آمار و احتمال مهندسي



به نام خدا

دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی برق

گروه دکتر پاکروان _ سیستمهای مخابراتی نیم سال اول ۱۴۰۱ _ ۱۴۰۰

تمرین عملی سری اول

لطفاً به نكات زير توجه بفرماييد:

- ۱. نتایج و پاسخ های خود را در یک فایل با فرمت zip به نام HW1-Name-StudentNumber در سایت ۳ در سایت قرار دهید.
 - ۲. کسب نمره کامل در هر سؤال مستلزم تحویل کدها و توضیحات میباشد.
- ۳. برای سؤالات، باید روشی که استفاده کردهاید را توضیح و نتایجی که گرفتهاید را ارائه دهید. این توضیحات میتواند در یک فایل pdf باشد.
 - ۴. کدهای خود را خوانا بنویسید و کامنتگذاری کنید.
- ۵. ابهام یا اشکالات خود را می توانید از طریق Amirhosein_Javadi یا Amirhosein.2000@gmail.com ه. ابهام یا اشکالات خود را می توانید از طریق مطرح نمایید.
- ۶. کدهای شما تماماً باید توسط خودتان نوشته شده باشند. هرگونه استفاده از کد دیگران به هر شکل ممکن، تقلب محسوب می شود و نمره تمرین کامپیوتری جاری صفر خواهد شد. پس در هیچ صورت کدهای خود را برای دیگران ارسال نکنید.
 - ٧. مهلت تحویل:

. امار و احتمال مهند*سی*

۱ تاثیر کانال چند مسیره

سیگنال x(t) را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$x(t) = cos(2\pi f_0 t) \quad (f_0 = 2)$$
 (1)

۱. این سیگنال را برای ۱۰ ثانیه در نظر بگیرید و نمونه برداری کنید. سپس سیگنال را در حوزه زمان رسم کنید.
 حال میخواهیم اثر یک کانال چند مسیره را روی شکل موج بررسی کنیم. فرض کنید سیگنال ارسال از طریق 10 مسیر
 به مقصد میرسد. پس پاسخ ضربه سیستم برابر است با:

$$h(t)_{Channel} = \sum_{i=1}^{10} a_i \delta(t - \tau_i)$$

$$H(f)_{Channel} = \sum_{i=1}^{10} a_i e^{-j2\pi f \tau_i}$$
(Y)

برای طراحی کانال ضرایب a_i ها را به صورت تصادفی از توزیع رایلی با پارامتر $\sigma=0.5$ و τ_i ها را به صورت تصادفی از توزیع یکنواخت در بازهی [0,0.01] انتخاب کنید.

- ۲. یک کانال به این صورت تولید کنید و اندازه و فاز پاسخ فرکانسی آن را رسم کنید.
- ۳. درههای موجود در اندازه پاسخ فرکانسی را در نظر بگیرید. فاصله این درهها با پارامترهای کانال رابطهای دارند؟ توضیح دهید. (برای اطلاعات بیشتر میتوانید دربارهی notch در پاسخ فرکانسی مطالعه کنید.)
- ۴. حال سیگنال را 10 بار در کانال تصادفی ارسال کنید و هر بار پاسخ ضربه را به صورت بالا تولید کنید. سپس خروجیهای این 10 کانال را پشت سر هم قرار دهید و در حوزه ی زمان رسم کنید و تغییرات تصادفی توان سیگنال را مشاهده کنید.

۲ بازیابی سیگنال خروجی از کانال چند مسیره

همانطور که در بخش قبل دیدید کانال چند مسیره باعث میشود سیگنال دریافتی distorted شود. در این بخش سعی میکنیم سیگنال اصلی را بازیابی کنیم.

کانال ایدهآل به صورت زیر است:

$$H(f)_{Ideal} = ke^{-j2\pi f t_0} \tag{(7)}$$

ولی به دلیل رسیدن موج از چند مسیر، کانال به شکل معادلهی ۲ است. به منظور بازیابی سیگنال ورودی دقیق در گیرنده، از Equalizer استفاده می شود به گونه ای که کل عملکرد سیستم را می توان به عنوان یک کانال ایده آل مدل کرد.

