

## به نام خدا

پروژه دوم درس ریاضیات مهندسی - دکتر طالع ماسوله

امیرعلی شهبازی (۸۱۰۱۰۱۷۳)

۱ معادله گرما :

حل معادله را شروع می کنیم، ابتدا توابع  $C$  و  $f$  و  $S$  را محاسبه میکنیم سپس شرایط مرزی داده شده را بررسی می کنیم که مشاهده می شود  $U_x(f)$  نداریم پس ضریب  $q(x,t)$  مطابق شکل در فرم کلی شرایط مرزی صفر می شود بنابراین  $q_l$  و  $q_r$  صفر می شوند :

Subject:.....  
Year:..... Month:..... Day:.....

---


$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \rightarrow \frac{1}{c^2} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad : S, f, C$$

$$\frac{1}{c^2} \rightarrow C(x, t, u, \frac{\partial u}{\partial x}) \frac{\partial u}{\partial t} = x^m \frac{\partial}{\partial x} \left[ x^m f(x, t, u, \frac{\partial u}{\partial x}) \right] \quad 5$$

$$+ S(x, t, u, \frac{\partial u}{\partial x}) \rightarrow m=0$$

$$\Rightarrow C(x, t, u, \frac{\partial u}{\partial x}) = \frac{1}{c^2} = \text{const} \rightarrow f(x, t, u, \frac{\partial u}{\partial x}) = \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$S(x, t, u, \frac{\partial u}{\partial x}) = 0 \quad 10$$

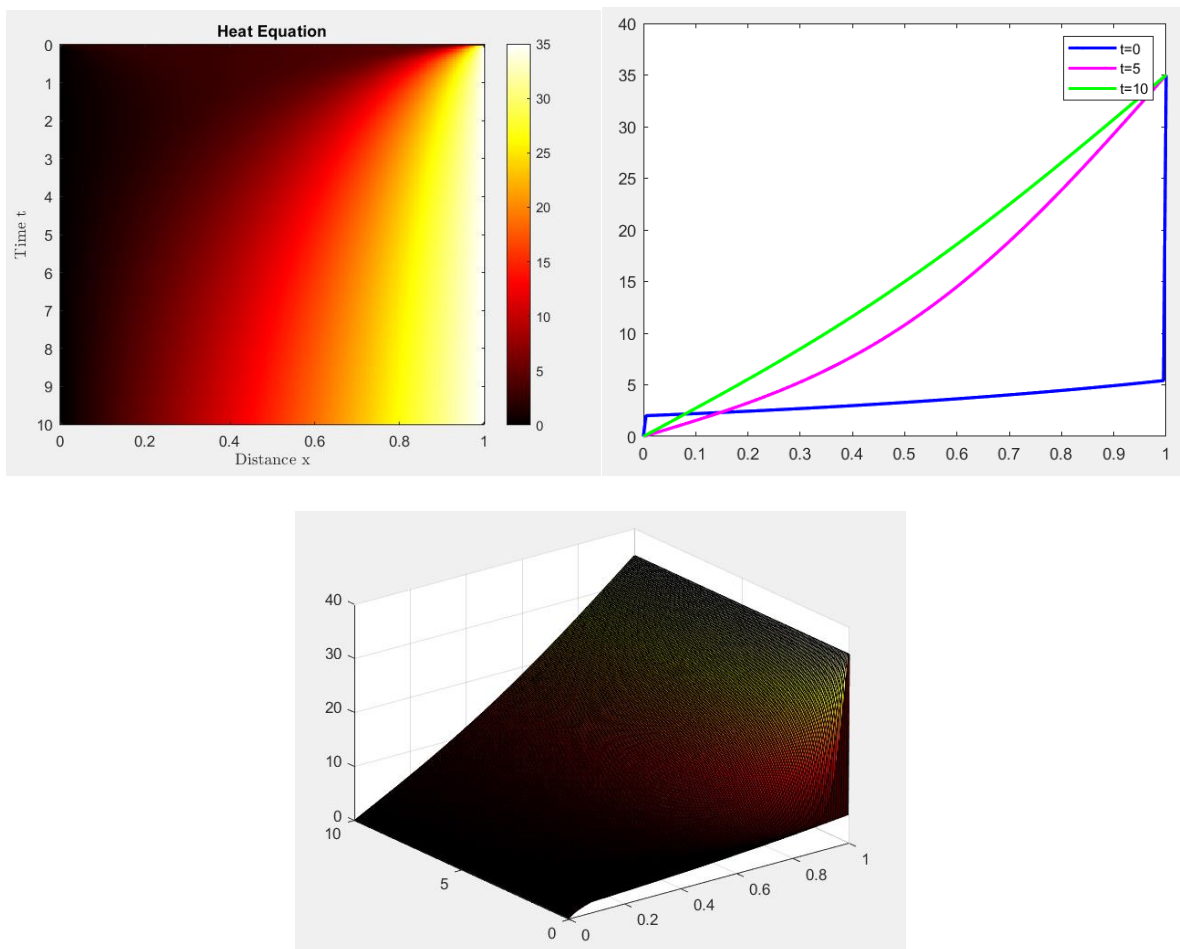
شرایط مرزی:  $P(x, t, u) + q(x, t) f(x, t, u, \frac{\partial u}{\partial x}) = 0$

