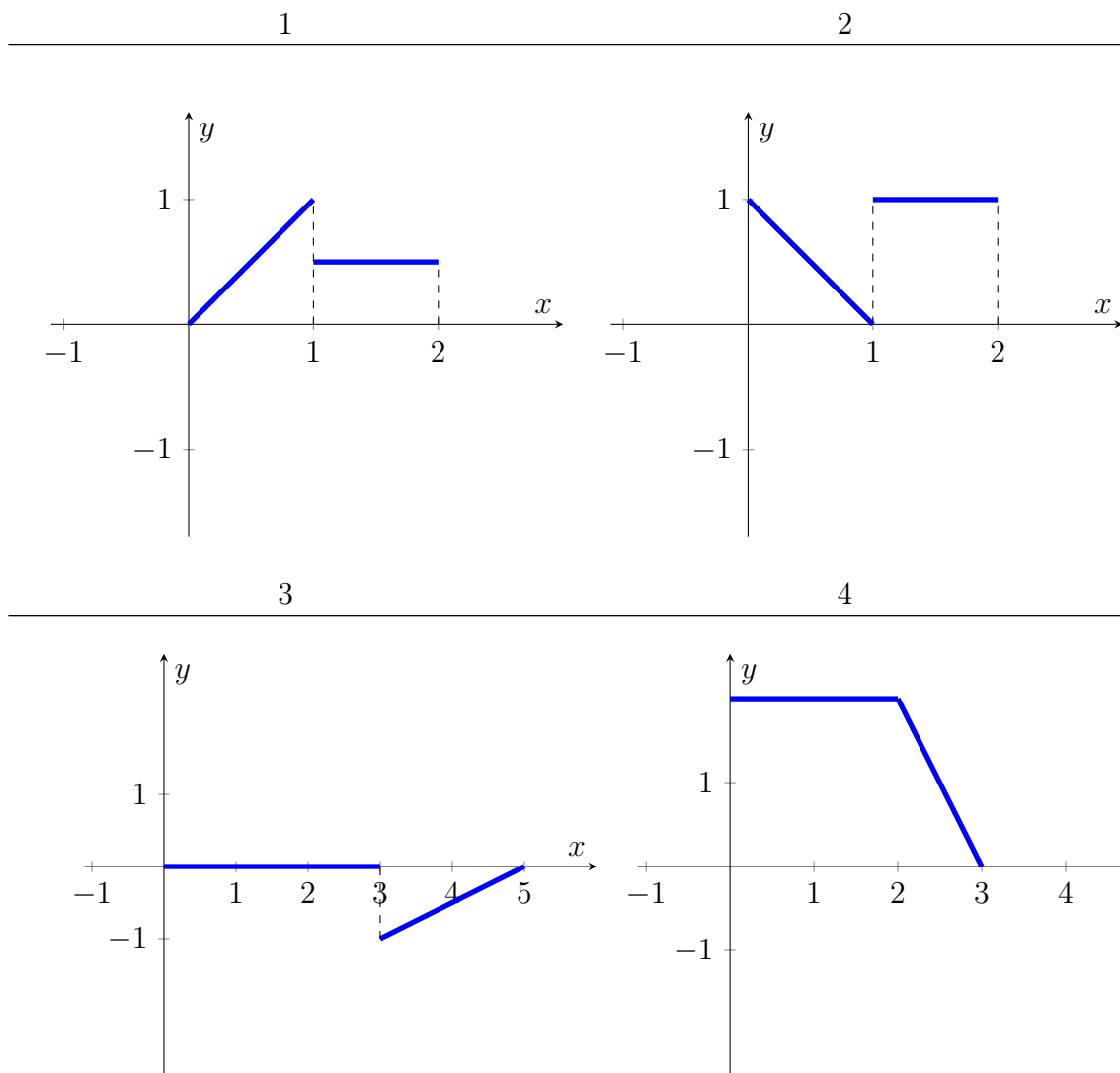
$$28. \quad f(x) = x \cos x \text{ на отрезке } \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$29. \quad f(x) = x \sin 2x \text{ на отрезке } \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$$

