

به نام خدا



پروژه طراحی کنترل کننده تعادل هواپیما

استاد درس:

دکتر علی مشرقی

کوروش شرکت (9912102638)

امیر علی توکلی کاخکی (9912102649)

حامد مسعودی (9922102135)

فهرست مطالب:

3.....	مقدمه
4.....	طراحی کنترل کننده به روش مکان هندسی
15.....	طراحی کنترلر در حوزه ی فرکانس
24.....	طراحی کنترل کننده با کمک نرم افزار متلب
35.....	کنترلر منتخب
36.....	ارزیابی پایداری سیستم حلقه بسته
37.....	ارزیابی سیستم حلقه بسته با اضافه کردن جبران ساز منتخب
38.....	بررسی اضافه کردن <i>Dead-Zone</i> و <i>Saturation</i>

مقدمه

در این گزارش هدف ما بر این است که یک سیستم کنترلی در نظر گرفته و با مدلسازی های مربوط به آن کنترل کننده های مناسب را طراحی کرده و نتیجه نهایی را بسنجیم.

سیستم که برای این پروژه در نظر گرفته شده است سیستمی برای کنترل گردش هواپیما¹ می باشد.

در این سیستم مفروض گشتاور قسمت متحرک بال هواپیما باعث تولید نرخ گردش در هواپیما می شود و در نتیجه زاویه گردش با استفاده از یک حلقه فیدبکی کنترل می گردد.

معادله این سیستم کنترلی در حوزه زمان عبارت است از: $(C=C(t))$

$$0.1\ddot{C} + 0.6\dot{C} + 5C = R(t)$$

باتوجه به بررسی هایی که برای سیستم کنترل گردش هواپیما انجام شد یک سری از مشخصات زمانی و فرکانسی مطلوب برای این سیستم کنترلی بدست آمد.

مشخصات مطلوب این سیستم در حوزه زمان که بیانگر زمان نشست و درصد فرا جهش می باشند عبارتند از:

$$\begin{cases} T_s = 2.86 \text{ s} \\ \%OS = 5 \end{cases}$$

همچنین برای مشخصات مطلوب در حوزه فرکانس که بیانگر حد فاز و ثابت سرعت می باشند عبارتند از:

$$\begin{cases} K_v = 5 \\ \phi_M = 60^\circ \end{cases}$$

برای بیان کردن ورودی و خروجی سیستم می توان به این مورد اشاره کرد که ورودی این سیستم برابر زاویه گردش مورد نیاز می باشد و خروجی آن زاویه گردش واقعی است.

همچنین پارامتر های این سیستم کنترلی در حوزه فرکانس برابر است با:

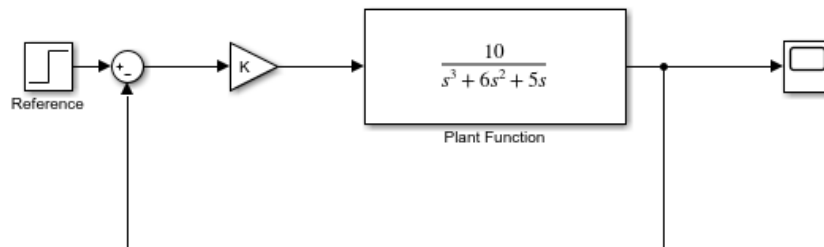
$$\begin{cases} K_v = 2 \\ \phi_M = 25.4^\circ \end{cases}$$

و پارامتر های سیستم در حوزه زمان برابر است با:

$$\begin{cases} T_s = 12.71 \text{ s} \\ \%OS = 48.55 \end{cases}$$

حال بلوک دیاگرام این سیستم را برای فیدبک واحد ترسیم می کنیم:

¹ Aircraft roll control system



شکل 1. بلوک دیاگرام سیستم کنترلی

برای اغتشاش در این سیستم عواملی مانند وزش باد و عدم توازن جرم در بدنه هواپیما را می توان در نظر گرفت. این عوامل باعث تاثیر منفی بر سیستم و جبران ساز های آن خواهند گذاشت.

لازم به ذکر است که سنسوری که برای این سیستم کنترلی در نظر گرفته شده است یک سنسور ایده آل می باشد که تمام خروجی را به ورودی منتقل می کند. که این مهم در نمودار بلوک دیاگرام فوق نیز با قرار دادن فیدبک واحد رعایت شده است.

طراحی کنترل کننده به روش مکان هندسی

در این بخش می خواهیم که با استفاده از روش مکان هندسی سه کنترل کننده مورد نیاز را طراحی بکنیم.

کنترل کننده های مورد نظر عبارتند از:

- کنترل کننده پیش فاز
- کنترل کننده پس فاز
- کنترل کننده پیش فاز پس فاز

در ادامه به طراحی هر کدام از این کنترل کننده ها به روش مکان هندسی و با استفاده از متلب خواهیم پرداخت.

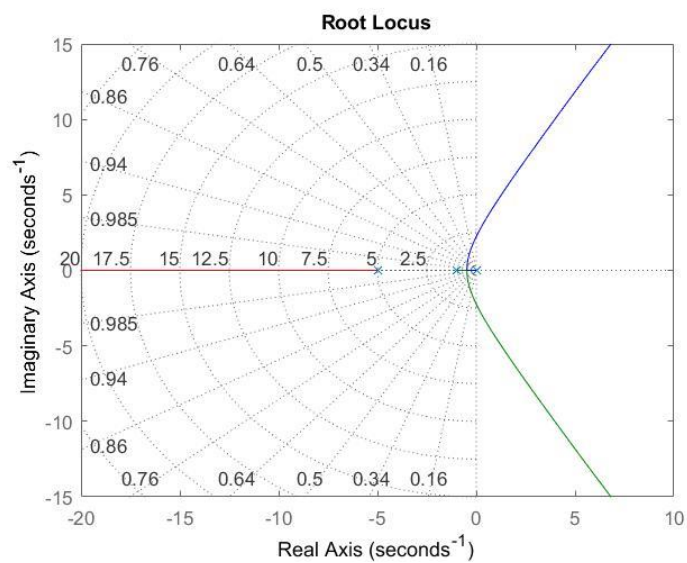
1. کنترل کننده پیش فاز

با توجه به سیستم مورد نظر که پیش تر در مورد آن شرح داده شده است زمان نشست و فرا جهش مطلوب ما عبارتند از:

$$\begin{cases} T_s = 2.86 \text{ s} \\ \%OS = 5 \end{cases}$$

این نکته هم قابل ذکر است که چون مشخصات مورد نظر به شکل زمانی هستند استفاده از روش مکان هندسی ریشه راه حل مناسبی می باشد.

در ابتدا مکان هندسی حلقه باز سیستم اصلی را بدون افزودن جبران ساز ها ترسیم می کنیم:



شکل 2. مکان هندسی ریشه ها

حال باتوجه به تابع تبدیل سیستم و مشخصات داده شده می توان نقاط مورد نظر که انتظار داریم مکان هندسی از آن نقاط عبور کند را ترسیم بکنیم.

محل نقاط مورد نظر به فرم زیر محاسبه می گردد:

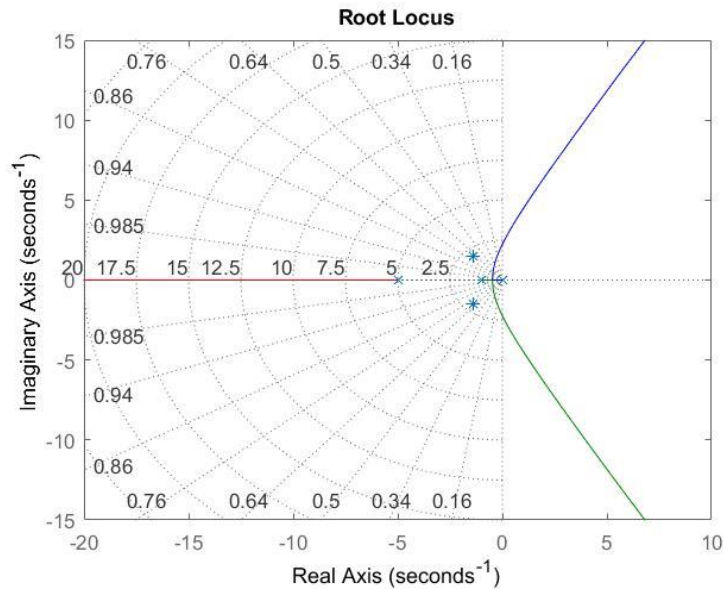
$$|Re[s^*]| = \frac{4}{2.86} = 1.4$$

$$\%OS = 100 \times e^{\pi/(\tan \angle s^*)}, \quad \%OS = 5$$

$$\angle s^* = 133.66^\circ$$

$$s^* = Re[s^*] + Im[s^*] \rightarrow s^* = -1.4 \pm 1.47j$$

حال که نقاط مورد نظر یافت شد این نقاط را بر روی مکان هندسی ریشه ها نیز مشخص می کنیم:



شکل 3. مکان هندسی ریشه با نقاط مورد نظر

از شکل بالا مشخص می گردد که تنها با تغییر دادن ضریب کنترلی k نقاط مورد نظر بر روی مکان هندسی ریشه ها قرار نمی گیرند و نیاز به استفاده از یکی از سه جبران سازی که پیش تر معرفی شد داریم.

چون نقاطی که بدست آورده ایم در سمت چپ مکان هندسی قرار گرفته اند پس انتظار داریم که با قرار دادن یک جبران ساز پیش فاز بتوان مکان هندسی را به گونه ای تغییر داد که از روی نقطه های s_1, s_2 یا به عبارتی همان نقاط مورد نظر عبور بکنند.

در ابتدا از شرط زاویه ، زاویه مربوط به جبران ساز را پیدا می کنیم:

$$\angle G_c + \angle G = -180(2n + 1)$$

لازم به ذکر است که چون می خواهیم در این قسمت جبران ساز پیش فاز طراحی بکنیم صفر و قطبی که به سیستم اضافه می کنیم باید به صورتی باشد که محل صفر جلو تر از محل قطب قرار بگیرد تا مکان هندسی ریشه ها به سمت چپ انتقال یابد. برای این کار می توان بی نهایت جواب در نظر گرفت که همه هم جبران ساز پیش فاز هستند اما دو روش مرسوم تر برای این کار موجود می باشد.

راه نخست استفاده از *Zero pole cancelation* می باشد که به این صورت است که صفر جبران ساز پیش فاز بر روی یکی از قطب های تابع تبدیل مدار باز سیستم قرار داده می شود و محل قطب جبران ساز با توجه به محل صفر و زاویه ها بدست می آید. علت این کار این است که با قرار دادن یک صفر بر روی یکی از قطب ها کاری می کنیم که مرتبه سیستم افزایش پیدا نکند و مرتبه کلی سیستم حلقه بسته پس از اضافه شده جبران ساز با مرتبه سیستم مدار باز یکسان باشد.

راه دوم استفاده از روش نیم ساز می باشد که جلو تر به آن پرداخته شده است.

اکنون به محاسبه زاویه قطب های مدار باز تابع تبدیل سیستم می پردازیم که با استفاده از روش های مثلثات بدست می آید:

$$\theta = \theta_{p1} + \theta_{p2} + \theta_{p3}$$

$$\begin{cases} \theta_{p1} = \tan^{-1} \left(\frac{1.47}{1.4} \right) \\ \theta_{p2} = \tan^{-1} \left(\frac{1.47}{0.4} \right) \\ \theta_{p3} = \tan^{-1} \left(\frac{1.47}{3.6} \right) \end{cases}$$

$$\theta = -260^\circ$$

پس زاویه جبران ساز برابر است با:

$$\angle G_c = \theta_c = 80^\circ$$

حال با توجه به این نکات به بدست آوردن محل صفر و قطب جبران ساز با استفاده از روش نیم ساز می پردازیم:

$$\angle(s^* - P_c) = \frac{\angle s^* - \theta_c}{2} = 26.5^\circ$$

$$P_c = \operatorname{Re}[s^*] - \frac{\operatorname{Im}[s^*]}{\tan \angle(s^* - P_c)} = -4.4$$

$$\angle(s^* - Z_c) = \frac{\angle s^* + \theta_c}{2}$$

$$Z_c = \operatorname{Re}[s^*] - \frac{\operatorname{Im}[s^*]}{\tan \angle(s^* - Z_c)} = -0.96$$

از روابط بالا مکان صفر و قطب تابع تبدیل جبران ساز بدست آمد.

اکنون می توان با استفاده از محل و صفر و قطب بدست آمده تابع تبدیل جبران ساز را بدست بیاوریم:

$$G_{c \text{ lead}} = K \frac{s + 0.96}{s + 4.4}$$

حال برای بدست آوردن ضریب جبران ساز پیش فاز می توان از شرط اندازه استفاده کرد که برابر است با:

$$|G||G_c| = 1$$

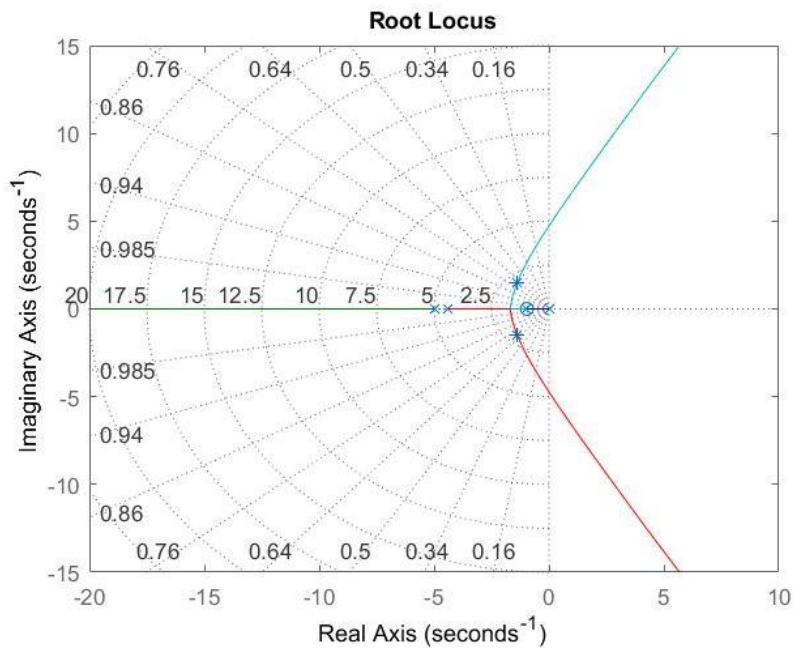
پس ضریب جبران ساز برابر است با:

$$K = \frac{-1}{G(s^*)G_c(s^*)} = 2.6183$$

پس با توجه به مقادیر بدست آمده تابع تبدیل مدار باز کلی سیستم با افزودن جبران ساز پیش فاز برابر است با:

$$G_{open\ loop} = 2.6183 \frac{s + 0.96}{s + 4.4} \frac{10}{s(s + 1)(s + 5)}$$

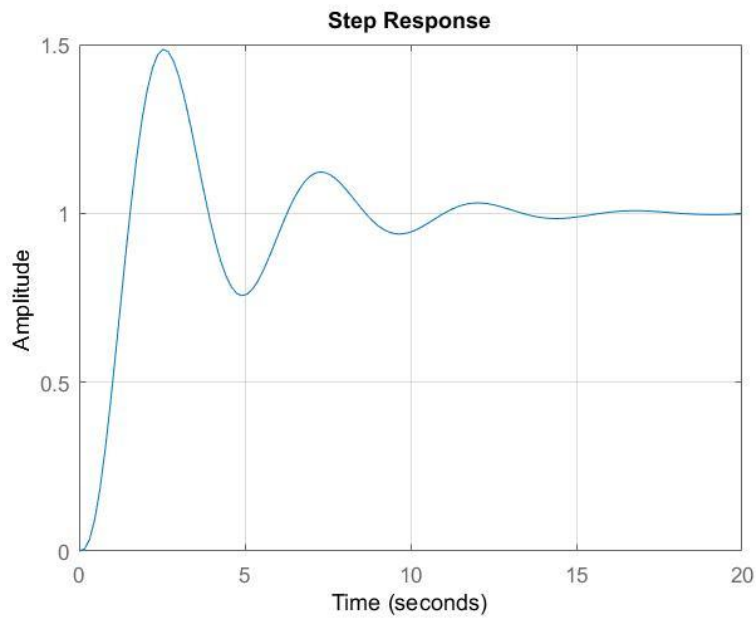
اکنون دوباره مکان هندسی ریشه ها را در این حالت ترسیم می کنیم تا مشخص گردد که نقاط مورد نظر بر روی مکان قرار گرفته اند یا خیر:



شکل 4. مکان هندسی نهایی

از شکل بالا مشاهده می شود که طراحی کنترل کننده مطابق انتظار بوده و نقاط بر روی مکان واقع شده اند.

