

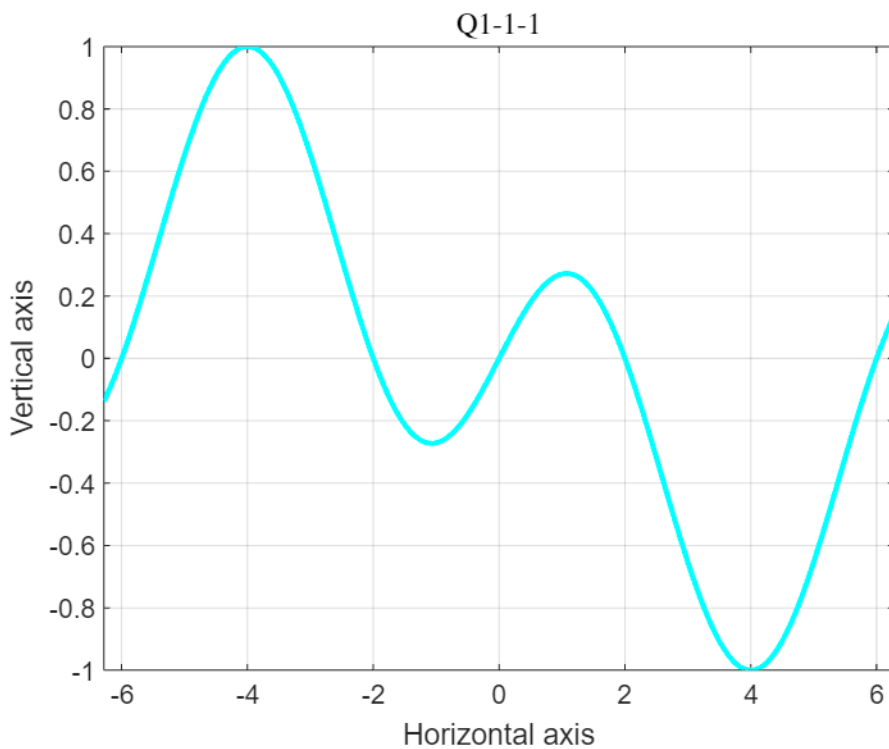
# CA\_1 Engineering Mathematics

Amirali Shahriary (810100173)

## Q1\_1\_1 :

$$\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$$

```
fs=100;  
t= -2*pi:1/fs:2*pi;  
x=cos(pi*t/4).*sin(pi*t/8);  
plot(t,x,"c","LineWidth",2);  
xlabel('Horizontal axis');  
ylabel('Vertical axis');  
xlim([-2*pi 2*pi]);  
ylim([-1 1]);  
title("Q1-1-1",'interpreter','latex');  
grid on
```



## Q1\_1\_2 :

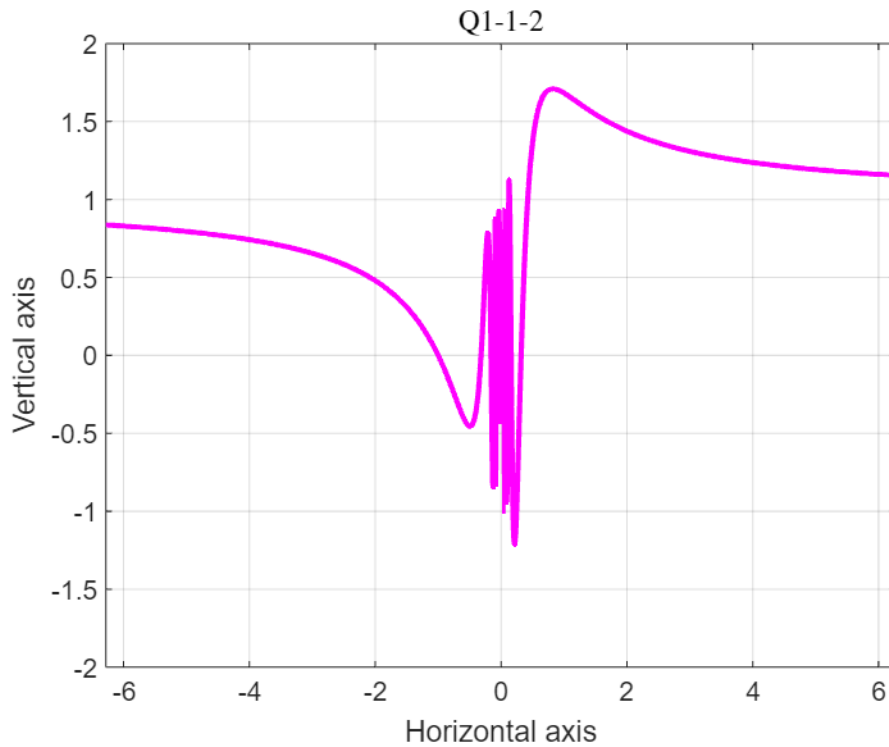
$$(t+1)\sin\left(\frac{1}{t}\right)$$

```
fs=100;
```

```

t=-2*pi:1/fs:2*pi;
x=(t+1).*sin(1./t);
plot(t,x,"m","LineWidth",2);
xlabel("Horizontal axis");
ylabel("Vertical axis");
xlim([-2*pi 2*pi]);
ylim([-2 2]);
title("Q1-1-2",'interpreter','latex');
grid on

