

Q1.

$$J_{(u,v)} = A \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\omega^2}\right) \rightarrow \hat{J}_{(u,v)} = \iint_{xy} A \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\omega^2}\right) \exp(-2\pi j(ux+vy)) dx dy$$

$$\rightarrow \hat{J}_{(u,v)} = A \underbrace{\int_x e^{-\frac{x^2}{2\omega^2}} e^{-2\pi j ux} dx}_{I(u)} \int_y e^{-\frac{y^2}{2\omega^2}} e^{-2\pi j vy} dy$$

$$I(u) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{1}{2\omega^2}(x+2\pi j u \omega^2)^2 - 2 + u^2 \omega^2\right) dx = e^{-\frac{-2\pi^2 u^2 \omega^2}{2\omega^2}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x+2\pi j u \omega^2)^2}{2\omega^2}} dx = \sqrt{2\pi \omega^2} e^{-2\pi^2 \omega^2 u^2}$$

$$\rightarrow \hat{J}_{(u,v)} = A I(u) I(v) = A \underbrace{2\pi \omega^2 e^{-2\pi^2 \omega^2 (u^2+v^2)}}_{\text{صهار فلتر لوس } \rightarrow \text{ در بین اسیم و نزول } \rightarrow \text{ بین اسیم کهارت}} e^{j2\pi(uv)}$$

Q2.

فیلر با دز ریتمیک های پایی و دیس را حذف کنند اما از آنها از این حالت شدید است
تصویر کوچک است در نظر میگیرند اعمال شده تراویره و حذف نشده است به طور مثال فریمانی 10
با فیلر چیزی که ریز 20 را نمایند و با این دستور ممکن است ریز 8 را نمایند 10 در هم دو یکلر دویی مانند

از آنها برای فیلر چیزی و با دز خوار میان کندی سه بار چون رتیب (نیاز در طبقات) (ب)
ما چون کمودر و نیچه کوکیزه بیشتر میشوند که کمی کمتر داشته باشند

Q3.

$$f_{(m_1, y)} \rightarrow f_{(-x, -y)}$$

↓

$$F_{(u,v)} = \iint f_{(m_1, y)} e^{-j2\pi(ux+vy)} dx dy \rightarrow F_{(u,v)}^* = \iint f_{(m_1, y)}^* e^{j2\pi(ux+vy)} dx dy$$

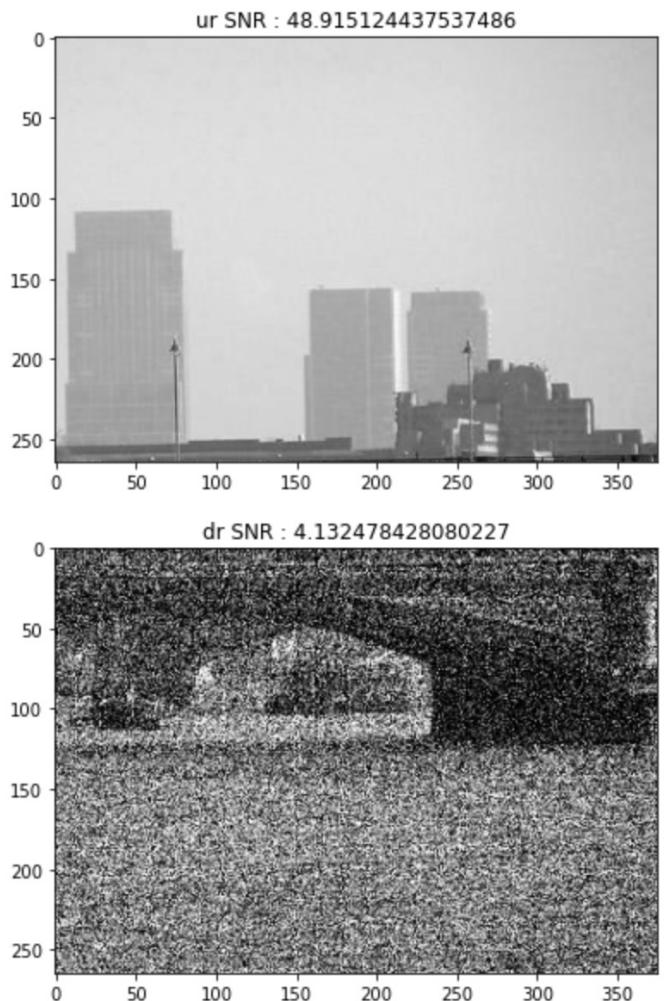
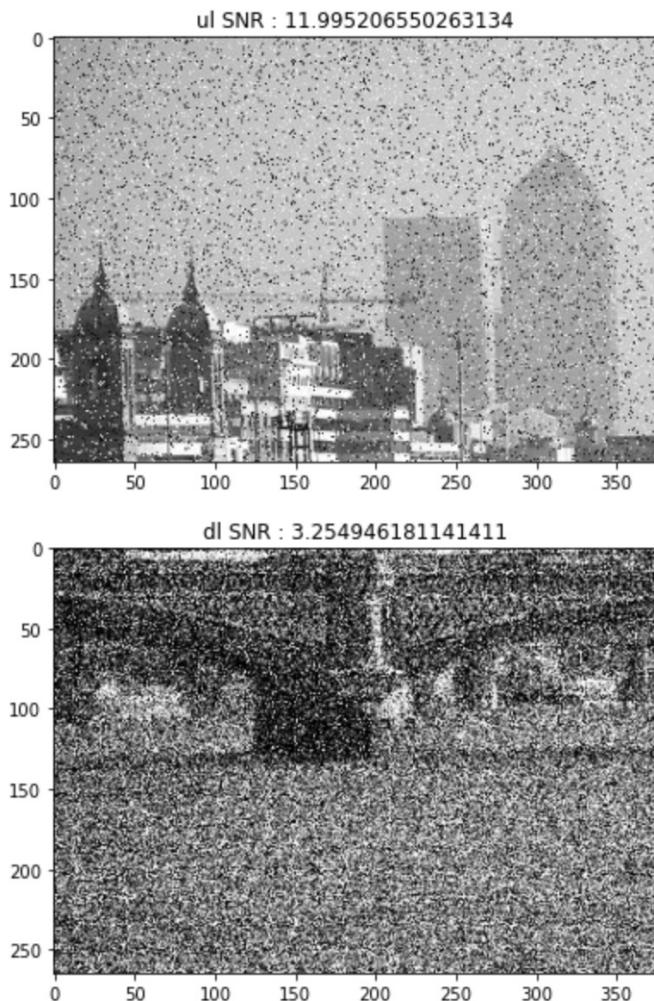
$$\begin{aligned} \overline{f_{(m_1, y)}}^* &= f_{(m_1, y)}^* \\ \text{f is real} &\rightarrow F_{(u,v)}^* = \iint_{-\infty}^{\infty} f_{(m_1, y)}^* e^{-j2\pi(u(-x)+v(-y))} dx dy \\ &= \iint_{-\infty}^{\infty} f_{(-x, -y)}^* e^{-j2\pi(u(-x)+v(-y))} dx dy = \mathcal{F}_{(f_{(-x, -y)})} \end{aligned}$$

