

به نام خدا

CA 7

امیرعلی شهریار (۸۱۰۱۰۰۱۷۳)

ا:

الف:

$$V_R(t) + V_L(t) + V_C(t) = V_{in}(t) \rightarrow R i(t) + \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau + L \frac{di(t)}{dt} = V_{in}(t)$$
$$\frac{d}{dt} \rightarrow L \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + R \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} i(t) = \frac{d}{dt} V_{in}(t) \quad (eq-1)$$

ب:

(ب)

تبدیل لاپلاس از طرفین رابطه :

$$(eq-1) \xrightarrow{L} I(s) \left(Ls^2 + Rs + \frac{1}{C} \right) = s V_{in}(s) \rightarrow I(s) = \frac{Cs}{Lcs^2 + Rcs + 1} V_{in}(s)$$

ج:

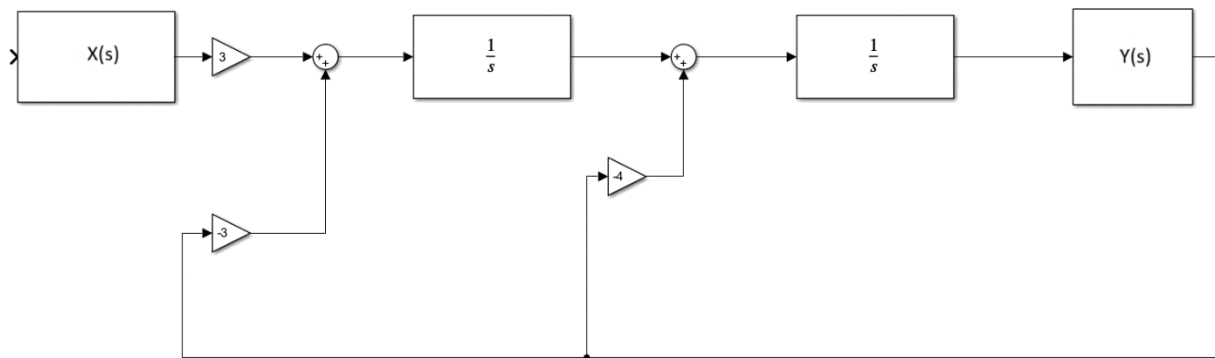
(ج)

$$y(t) = V_C(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau \xrightarrow{L} V_C(s) = Y(s) = \frac{1}{Cs} I(s)$$
$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\frac{1}{Cs} I(s)}{\frac{Lcs^2 + Rcs + 1}{Cs} I(s)} = \frac{1}{Lcs^2 + Rcs + 1} \quad (eq-2)$$

د:

$$R=1, C=\frac{F}{W} \Rightarrow \frac{1}{W} s^2 Y(s) + \frac{F}{W} s Y(s) + Y(s) = X(s)$$

$$\Rightarrow Y(s) = \frac{1}{s^2} (X(s) - W Y(s)) - \frac{F}{W} Y(s)$$



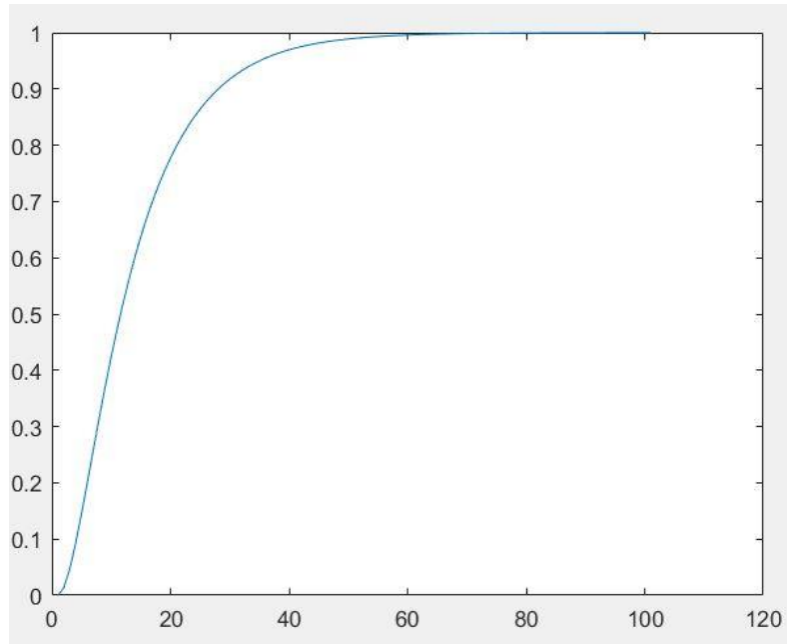
و:

$$H(s) = \frac{W}{s^2 + Fs + W} = \frac{W}{s} \left(\frac{1}{s+1} - \frac{1}{s+W} \right)$$