```



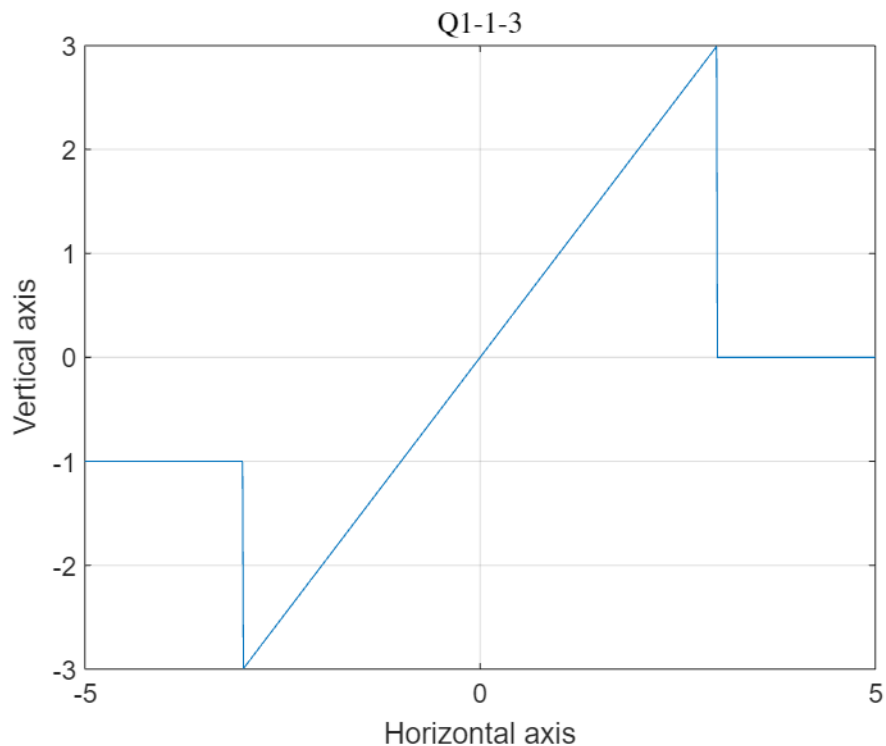
## Q1\_1\_3:

$-1 \quad t < -3, \text{ramp}(t) \quad -3 < t < 3, e^{-3t} \quad t > 3$

```

fs=100;
syms t;
x = piecewise(t<-3,-1,-3<t<3,t,t>3,exp(-3*t));
fplot(t,x);
xlabel("Horizontal axis");
ylabel("Vertical axis");
title("Q1-1-3",'interpreter','latex');
grid on

```



## Q2\_1\_1:

```
fs=100;
Num=input('Number of fourier series sentence:');
P=input('Periodicity:');
alpha=input('power:');
syms x
Nshow=input('number of sentence that we want:');
[yshow,y]=fourier_series(Num,P,alpha,Nshow);
disp(yshow);
```

$$\frac{\cos(4\pi x)}{4\pi^2} - \frac{\cos(2\pi x)}{\pi^2} - \frac{\cos(6\pi x)}{9\pi^2} + \frac{\cos(8\pi x)}{16\pi^2} - \frac{\cos(10\pi x)}{25\pi^2} + \frac{1}{12}$$

\*fourier\_series function is in the suffix of the file.

## Q2\_1\_2:

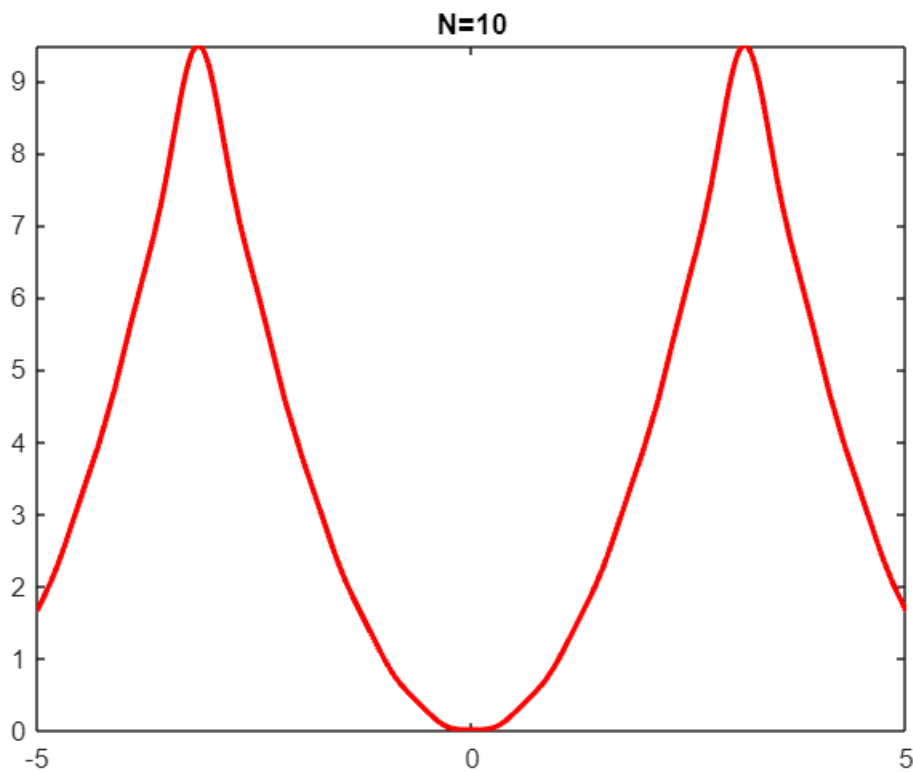
```
Num=5;
P=2*pi;
alpha=2;
syms x
Nshow=5;
[yshow,y]=fourier_series(Num,P,alpha,Nshow);
disp(yshow);
```