ما با افزودن این جبران ساز مایل بودیم که مشخصات زمانی سیستم را بهبود ببخشیم. برای پی بردن به این نکته ابتدا پاسخ پله سیستم را بدون افزودن جبران ساز ترسیم می کنیم:



شکل 5. پاسخ پله سیستم بدون جبران ساز

از پاسخ پله ترسیم شده در شکل بالا بدست می آید که:

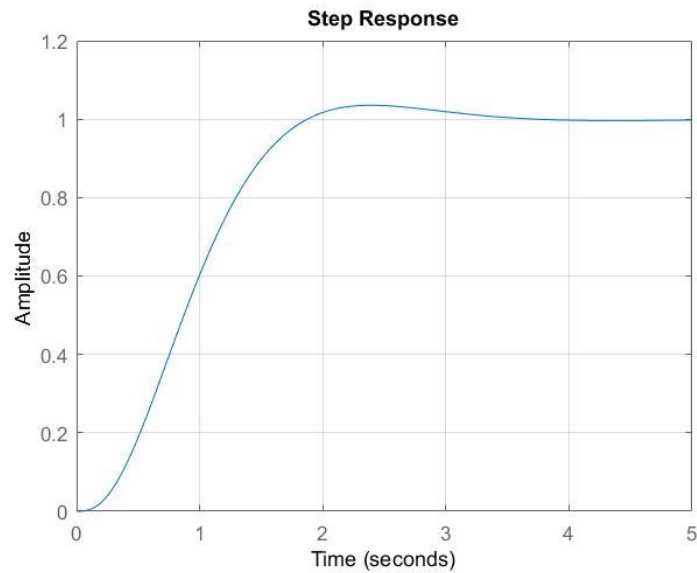
struct with fields:

```
RiseTime: 0.9439
SettlingTime: 12.7074
SettlingMin: 0.7562
SettlingMax: 1.4855
Overshoot: 48.5498
Undershoot: 0
Peak: 1.4855
PeakTime: 2.5312
```

شکل 6. مشخصه های زمانی سیستم بدون جبران ساز

از مشخصات بدست آمده با توجه به داده های شکل پنج مشاهده می گردد که زمان نشست در حالت ابتدایی سیستم برابر 12.71 s می باشد ولی ما انتظار داریم که با افزودن جبران ساز این زمان به مقدار خواسته شده 2.86 s نزدیک بشود.

در ابتدا پاسخ پله سیستم را بعد از افزودن جبران ساز ترسیم می کنیم:



شکل 7. پاسخ پله سیستم با جبران ساز PD

در اینجا نیز مشخصات زمانی را با توجه به پاسخ پله بدست می آوریم:

struct with fields:

```
RiseTime: 1.1342
SettlingTime: 2.9740
SettlingMin: 0.9081
SettlingMax: 1.0354
Overshoot: 3.5445
Undershoot: 0
Peak: 1.0354
PeakTime: 2.3903
```

شکل 8. زمان نشست با PD

از مشخصات زمانی نوشته شده در شکل هفتم مشاهده می گردد که زمان نشست از 12.71 s به 2.97 s کاهش پیدا کرده که با تقریب خوبی برابر زمان نشست خواسته شده مربوط به این سیستم می باشد.

در رابطه با درصد فرا جهش نیز با مقایسه این دو حالت نتیجه می شود که $\%OS = 3.54$ است و این مقدار نیز با توجه به نیاز سیستم مقداری قابل قبول می باشد.

2. کنترل کننده پیش فاز پس فاز

می توان برای بهبود خطای حالت ماندگار یک جبران ساز پس فاز نیز به جبران ساز پیش فاز طراحی شده افزود.

برای این کار یک جبران ساز پس فاز طراحی می کنیم. شیوه طراحی این مدل از کنترل کننده ها به این صورت است که قطب جبران ساز پس فاز را بر روی صفر بر روی مبدا قرار می دهیم و صفر جبران ساز را در نقطه ای به نزدیکی قطب قرار می دهیم.

در این مدل از جبران ساز ها باید قطب سمت راست صفر قرار داشته باشد تا اثر آن بر تابع تبدیل حلقه بسته سیستم غلبه کند و همچنین جبران ساز های پس فاز باعث می گردند که مکان هندسی سیستم به سمت راست و در جهت نا پایداری پیش برود.

از محل نقاط s_1, s_2 بدست آمده می توان به این نکته پی برد که استفاده از جبران ساز پس فاز برای این سیستم توجیهی ندارد و مشخصات زمانی آن را برهم میزند.

با توجه به توضیحات داده شده تابع تبدیل جبران ساز پس فاز را بدست می آوریم:

$$G_{c \text{ lag}} = \frac{s + 0.1}{s}$$

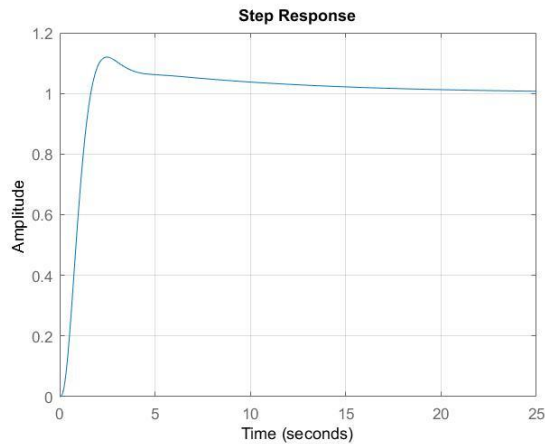
لازم به ذکر است که محل صفر جبران ساز پس فاز که بر روی $s = -0.1$ قرار داده شد نقطه ای دلبخواهی بوده و با توجه به این نکته که باید محل صفر در نزدیکی قطب که در $s = 0$ قرار دارد، باشد تعیین گشته است.

حال تابع تبدیل جبران ساز پیش فاز پس فاز و سپس تابع تبدیل مدار باز کل سیستم را بدست می آوریم:

$$G_c = 2.6183 \frac{s + 0.1}{s} \frac{s + 0.96}{s + 4.4}$$

$$G_{open \text{ loop}} = 2.6183 \frac{s + 0.1}{s} \frac{s + 0.96}{s + 4.4} \frac{10}{s(s + 1)(s + 5)}$$

حال برای مشاهده تغییرات پاسخ پله سیستم را در این حالت ترسیم می کنیم:



شکل 9. پاسخ پله با جبران ساز PID

در شکل زیر نیز مشخصات این پاسخ را بدست می آوریم:

struct with fields:

```
RiseTime: 1.0336
SettlingTime: 15.7038
SettlingMin: 0.9006
SettlingMax: 1.1195
Overshoot: 11.9522
Undershoot: 0
Peak: 1.1195
PeakTime: 2.4675
```

شکل 10. زمان نشست با جبران ساز PID

از اطلاعات شکل نهم نتیجه می گردد که افزودن جبران ساز پس فاز و تبدیل کنترل کننده به حالت پیش فاز پس فاز اثر های منفی بر مشخصات زمانی سیستم می گذارد.

از شکل فوق بدست می آید که در این حالت زمان نشست 15.7 s شده است و همچنین درصد فراجهبش مقدار $\%OS = 11.9$ تبدیل گشته است که نشان دهنده این مورد می باشد که اضافه کردن جبران ساز پس فاز به جبران ساز پیش فاز باعث بدتر شدن مشخصات زمانی می گردد.

ما در این حالت انتظار داشتیم که با اضافه کردن جبران ساز پس فاز خطای حالت ماندگار بهبود یابد اما چون سیستم اصلی ما یک سیستم از تایپ یک می باشد پس مقدار $K_p = \infty$ است که در نتیجه خطای حالت ماندگار آن به سمت صفر میل می کند پس در نتیجه افزودن جبران ساز پس فاز فقط تایپ سیستم از یک به دو تغییر می کند و همچنان مقدار $K_p = \infty$ باقی می ماند و خطای حالت ماندگار همچنان به سمت صفر میل خواهد کرد.

3. کنترل کننده پس فاز

در این بخش می خواهیم که سیستم مورد نظر را فقط با جبران ساز پس فاز کنترل بکنیم.

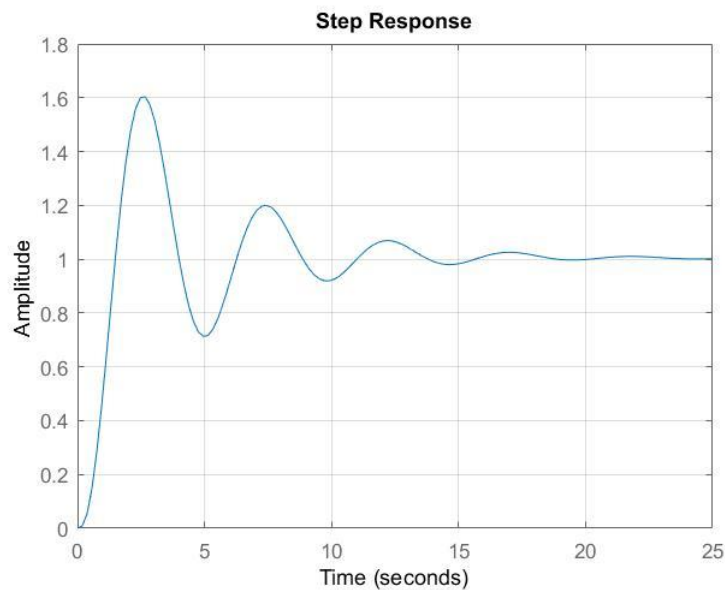
همانند قسمت قبل جبران ساز پس فاز را به همان شکل طراحی می کنیم و تابع تبدیل آن را بدست می آوریم:

$$G_{c \text{ lag}} = \frac{s + 0.1}{s}$$

سپس تابع تبدیل مدار باز سیستم را می نویسیم:

$$G_{open \text{ loop}} = \frac{s + 0.1}{s} \frac{10}{s(s + 1)(s + 5)}$$

حال پاسخ پله سیستم را در این حالت ترسیم می کنیم:



شکل 11. پاسخ پله با جبران ساز PI

و به مانند قسمت های قبل مشخصات این پاسخ را محاسبه می کنیم:

struct with fields:

```
RiseTime: 0.9171
SettlingTime: 17.6567
SettlingMin: 0.7132
SettlingMax: 1.6037
Overshoot: 60.3699
Undershoot: 0
Peak: 1.6037
PeakTime: 2.6642
```

شکل 12. زمان نشست با جبران ساز PI

از مشخصات بالا بدست می آید که افزودن جبران ساز پس فاز به سیستم باعث شده است که زمان نشست 17.66 s بگردد و مقدار درصد فرا جهش حتی از هنگامی که به سیستم هیچ جبران سازی اضافه نشده بود نیز بیشتر شده است و برابر $\%OS = 60.37$ می شود.

در حالت کلی از جبران ساز پس فاز انتظار بهبود خطای حالت ماندگار را داریم اما در این حالت نیز همچنان $K_P = \infty$ است و خطای حالت ماندگار به صفر میل می کند.

در واقع چون خود سیستم یک قطب در محل مبدا دارد افزودن قطبی دیگر با استفاده از جبران ساز پس فاز کاربردی نداشته و تنها اثرات منفی بر روی مشخصات زمانی سیستم می گذارد.

طراحی کنترلر در حوزه ی فرکانس

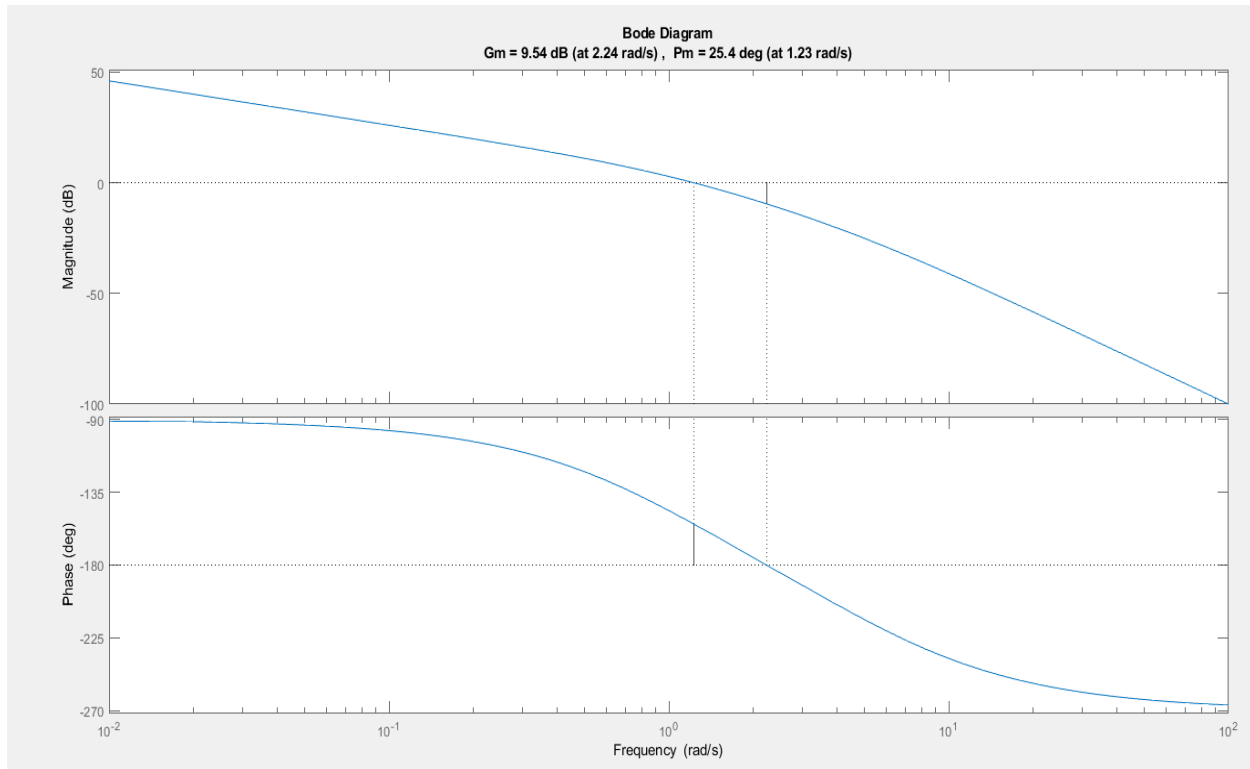
- طراحی PD (Lead):

در این بخش به طراحی کنترلر PD می پردازیم. این کنترلر به صورت زیر تعریف می شود:

$$G_c = \frac{1 + Ts}{1 + T\alpha s}$$

این کنترلر قادر است Phase Margin و ω_c را افزایش داده و سیستم را بهبود ببخشد. همچنین قادر است نویز ورودی به سیستم را نیز تقویت کند که این اثر منفی بر روی سیستم به وجود می آورد. اکنون به طراحی آن می پردازیم:

1. ابتدا شرایط ایده آل را در نظر می گیریم. در این حالت برای سیستم شرایط $K_v = 5$ و $\phi_M = 60^\circ$ را مدنظر قرار می دهیم. در حالت کلی نمودار بوده سیستم را رسم می کنیم:

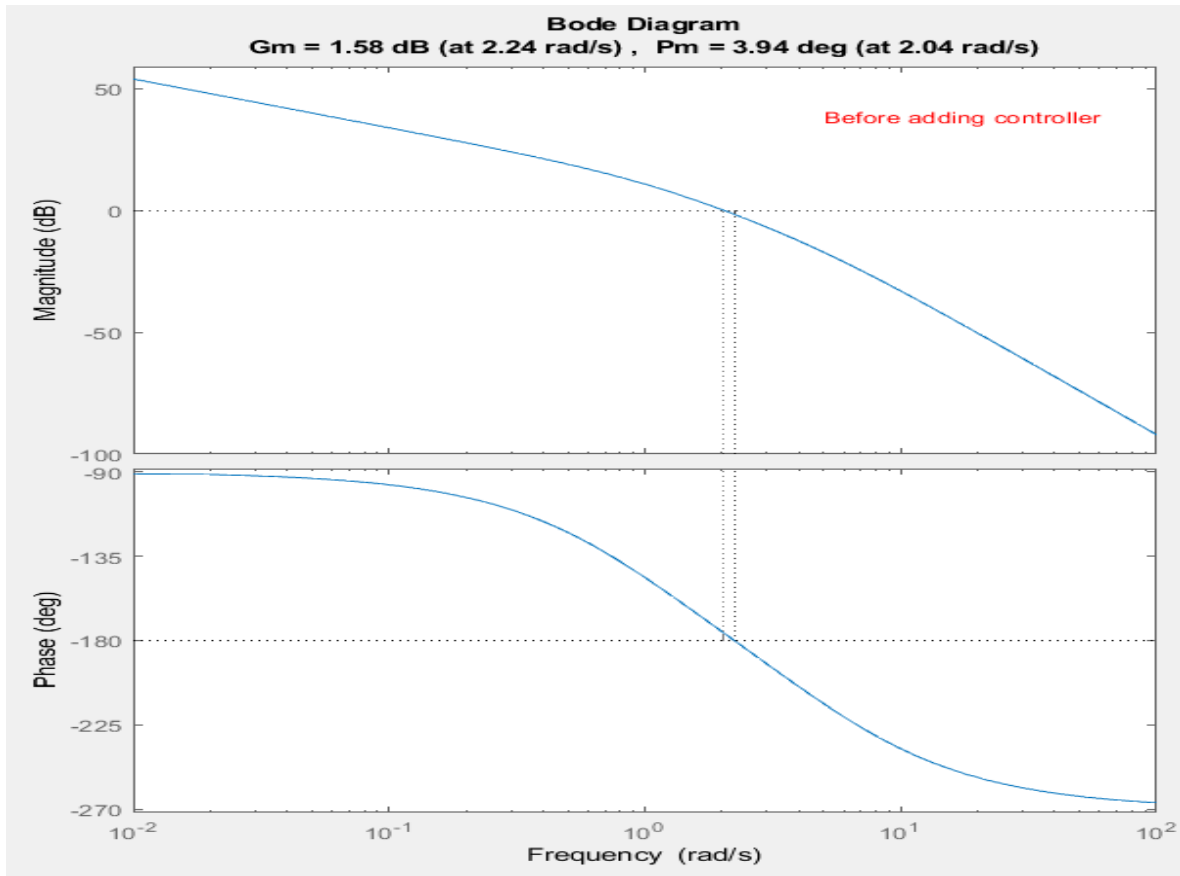


شکل 13. نمودار بوده G در حالت کلی

برای ارضای شرط $K_v = 5$ یک گین K به سیستم اضافه می کنیم. مقدار آن مطابق شکل زیر بدست می آید:

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG_{ol}(s) = 2K \rightarrow K = \frac{5}{2} = 2.5$$

پس از تعیین مقدار K ، برای طراحی PD مجدداً نمودار بوده سیستم G با گین تعیین شده را ترسیم می کنیم:



شکل 14. نمودار بوده KG

برای بهبود ϕ_M این سیستم پارامترهای کنترلر را تعیین می کنیم. مقدار ایده آل $\phi_M = 60^\circ$ می باشد.

$$\sin \phi_M = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \rightarrow P_M = 60^\circ - 3.94^\circ = 56.06^\circ \rightarrow 0.8296 = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \rightarrow \alpha = 0.0931$$

سپس برای یافتن ω_c مطلوب به صورت زیر عمل می کنیم:

$$|G(j\omega_c)| = -20 \log \left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}} \right)$$

با تطابق این مقدار در نمودار بوده $K \times G$ به مقدار $\omega_c = 3.57 \frac{rad}{s}$ خواهیم رسید.

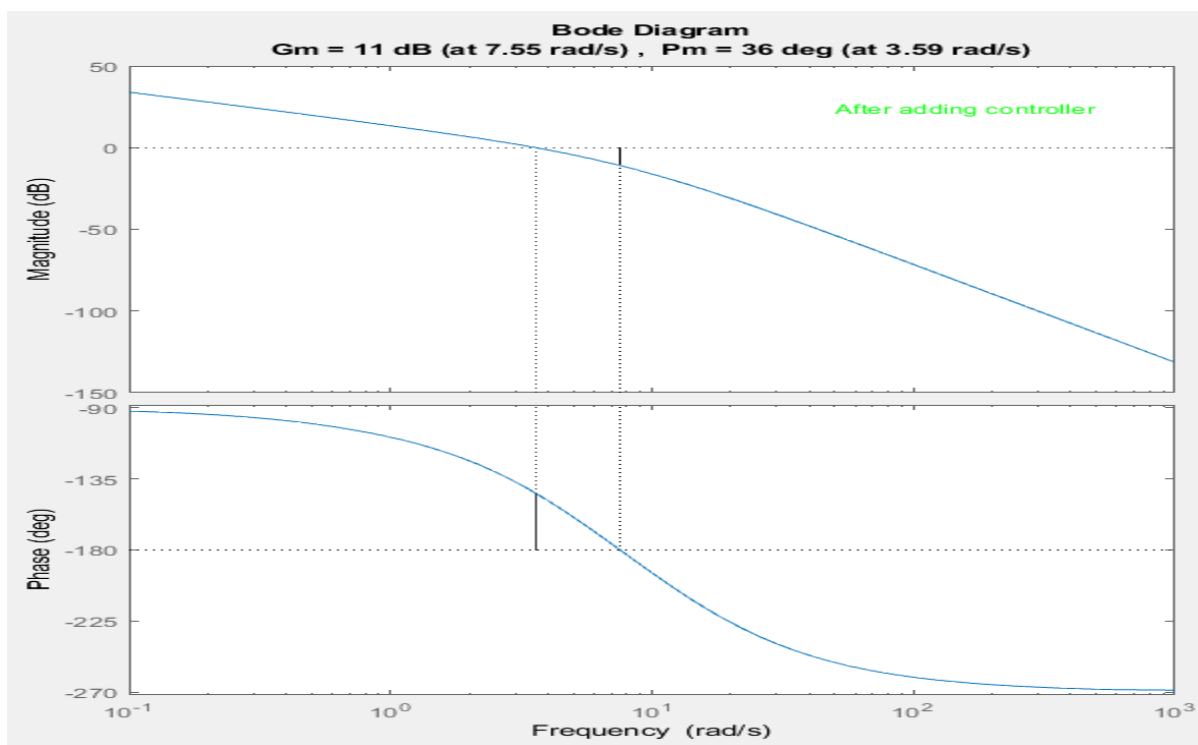
در نهایت خواهیم داشت:

$$\omega_c = \frac{1}{\sqrt{\alpha} T} \rightarrow T = 0.9185$$

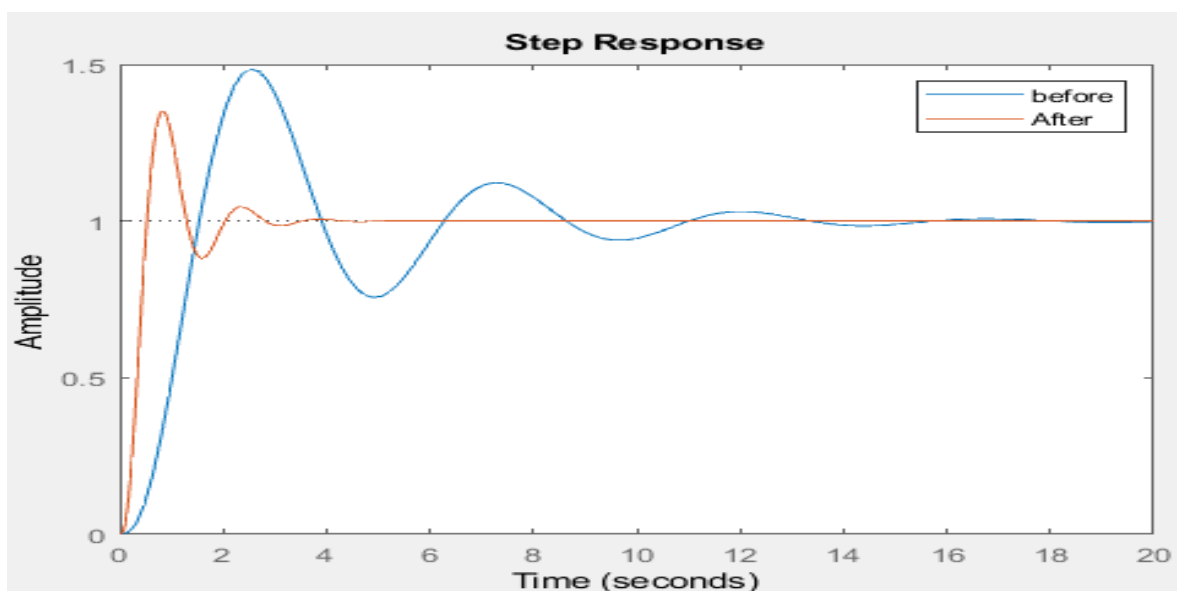
در نتیجه کنترلر مورد نظر به صورت زیر خواهد شد:

$$G_c = \frac{1 + 0.9185s}{1 + 0.0855s}$$

با اضافه کردن این کنترلر به سیستم اصلی و پلات نمودار بوده آن مجدداً ϕ_M را ارزیابی می‌کنیم:



شکل 15. نمودار بوده سیستم پس از افزودن کنترلر PD



شکل 16. پاسخ پله حلقه بسته ی سیستم قبل و بعد از افزودن کنترلر

همانطور که مشخص است این کنترلر به تنهایی نمیتواند خواسته های مسئله را ارضا کند. بنابراین به طراحی یک کنترلر دیگر خواهیم پرداخت.

- کنترلر PI (Lag):

در این بخش به طراحی کنترلر PI می پردازیم. این کنترلر به صورت زیر تعریف می شود:

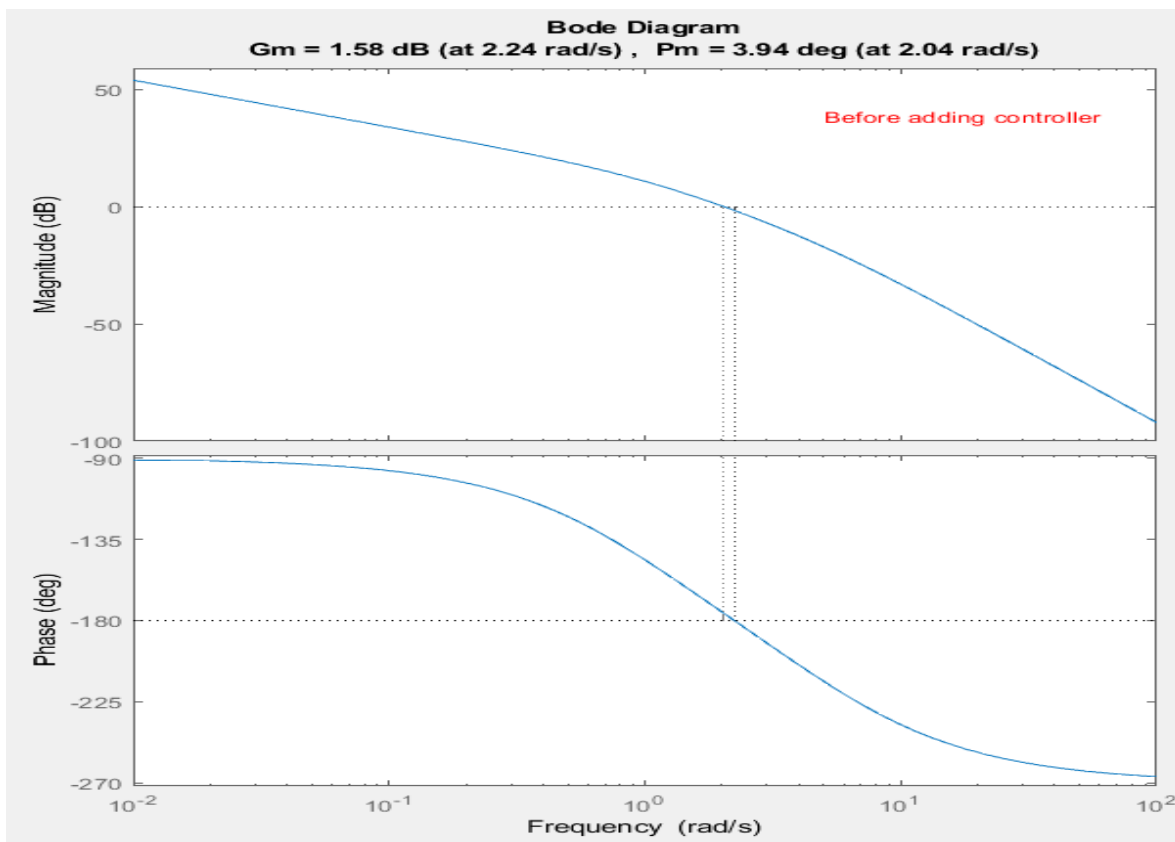
$$G_c = \frac{1 + Ts}{1 + T\beta s}$$

این کنترلر قادر است Phase Margin را افزایش می دهد ولی باعث کاهش پهنای باند می شود. همچنین قادر است نویز ورودی به سیستم را نیز تضعیف کند که این یک اثر مثبت بر روی سیستم به وجود می آورد. اکنون به طراحی آن می پردازیم:

برای ارضای شرط $K_v = 5$ یک گین K به سیستم اضافه می کنیم. مقدار آن مطابق شکل زیر بدست می آید:

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG_{ol}(s) = 2K \rightarrow K = \frac{5}{2} = 2.5$$

پس از تعیین مقدار K ، برای طراحی PI مجدداً نمودار بوده سیستم G با گین تعیین شده را ترسیم می کنیم:



شکل 17. نمودار بوده KG

برای بهبود ϕ_M این سیستم پارامترهای کنترلر را تعیین می کنیم. مقدار ایده آل $\phi_M = 60^\circ$ می باشد.

$$\omega_c = 0.468 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow \frac{1}{T} = 0.1\omega_c \rightarrow T = 21.3675$$

پس از تعیین T اقدام به تعیین مقدار β می کنیم. برای این کار، نخست مقدار $|G(j\omega_c)|$ را بدست می آوریم.

$$|G(j\omega_c)| = 19.7$$

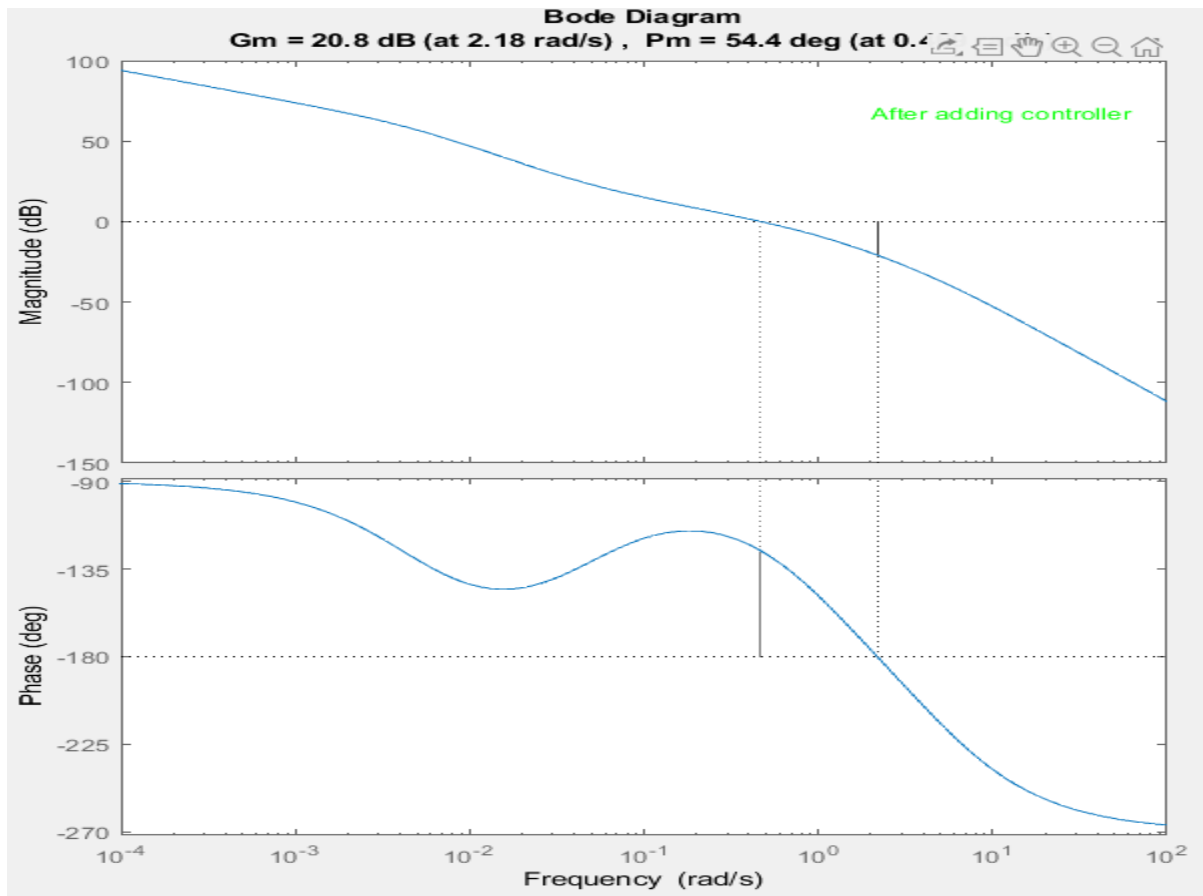
پارامتر β برابر است با:

$$19.7 - 20 \log \beta = 0 \rightarrow \beta = 9.6605$$

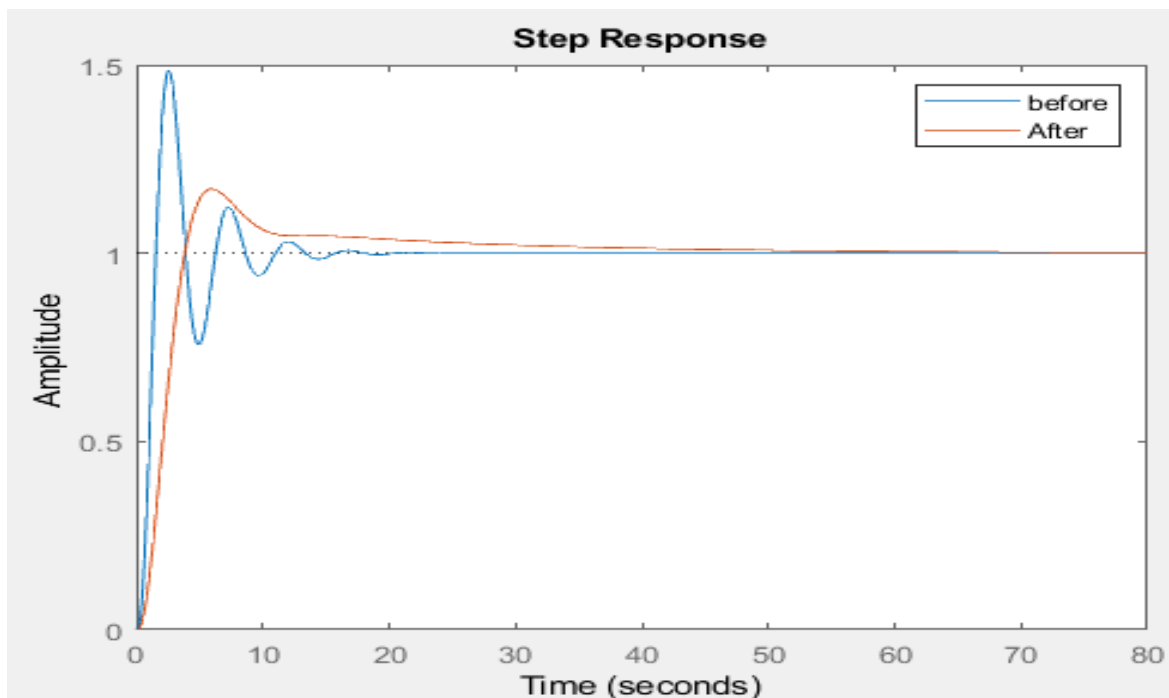
در نتیجه کنترلر مورد نظر به صورت زیر خواهد شد:

$$G_c = \frac{1 + 21.3675s}{1 + 204.4207s}$$

با اضافه کردن این کنترلر به سیستم اصلی و پلات نمودار بوده آن مجدداً ϕ_M را ارزیابی می کنیم:



شکل 18. نمودار بوده سیستم پس از افزودن کنترلر PI



شکل 19. پاسخ پله حلقه بسته ی سیستم قبل و بعد از افزودن کنترلر

- طراحی کنترلر PID (Lead-Lag):

در این بخش به طراحی کنترلر PID می پردازیم. این کنترلر به صورت زیر تعریف می شود:

$$G_c = \frac{1 + Ts}{1 + T\alpha s} \times \frac{1 + Ts}{1 + T\beta s}$$

این کنترلر قادر است عیب های هر دو کنترل را با بهره گیری از کنترلر دیگر کاهش دهد. کنترلر طراحی شده در این بخش برای عملکرد بهتر دو کنترلر lead اضافه تر دارد تا ϕ_M نهایی آن به مقدار ایده آل نزدیک تر باشد. شایان ذکر است به دلیل استفاده از دو کنترلر lag و lead به صورت هم زمان، مقدار ϕ_M اعمالی برای انجام محاسبات 5° بیشتر منظور شده است تا بهبود حاصلی بهتر باشد.

روند طراحی مشابه دو سری قبلی است. محاسبات این بخش به دلیل تکراری بودن از حوصله ی مقاله خارج است و تنها نتایج نهایی ذکر می شود.

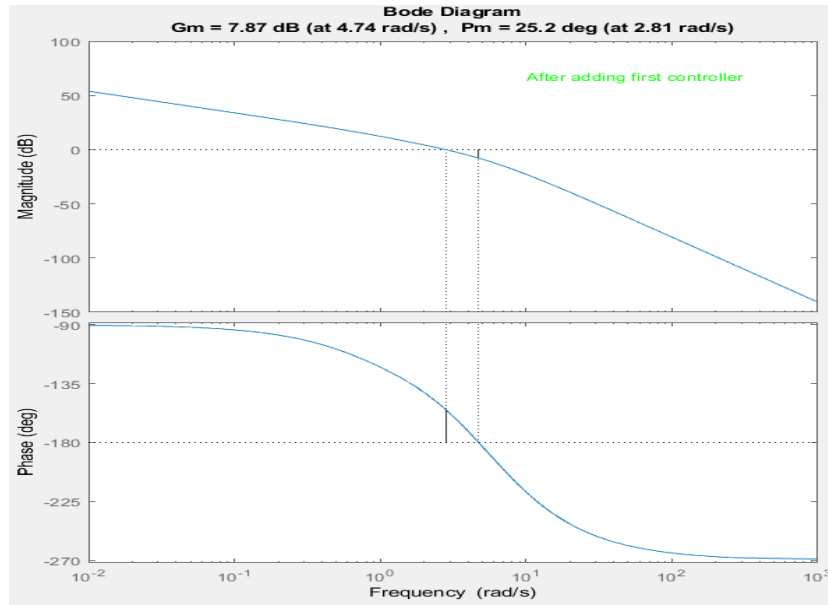
کنترلر اول:

$$\alpha = 0.2710$$

$$T = 0.6861$$

$$G_c = \frac{1 + 0.6861s}{1 + 0.1859s}$$

نتیجه ی اعمال آن به سیستم به صورت زیر خواهد بود:



شکل 20. نمودار بوده سیستم با کنترلر 1

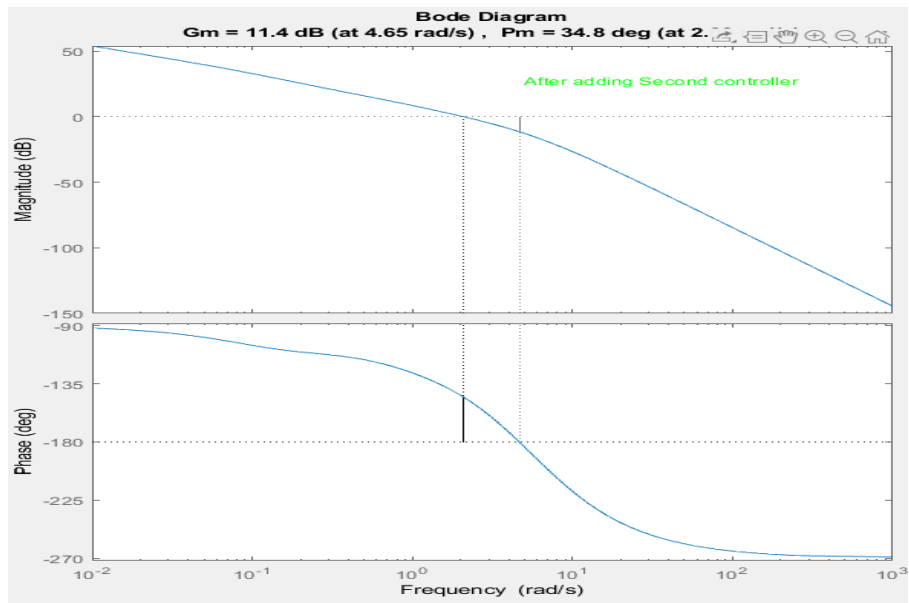
کنترلر دوم:

$$\beta = 1.5613$$

$$T = 4.8077$$

$$G_c = \frac{1 + 4.8077s}{1 + 7.506s}$$

نتیجه ی اعمال آن به سیستم به صورت زیر خواهد بود:



شکل 21. نمودار بوده پس از اعمال کنترلر 2

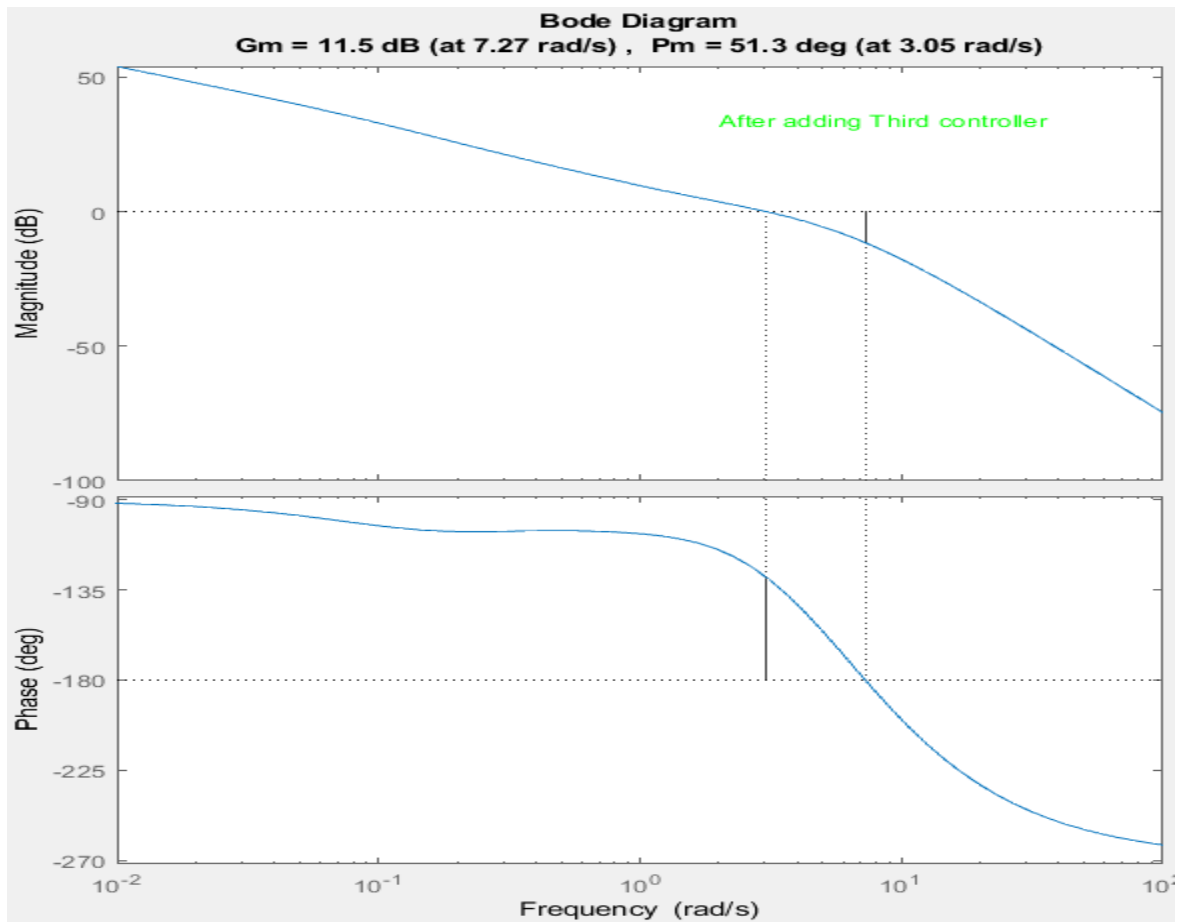
کنترلر سوم:

$$\alpha = 0.3207$$

$$T = 0.5814$$

$$G_c = \frac{1 + 0.5814s}{1 + 0.1865s}$$

نتیجه ی اعمال آن به سیستم به صورت زیر خواهد بود:



شکل 22. نمودار بوده سیستم پس از اعمال کنترلر 3

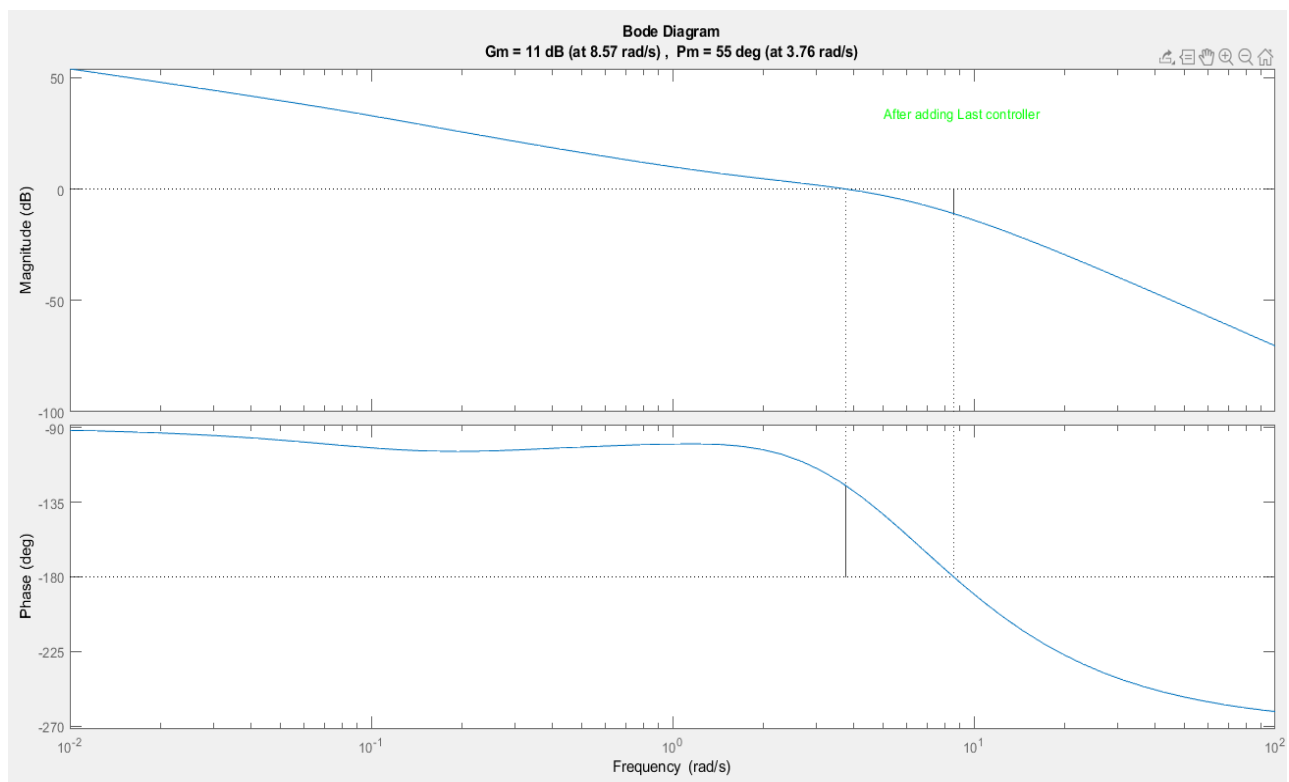
کنترلر چهارم:

$$\alpha = 0.6104$$

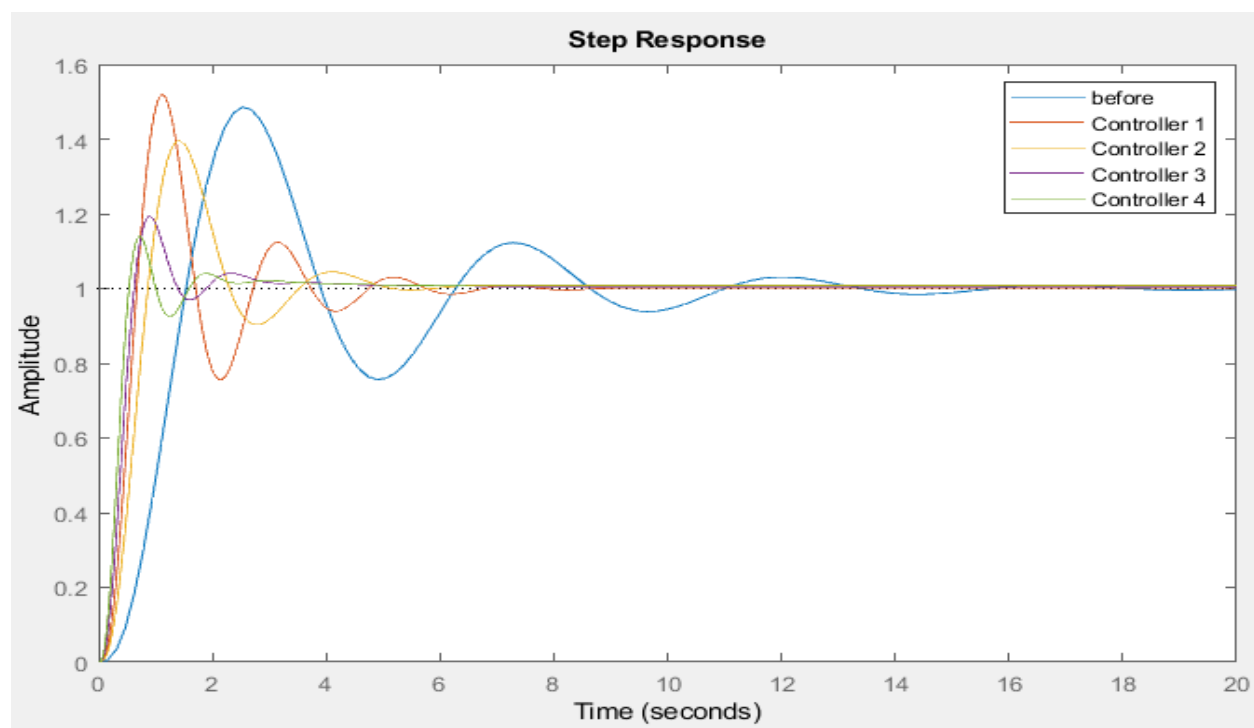
$$T = 0.3404$$

$$G_c = \frac{1 + 0.6104s}{1 + 0.2078s}$$

نتیجه ی اعمال آن به سیستم به صورت زیر خواهد بود:



شکل 23. نمودار بوده سیستم پس از اعمال کنترلر 4



شکل 24. پاسخ پله سیستم حلقه بسته پس از افزودن هر کنترلر

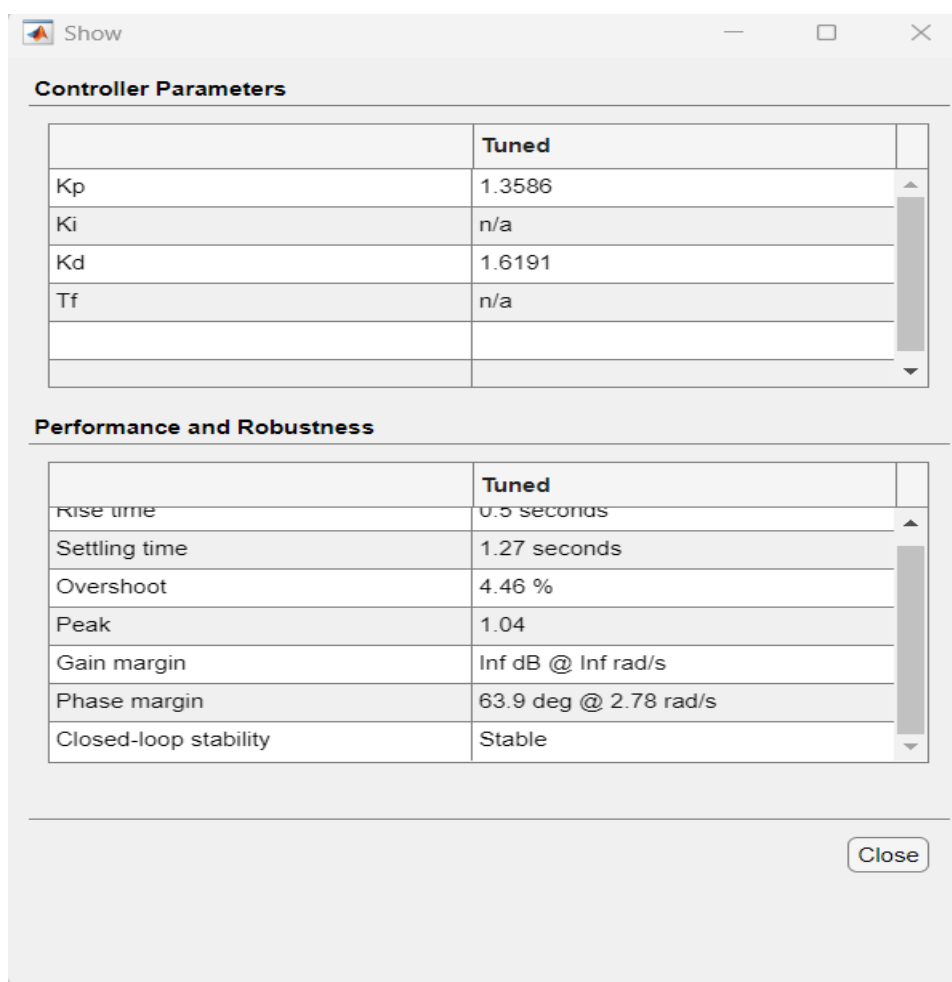
طراحی کنترل کننده با کمک نرم افزار متلب

الف) حوزه زمان:

در بخش اول قصد داریم کنترل کننده با مشخصه های زمانی طراحی کنیم یعنی اصول طراحی خود را بر روی پارامتر زمان نشست و بالازدگی قرار بدهیم.

برای این سیستم ما قصد داریم زمان نشست را به زیر 3 ثانیه بیاریم بطوری که سیستم حلقه بسته هم پایدار باشد.

ابتدا یک کنترلر PD طراحی کردیم با پارامتر های زیر:



The screenshot shows a MATLAB window titled 'Show' with two main sections: 'Controller Parameters' and 'Performance and Robustness'.

Controller Parameters

	Tuned
Kp	1.3586
Ki	n/a
Kd	1.6191
Tf	n/a

Performance and Robustness

	Tuned
Rise time	0.5 seconds
Settling time	1.27 seconds
Overshoot	4.46 %
Peak	1.04
Gain margin	Inf dB @ Inf rad/s
Phase margin	63.9 deg @ 2.78 rad/s
Closed-loop stability	Stable

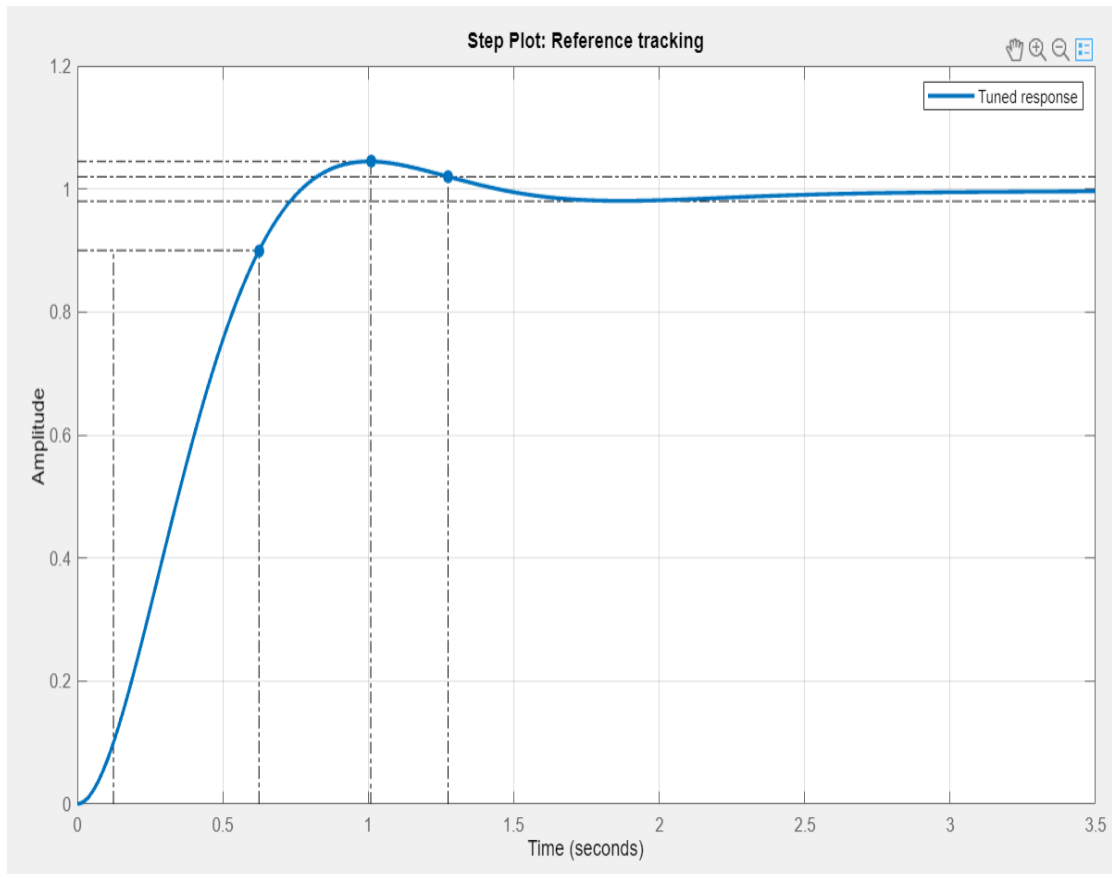
A 'Close' button is located at the bottom right of the window.

شکل 25. پارامتر های کنترلر PD

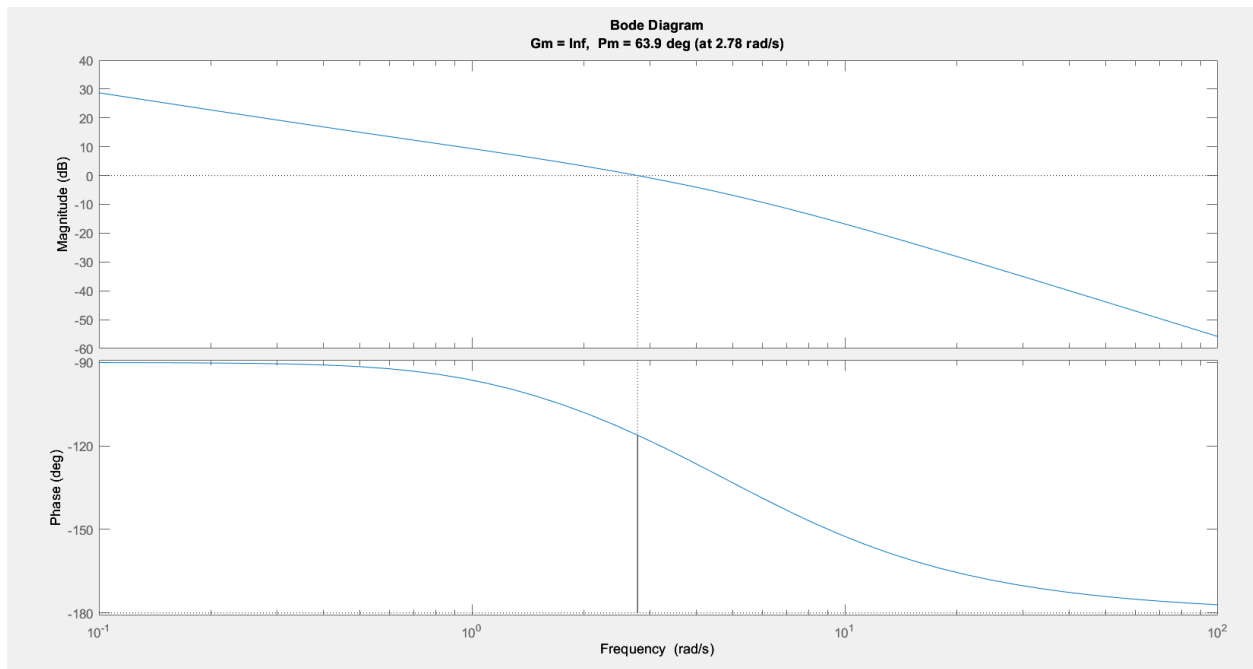
همانطور که مشخص است زمان نشست سیستم بدون کنترلر برابر با 12 ثانیه است که زمان زیادی محسوب می شود اما با افزودن کنترلر PD که توسط متلب طراحی شده است این زمان به 1.27 ثانیه می رسد و سیستم هم پایدار هست.

همچنین Overshoot سیستم از 48 درصد به مقدار 4 درصد رسیده است و phase margin سیستم به 64 درجه رسیده است.

پاسخ پله سیستم با کنترلر بصورت زیر است:



شکل 26. پاسخ پله سیستم با کنترلر PD

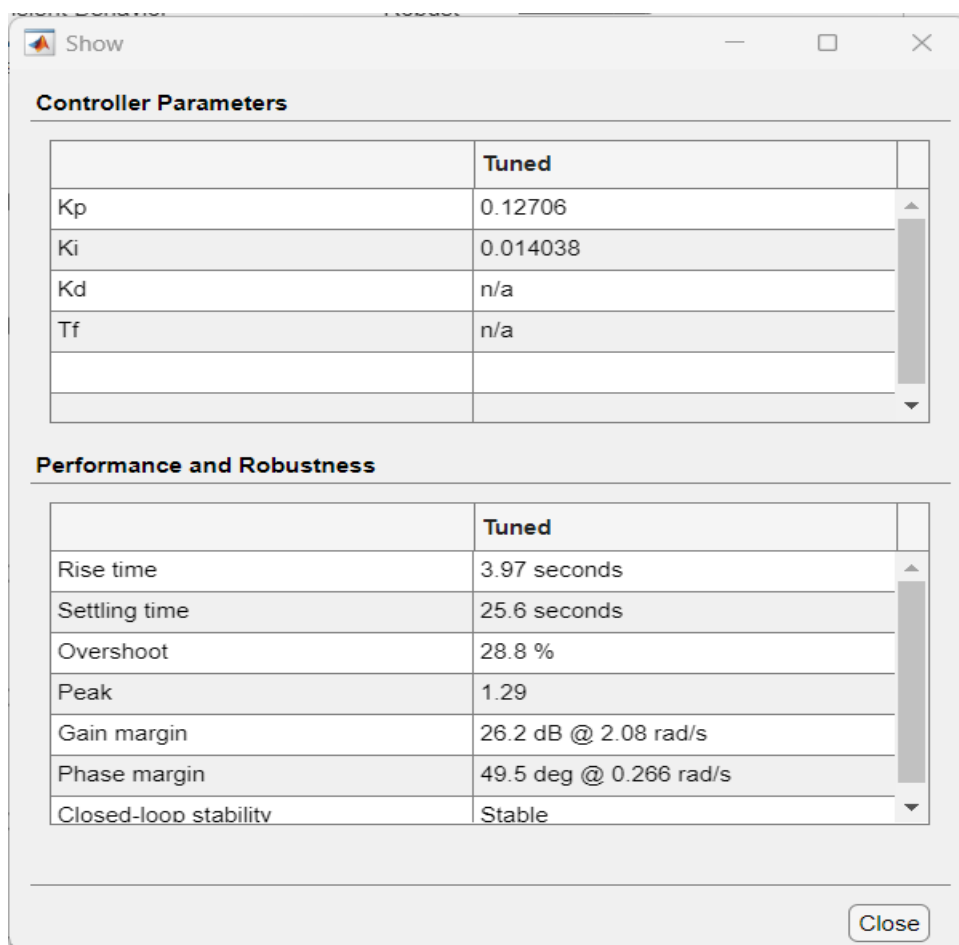


شکل 27. نمودار بود کنترلر PD

مشخص است که سرعت سیستم بهبود قابل توجهی داشته است و سیستم حلقه بسته پایدار هست.

با اینکه ما با کنترلر PD هم به اهدافمون رسیدیم اما بقیه کنترلرها هم را بررسی می کنیم.