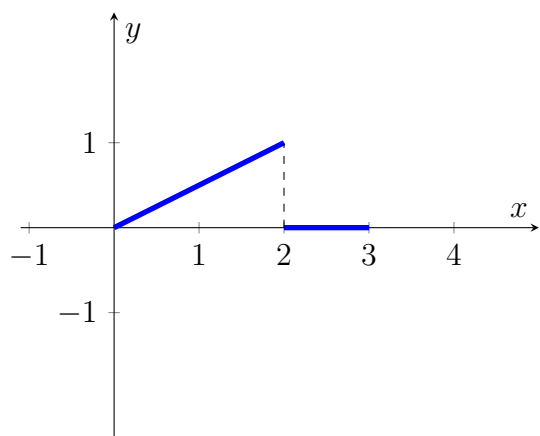
$$30. \quad f(x) = |\{x + 0.5\} - 0.5| \text{ на отрезке } \left[0; \frac{3}{2}\right], \text{ где } x \text{ — дробная часть числа } x.$$

Задача 2

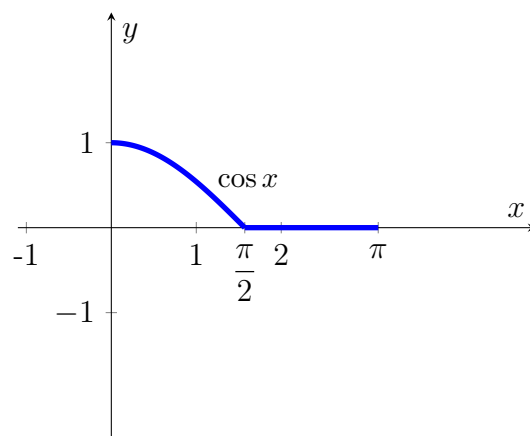
Для заданной графически функции $y(x)$ построить ряд Фурье в комплексной форме, изобразить график суммы построенного ряда.