$$\frac{1911387046407553 \pi^3}{18014398509481984} - \frac{5734161139222659 \pi \cos(x)}{4503599627370496} + \frac{5734161139222659 \pi \cos(2x)}{18014398509481984} - \frac{1911387046407}{135107988}$$

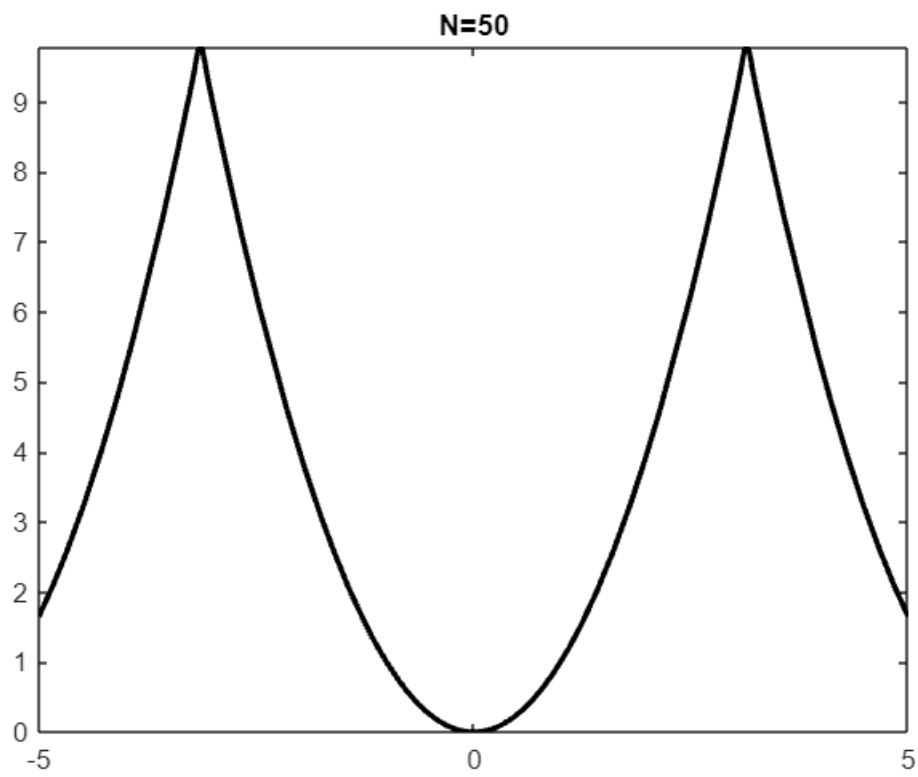
## Q2\_1\_3 :

