

## تمرین ۱. سوال تئوری

فرض کنید گراف  $G$  و درخت فراگیر کمینه آن  $T$  را داریم. وزن یکی از یال های گراف  $G$  را کم میکنیم تا گراف  $G'$  به دست آید. الگوریتمی ارائه دهید که درخت فراگیر کمینه را در گراف  $G'$  پیدا کند. دقت کنید با توجه به اینکه اطلاعات درخت پوشای کمینه در گراف اولیه  $G$  را داریم، باید در زمان  $O(V+E)$  پاسخ را پیدا کنید.

یال  $e$  را یالی که حذف میکنیم در نظر بگیرید.

میتوانیم در ابتدا چک کنیم که اگر  $e$  در  $T$  بود، همچنان در  $T'$ ،  $MST\ G'$  هم میماند.  $O(E)$

اما اگر نباشد آنرا به  $T$  اضافه میکنیم. در این هنگام حتما یک دور بوجود می آید.

آن دور را پیدا میکنیم و یال با بیشترین وزن را از  $T$  حذف میکنیم و به  $MST$  گراف جدیدمان میرسیم.

$$O(E+V) + O(E)$$

$$O(E) + O(E+V) + O(E) \Rightarrow O(E+V)$$

بیداکردن سایکل در گراف

suppose we have graph  $G$  and we know its MST is  $T$ . now, we have reduced one of the edge's weight and made graph  $G'$ . give an algorithm to compute new MST based on previous knowledge. note that your algorithm should not be more than  $O(V+E)$

Sure! Here's an algorithm that can help you compute the new MST of graph  $G'$  based on the previous knowledge of MST  $T$  of graph  $G$ :

1. Let's say the edge whose weight has been reduced is  $(u,v)$  and its new weight is  $w$ .
2. Add this edge  $(u,v)$  to the MST  $T$ . This will create a cycle in  $T$ .
3. Find the edge with the maximum weight in the cycle formed in step 2 and remove it from  $T$ .
4. The resulting tree  $T$  will be the new MST of graph  $G'$ .

This algorithm takes  $O(V+E)$  time since finding a cycle in a graph can be done in  $O(V+E)$  time using Depth First Search (DFS). Is there anything else you would like to know?