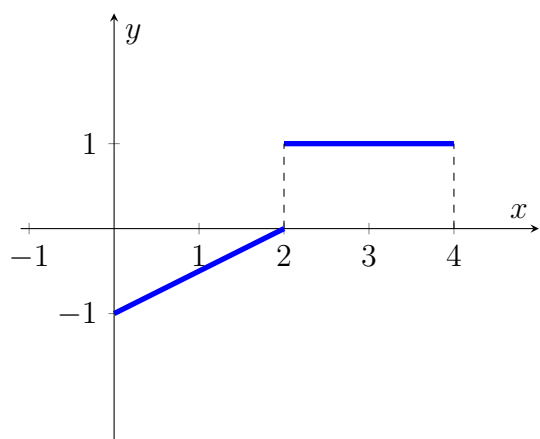
5



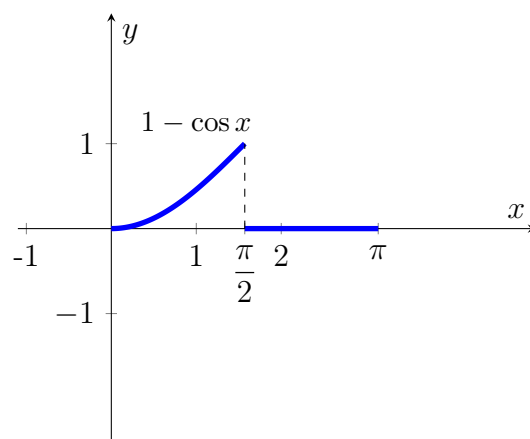
6



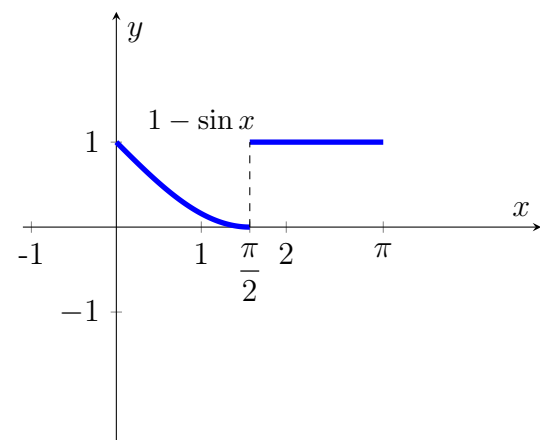
7



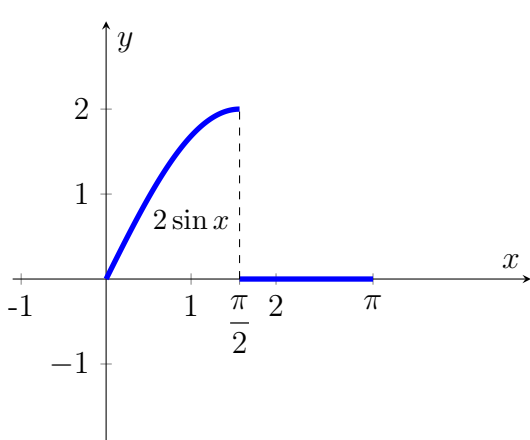
8



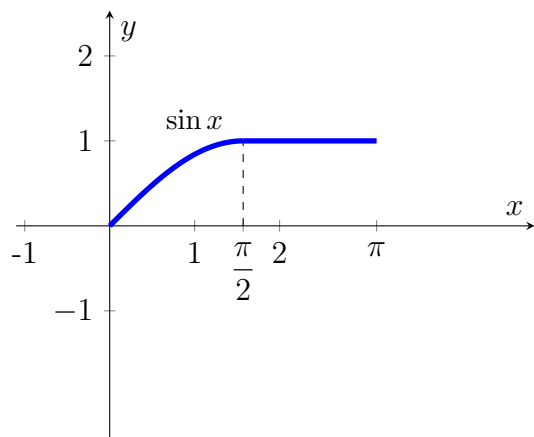
9



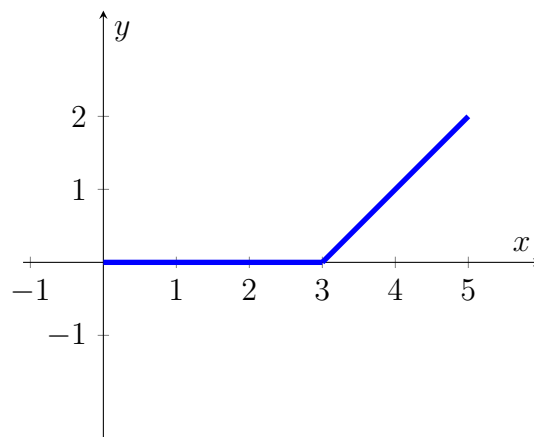
10



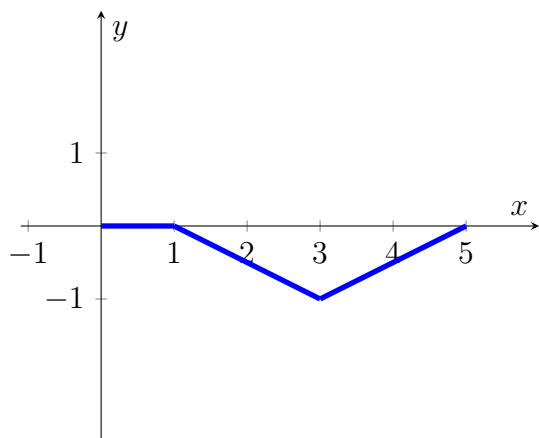
11



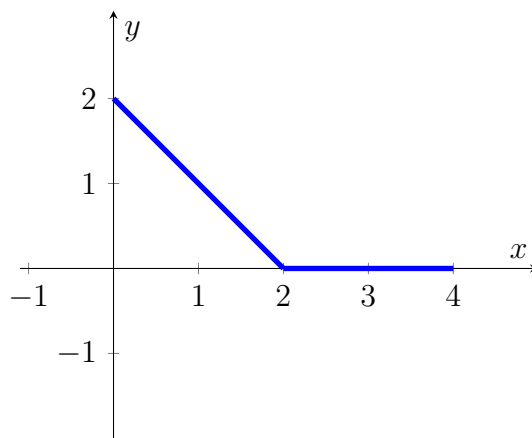
12



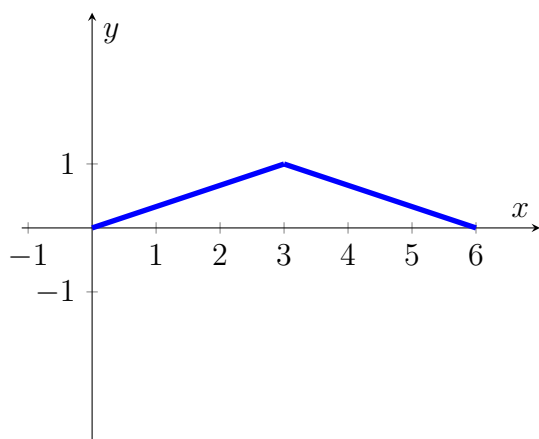
13



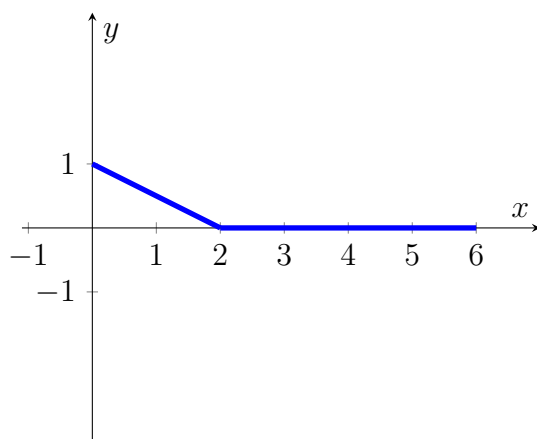
14