تتاوب برابر  $2\pi$

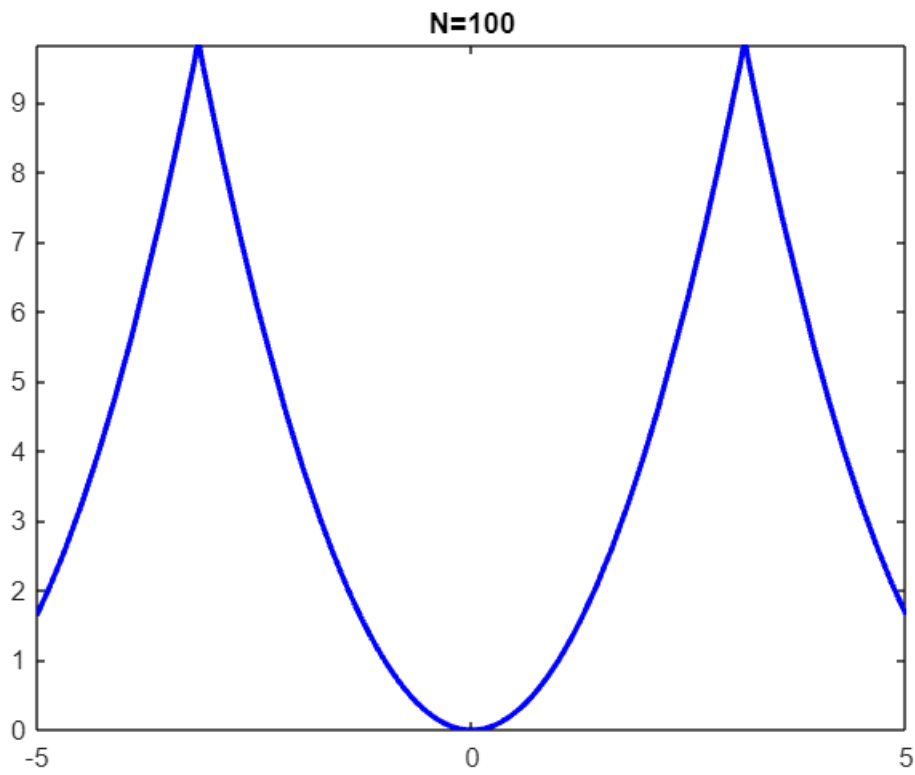
```
syms x
[y1show,y1]=fourier_series(10,2*pi,2,5);
[y2show,y2]=fourier_series(50,2*pi,2,5);
[y3show,y3]=fourier_series(100,2*pi,2,5);
fplot(x,y1,'r',"LineWidth",2)
title("N=10");
```



```
syms x
figure();
fplot(x,y2,'k',"LineWidth",2)
title("N=50")
```



```
syms x
figure();
fplot(x,y3,'b',"LineWidth",2);
title("N=100")
```



همانطور که مشاهده می شود با افزایش تعداد جملات سری فوریه ، شکل تابع به شکل تابع اصلی نزدیک تر می شود

Q2\_1\_4 :

$$x^r = \frac{\pi^r}{r} + \epsilon \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos(n\pi x)}{n^r} \quad -\pi < x < \pi$$

$$f(x) = x^r$$

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} x^r dx = \frac{\pi^r}{r}$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} x^r \cos(n\pi x) dx = \frac{(-1)^n}{n^r}$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} x^r \sin(n\pi x) dx = 0$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{a_0}{r} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\pi x) = x^r = \frac{\pi^r}{r} + \epsilon \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos(n\pi x)}{n^r}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^r} = \frac{\pi^r}{r}$$

$$x=\pi \rightarrow f(\pi) = \pi^r = \frac{\pi^r}{r} + \epsilon \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos(n\pi)}{n^r} \rightarrow \frac{\pi^r}{r} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (-1)^n}{n^r}$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^r} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^r}$$

```
z(x)=y;
s= (pi*2-z(pi/2))/4
```

s =

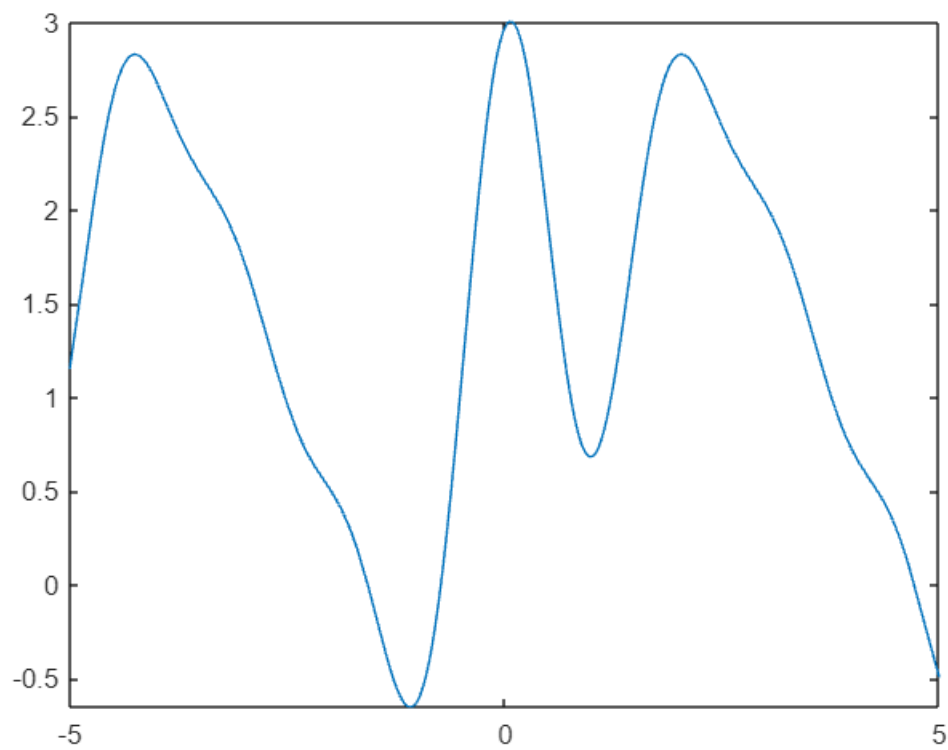
$$\frac{\pi}{2} + \frac{\cos(\pi^2)}{4\pi^2} - \frac{\cos(2\pi^2)}{16\pi^2} + \frac{\cos(3\pi^2)}{36\pi^2} - \frac{\cos(4\pi^2)}{64\pi^2} + \frac{\cos(5\pi^2)}{100\pi^2} - \frac{\cos(6\pi^2)}{144\pi^2} + \frac{\cos(7\pi^2)}{196\pi^2} - \frac{\cos(8\pi^2)}{256\pi^2} + \frac{\cos(9\pi^2)}{324\pi^2}$$

