



به نام خدا

دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی برق

گروه دکتر یاسایی - آمار و احتمال مهندسی

نیم سال اول ۱۴۰۱ - ۱۴۰۰

تمرین عملی سری اول

لطفاً به نکات زیر توجه بفرمایید:

۱. نتایج و پاسخ های خود را در یک فایل با فرمت zip به نام HW1-Name-StudentNumber در سایت cw قرار دهید.

۲. کسب نمره کامل در هر سؤال مستلزم تحویل کدها و توضیحات می باشد.

۳. برای سؤالات، باید روشی که استفاده کرده اید را توضیح و نتایجی که گرفته اید را ارائه دهید. این توضیحات می تواند در یک فایل pdf و یا در یک فایل ipynb باشد.

۴. کدهای خود را خوانا بنویسید و کامنت گذاری کنید. در plot های خود عنوان، label و خط کشی های مناسب را اضافه کنید.

۵. ابهام یا اشکالات خود را می توانید از طریق Amirhosein_Javadi@Amirhosein_Javadi یا Javadiamirhosein.2000@gmail.com مطرح نمایید.

۶. کدهای شما تماماً باید توسط خودتان نوشته شده باشند. هرگونه استفاده از کد دیگران به هر شکل ممکن، تقلب محسوب می شود و نمره تمرین کامپیوتری جاری صفر خواهد شد. پس در هیچ صورت کدهای خود را برای دیگران ارسال نکنید.

۷. مهلت تحویل:

۱ متغیرهای تصادفی و تحقیقات

در این سوال قصد داریم با نمونه‌برداری از متغیرهای تصادفی به یک هیستوگرام برسیم و با تفاوت بین این هیستوگرام و تابع احتمال متغیرهای تصادفی بیشتر آشنا شویم.

۱. فرض کنید:

$$X_1, X_2, X_3 = \text{Bernoulli}(0.6)$$

از متغیر تصادفی‌های X_1, X_2, X_3 ، $N = 10000$ نمونه بردارید و Y را به شکل زیر تعریف کنید.

$$Y = X_1 + X_2 + X_3$$

حال هیستوگرام Y را رسم کنید. انتظار دارید این هیستوگرام متناظر با تابع احتمال چه متغیر تصادفی با چه پارامترهایی است؟

۲. از متغیر تصادفی $Poisson(\lambda = 5)$ ، $N = 10000$ نمونه بردارید. هیستوگرام این نمونه‌ها و تابع جرم احتمال این متغیر تصادفی را در یک plot رسم کنید و با هم مقایسه کنید.

۳. از متغیر تصادفی $Exponential(\lambda = 1)$ ، $N = 10000$ نمونه بردارید. آرایه‌ای به سائز N به صورت زیر تعریف کنید:

$$\text{MyArray}[i] = \text{Average}(\text{samples}[1 : i])$$

سپس آرایه‌ی به دست آمده را در یک plot رسم کنید. انتظار دارید این آرایه به چه عددی میل کند؟ پارامترهای متغیر تصادفی را تغییر دهید و حدس خود را بیازمایید.

۲ سکه‌ی جادویی

سکه‌ای داریم که احتمال شیر آمدنش متناسب با معکوس تعداد پرتاب آن است! به این صورت که اگر بخواهیم n پرتاب با سکه داشته باشیم، احتمال شیر آمدن سکه در هر پرتاب $\frac{4}{n}$ است. هیستوگرام تعداد شیر آمده را برای $n = 10, 100, 1000, 10000$ در چهار subplot رسم کنید.

۳ پارادوکس روز تولد

در این بخش قصد داریم با موضوع پارادوکس روز تولد بیشتر آشنا شویم. فرض کنید امیرحسین قصد دارد مهمانی برگزار کند و از n نفر دعوت کند. قسمت هیجان‌انگیز این مهمانی بازی است که امیرحسین تدارک دیده‌است. امیرحسین از هر مهمان می‌خواهد که روز تولد خود را روی کاغذ بنویسد و به او بدهد. اگر حداقل دو نفر از مهمان‌ها متولد یک روز باشند امیرحسین بازی را میبرد و مهمان‌ها باید پول سفر امیرحسین به تور اروپا را بدهند. در غیر این صورت امیرحسین باید هزینه‌ی سفر همه‌ی مهمان‌ها به ساری را بدهد. از آنجایی که امیرحسین باید به همه‌ی مهمان‌ها شام بدهد نمی‌خواهد تعداد مهمان‌ها را زیاد در نظر بگیرد. برای همین می‌خواهیم به امیرحسین کمک کنیم که با کمترین تعداد مهمان با احتمال بالایی بازی را ببرد و به تور اروپا برود.

۱. 10000 آزمایش انجام دهید. در هر آزمایش قصد داریم تخمینی از n به دست بیاوریم. در هر آزمایش شروع به انتخاب تصادفی روزهای سال کنید و زمانی که روزی را انتخاب کردید که قبلاً هم انتخاب کرده بودید تعداد انتخاب‌هایی که تا آن مرحله انجام داده بودید را ثبت کنید. سپس هیستوگرامی از تعداد انتخاب‌های این 10000 آزمایش رسم کنید.

۲. حال احتمال پیروزی امیرحسین به ازای n مهمان را برای $n = 1 : 365$ را به دست بیاورید و رسم کنید. اگر امیرحسین بخواهد با احتمال $\frac{1}{2}$ برنده شود باید چند مهمان دعوت کند؟