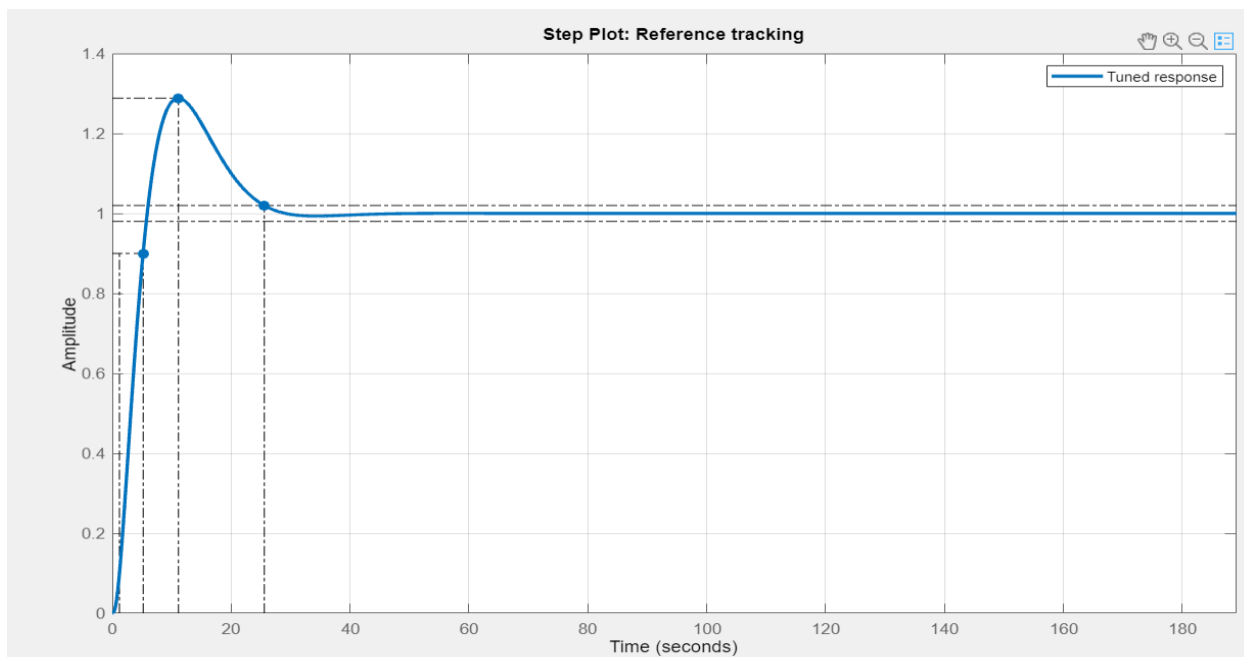
کنترلر PI را با کمک متلب بصورت زیر طراحی کردیم:



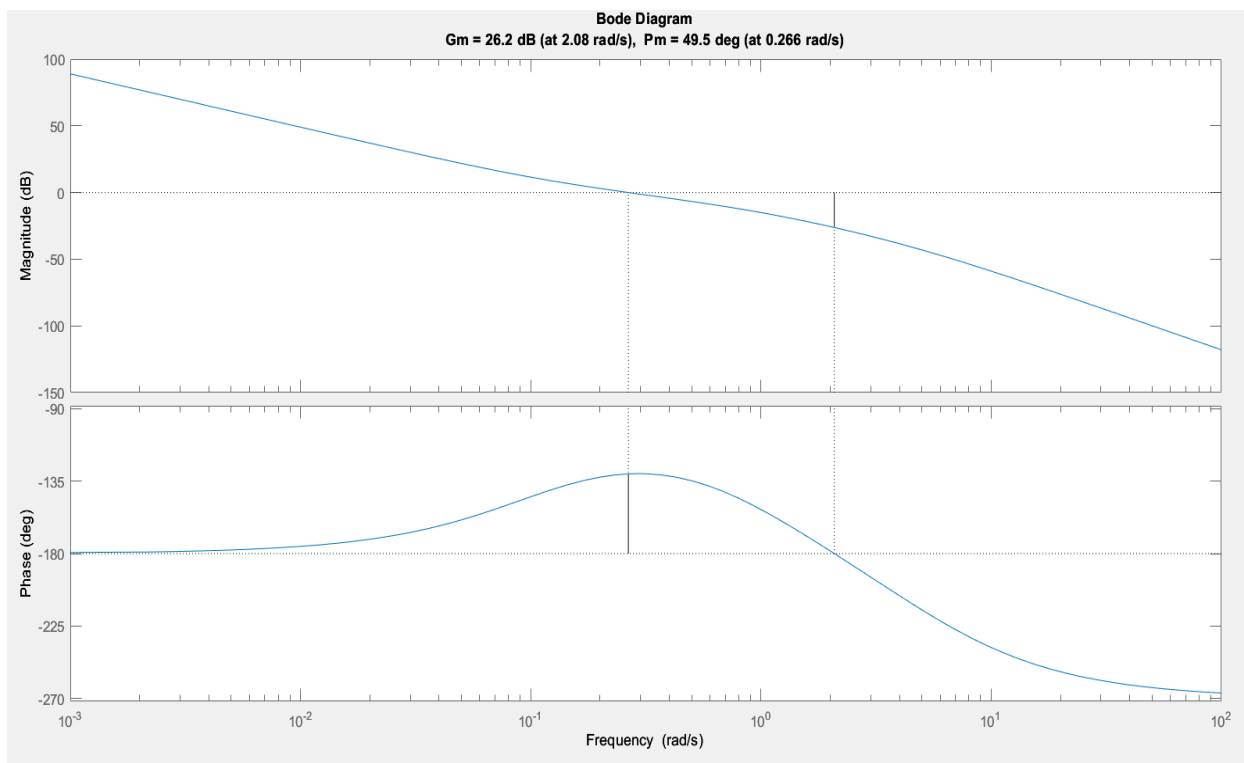
شکل 28..پارامتر های کنترلر PI

همانطور که مشخص است کنترلر PI برای این سیستم مناسب نیست چون زمان نشست را بیشتر کرده است اما Overshoot سیستم را کمتر کرده است.

پاسخ پله و نمودار بود این سیستم با کنترلر PI بصورت زیر است:



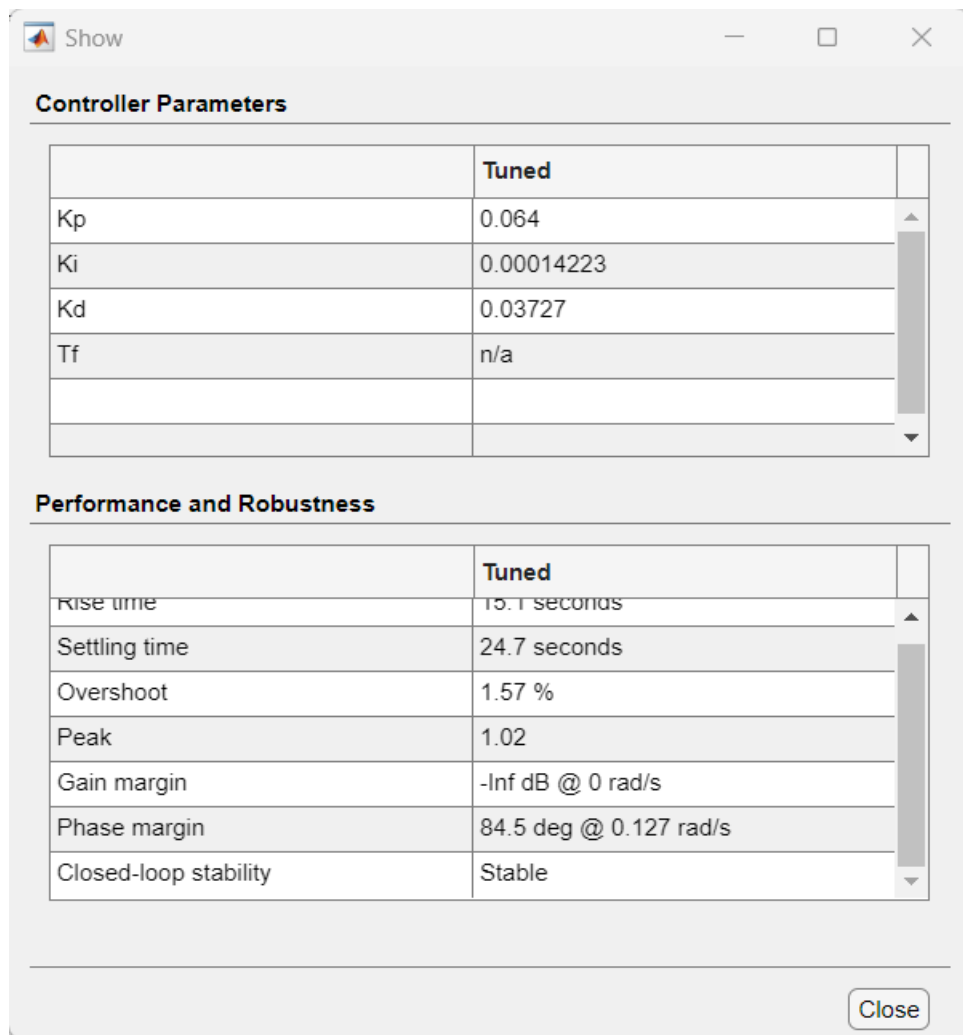
شکل 29 پاسخ پله با کنترلر PI



شکل 30. نمودار بودی کنترلر PI با توجه به مشخصه های زمانی

همانطور که مشخص است خروجی ورودی را دنبال می کند. اما سیستم بسیار کند شده است.

حال یک کنترلر PID با کمک متلب طراحی می کنیم.

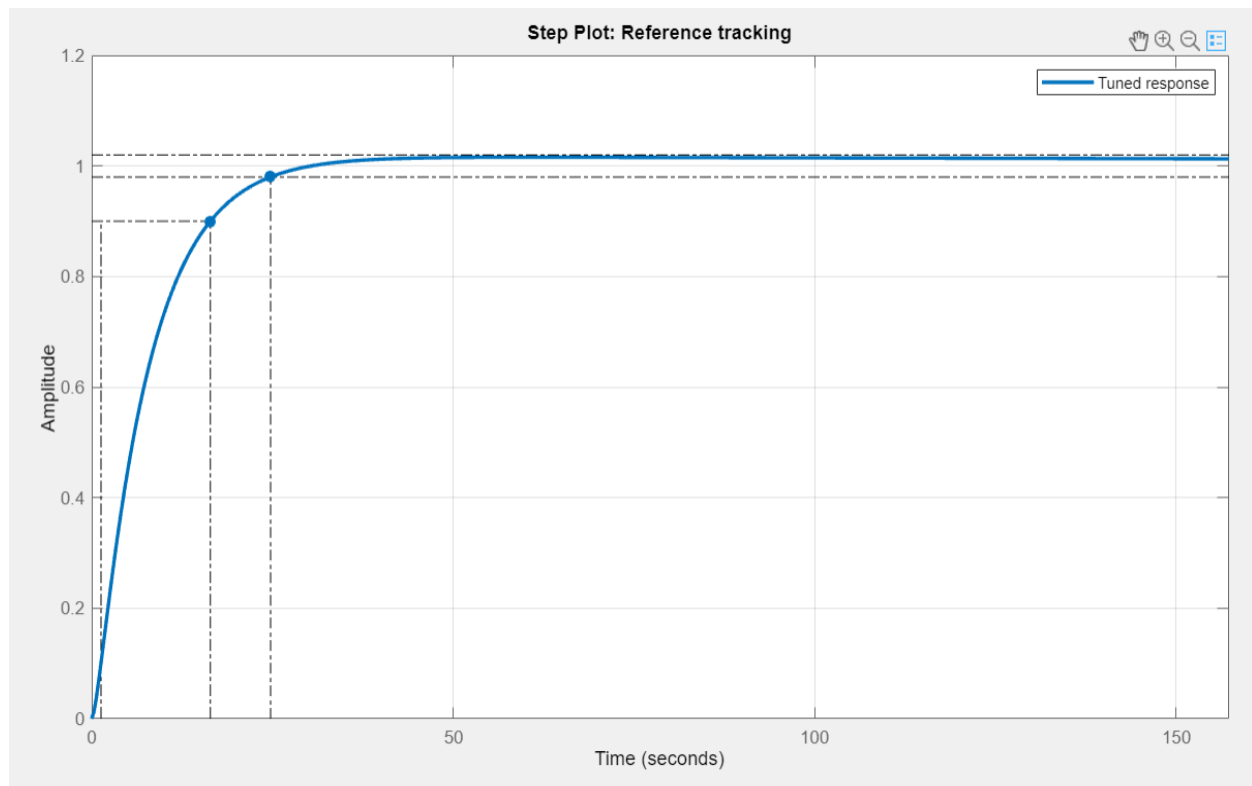


شکل 31. پارامتر های کنترلر PID

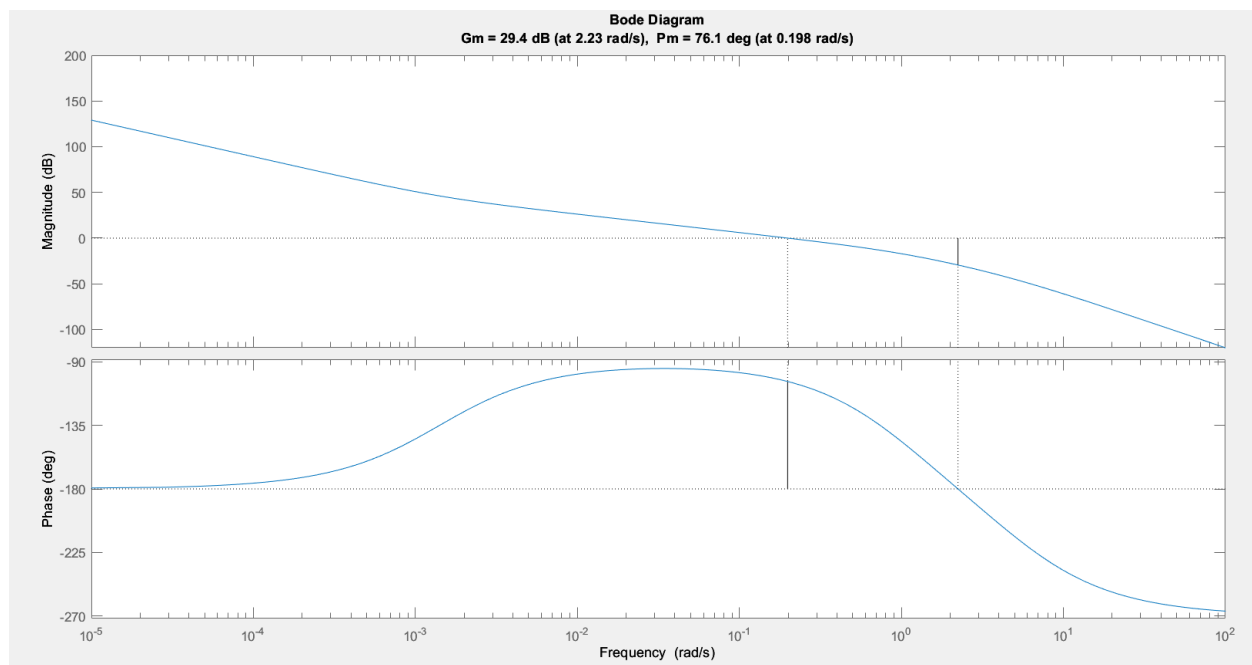
این کنترلر هم بشدت سیستم را کند کرده اما فاز مارجین را بشدت بهبود داده و به عدد 84 رسانده است همچنین overshoot سیستم را مقدار قابل توجهی کاهش داده است . مشخص است که سیستم حلقه بسته با این کنترلر هم پایدار است.

زمان نشست با این کنترلر زیاد تر شده است از 12 ثانیه به 25 ثانیه رسیده است . البته می توانستیم با متلب تمرکز طراحی کنترلر خود را فقط روی سرعت سیستم بزاریم اما این کار باعث می شد robust بودن کنترلر بشدت کاهش پیدا کند و مقاوم نباشد.

پاسخ پله سیستم با این کنترلر بصورت زیر است:



شکل 32. پاسخ پله سیستم با کنترلر PID



شکل 33. نمودار بودی کنترلر PID با توجه به مشخصه های حوزه زمانی

کاملاً مشخص است که overshoot سیستم به شکل قابل توجهی کاهش پیدا کرده است اما همچنان سیستم کند شده است.
(ب) حوزه فرکانس:

در حوزه فرکانس سه کنترلر (PID , PD , PI) طراحی کردیم که در ادامه به بررسی مزیت و ضعف های این کنترلر ها می پردازیم.