## Q2\_1\_5:

```
x = [0 , pi/3 , 2*pi/3 , pi, 4*pi/3,5*pi/3,2*pi];
fx = [1 , 1.4 , 1.9 , 1.7 , 1.5 , 1.2 , 1];
```

```
Harmonic_Fs(x,fx);
```

```
1.3857 -0.2000cos(1x) 1.0392sin(1x) 0.7000cos(2x) -0.1732sin(2x) 0.7333cos(3x) -0.0000sin(3x) 0.3500cos(4x)
```



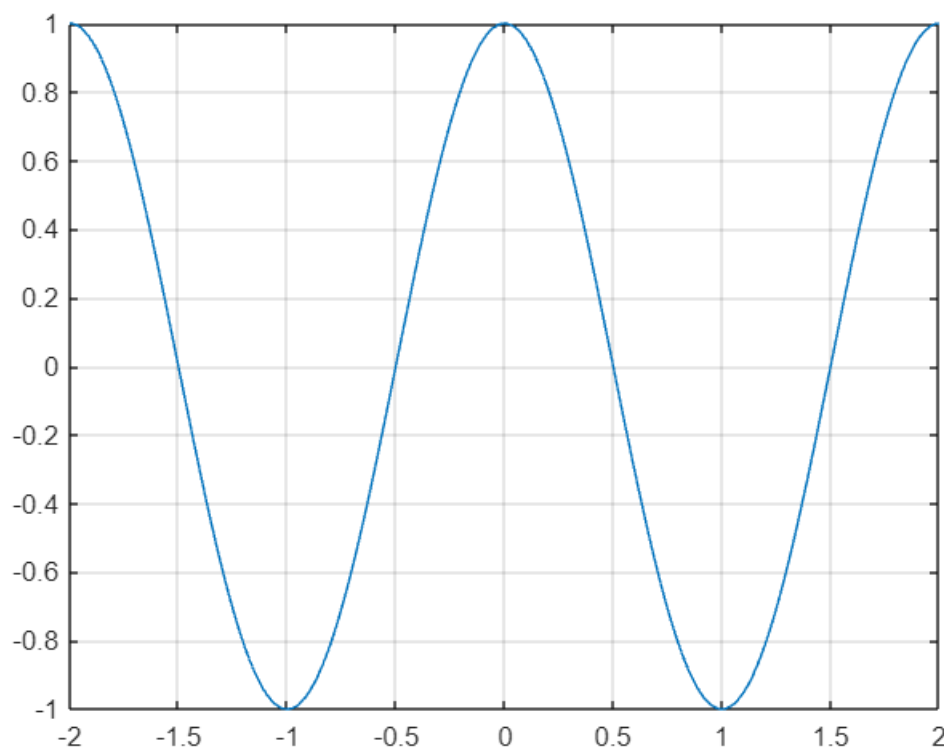
Harmonic analysis function is in the Suffix of file .

### Q3\_2:

در بخش اول تابع را در دوره تناوب 2 رسم میکنیم که از -2 تا 2+ است.

```
fs = 1000;  
t=-2:1/fs:2;  
fx = cos(pi*t);  
plot(t,fx);  
grid on;
```





می دانیم برای محاسبه تبدیل فوریه تابع به حوزه فرکانس نیازمندیم و در صورت سوال تنها حوزه زمان مشخص شده است در کل تابع اف اف تی تبدیل فوریه گسسته را محاسبه می کند که از آن برای تبدیل سیگنال از حوزه زمان به مکان استفاده می کنیم . حال در اینجا حوزه فرکانسی بین منفی و مثبت اف اس دوم است