$$Y(s) = H(s)X(s), X(s) = \frac{1}{s} \Rightarrow Y(s) = \frac{W}{s(s+W)(s+1)}$$

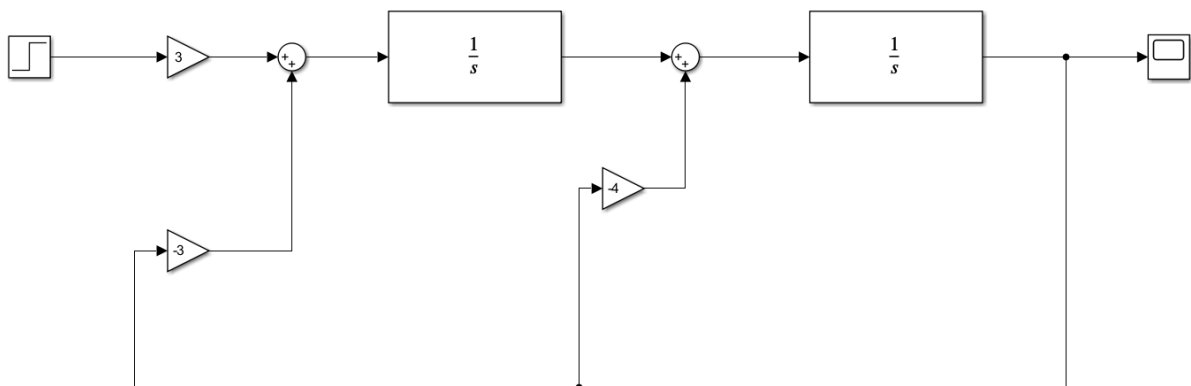
$$\rightarrow Y(s) = \frac{1}{s} + \frac{\frac{1}{F}}{s+W} - \frac{\frac{W}{F}}{s+1} \xrightarrow{L^{-1}} y(t) = \left(1 + \frac{1}{F} e^{-Wt} - \frac{W}{F} e^{-t} \right) u(t)$$

به شکل فوق خواهد بود :

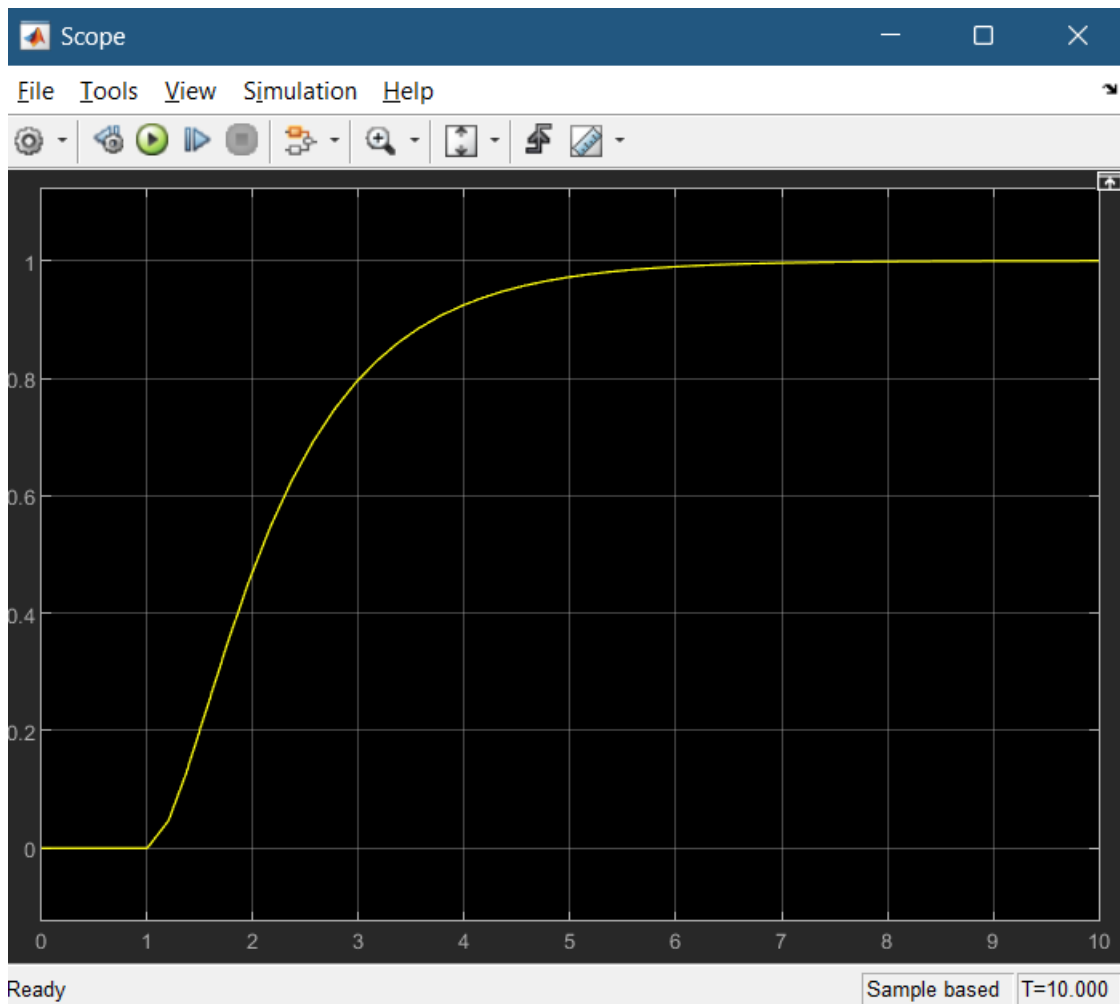


۵:

در نهایت در Simulink به شکل فوق خواهیم داشت :



که خروجی آن در scope به شکل فوق می باشد:



همانگونه که مشاهده می شود ، نتیجه حاصل از شبیه سازی در Simulink با حل دستی آن مطابقت دارد.