$$\rightarrow f_{(-x, -y)} = \mathcal{F}^{-1} \left\{ F_{(u,v)}^* \right\} \quad \text{معنی} (f_{(u,v)}) \text{ Conj} \quad \text{و FFT} \text{ ای } f_{(-x, -y)}$$

$$\rightarrow f_{(m_1, y)} \xrightarrow{\text{FFT}} F_{(u,v)} \xrightarrow{\text{Conj}} F_{(u,v)}^* \xrightarrow{\text{IFFT}} f_{(-x, -y)}$$

سوال (۱)

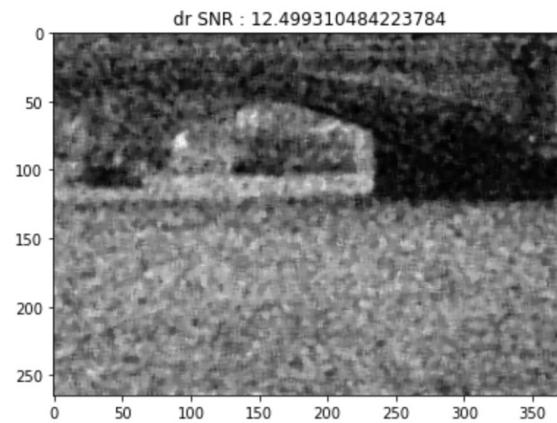
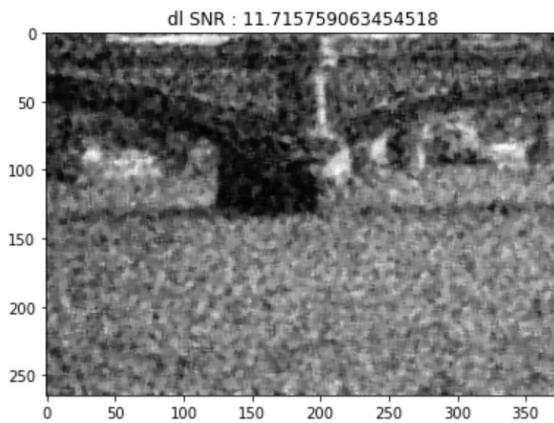
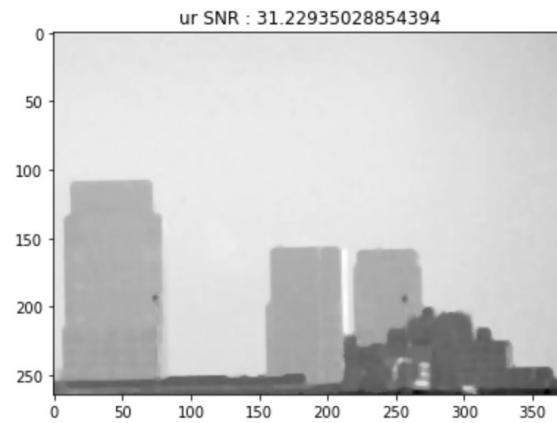
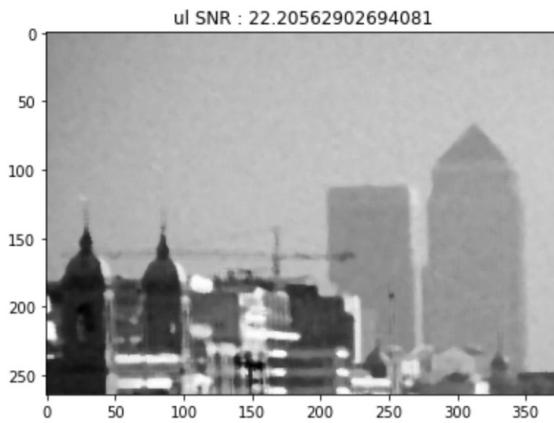
تصاویر لود شده و تابع SNR مانند سوال نوشته شده و تصویر نویزی SNR های زیر را دارد:



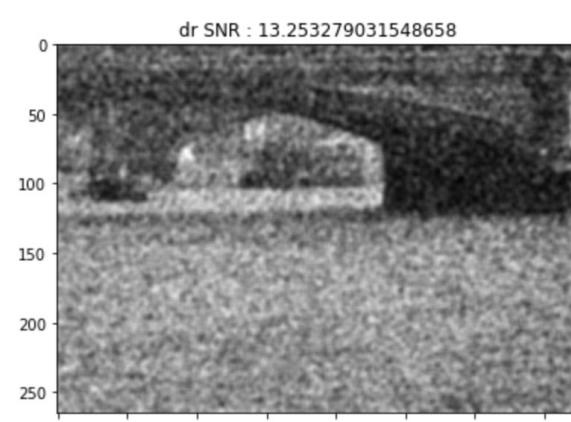
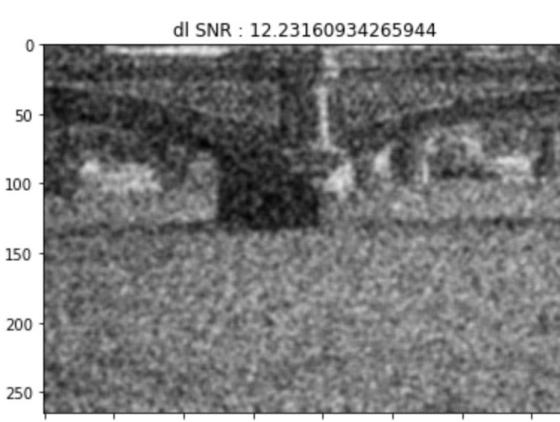
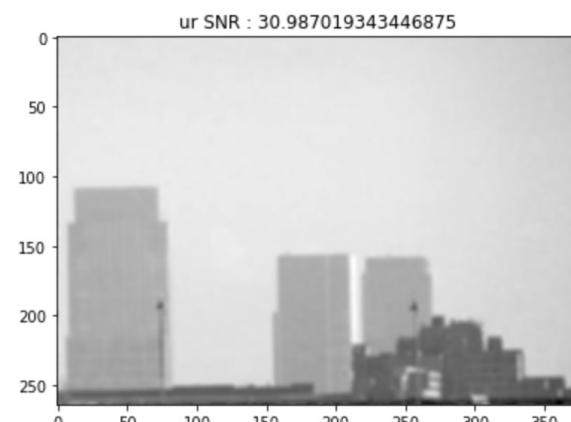
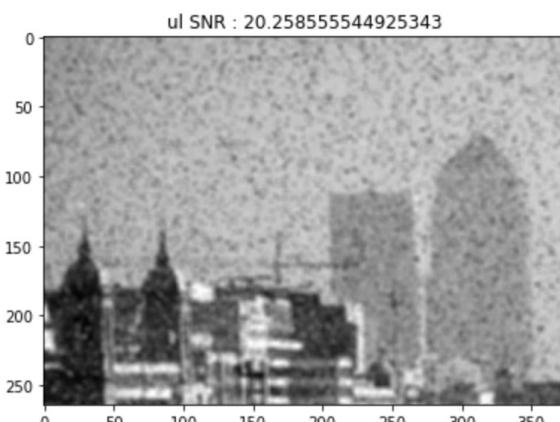
فیلتر ها به ترتیب میانه (با اندازه ۵) گاوی (اندازه ۵) و بهترین سیگما برای حذف نویز گاوی (۱.۸۱) و میانگین (به اندازه ۴) امداداند.

همچنین فیلتر ها طوری انتخاب شدند که SNR بالا راست همه یکسان باشد تا فیلتر ها نسبتاً معادل باشند.