#### : نرمالایز کردن دامنه

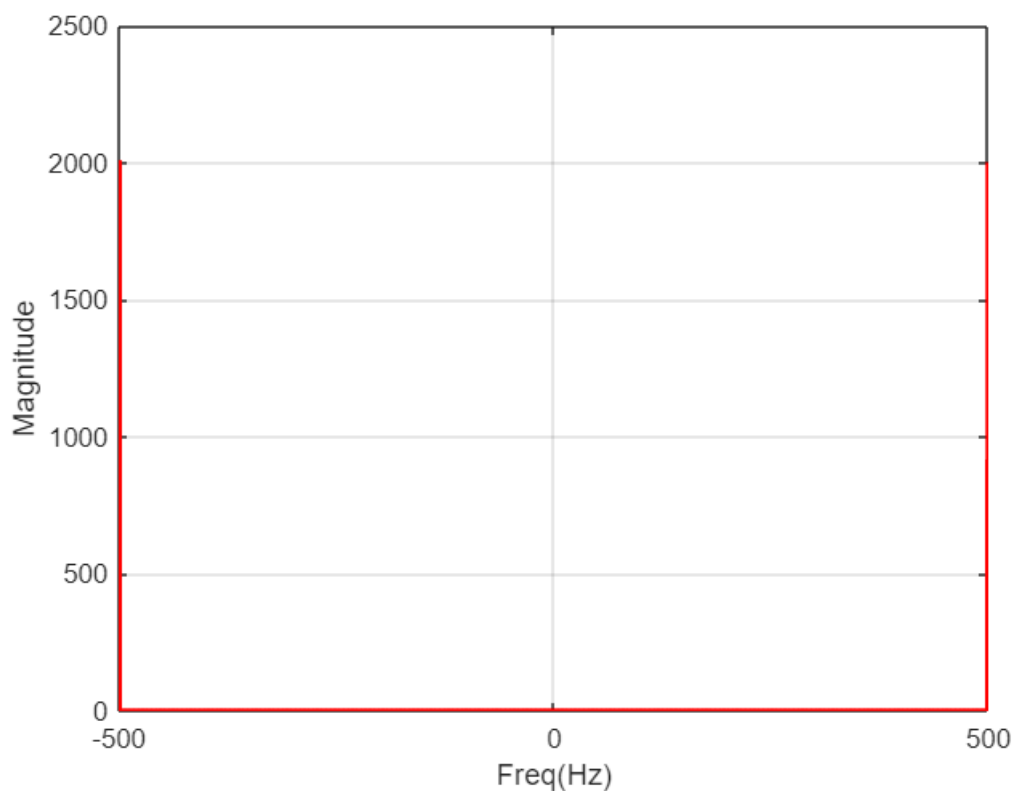
هنگامی که از دستور اف اف تی استفاده می کنیم ، یک تابع مختلط داریم پس از دستور ای بی اس استفاده می کنیم و همچنین اردر نمایش داده شده از مرتبه 2000 است در صورتی که بنا بر محاسبات دستی اردر باید در مرتبه پی باشد پس در کدمان حاصل را ابتدا بر 2000 تقسیم و سپس در پی ضرب می کنیم و دامنه را نرمالایز می کنیم

#### : محاسبات دستی

$$\begin{aligned}
 F\{\cos(\pi t)\} &= \int_{-\infty}^{+\infty} \cos(\pi t) e^{-i\omega t} dt = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \{e^{i\pi t} + e^{-i\pi t}\} e^{-i\omega t} dt \\
 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i(\omega - \pi)t} dt + \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i(\omega + \pi)t} dt \rightarrow \delta(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} d\omega \\
 \rightarrow F\{\cos(\pi t)\} &= F(\omega) = \pi [\delta(\omega - \pi) - \delta(\omega + \pi)]
 \end{aligned}$$

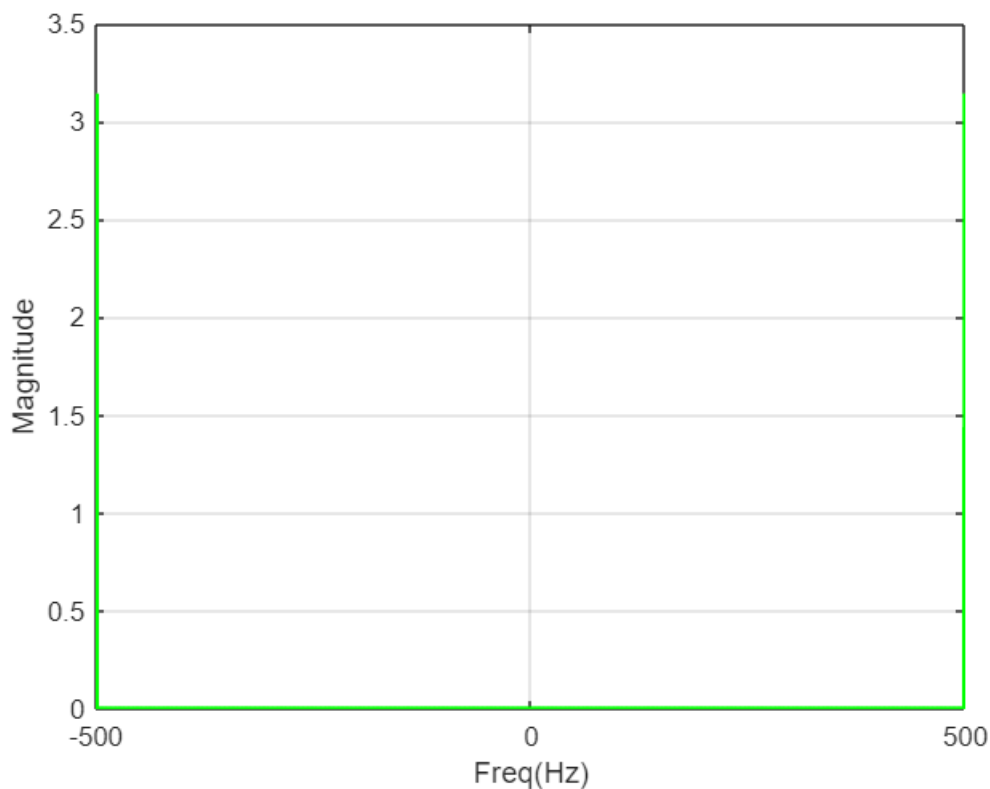
پیش از نرمالایز کردن دامنه

```
fs = 1000;  
f=-fs/2:1/4:fs/2;  
t=-2:1/fs:2;  
fx = cos(pi.*t);  
FT = fft(fx);  
plot(f,abs(FT),"r","LineWidth",2);  
xlabel("Freq(Hz)");  
ylabel("Magnititude");  
grid on;
```