$q_r = q_l = 0$  ←

15

به کمک تابع pdepe و فعال کردن hold در متلب نمودار معادله حرارت را در سه زمان فوق بصورت همزمان رسم می کنیم

در بخش اول می خواهیم  $x$  را به ۲۰۰ قسمت و  $t$  را به ۲۰۱ قسمت تقسیم کنیم و خروجی ها را مشاهده می کنیم (کد p1\_1):



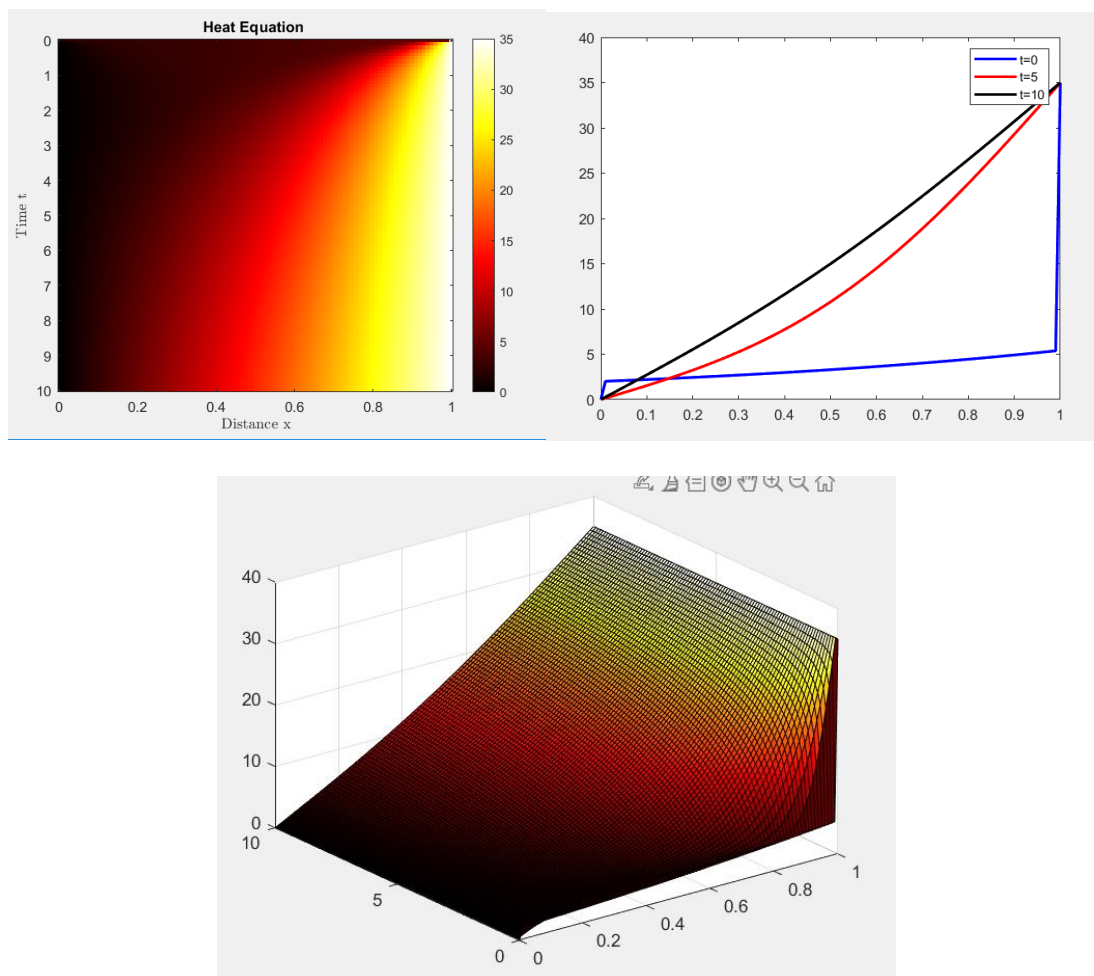
در نمودار آبی رنگ که برای زمان صفر می باشد دما در سر تا سر میله تقریباً برابر با صفر است و فقط در نقطه انتهایی میله برابر با حدود ۳۵ درجه می شود.