اگر پاسخ فرکانسی سیستم Equalizer را $H(f)_{Equalizer}$ بنامیم، داریم:

$$H(f)_{Ideal} = H(f)_{Equalizer} H(f)_{Channel}$$
 (*)

پس در صورتی که $H(f)_{channel}$ را داشته باشیم میتوانیم $H(f)_{channel}$ را طراحی کنیم:

$$H(f)_{Equalizer} = \frac{H(f)_{Ideal}}{H(f)_{channel}} = \frac{ke^{-j2\pi ft_0}}{\sum_{i=1}^{n} a_i e^{-j2\pi f\tau_i}}$$
 (2)

برای مدل
سازی این سیستم فرض میکنیم $t_0= au_1$ و $t_0=t_0$ پس داریم:

$$H(f)_{Equalizer} = \frac{1}{1 + \sum_{i=2}^{n} \frac{a_i}{a_1} e^{-j2\pi f(\tau_i - \tau_1)}} = \frac{1}{1 + \sum_{i=2}^{n} k_i e^{-j2\pi f t_i}}$$
(9)

ِّمار و احتمال مهند*سی* تمرین سری اول

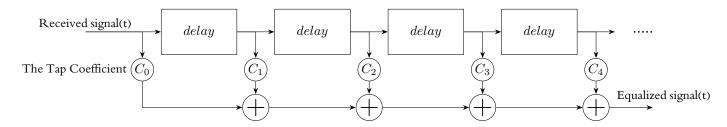
که $t_i = au_i - au_1$ و $t_i = au_i$ است.

 u_1 در صورتی که $1 < H(f)_{Equalizer}$ با بسط تیلور با متناهی جمله، $H(f)_{Equalizer}$ را با دقت بالا تقریب بزنیم:

$$H(f)_{Equalizer} = \frac{1}{1 + \sum_{i=2}^{n} k_i e^{-j2\pi f t_i}} \approx 1 + \sum_{k=1}^{m} \left(-\sum_{i=2}^{n} k_i e^{-j2\pi f t_i} \right)^k \tag{V}$$

هر جمله ی پاسخ فرکانسی بالا متناسب با یک شیفت زمانی با ضریب مخصوص به خود است.

به این روش برای بازیابی سیگنال خروجی Tapped-Delay Line Equalizer میگوییم که ساختاری به شکل زیر دارد:



شکل ۱: Tapped-Delay Line Equalizer

حال میخواهیم با این روش یک سیگنال خروجی از کانال چند مسیره را بازیابی کنیم. سیگنال ورودی را به صورت زیر در نظر نگیرید:

$$x(t) = \cos(2\pi f_0 t)(u(t) - u(t-2)) \quad (f_0 = 2) \tag{A}$$

۱. این سیگنال را برای ۱۰ ثانیه در نظر بگیرید و نمونه برداری کنید. سیگنال را در حوزه ی زمان نشان دهید.
 یاسخ ضربه کانال را به صورت زیر تعریف کنید:

$$h(t) = \delta(t - 5) + 0.4\delta(t - 5.01) \tag{9}$$

- ۲. اندازه و فاز پاسخ فرکانسی کانال را رسم کنید.
- ۳. سیگنال را از این کانال بگذرانید و سیگنال خروجی را در کنار سیگنال ورودی در حوزهی زمان نشان دهید.
- ۴. حال میخواهیم سیگنال ارسالی را از سیگنال خروجی کانال به دست بیاوریم. برای این کار میزان خطا را به شکل زیر تعریف کنید:

$$error = \frac{rms(Equalized\ signal - Ideal\ received\ signal)}{rms(Ideal\ received\ signal)} \tag{1.}$$

که Equalized signal سیگنالی است که شما بازسازی میکنید و Equalized signal سیگنال شیفت یافته ارسالی به اندازه ی ۵ ثانیه است. حال با استفاده از فورمول ۷ میزان خطا را به ازای m=1:10 به دست بیاورید و روی یک صفحه نیمه لگاریتمی نشان دهید.

۵. حال در یک صفحه سیگنال دریافتی، سیگنال ایدهآل دریافتی و سیگنال Equalized را نشان دهید.