۲:

الف:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + B \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = B \frac{dx(t)}{dt} + u(t) \quad \text{الف)}$$

ب:

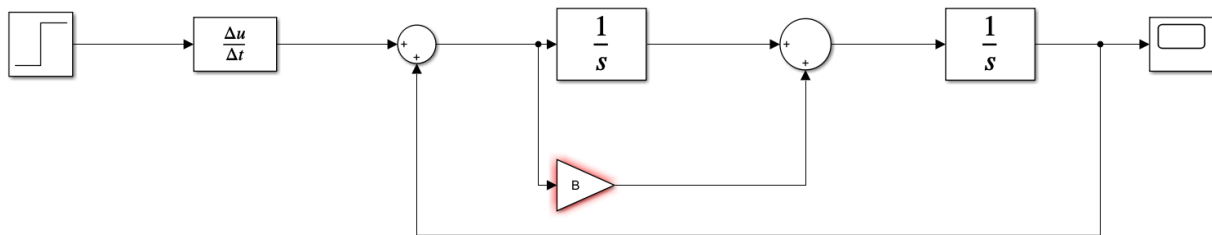
$$s^2 Y(s) + B s Y(s) + Y(s) = B s X(s) + X(s)$$

(ج)

$$\Rightarrow H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{Bs+1}{s^2+Bs+1}$$

$$Y(s) + \frac{B}{s} Y(s) + \frac{1}{s^2} Y(s) = \frac{B}{s} X(s) + \frac{1}{s^2} X(s) \rightarrow Y(s) = \frac{1}{s^2} (X(s) - Y(s)) + \frac{B}{s} (X(s) - Y(s))$$

CS Scanned with CamScanner



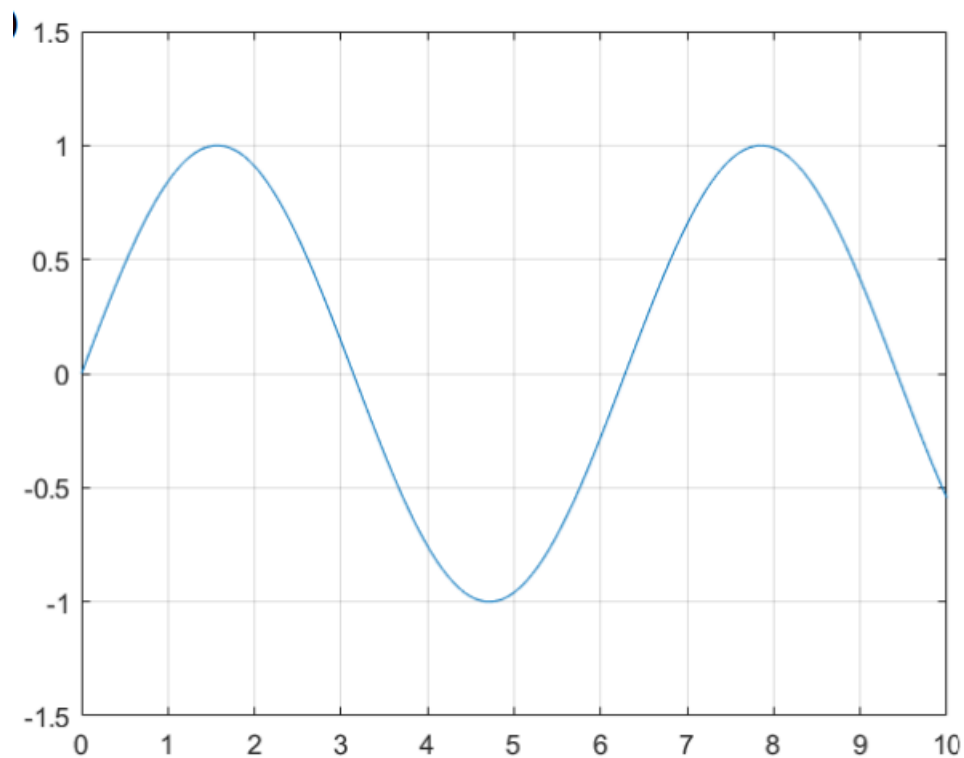
ج:

$$s^2 Y(s) + Y(s) = X(s) \rightarrow H(s) = \frac{1}{s^2+1}$$

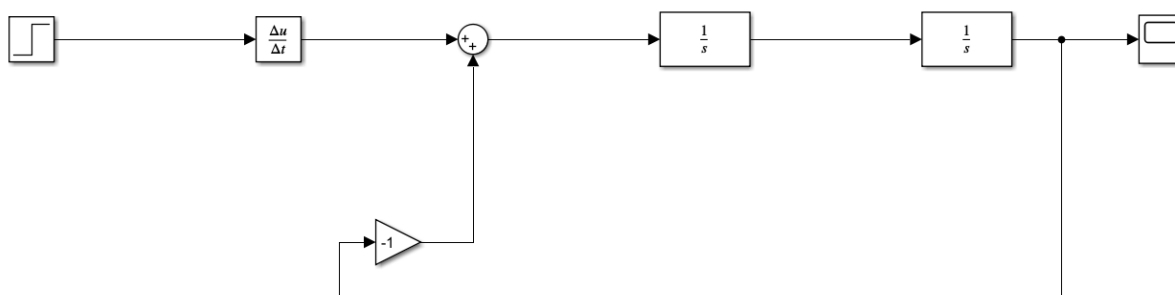
(ج)

$$\mathcal{L} \{ \sin(\omega_0 t) u(t) \} = \frac{\omega_0}{\omega_0^2 + s^2} \rightarrow \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s^2+1} \right\} = \sin(t) u(t)$$