پس از گذشت ۵ ثانیه دما در سرتاسر میله بصورت نمایی پخش می شود و بالا می رود و سایر نقاط نیز حرارت میگیرند. در نمودار بنفش که مربوط به این زمان است مشاهده می شود در طول ۶۰-۷۰ سانتیمتری میله دمایی بالاتر از ۱۵ درجه سانتیگراد وجود دارد.

در نهایت نمودار سبز که مربوط به گذشت ۱۰ ثانیه زمان است ؛ شدت حرارت بیشتر شده و نسبت به نمودار های قبلی افزایش دما سریعتر بوده. مثال برای همان دمای ۱۵ درجه که برای نمودار دوم به ازای طول ۶۰-۷۰ سانتی ایجاد میشد در این نمودار همین دما به ازای طول ۶۰-۵۰ سانتیمتری ایجاد میشود که خود نشان دهنده افزایش سرعت حرارت می باشد.

با کمک دو تابع `imagesc` و `colormap` تغییرات دمایی را تا فاصله ۱۰ ثانیه از شروع انتقال حرارت بررسی میکنیم. همانطور که انتظار میرود در لحظه اول تنها یک نقطه دارای دمای بیشتر میباشد اما با گذشت زمان دما در سطح میله پخش شده و نمودار حرارتی در نقاط بیشتری نشان داده میشود با روشن کردن `colormap hot` آنرا به صورت حرارتی و گرمایشی نمایش می دهد.

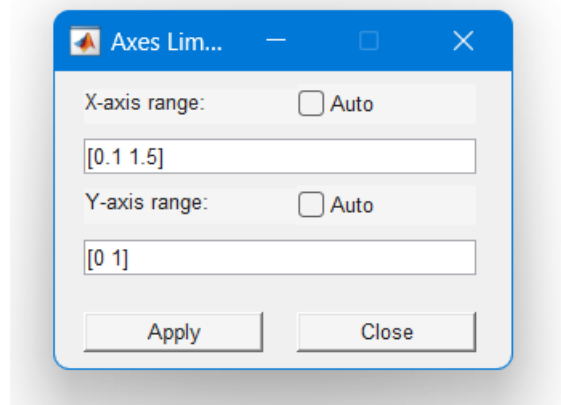
و اما در بخش دوم میخواهیم  $x$  را به ۱۰۰ قسمت و  $t$  را به ۱۰۱ قسمت تقسیم کنیم و خروجی ها را مشاهده می کنیم (کد `p_1_2`):