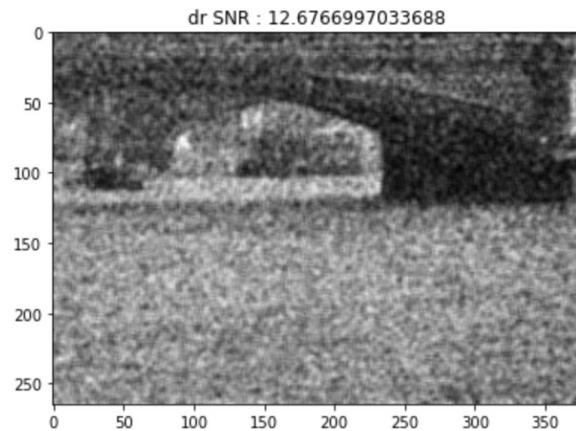
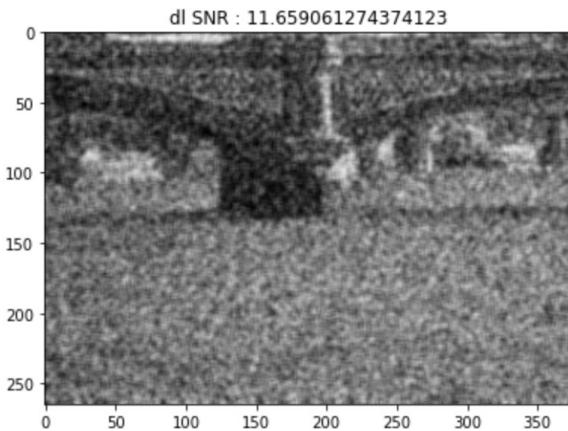
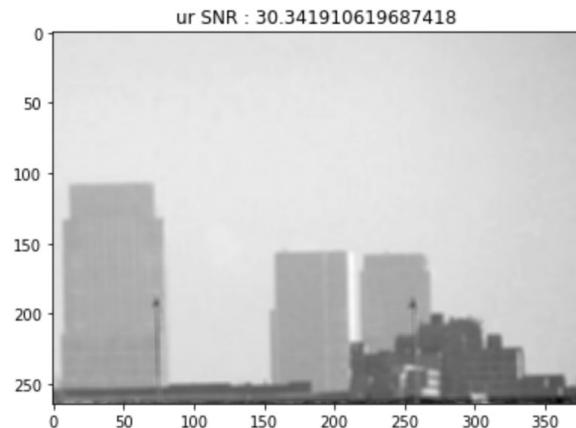
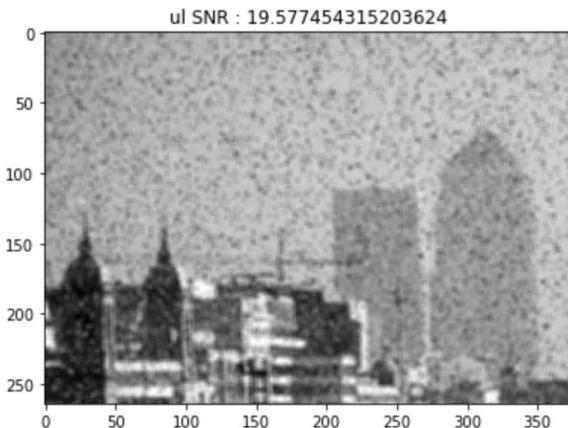
همانطور که از تصویر و مقادیر SNR مشخص است فیلتر میانه عملاً نویز نمک و فلفل را کاملاً حذف میکند اما بر روی نویز گاویسی به ان شدت اثری ندارد.



فیلتر گاویسی بیشترین SNR برای نویز گاویسی را دارد و به این معناست که همانطور که از تصاویر نیز مشخص است بیشترین حذف را در نویز گاویسی دارد اما نویز نمک و فلفل را به اندازه فیلتر میانه کاهش نمیدهد.



و در نهایت فیلتر میانگین گیر است که بد ترین عملکرد بر روی نویز نمک و فلفل را دارد (و حتی ان را تشدید نیز ظاهرا کرده است!) و کمی هم نویز گاوی را حذف کرده که در شکل مشخص است اما تا حدی تصاویر را تار میکند.

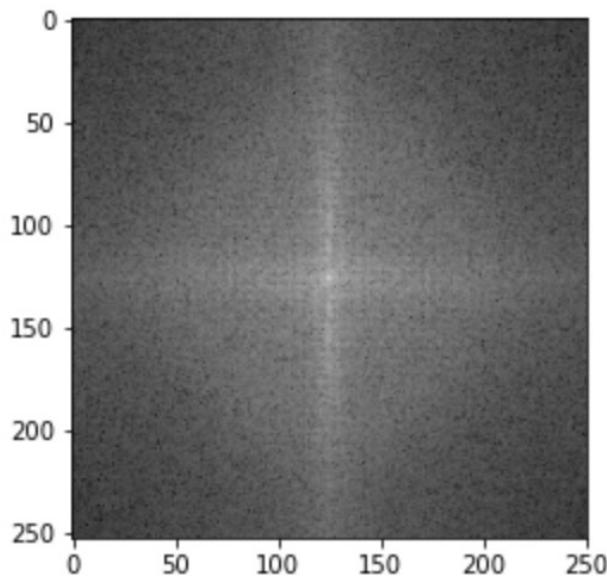


بر اساس جدول بهترین نتیجه این است که با مدین نمک و فلفل حذف شود و با گاوی نویز گاوی