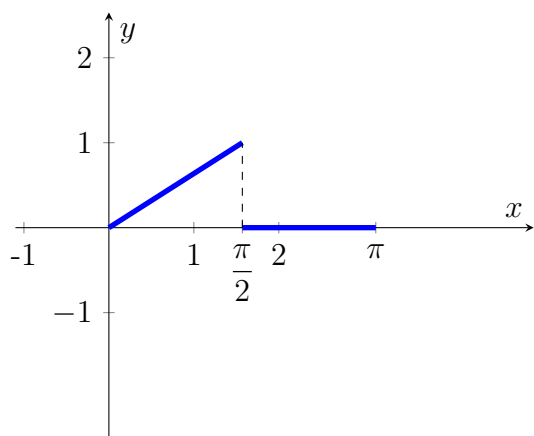
15



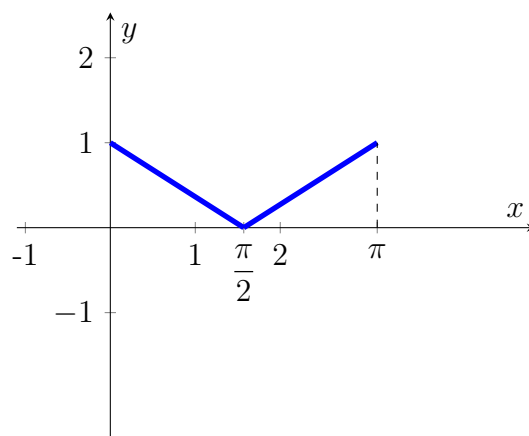
16



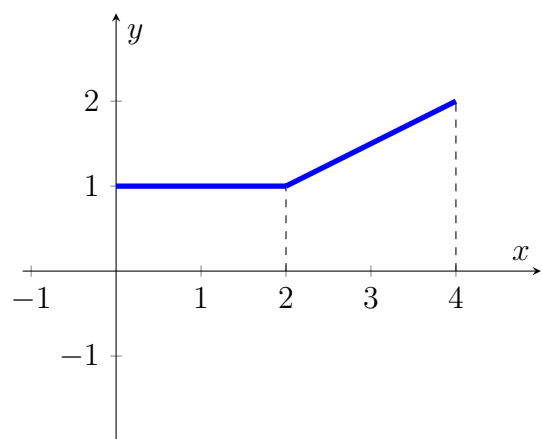
17



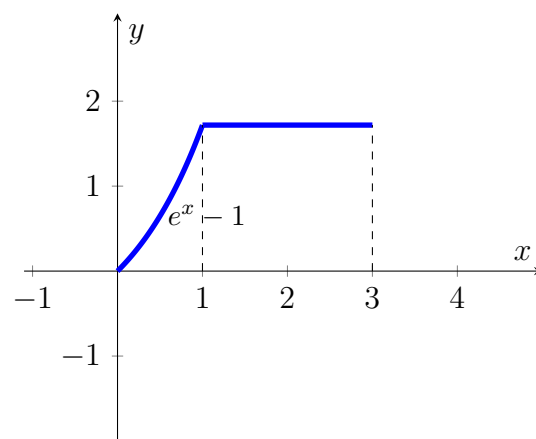
18



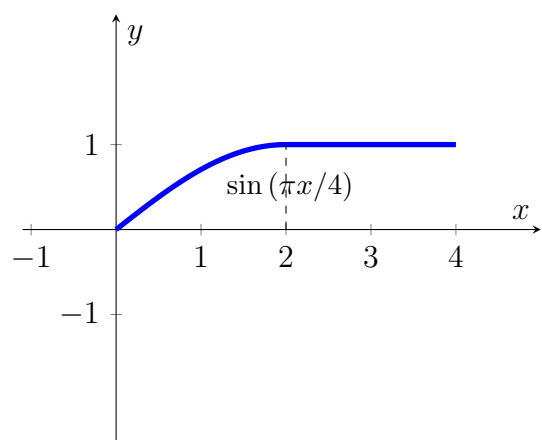
19



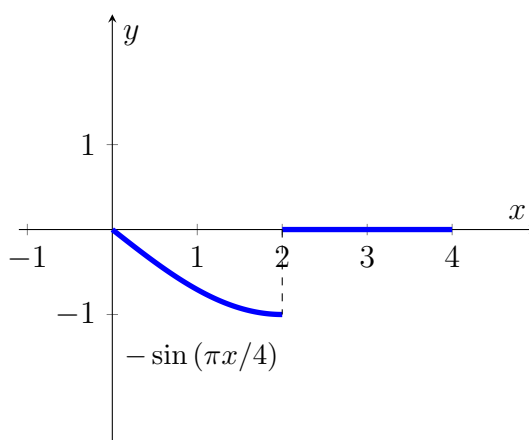
20



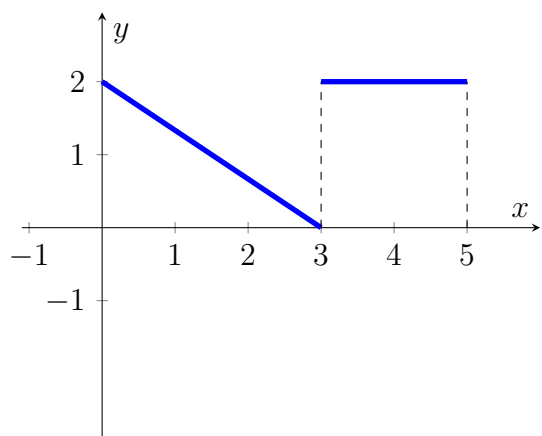
21



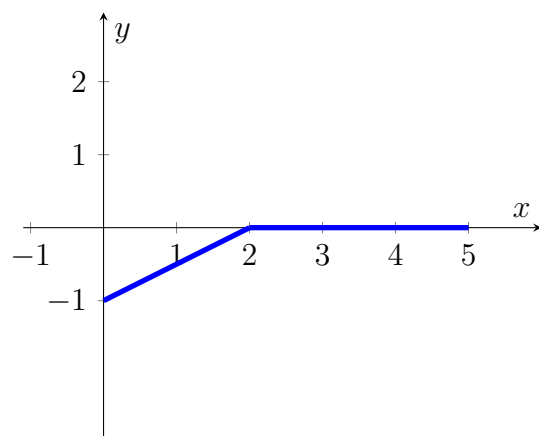
22



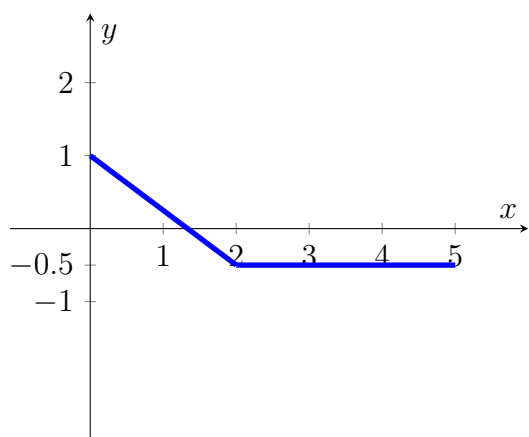
23



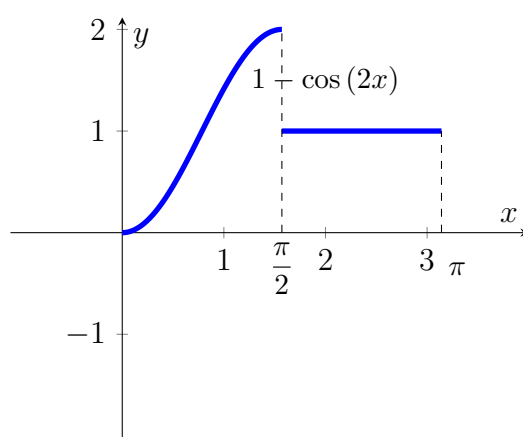
24



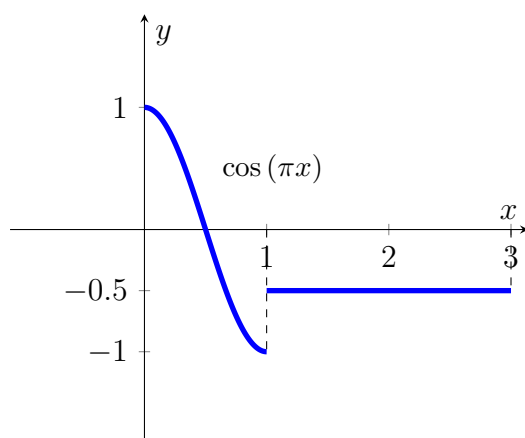