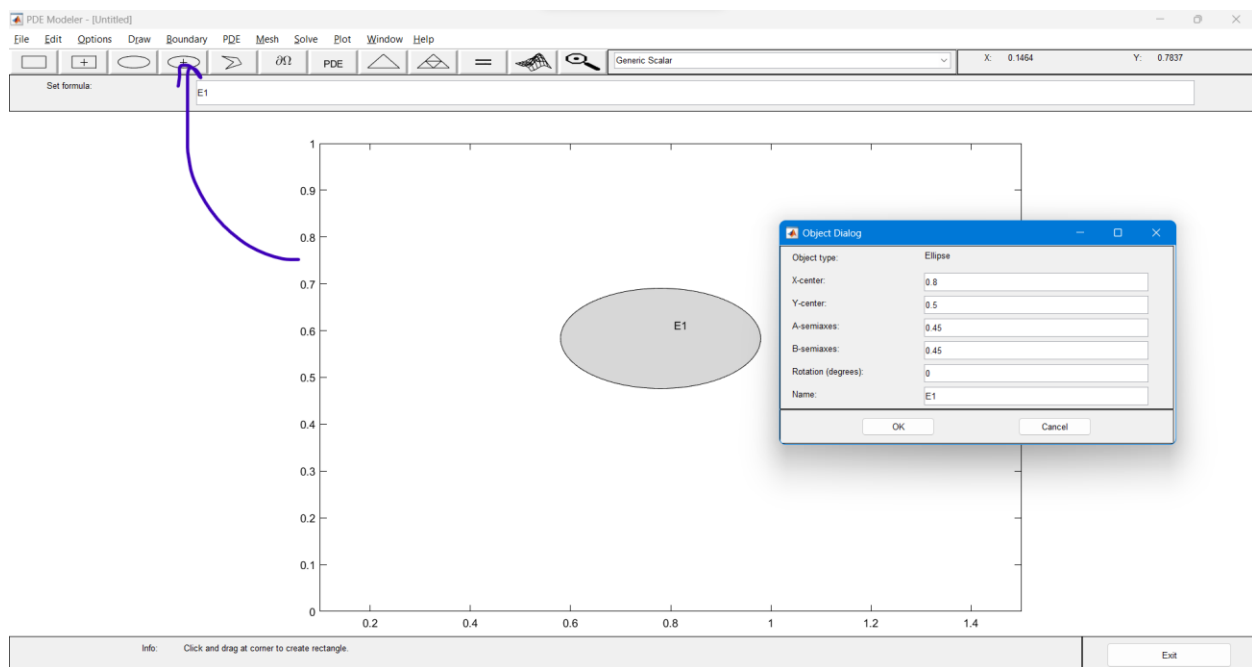
پس از تغییر بازه به ۱۰۰، پیکسل های نمودار مشهود تر می شوند و این بیانگر این است که میزان تغییرات دما و شکل آنها بصورت ناپیوسته تری تغییر میکنند چرا که بازه های زمانی و مکانی بزرگتر شده در نتیجه میزان تغییرات در هر بررسی بیشتر از حالت قبل خواهد بود

## ۲ حل معادله هلمهلتز:

مطابق دستورالعمل، ابتدا `pde modeler` را فراخوانی می کنیم، سپس مطابق شکل محدوده محور های  $x$  و  $y$  را مشخص میکنیم.



سپس به کمک بخش مشخص شده با پیکان ، دایره خواسته شده را ترسیم می کنیم و مقادیر داده شده مرکز و شعاع را در آن وارد می کنیم (اولین و دومین خروجی مختصات مرکز دایره و  $\text{semiaxes}$  ها شعاع دایره هستند) همچنین مود کاری هم در بالای تصویر مشخص است که روی  $\text{generic scaler}$  تنظیم شده است :



اکنون زمان اعمال شرایط مرزی آن است که  $\text{specify boundary conditions}$  آنرا مشخص می کنیم ؛ شرایط نیومن و  $q$  و  $g$  را مطابق داده صورت سوال ست می کنیم.