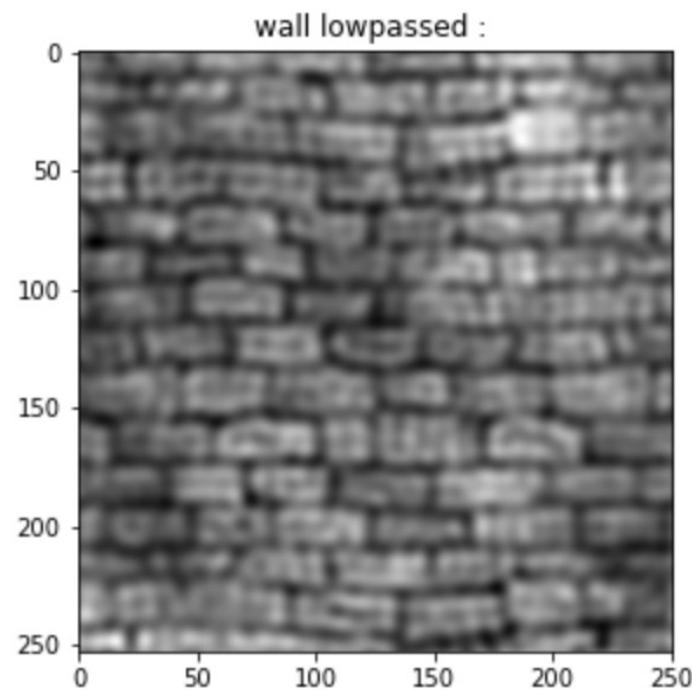
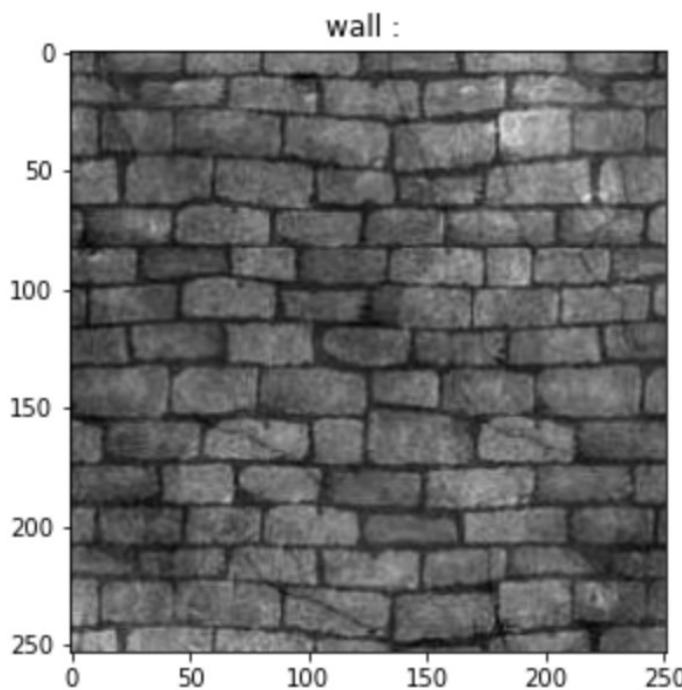
نوع فیلتر :	بالا چپ(نمک فلفل)	راست پایین(گاوی)	پایین چپ(هر دو)
بدون فیلتر	12.0	4.13	3.25
مدین	22.2	12.5	11.7
گاوی	20.3	13.3	12.2
میانگین	19.6	12.7	11.7

(۲) سوال

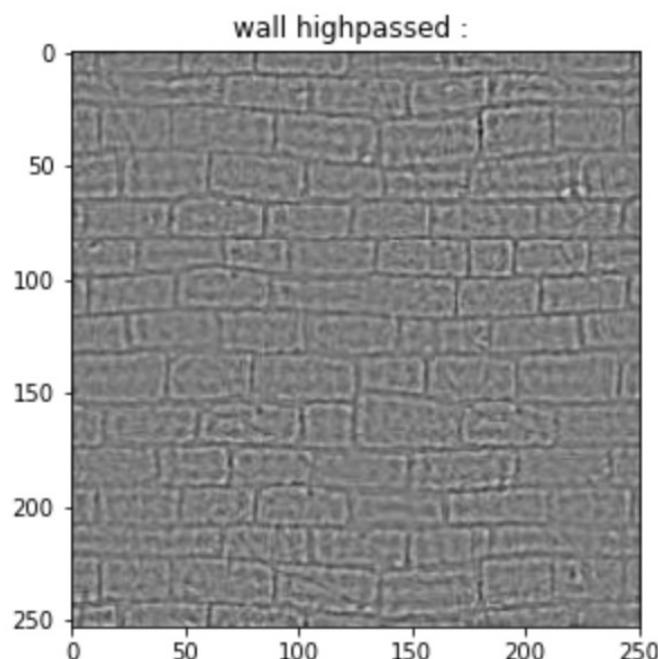
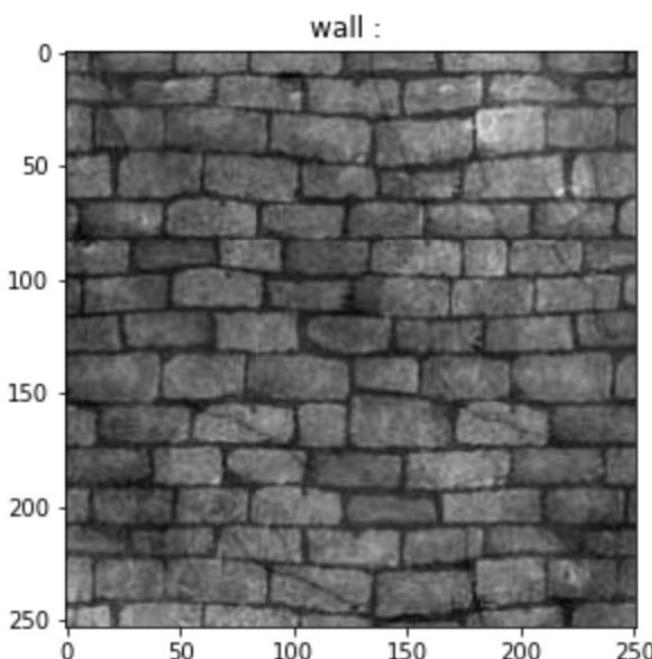
الف) تبدیل فوریه مانند زیر است که دو خط سفید به دلیل خطوط افقی و عمودی دیوار است.