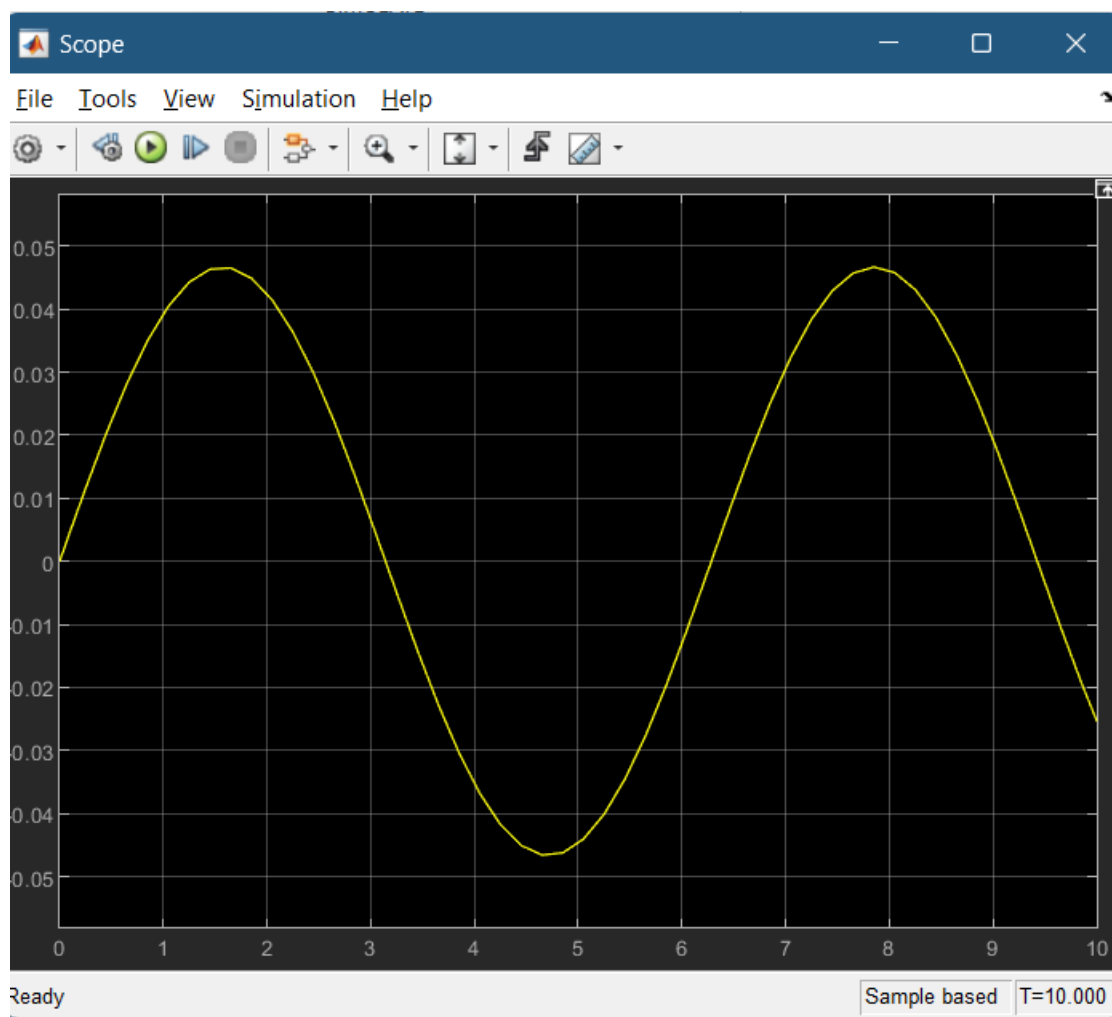
CS Scanned with CamScanner



خودرو به صورت سینوسی نوسان کرده و میرا نمی شود بنابراین خودرو نوسانات زیادی خواهد داشت.



اکنون با مشاهده scope شکل زیر حاصل می گردد :