کنترلر PD :

با استفاده از متلب و خواسته مسئله کنترلیمون کنترل PD را در متلب بصورت زیر طراحی کردیم:

Controller Parameters	
	Tuned
Kp	0.55404
Ki	n/a
Kd	0.24573
Tf	n/a
Performance and Robustness	
	Tuned
Rise time	1.55 seconds
Settling time	5.21 seconds
Overshoot	9.7 %
Peak	1.1
Gain margin	Inf dB @ Inf rad/s
Phase margin	60 deg @ 0.88 rad/s
Closed-loop stability	Stable
Close	

شکل 34. پارامتر های کنترلر PD طراحی به کمک متلب بر اساس مشخصه های فرکانسی

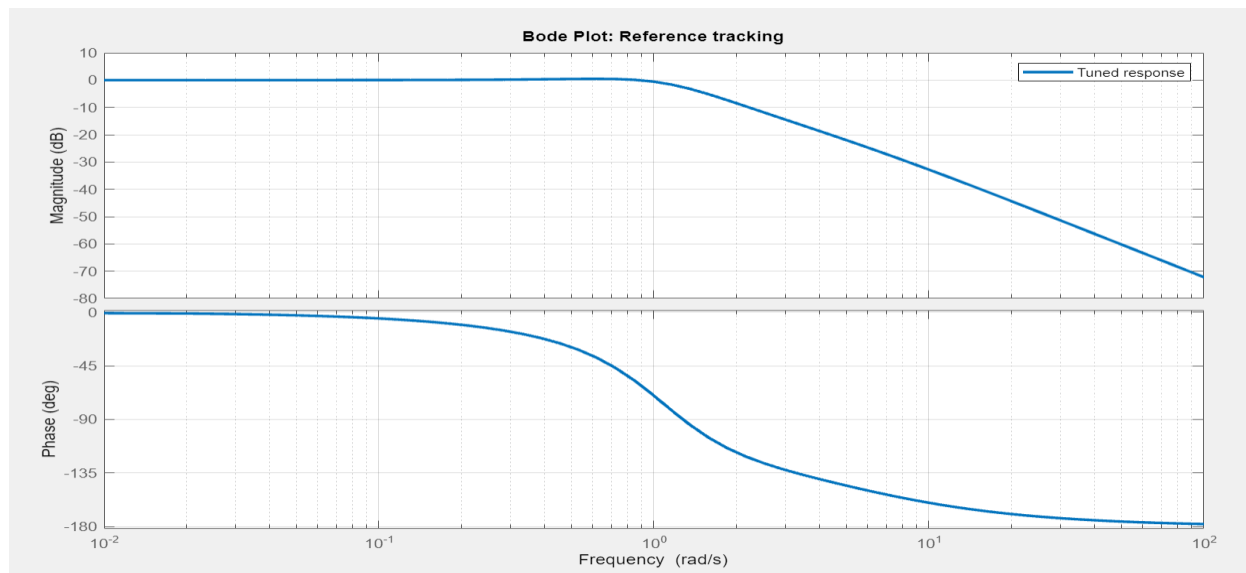
همانطور که میخواستیم phase margin را با کنترلر متلب توانستیم به 60 درجه برسانیم که عدد مورد نظر مسئله کنترلی ما هست. با استفاده از تحلیل نرم افزار متلب متوجه می شویم که سیستم حلقه بسته هم پایدار است.

اما این کنترلر زمان نشست را به 5 ثانیه رسانده است اگر چه زمان نشست را توانسته از 12 ثانیه کاهش بده (زمان نشست خود سیستم بدون کنترلر) به صورتی میتوان گفت سیستم سریع تر شده است اما در مقایسه با کنترلی که در حوزه زمان طراحی شد کند تر است.

همچنین Overshoot سیستم از 45 درصد به 9 درصد رسیده است.

بصورت کلی میتوان گفت این کنترلر برای اهداف ما مناسب است ولی کنترلرهای بهتری توانستیم در حوزه زمان طراحی کنیم.

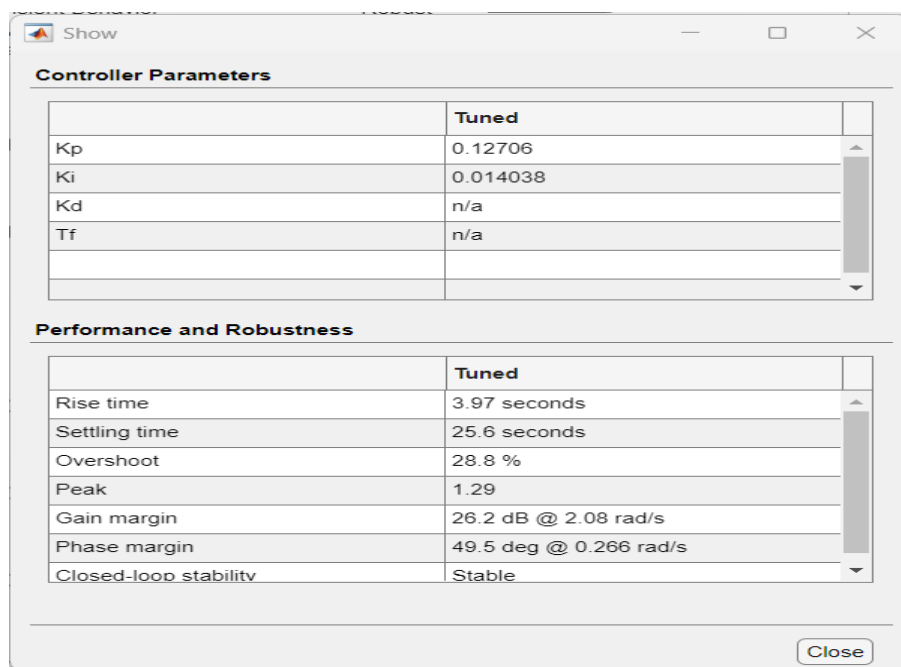
مشخصه فرکانسی این کنترلر به شکل زیر است:



شکل 35. نمودار بود سیستم با کنترلر PD در حوزه فرکانس

کنترلر PI :

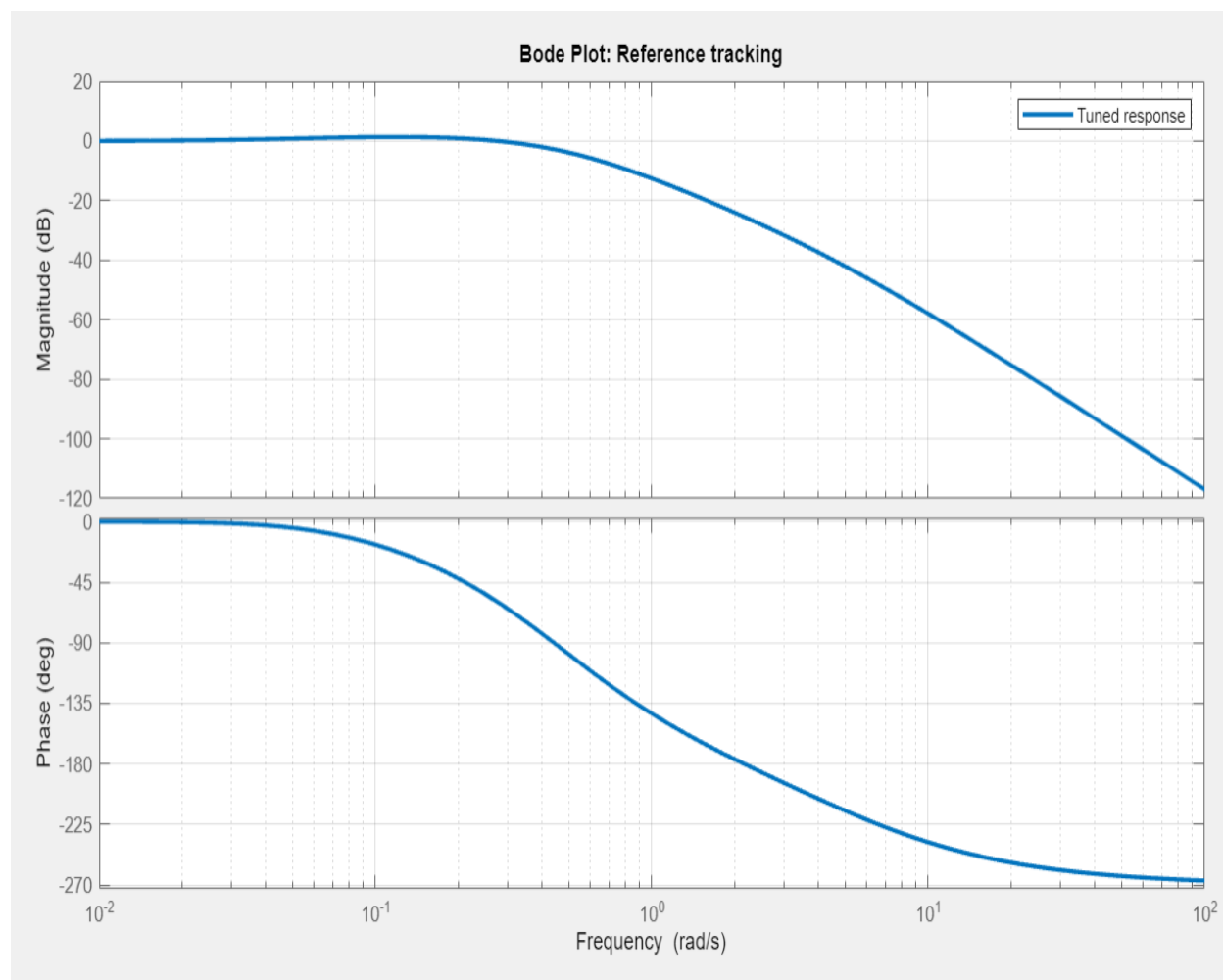
با استفاده از متلب کنترلر PI طراحی کردیم با توجه نیازهای مسئله کنترلی.



شکل 36. کنترلر PI در حوزه فرکانس

با توجه به زمان نشست و Overshoot با این کنترلر نتیجه می گیریم که به هیچ عنوان کنترلر مناسبی نیست و دقیقا چنین نتیجه ای را در حوزه زمان هم توانستیم بدست بیاوریم.

نمودار بود با کنترلر PI بصورت زیر است:

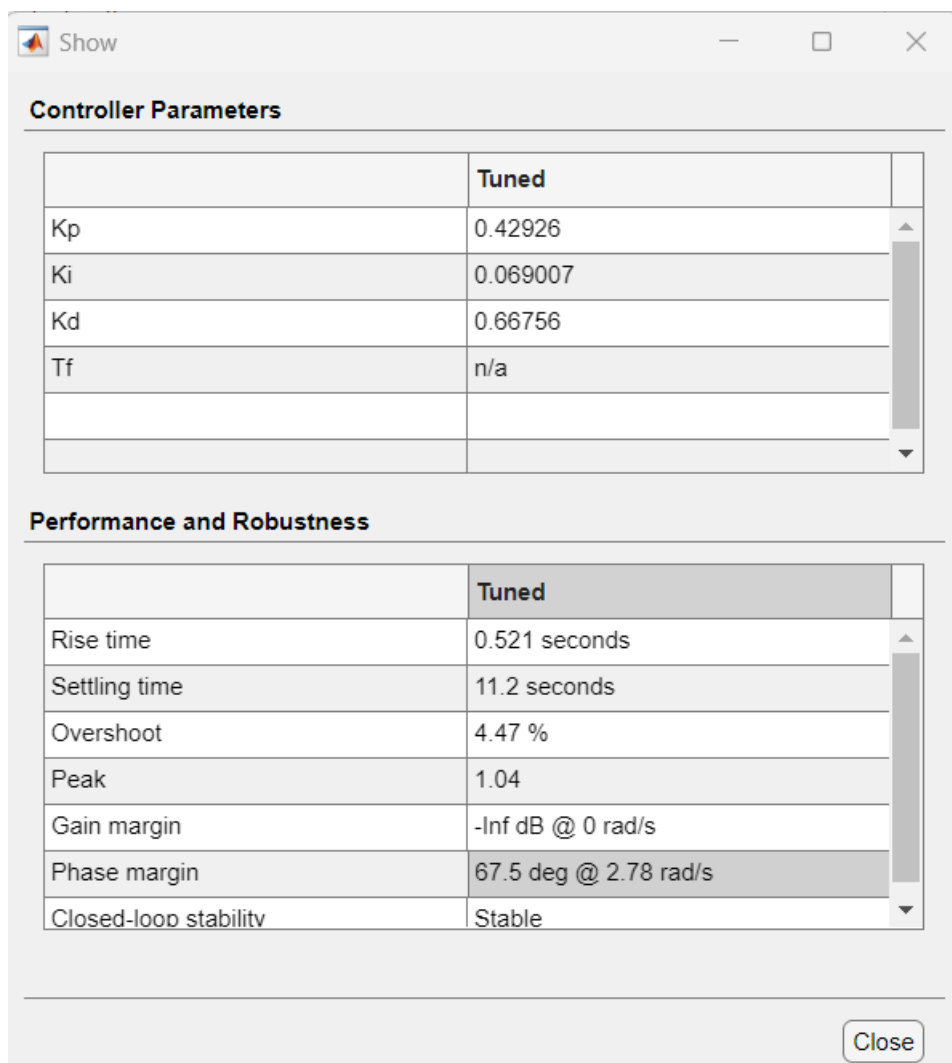


شکل 37. کنترلر PI در متلب با مشخصه های فرکانسی.

مشخص است که حتی پهنای باند سیستم وضعیت جالبی ندارد و میتوانیم نتیجه بگیریم که کنترلر PI برای این سیستم مناسب نیست.

کنترلر PID :

با استفاده از متلب کنترلر PID با پارامتر های زیر طراحی کردیم:



The screenshot shows a MATLAB window titled 'Show' with two sections: 'Controller Parameters' and 'Performance and Robustness'. The 'Controller Parameters' section contains a table with the following data:

	Tuned
Kp	0.42926
Ki	0.069007
Kd	0.66756
Tf	n/a

The 'Performance and Robustness' section contains a table with the following data:

	Tuned
Rise time	0.521 seconds
Settling time	11.2 seconds
Overshoot	4.47 %
Peak	1.04
Gain margin	-Inf dB @ 0 rad/s
Phase margin	67.5 deg @ 2.78 rad/s
Closed-loop stability	Stable

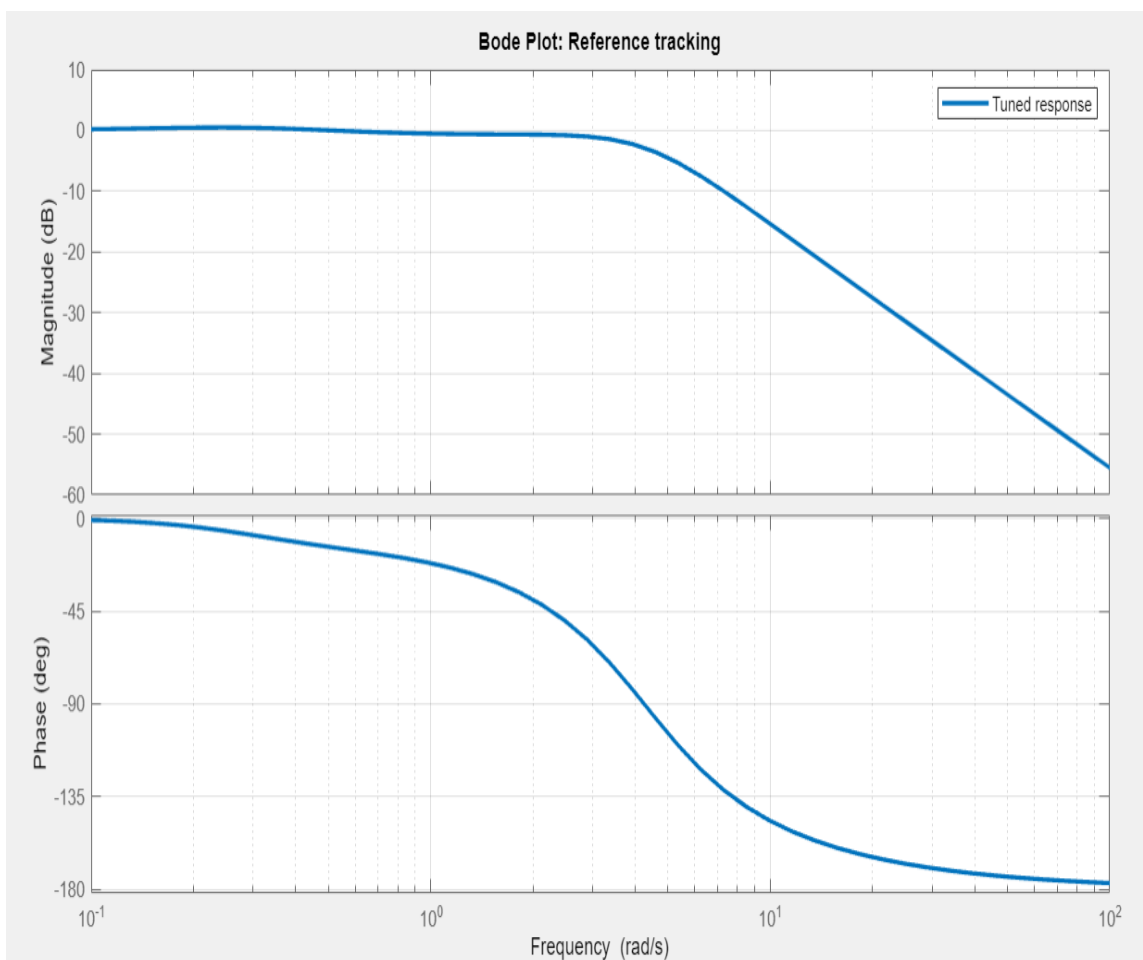
A 'Close' button is located at the bottom right of the window.

