

به نام خدا

دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی برق



دکتر عمادالدین فاطمی زاده – پردازش تصاویر دیجیتال

نیم سال دوم ۱۴۰۱ – ۱۴۰۰

## تمرین سری سوم

**لطفاً به نکات زیر توجه بفرمایید: (رعایت نکردن این موارد باعث کاهش نمره شود.)**

۱. نتایج و پاسخ های خود را در یک فایل با فرمت zip به نام HW3-Name-StudentNumber در سایت Quera قرار دهید. همچنین فایل پایتون یا متلب خود را به همان نام در قسمت مخصوص به خود آپلود کنید.
۲. کسب نمره کامل در هر سؤال مستلزم تحویل کدها (۴۰ نمره) و توضیحات (۳۰ نمره) و نتایج (۳۰ نمره) می باشد.
۳. کدهای شما تماماً باید توسط خودتان نوشته شده باشند. هرگونه استفاده از کد دیگران، اعم از دوستان و اینترنت، به هر شکل ممکن، تقلب محسوب می شود و نمره تمام تمرینات جاری و تمام تمرینات قبلی صفر خواهد شد. با اجرای این کدها باید همان نتایجی که فرستاده اید قابل بازیابی باشند. برنامه شما باید به گونه ای باشد که بدون نیاز به هیچ تغییری قابل اجرا باشد، در غیر این صورت هیچ نمره ای تعلق نخواهد گرفت.
۴. برای تمام سؤالات، باید جزئیات روشی که استفاده کرده اید را توضیح دهید و نتایجی که گرفته اید را ارائه دهید. این توضیحات می تواند در یک فایل pdf و یا در یک فایل ipynb باشد. در توضیحات، باید اشاره کامل به کارهایی که انجام داده اید بنمایید به طوری که یک شخص آگاه از موارد درس بتواند به آسانی متوجه کاری که شما انجام داده اید شود.
۵. در طول ترم امکان ارسال با تاخیر پاسخ همه ی تمارین تا سقف ۶ روز و در مجموع ۲۱ وجود دارد. پس از گذشت این مدت، پاسخ های ارسال شده پذیرفته نخواهند بود. همچنین، به ازای هر روز تأخیر غیر مجاز بیست درصد از نمره تمرین به صورت ساعتی کسر خواهد شد.
۶. اگر از jupyter notebook استفاده کردید برخی از خروجی ها را پاک کنید تا حجم فایل تحویلی زیاد نشود.
۷. مهلت تحویل: ساعت ۲۳:۵۵ روز ۹ اردیبهشت
۸. نام طراح هر سوال در زیر آن نوشته شده است و شما میتوانید سوالات خود را از طریق ایمیل یا تلگرام از طراح سوال بپرسید.

محمدامین علم الهدی: @Alam\_Amin – amin@ee.sharif.edu

علی عزیزپور: @ali\_aaz – aliazizpour1999@gmail.com

امیررضا حاتمی پور: @Arhp78 – arhp78@gmail.com

## سوال اول – تئوری

طراح: محمدامین علم‌الهدی

نشان دهید تبدیل فوریه ی یک فیلتر گوسی در حوزه ی مکان، یک فیلتر گوسی در حوزه ی فرکانس است. برای این کار از فیلتر گوسی مکانی زیر تبدیل فوریه بگیرید.

$$g(x, y) = Ae^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \quad (1)$$

فیلتر بدست آمده در حوزه ی فرکانس، بالاگذر است یا پایین گذر؟ چرا؟

## سوال دوم – تئوری

طراح: امیررضا حاتمی‌پور

تصاویر اشعه ایکس دست را در شکل زیر در نظر بگیرید. تصویر سمت راست با فیلتر پایین گذر بدست آمده است. تصویر سمت چپ با اعمال دو فیلتر، فیلتر پایین گذر گوسی و سپس فیلتر بالاگذر گوسی به دست آمد. (ابتدا فیلتر پایین گذر اعمال می شود سپس فیلتر بالاگذر)



Figure 1: Hand X-Ray Image

الف

توضیح دهید که چرا قسمت مرکزی حلقه انگشت در شکل سمت راست بسیار روشن و واضح به نظر می رسد، با توجه به اینکه ویژگی غالب تصویر فیلتر شده از لبه های انگشتان و استخوان های مچ و با مناطق تیره تر در بین آنها تشکیل شده است. به عبارت دیگر، آیا انتظار ندارید که فیلتر بالاگذر ناحیه ثابت داخل حلقه را تاریک نشان دهد؟ زیرا همانطور که میدانیم فیلتر بالاگذر ترم dc را حذف می کند و فرکانس های پایین را کاهش می دهد.