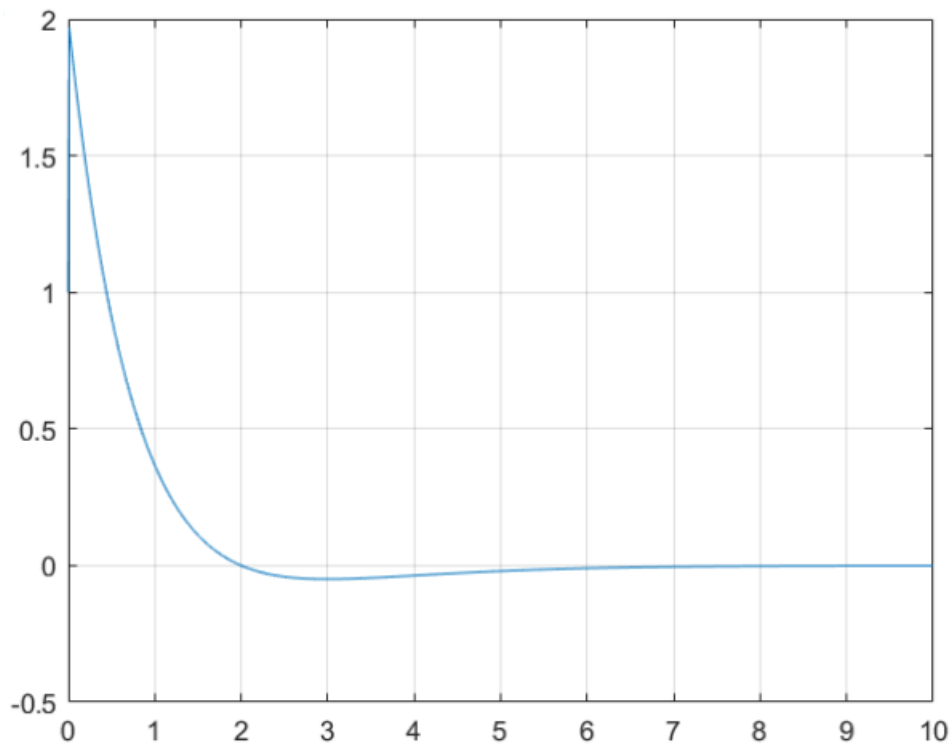


همانگونه که مشهود است مقدار تئوری با مقدار به دست آمده مطابقت دارد.

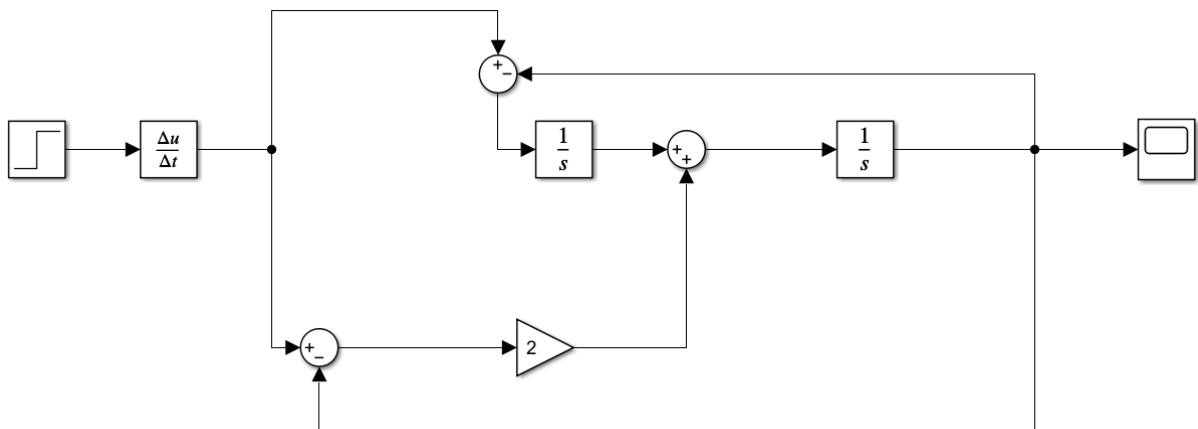
$$\text{اولی: } \frac{-B \pm \sqrt{A}}{\gamma} \xrightarrow{\Delta \geq 0} B^2 \geq 0, B > 0 \rightarrow B \geq 2 \rightarrow B_{\min} = 2$$

$$Y(s) = \frac{\gamma s + 1 \pm 1}{(s+1)^2} = \gamma \frac{s+1}{(s+1)^2} - \frac{1}{(s+1)^2} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} h_{\gamma}(t) = (\gamma e^{-t} - t e^{-t}) u(t)$$