شکل 38. پارامتر های PID با در نظر گرفتن مشخصه های فرکانسی.

این کنترلر فاز مارجین سیستم را بهبود داده است و از طرفی Overshoot هم را به خوبی کاهش داده اما سرعت سیستم تغییر خاصی نکرده است.

بصورت کلی می توان گفت این کنترلر مشخصه های فرکانسی را به خوبی بهبود داده است(فاز مارجین و پهنای باند و گین مارجین) اما در حوزه زمان مشخصه زمان نشست را تغییر خاصی نداده و مشخص است که سیستم حلقه بسته هم پایدار است.

نمودار بود سیستم با کنترلر PID بصورت زیر است:

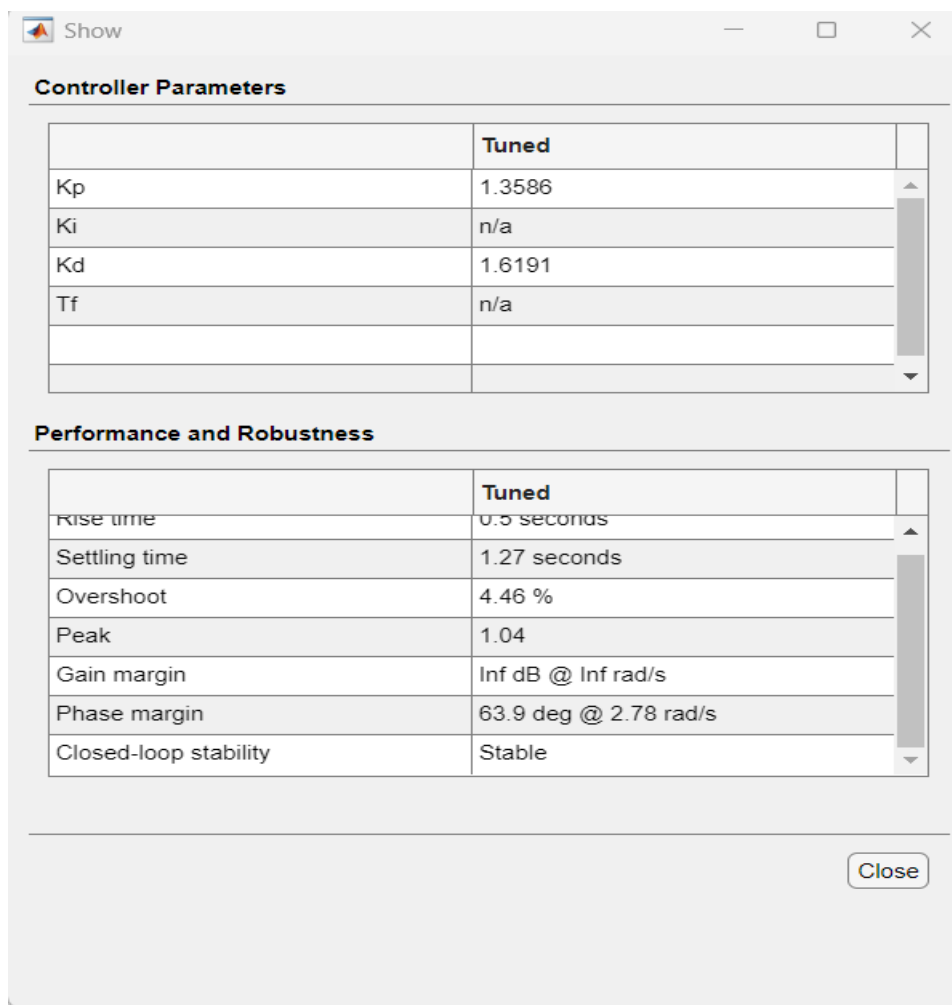


شکل 39. نمودار بود کنترلر PID با در نظر گرفتن مشخصه های فرکانسی

کنترلر منتخب

با توجه به بخش های قبل و با بررسی مشخصه هایی مانند زمان نشست ، Overshoot ، فاز مارجین ، پهنای باند بهترین کنترل کننده کنترل PD هست که توسط متلب طراحی شده است.

مشخصه این کنترل را دوباره در اینجا قرار می دهیم:

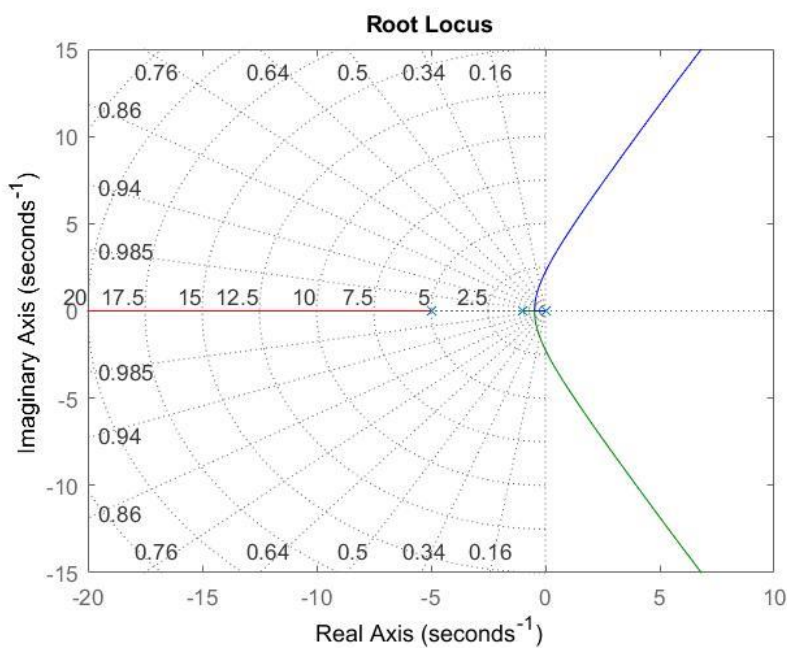


شکل 40. مشخصه کنترلر منتخب

ارزیابی پایداری سیستم حلقه بسته

در این بخش به ارزیابی پایداری سیستم حلقه بسته با استفاده از روش های مکان هندسی و نایکوئیست می پردازیم.

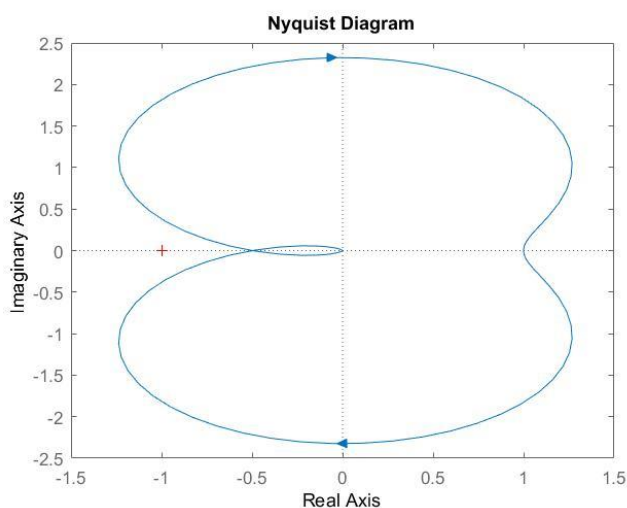
شکل زیر نشان دهنده مکان هندسی سیستم در حالتی که جبران ساز به آن افزوده نشده است می باشد:



شکل 41. تابع انتقال مکان هندسی ریشه ها

از شکل فوق مشخص می شود که به ازای یک سری از ضرایب K سیستم حلقه بسته ناپایدار می باشد.

اکنون پایداری سیستم حلقه بسته را بدون افزودن جبران ساز با روش نایکوئیست بررسی می کنیم:



شکل 42. نایکوئیست برای تابع انتقال سیستم بدون جبران ساز

شکل فوق بر اساس $K = 1$ ترسیم شده است و با توجه به رابطه مربوط به محاسبه پایداری نایکوئیست داریم که:

$$Z = N + P$$

از معادله فوق بدست می آید که مقدار $N = 0$ است چون نمودار نایکوئیست نقطه منفی یک را دور نزده است و همچنین با توجه به تابع تبدیل اصلی سیستم هیچ قطب مدار باز ناپایداری در این سیستم نداریم و مقدار $P = 0$ می باشد.

پس باتوجه به معادله توضیح داده شده برای $K = 1$ مقدار $Z = 0$ می باشد که نشان دهنده این است که به ازای این ضریب کنترلی سیستم پایدار است.

لازم به ذکر می باشد که این سیستم به ازای همه K ها پایدار نمی باشد و تنها برای $K = 1$ مقدار پایداری به ما در مشخصه نایکوئیست می دهد. همچنین از روی مکان هندسی این سیستم نیز می توان به این نکته پی برد که برای این سیستم K هایی وجود دارد که به ازای آن ها سیستم حلقه بسته ناپایدار می شوند.

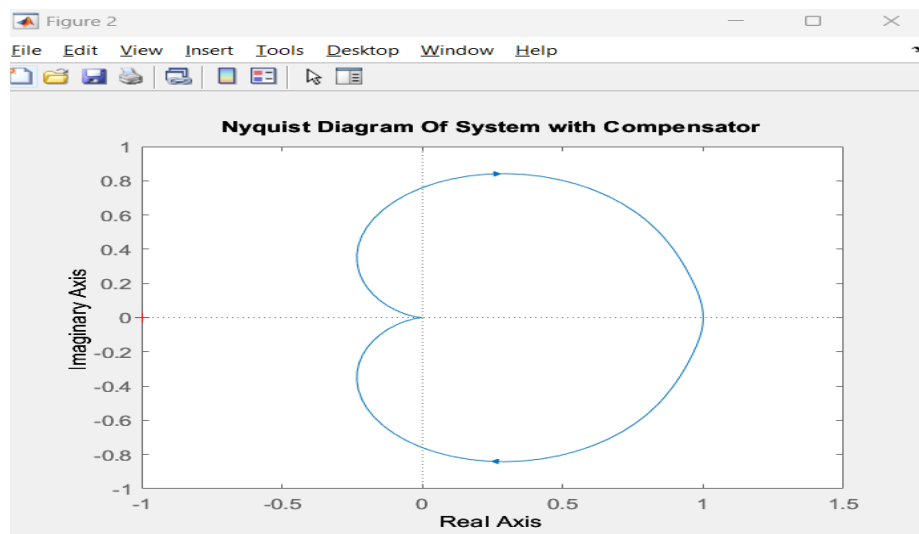
ارزیابی سیستم حلقه بسته با اضافه کردن جبران ساز منتخب

ابتدا معیار نایکوئیست را بررسی می کنیم برای ارزیابی پایداری سیستم حلقه بسته.

$$Z = N + P$$

در فرمول بالا اگر Z برابر 0 باشد سیستم حلقه بسته پایدار است برای بررسی Z ما N و P بررسی می کنیم. در سیستم ما قطب حلقه باز ناپایدار نداریم بنابراین P برابر 0 است.

با توجه به نمودار نایکوئیست زیر در مورد N صحبت می کنیم:

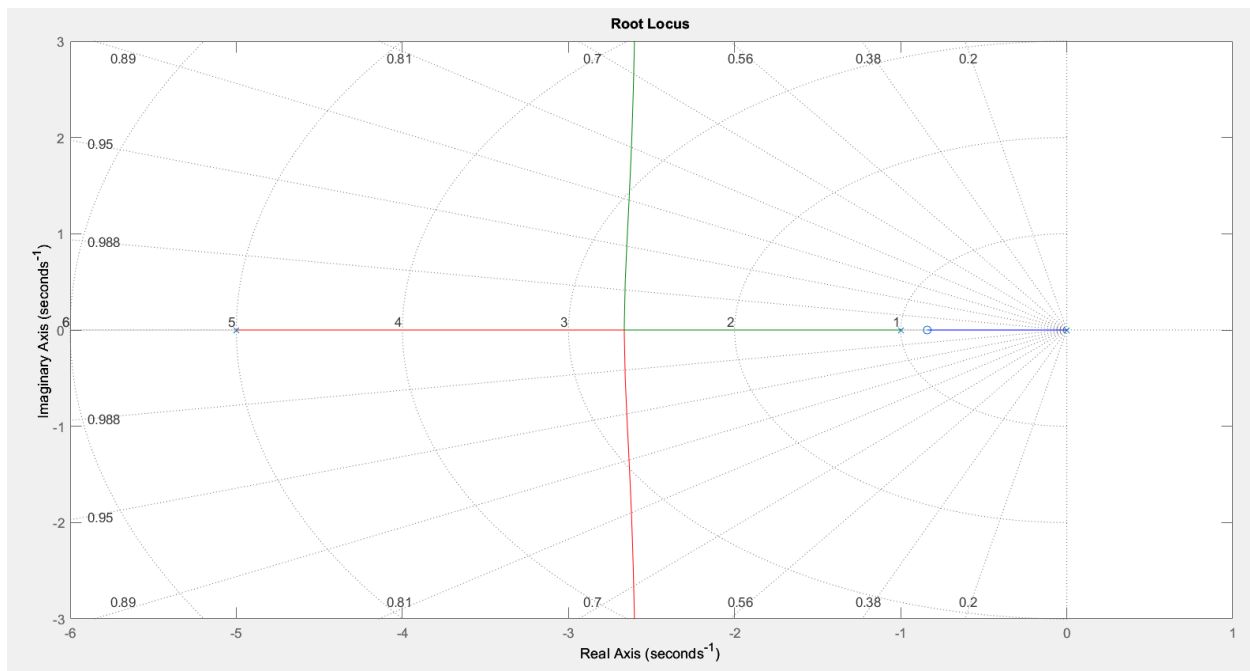


شکل 43. نمودار نایکوئیست سیستم با جبران ساز

چون نمودار نایکوئیست 0 بار -1 را دور می زند پس $Z = 0$ است.

می توان گفت با استفاده از ارزیابی نایکوئیست این سیستم حلقه بسته پایدار است.

در ادامه به بررسی معیار مکان هندسی ریشه ها می پردازیم و بررسی می کنیم آیا این سیستم به ازای K خاصی ناپایدار می شود یا نه.



شکل 44. مکان هندسی ریشه ها با جبران ساز منتخب

همانطور که مشاهده می شود به ازای هیچ K این سیستم ناپایدار نمی شود و این نشان می دهد که کنترلر ما به درستی طراحی شده است و مکان هندسی ریشه ها سمت راست محور نمی افتد.

پس این سیستم با جبران ساز منتخب به ازای همه K ها پایدار است.

بررسی اضافه کردن *Dead-Zone* و *Saturation*

با افزودن ناحیه ی مرده خطای حالت ماندگار سیستم افزایش می یابد که نتیجه ی خروجی را خراب می کند. همچنین با افزودن حالت اشباع، زمان فراز سیستم کاهش می یابد و سیستم زودتر به حالت ماندگار خود می رسد. این نتیجه در صورت کاهش هر کدام از این سیستم ها برعکس عمل خواهند کرد یعنی با کاهش مقدار ناحیه ی مرده خطای حالت ماندگار کاهش می یابد و سیستم به مقدار مورد نظر خواهد رسید. برای حالت اشباع نیز این نتیجه صادق است و در صورت کاهش مقدار اشباع، زمان فراز سیستم افزایش می یابد و سیستم دیرتر به حالت ماندگار می رسد.