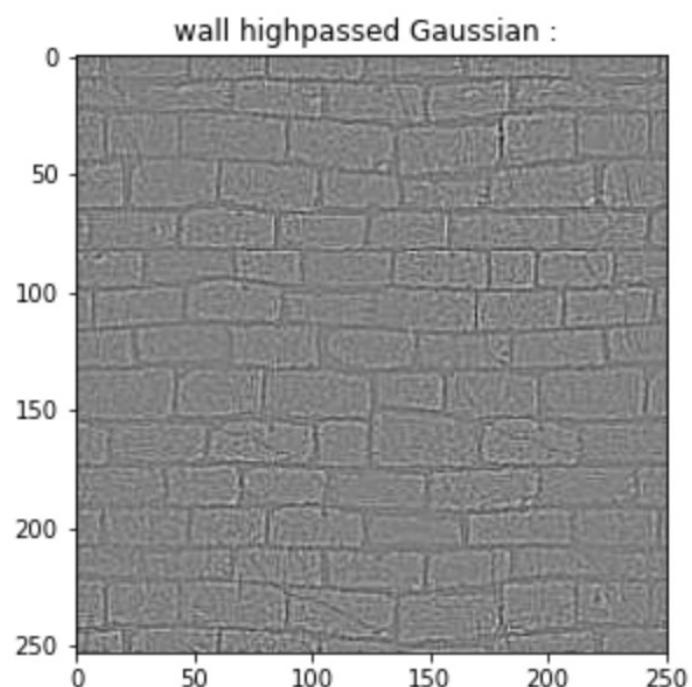
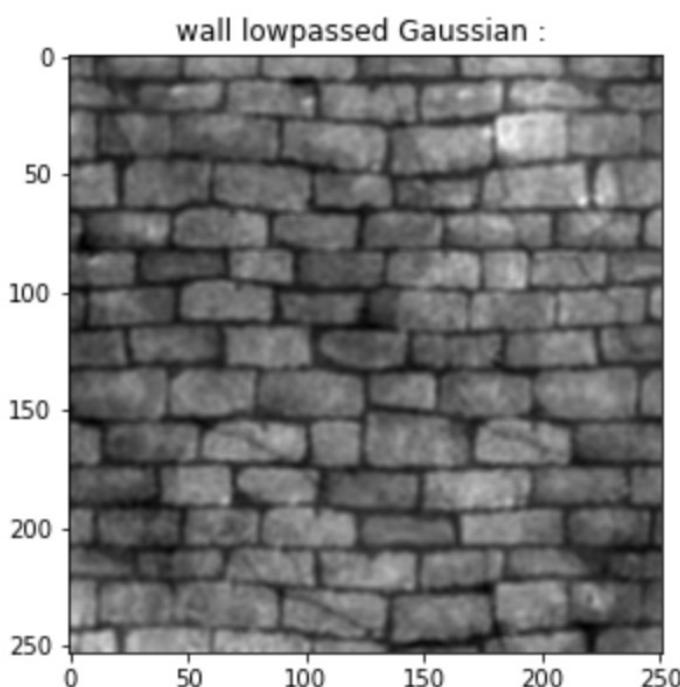
ب) فیلتر ایدهال(دایروی) در حوزه فرکانس با فرکانس قطع 30° :



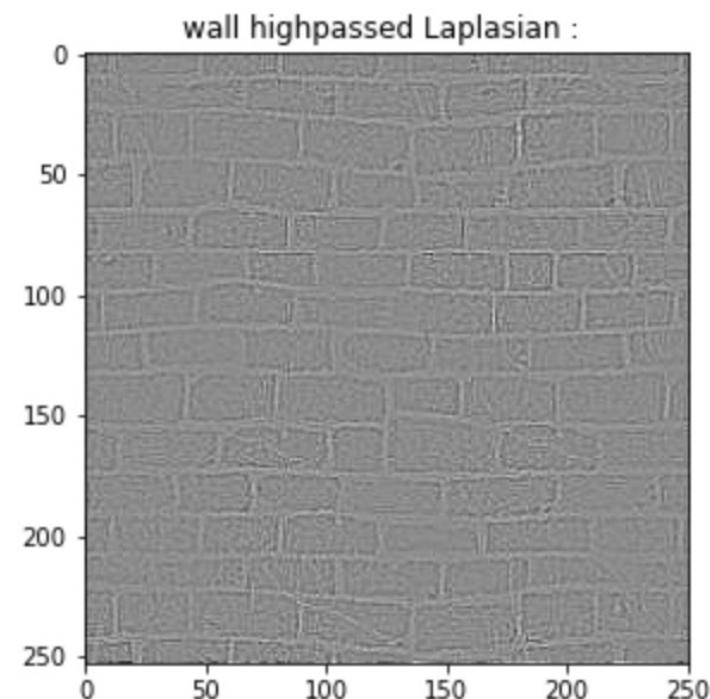
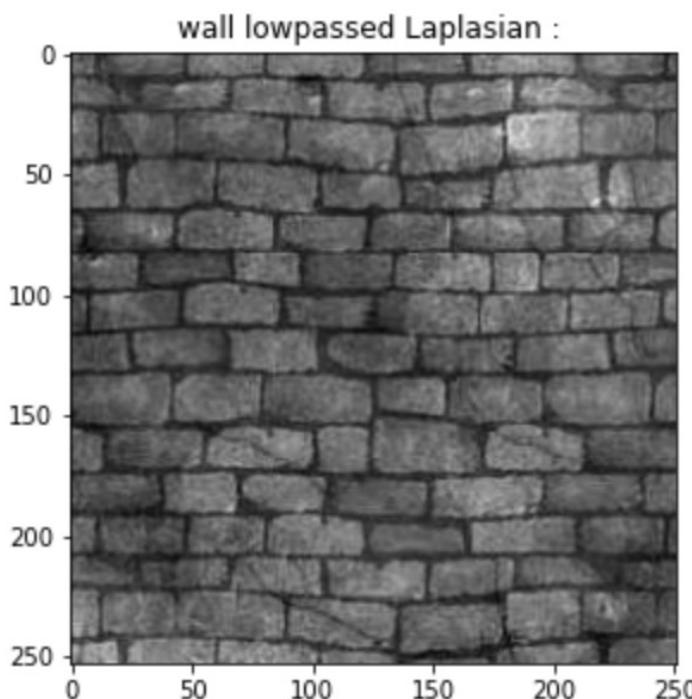
ج) فیلتر بالاگذر با فرکانس قطع ۳۰ : (نتایج فیلتر ها هم بسیار مشابه است، به جز ایده ال که مربع های ریز دارد و لاپلاسی که بالاگذرش به دقت لبه را تشخیص داده و فیلتر کرده است.)