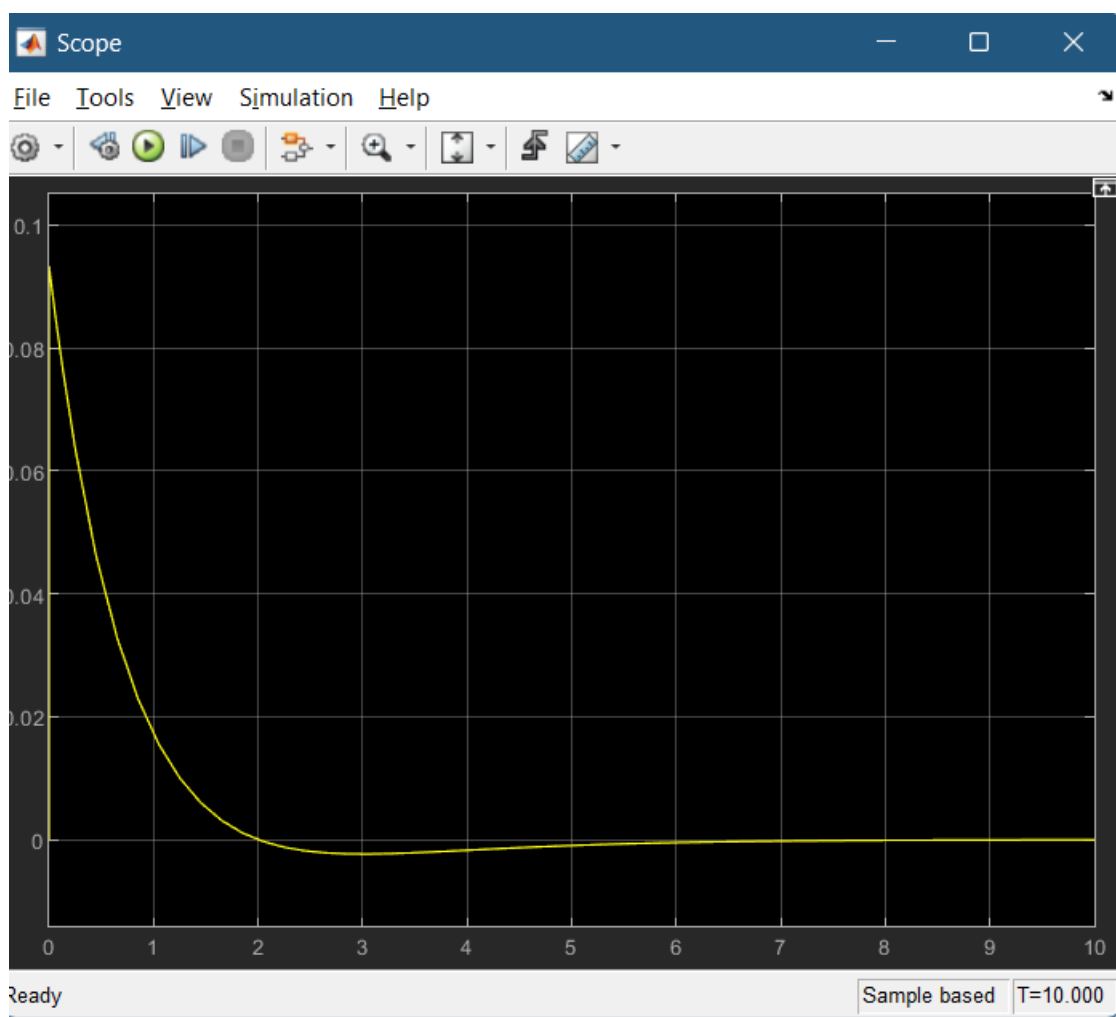
Scanned with CamScanner



اینبار نوسانات کمتر از حالت قبل بوده و میرا است و فقط در ابتدای آن دامنه ارتعاشش قابل مشاهده است.



همچنین خروجی scope به شکل زیر است :



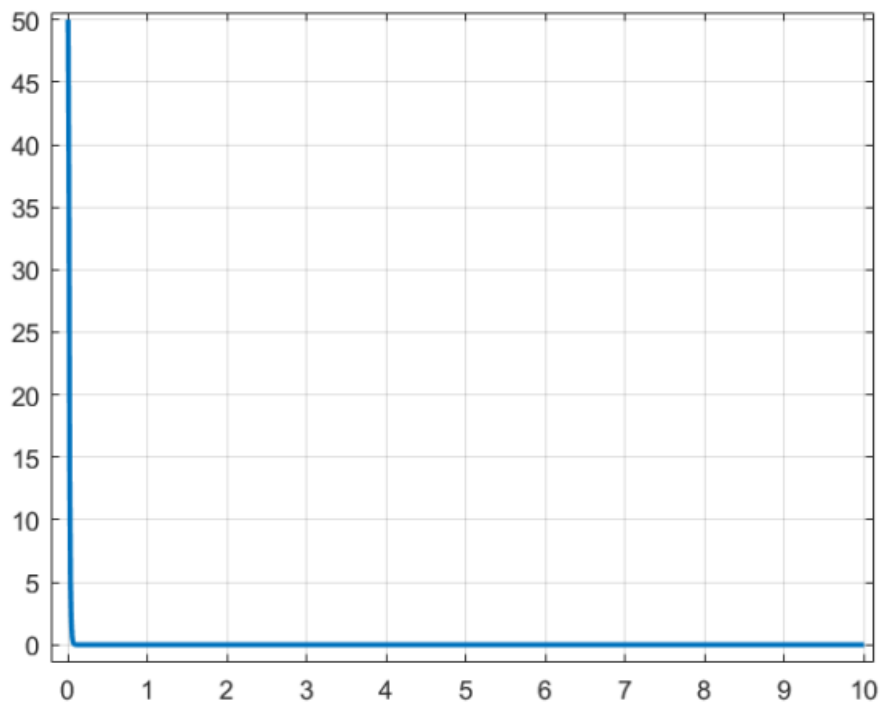
که همانگونه که مشهود است مقدار فوق با حاصل تئوری مطابقت دارد.

و:

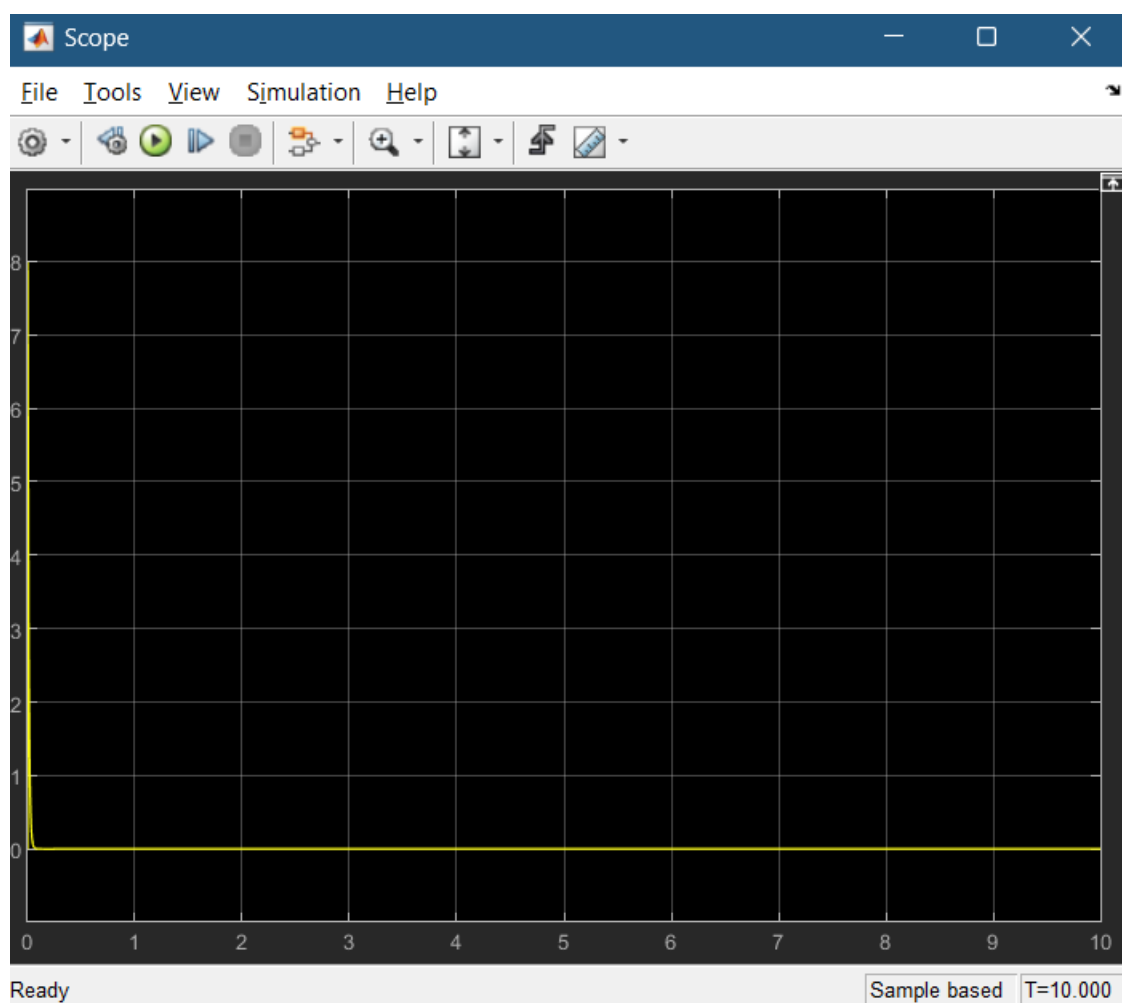
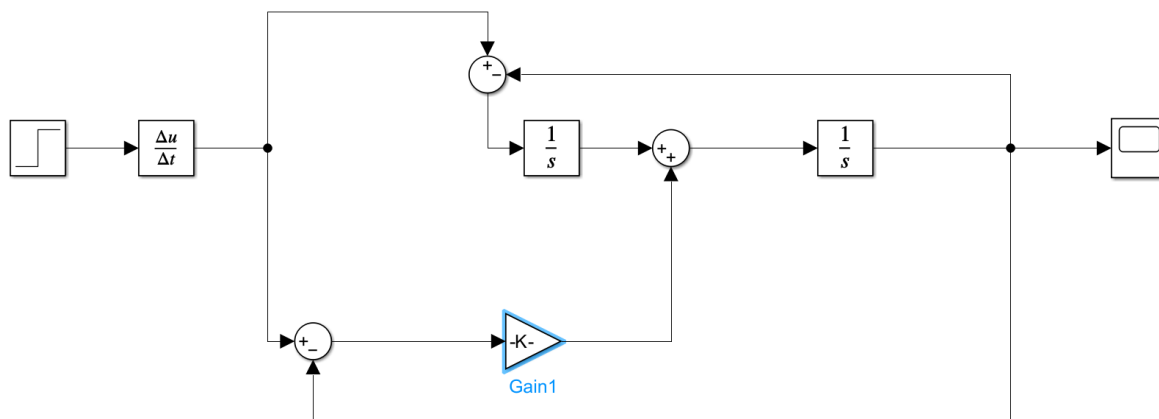
$$Y(s) = \frac{100(s+1)}{(s+100)(s+0.01)} = \frac{100(s+0.01)}{(s+100)(s+0.01)} = \frac{100}{s+100} \quad (9)$$

$$\xrightarrow{L^{-1}} h(t) = 100e^{-100t} u(t)$$

CS Scanned with CamScanner



در این حالت به طور ناگهانی و به شدت میرا می شود و با نرخ تغییرات زیادی به محل نخستین خود باز میگردد (دامنه ارتعاش اولیه).



همانگونه که مشخص است با پاسخ تئوری مطابقت دارد.

:۵

به عنوان نتیجه گیری ؛ از آنجایی که در حالت (و) نوسانات میرایی بالایی داشته اما دامنه آن بسیار زیاد است و در حالت (ج) نیز نوسانات اصلا میرا نیستند و برای ما مطلوب نیستند ، بنابراین حالت (د) از سایر حالت ها بهتر بوده، زیرا نه نوسانی نامیرا خواهیم داشت و نه ابتدا زیاد جابجا می شویم تا با سرعت به پایداری برسیم.