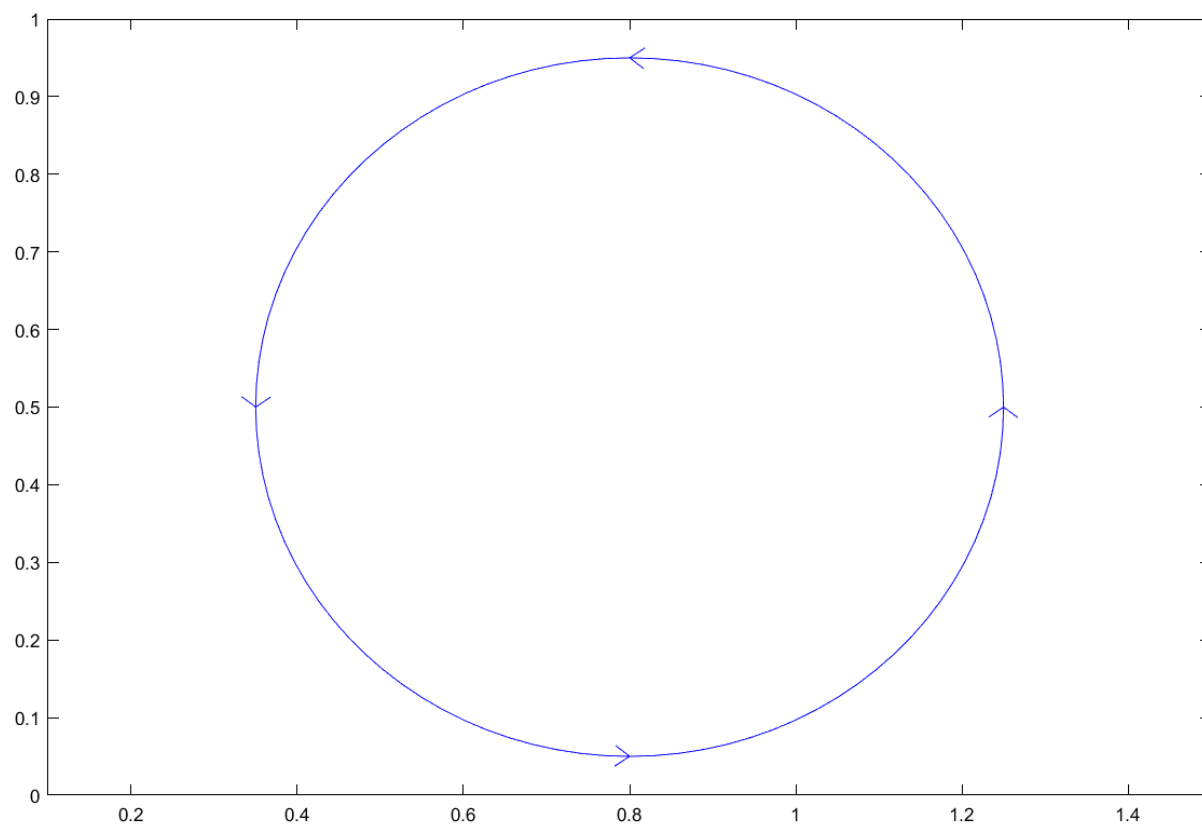
Boundary Condition

Boundary condition equation:  $n \cdot c \cdot \text{grad}(u) + qu = g$

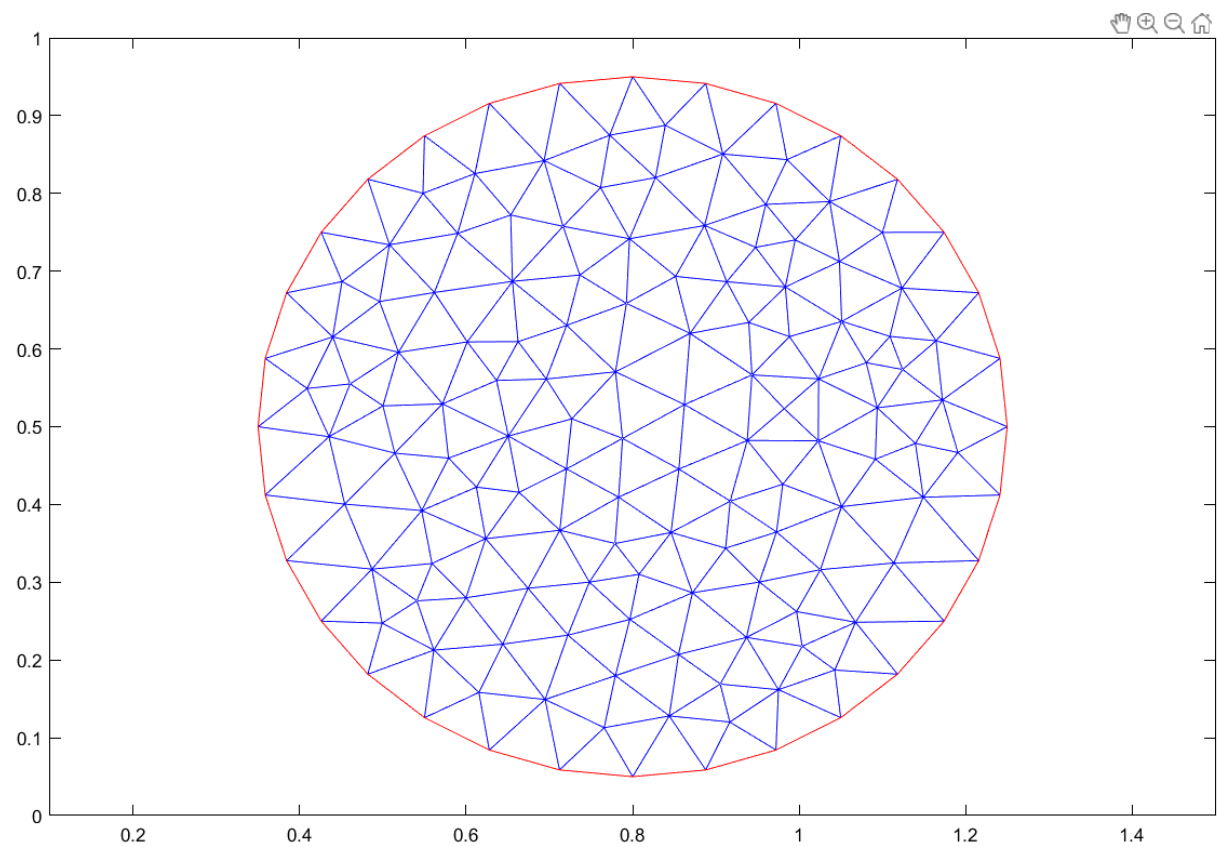
Condition type:	Coefficient	Value	Description
<input checked="" type="radio"/> Neumann	g	0	
<input type="radio"/> Dirichlet	q	-60i	
	h	1	
	r	0	