25



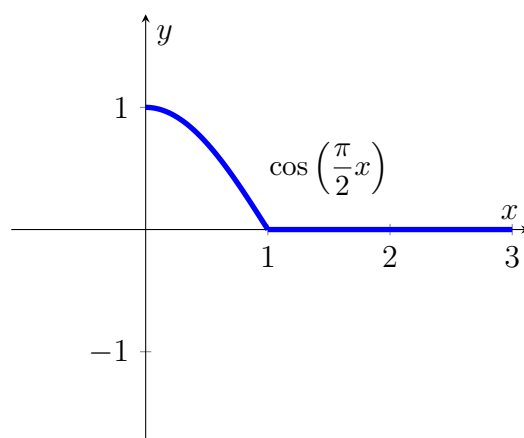
26



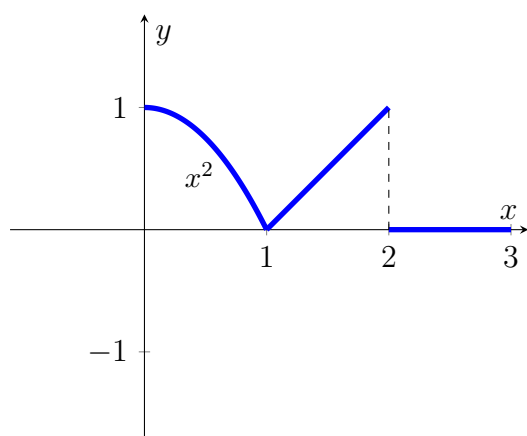
27



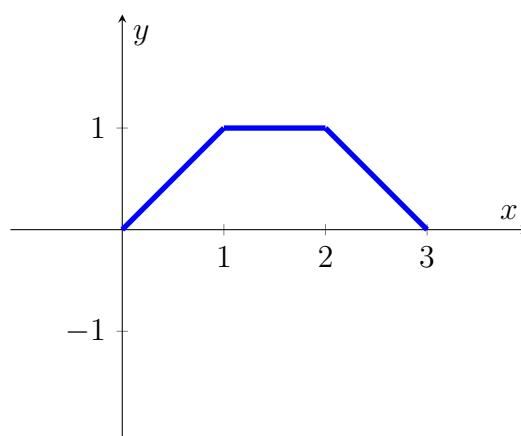
28



29



30



Задача 3

Найти резольвенту для интегрального уравнения Вольтерры со следующим ядром $K(x, t)$.

1	2	3	4
$\frac{2t^2 - t + 1}{2x^2 - x + 1} 2^{(\text{ch } x - \text{ch } t)}$	$(t - x)e^{(\text{sh } x - \text{sh } t)}, \lambda = e^2$	$x^{0.9}t^{1.1}$	$\frac{10 - \sin t}{10 - \sin x} 8^{(t^2 - x^2)}$
5	6	7	8