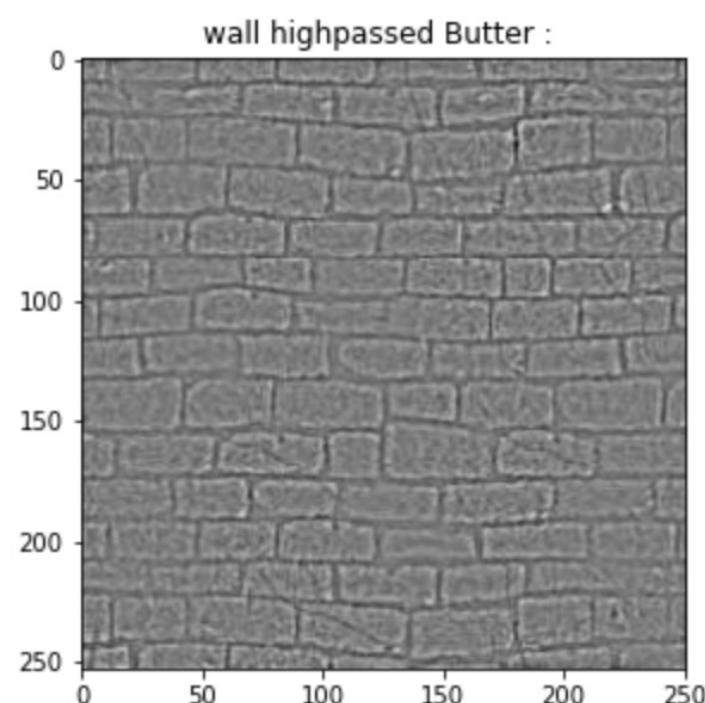
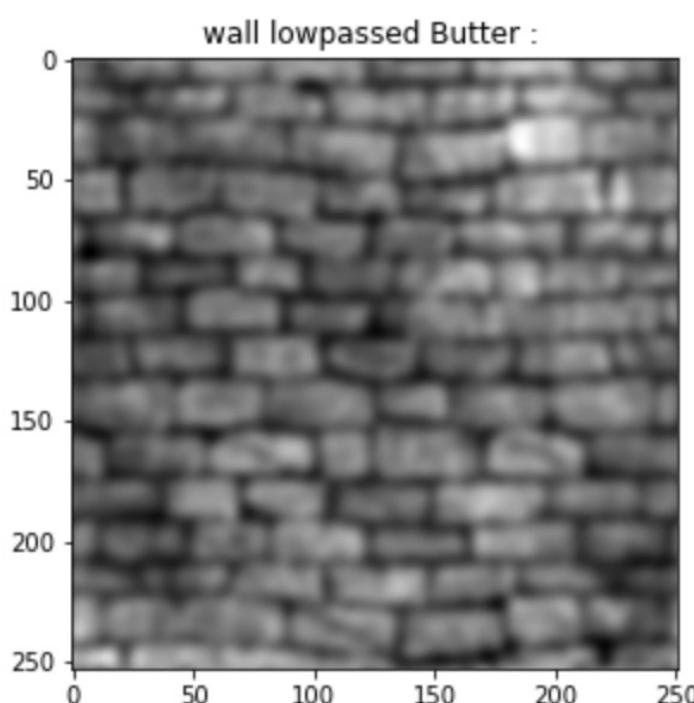
د) گاوی با سیگما : ۱۰ :



فیلتر لپلاسی :



: D0 = 25 و فرکانس ۳ مرتبه با پاترورث :