OK Cancel

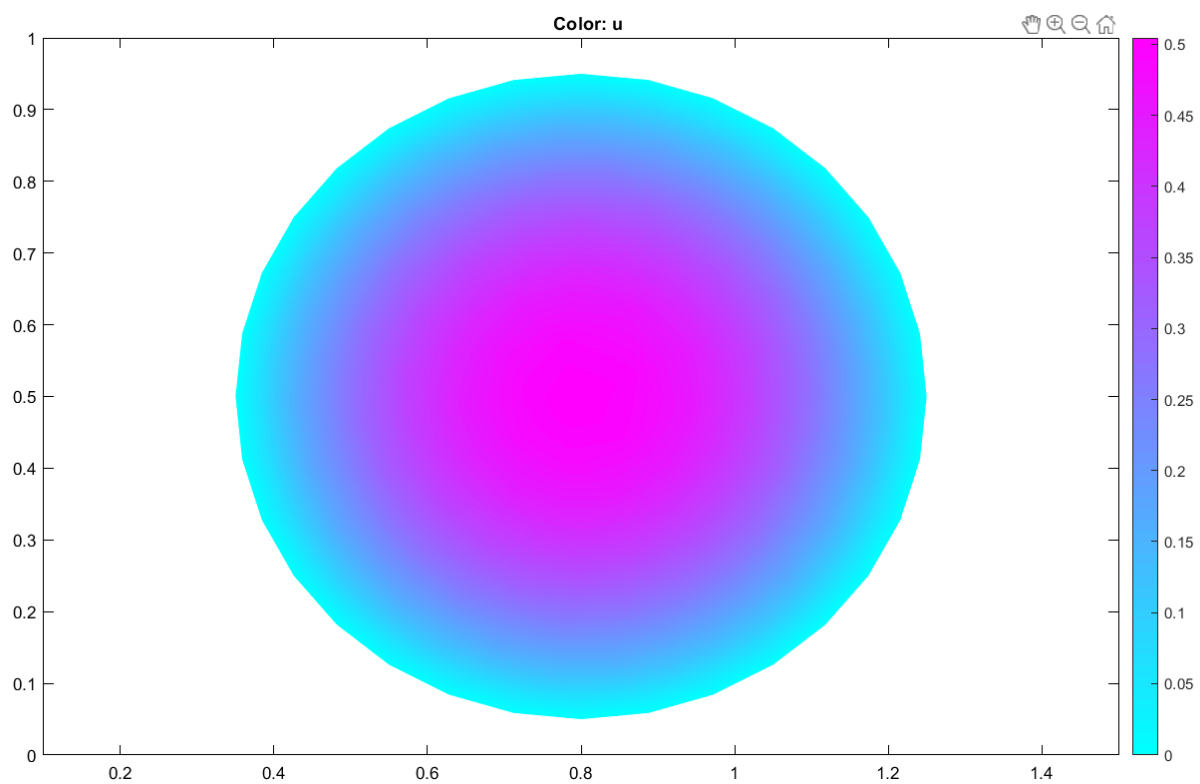
شکل حاصل بدین صورت می شود :



در ادامه شرایط اولیه مش را پیاده سازی می کنیم که شکل زیر حاصل می شود:



و در پایان با انتخاب گزینه `sole pde` آنرا حل می کنیم و شکل نهایی زیر حاصل می شود:



با توجه به اینکه در شرایط مرزی عدد مختلط به کار رفته بود در نمودار فوق بخش های موهومی نمایش داده نمی شود. و در این شکل گرما از مرکز به سمت مرزها به صورت شعاعی در حال حرکت است و در مرکز گرمتر است و رفته رفته شروع به کم شدن گرما می کند و در مرز شرایط مرزی ذکر شده در صورت سوال کماکان برقرار است و در در مرز کمتر از مرکز است.