ب

آیا فکر می کنید اگر ترتیب فرآیند فیلتر برعکس می شد، نتیجه متفاوت می شد؟

## سوال سوم – تئوری

طراح : امیررضا حاتمی پور

شکل زیر را در نظر بگیرید. با استفاده از خواص DFT که تا کنون آموختید، مراحل مورد نیاز برای تبدیل تصویر سمت چپ به سمت راست را بنویسید و به صورت ریاضی روابط و نتیجه بدست آمده را ثابت کنید.



## سوال اول – عملی

طراح : محمدامین علم الهدی

در این تمرین قصد داریم کاهش نویز با فیلترهای مکانی را مورد بررسی قرار دهیم. در سمت چپ، تصویر بدون نویز city\_orig.jpg و در سمت راست، تصویر همراه با نویز city\_noise.jpg قرار دارد. تصویر نویزی شامل نویز ضرب های (نمک و فلفل) در سمت چپ تصویر و نویز گوسی در سمت پایین تصویر است. به بیان دیگر تصویر به چهار ناحیه با اضافه کردن نویز تبدیل شده است؛ بالا سمت چپ فقط نویز ضرب های، پایین سمت چپ هر دو نوع نویز، پایین سمت راست نویز گوسی و بالا سمت راست بدون نویز. تصاویر را load کنید و با معیار SNR، مقدار خطا را در هر ناحیهی شامل نویز محاسبه کنید، فرمول کلی به فرم زیر است:

$$SNR(x, y) = 10 \log_{10} \left( \frac{\sum_{i,j} (x(i, j))^2}{\sum_{i,j} (x(i, j) - y(i, j))^2} \right) \quad (2)$$

که در آن x تصویر بدون نویز و y تصویر نویزی یا حذف نویز شده است. دقت کنید که باید برای هر ناحیه ی نویزی به صورت جداگانه معیار SNR را بدست آورید. (هر چه SNR بالاتر باشد، کیفیت تصویر فیلتر شده نسبت به مرجع بهتر است.) اکنون می خواهیم با اعمال فیلترهای مکانی نویز تصویر را کاهش دهیم. فیلتر میانه گیر، فیلتر گوسی و فیلتر میانگین گیر را به تصویر اعمال کنید و سپس با معیار SNR مقدار خطا را برای هر ناحیه ی نویزی محاسبه کنید. در نهایت تصاویری را که بدست آوردهاید هم از نظر بصری و هم با معیار خطایی که محاسبه کرده اید در یک جدول مقایسه کنید و بگویید هر فیلتر برای چه نویزی بهتر عمل میکند؟

## سوال دوم – عملی

طراح : محمدامین علم الهدی

تصویر wall.jpg را بارگذاری کنید.

الف

تبدیل فوریه این تصویر را رسم کنید.

ب

فیلتر پایین گذر مناسبی را برای حذف خطوط بین آجرها اعمال کنید (فیلتر ایده آل را در حوزه فرکانس اعمال کنید).

ج

فیلتر بالاگذر را همان فرکانسهای قطع قسمت قبل را اعمال کرده و نتیجه را نمایش دهید.

د

همین کار را با فیلترهای گوسی، لاپلاسین و باترورث انجام دهید و نتایج را مقایسه کنید.