:۳

:الف

$$s^4 Y(s) - sY(0) - Y'(0) + 3sY(s) - 3Y(0) + 2Y(s) = X(s)$$

(الف)

$$\rightarrow (s^4 + 3s + 2)Y(s) - s - 4 = \frac{a}{s}$$

$$\Rightarrow Y(s) = \frac{s+4}{s^4+3s+2} + \frac{\frac{a}{s}}{s^4+3s+2} = \frac{s^2+3s}{(s+1)(s+2)} + \frac{a}{s(s+1)(s+2)}$$

$$= \left[3 \frac{1}{s+1} - 2 \frac{1}{s+2} \right] + \left[\frac{a}{2} \frac{1}{s} - a \frac{1}{s+1} + \frac{a}{2} \frac{1}{s+2} \right]$$

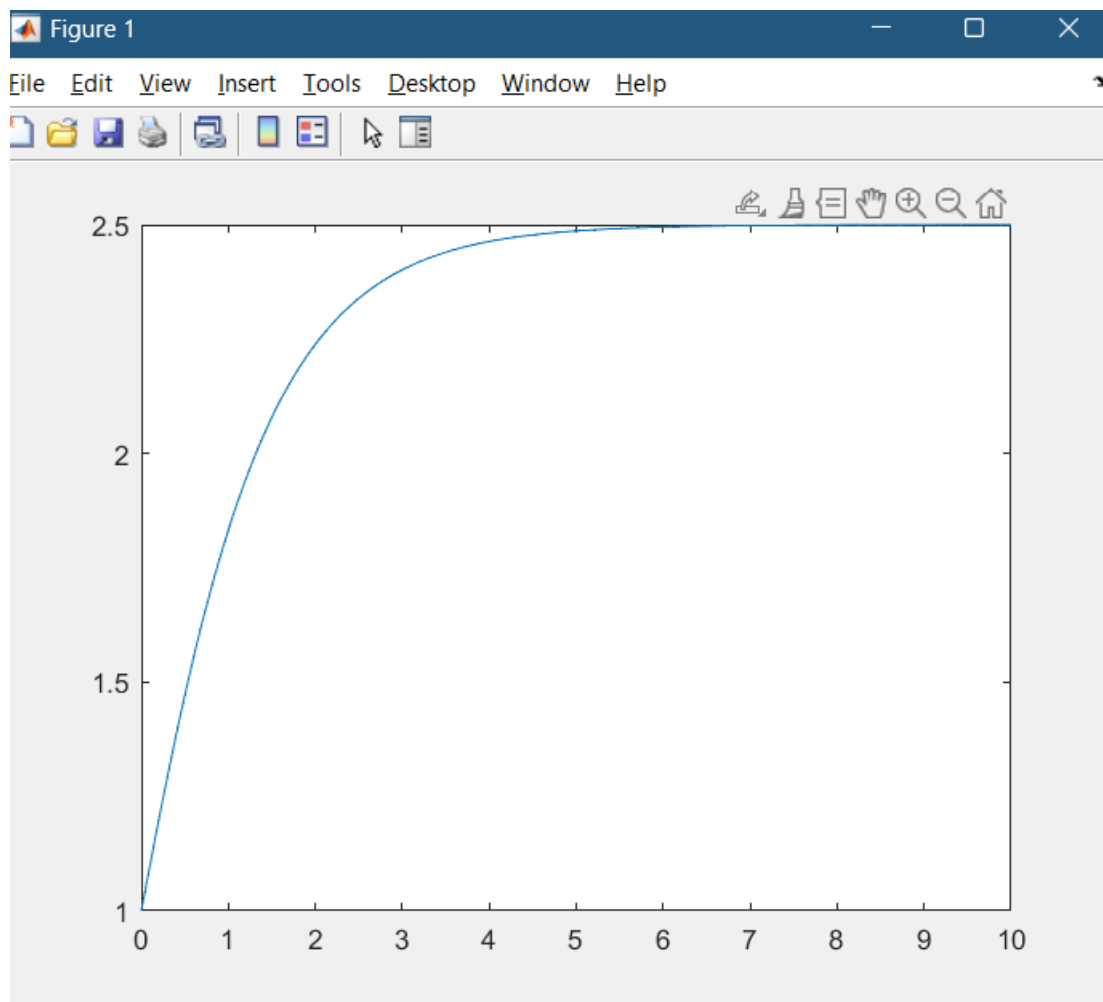
$$\Rightarrow y(t) = \underbrace{[3e^t - 2e^{-2t}]}_{\text{جواب عمومی}} + \underbrace{\left[\frac{a}{2} - ae^{-t} + \frac{a}{2} e^{-2t} \right]}_{\text{جواب خصوصی}} u(t)$$

Scanned with CamScanner

:ب

نتیجه حاصل از متلب به فرم زیر میباشد:

$$(\exp(-2*t) * (5*\exp(2*t) + 2*\exp(t) + 5*\text{sign}(t) - 10*\exp(t)*\text{sign}(t) + 5*\exp(2*t)*\text{sign}(t) - 3))/4$$



همانگونه که از نمودار مشخص است ، جواب مطابق انتظار بوده و با تئوری مطابقت دارد.