$(x - t)2^{(\sin x - \sin t)}, \lambda = 4$	$x^{\frac{1}{8}}t^{\frac{1}{4}}$	$\frac{t^2 + t + 1}{x^2 + x + 1}$	$(t - x)7^{(\sin t - \sin x)}, \lambda = 49$
9	10	11	12
$x^2t^2e^{\frac{t^5 - x^5}{5}}$	$2^{(\text{sh } t - \text{ch } t)}$	$(x - t)e^{(x - t)}, \lambda = 1$	xt
13	14	15	16
$\frac{2t^2 + t + 1}{2x^2 + x + 1}$	$(t - x)e^{(x^4 - t^4)}, \lambda = 1$	$\frac{1 + \text{ch } t}{1 + \text{ch } x} e^{2(x - t)}$	$x^{\frac{1}{3}}t^{\frac{2}{3}}$
17	18	19	20
$xt^2e^{\frac{t^4 - x^4}{4}}$	$(x - t)e^{(x^5 - t^5)}, \lambda = 1$	$x^2 0.3^{(x^2 - t^2)}$	$\frac{t^2 + 2t + 3}{x^2 + 2x + 3} e^{t - x}$
21	22	23	24
$\frac{t^2 + 2t + 3}{x^2 + 2x + 3} e^{(t - x)}$	x^3	$\frac{t^2 - t + 1}{x^2 - x + 1}$	$(x - t)5^{(\cos t - \sin t)}, \lambda = 25$
25	26	27	28
$te^{\frac{x^2 - t^2}{2}}$	$\frac{3 + \sin x}{3 + \sin t}$	$3^{(\text{ch } x - \text{ch } t)}$	$x^{\frac{1}{2}}t^{\frac{1}{3}}$
29	30		
$\frac{t^4 + 1}{x^4 + 1}$	$\frac{\text{ch } t - 0.5}{\text{ch } x - 0.5}$		