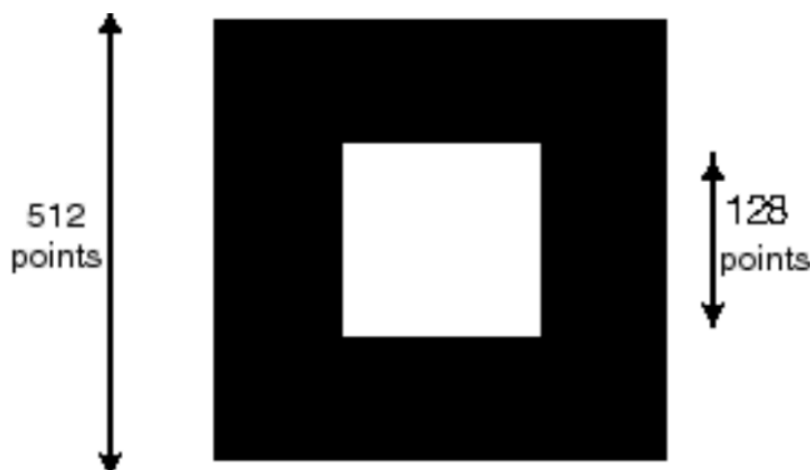
ه

اعمال فیلتر ایده آل حوزه فرکانس چه مشکلی در تصویر ایجاد می کند؟

## سوال سوم – عملی

طراح: محمدامین علم‌الهدی

دو کپی از یک تصویر که از یک مربع سفید در پس زمینه سیاه تشکیل شده است ایجاد کنید:



این دو تصویر را با استفاده از تابع کانولوشن دامنه زمان (`conv2` در متلب) ادغام کنید و دقت کنید که پارامتر `shape` روی `"same"` تنظیم شده باشد.

الف

مدت زمان اجرای عملیات را با استفاده از دستورهایی مناسب (در متلب `tic` و `toc` محاسبه کنید. حال یک نمودار رسم کنید که محور افقی آن نمایش دهنده سائز مربع مشکی و محور عمودی آن نمایش دهنده زمان اجرای عملیات کانولوشن است.

ب

به صورت تئوری، فرمول کانولوشن دو مربع با سائز یکسان را به دست آورید و آن را با نتیجه‌ی قسمت قبل مقایسه کنید.

ج

حال با استفاده از تئوری کانولوشن و بدون استفاده از توابع آماده، خودتان تابعی بنویسید که کانولوشن بین دو تصویر را محاسبه کند و قسمت `A` را دوباره انجام دهید. عملکرد زمانی تابع خودتان را با عملکرد زمانی تابع آماده‌ای که استفاده کرده‌اید مقایسه کنید.

توجه کنید که در صورت محاسبه‌ی کانولوشن در حوزه‌ی فرکانس از اعمال تابع `fftshift` غافل نشوید، زیرا تابع `fft` مبدا را بالا سمت چپ نظر می‌گیرد در حالی که `conv2` مبدا را در مرکز قرار می‌دهد.

## سوال چهارم – عملی

طراح : علی عزیزپور

در این سوال، هدف ایجاد یک شیفت مکانی برای تصویر اولیه با استفاده از پردازش در حوزه فوریه و سپس بازگشت به حوزه مکان می باشد. تصویر ct.jpg را خوانده و اسلایس اول آن را در نظر بگیرید. سپس، تصویر اولیه را ۲۰ واحد به سمت راست و ۴۰ واحد به سمت پایین شیفت مکانی دهید. دقت کنید که این کار را در حوزه فوریه انجام داده و سپس به حوزه مکان بازگردید. در انتها اندازه تبدیل فوریه کرنل شیفت دهنده را رسم کرده و تحلیل کنید.

## سوال پنجم – عملی

طراح : علی عزیزپور

با استفاده از مفهوم zero-padding در حوزه فرکانس، تصویر ct.jpg را در حوزه مکان zoom-in کنید.

## سوال ششم – عملی

طراح : علی عزیزپور

در این تمرین قصد داریم بررسی کنیم در فاز یا دامنه ی تبدیل فوریه، اطلاعات بیشتری از تصویر اصلی وجود دارد؟ برای این کار دو تصویر "hand\_xray.jpg" و "brain\_xray.jpg" را وارد matlab کنید و پس از گرفتن تبدیل فوریه، با استفاده از فاز اولی و دامنه ی دومی یک تصویر و سپس با استفاده از فاز دومی و دامنه ی اولی یک تصویر دیگر بازسازی کنید. نتایج را نشان داده و تحلیل کنید.