پس از نرمالایز کردن دامنه

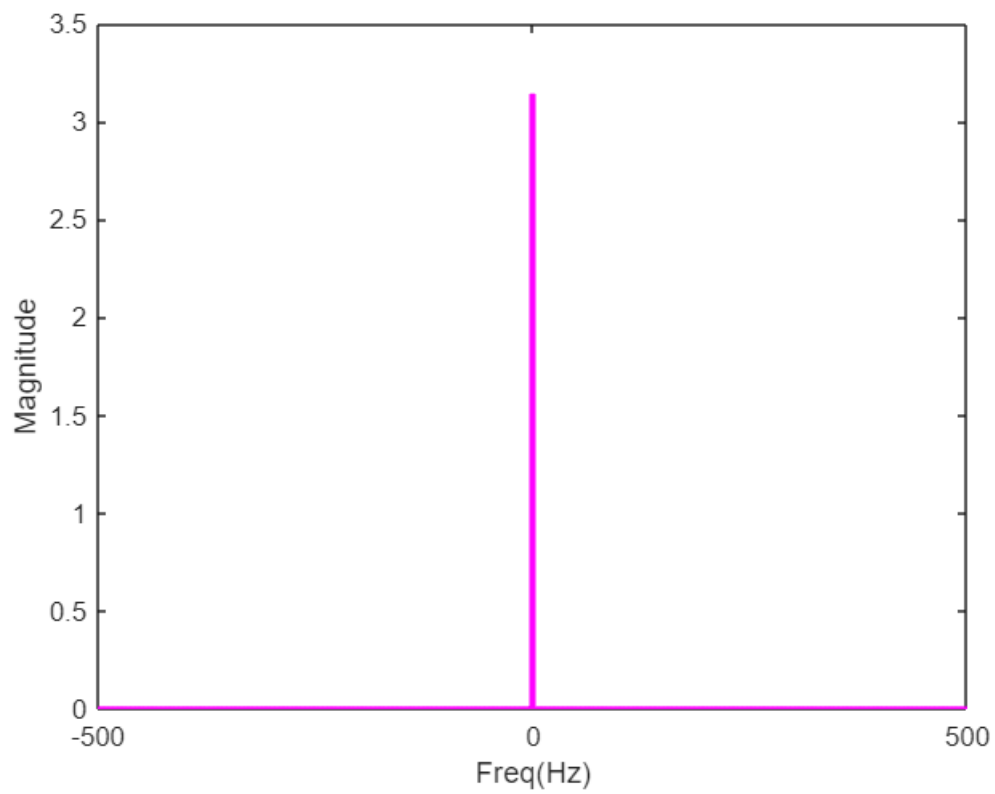
```
fs = 1000;  
f=-fs/2:1/4:fs/2;  
t=-2:1/fs:2;  
fx = cos(pi.*t);  
FT = fft(fx);  
plot(f,abs(FT).*pi/2000,"g","LineWidth",2);  
xlabel("Freq(Hz)");  
ylabel("Magnititude");  
grid on;
```



### fftshift:

تابع اف اف تی شیفت برای انتقال مولفه فرکانس صفر تبدیل فوریه گسسته به مرکز طیف استفاده می شود که برای تجزیه و تحلیل استفاده می شود در واقع خروجی تابع اف اف تی را میگیرد و همان بردار تبدیل شده را با مولفه فرکانس صفر در مرکز بر می گرداند در واقع در اف اف تی تابع را از صفر تا دو پی در نظر میگیریم ولی در اف اف تی شیفت از منفی تا مثبت پی در نظر میگیریم و برای محاسبه کافی است از قسمت قبلی شیفت بگیریم .

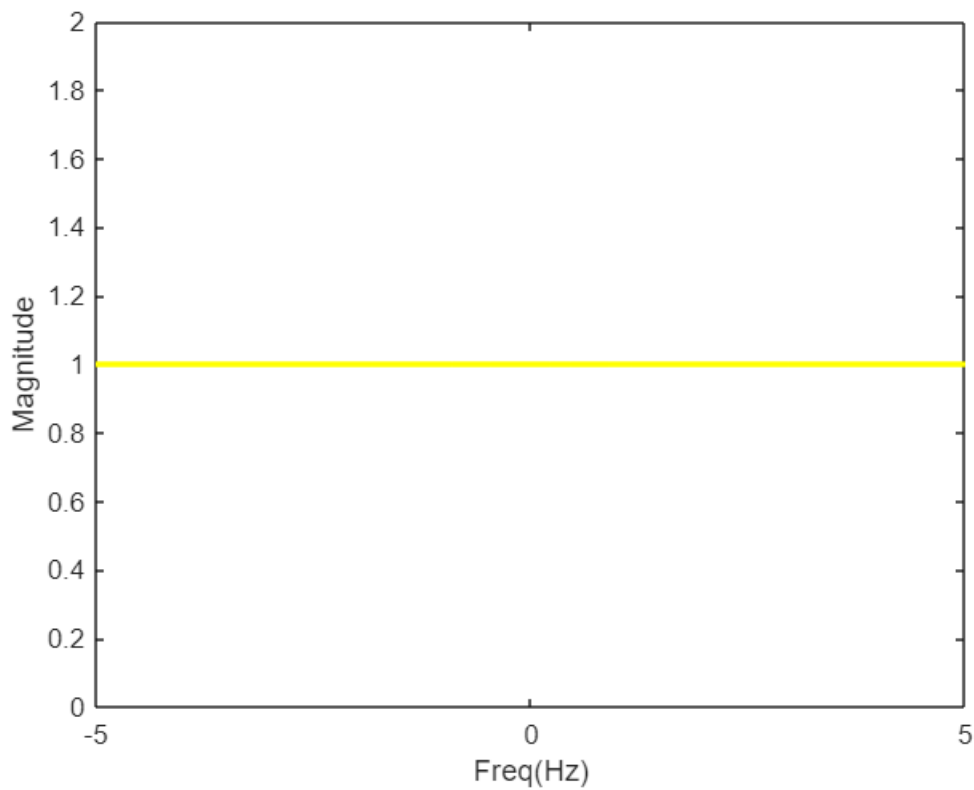
```
fs = 1000;
f=-fs/2:1/4:fs/2;
t=-2:1/fs:2;
fx = cos(pi.*t);
FT = fft(fx);
FTS = fftshift(fft(fx));
plot(f,abs(FTS).*pi/2000,"m","LineWidth",2);
xlabel("Freq(Hz)");
ylabel("Magnitude");
```



**f(x)=1:**

**fft:**

```
fx = 1;  
FT = fft(fx);  
fplot(abs(FT),"y","LineWidth",2);  
xlabel("Freq(Hz)");  
ylabel("Magnitude");
```



**fftshift:**

```
fx = 1;
FTS = fftshift(fft(fx));
fplot(abs(FT));
xlabel("Freq(Hz)");
ylabel("Magnitude");
```

## Q3\_3:

```
[y,Fs] = audioread("ABITW.mp3");
sound(y,Fs);
Fs
```

```
Fs = 44100
```

```
Fs1 = 2*Fs;
audiowrite("ABITW_FAST.wav",y,Fs1);
%sound(y,Fs);
Fs1
```

```
Fs1 = 88200
```

```
Fs2 = Fs/2;
audiowrite("ABITW_SLOW.wav",y,Fs2);
%Sound(y,Fs2);
Fs2
```

Fs2 = 22050

قضیه نایکوئیست : نمونه برداری سیگنال نایکوئیست در شرایطی امکان پذیر است که فرکانس نمونه برداری اف اس بزرگتر یا مساوی دو برابر مولفه سیگنال پیام اصلی یا سیگنال اصلی باشد . بنابراین شرط زیر همواره باید برقرار باشد

$f_s \geq 2f_m$

## SUFFIX:

```
function [yshow,y]=fourier_series(Num,P,alpha,Nshow)
    syms x
    f=x.^alpha;
    sum=0;sum1=0;l=P/2;
    A=(1/(2*l))*int(f,x,-l,l);
    for n=1:Num
        an=(1/l)*int(f*cos(n*pi*x/l),x,-l,l);
        bn=(1/l)*int(f*sin(n*pi*x/l),x,-l,l);
        sum=sum+an*cos(n*pi*x/l)+bn*sin(n*pi*x/l);
        if n==Nshow
            sum1=sum;
        end
    end
    yshow=A+sum1;
    y=A+sum;
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Harmonic analysis function
function Harmonic_Fs(x,fx)
    syms t;
    a0 = 2*sum(fx)/7;
    Fx = a0/2;
    fprintf("%.4f ",a0/2);
    for n=1:4
        an = @(n) 2*sum(fx.*cos(n*x))/n;
        bn = @(n) 2*sum(fx.*sin(n*x))/n;
        Fx= Fx+((an(n))*cos(n*t))+((bn(n))*sin(n*t));
        fprintf("%.4fcos(%dx) ",an(n),n);
        fprintf("%.4fsin(%dx) ",bn(n),n);
        fplot(Fx);
    end
end
```