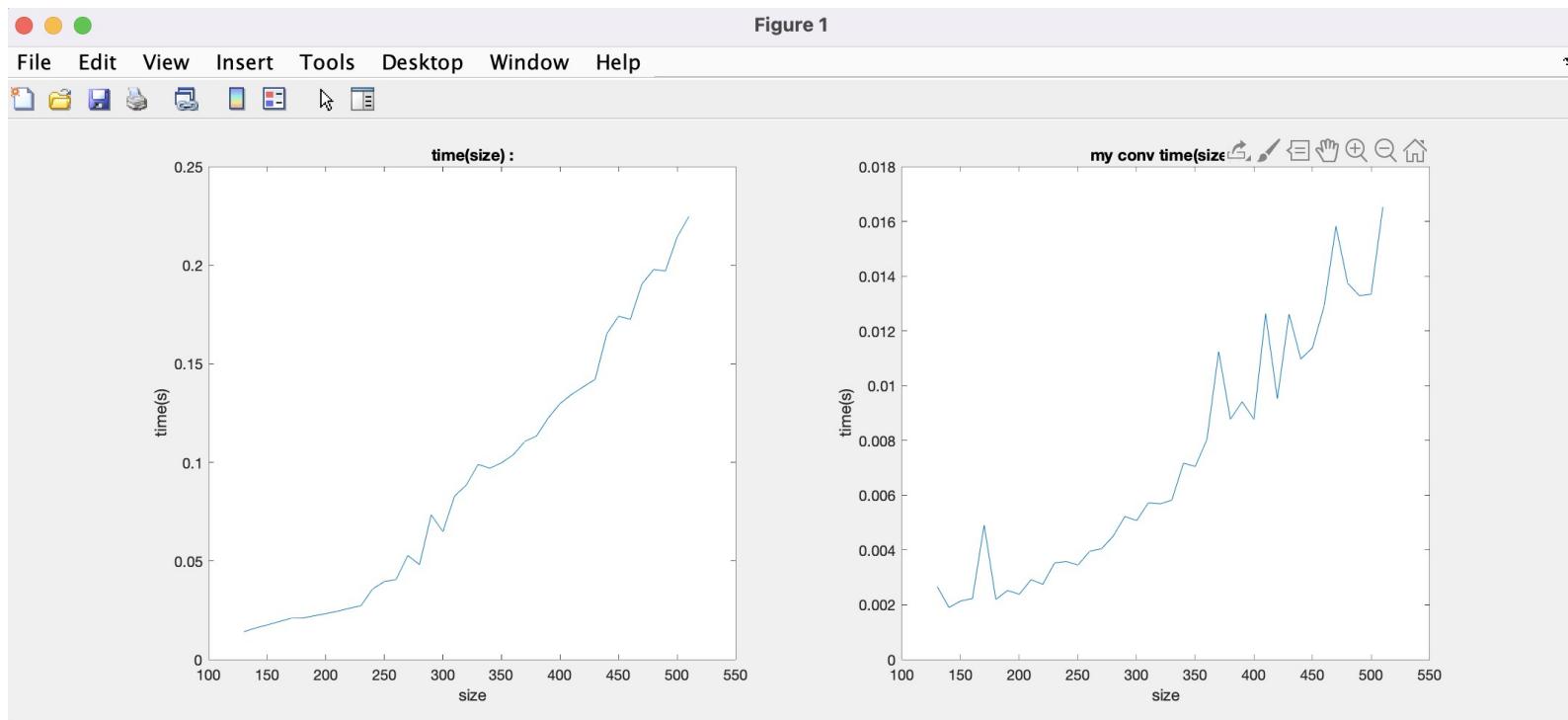


۵) مشکل اولیه فیلتر ایده ال بی نهایت بودن اندازه در حوزه زمان است و مشکل دیگر اثر رینگ است که ناشی از تداخل سینک در تصویر و به وجود امدن الگوهای تداخلی مانند مربع های ریز در تصویر میگردد.

الف) زمان کانولوشن مربع به ضلع ۵۱۲ حدودا ۰.۲۲ ثانیه میشود.

شكل چپ تابع متلب و سمت راست تابع خودم با fft است که حدودا ۱۳ برابر سریع تر است!!

همچنین یک مربع مشکی با سایز مشخص شده در محور افقی که مربع سفیدی به اندازه ۱۲۸ داخلش هست کانوالو شده است.



ب) زمان لازم برای انجام کانولوشن در حالت تک بعدی N ضرب به ازای هر نقطه است و برای N نقطه زمان کانولوشن با اردر N^2 رابطه دارد اما برای تصویر که دو بعدی هست برای هر بعد N^2 و در نهایت N^4 اردر زمانی کانولوشن است که توابع بالا توانی با توان کم تر هستند و به ان شکل رشد نمیکنند که به دلیل روش های محاسبه کانولوشن توسط متلب است(مانند حالت پله ای برای توان های دو)

ج) بدون استفاده از توابع اماده متلب از تصاویر فوریه گرفته شده و ضرب شده و در نهایت فوریه معکوس گرفته شده که معادل با کانولوشن در حوزه زمان است.

شیفت در حوزه زمان با ضرب در ای به توان معادل است :

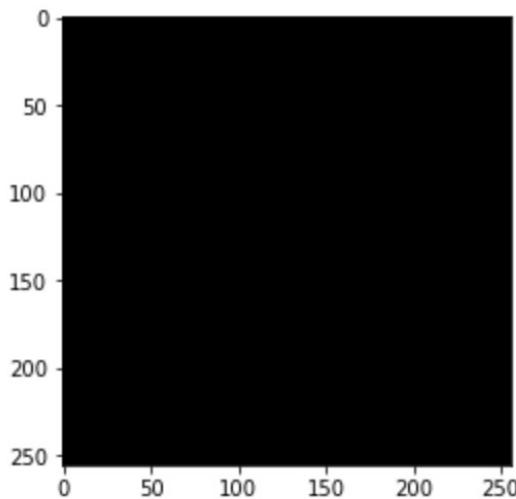
$$f(x - x_0, y - y_0) \Leftrightarrow F(u, v) e^{-j2\pi(ux_0/M + vy_0/N)}$$

فیلتر مربوطه در حوزه فرکانس پیاده سازی شده و اندازه آن هم در شکل زیر کشیده شده و همچنین کمترین مقدار و بیشترین هر دو یک هستند که انتظار میرفت.

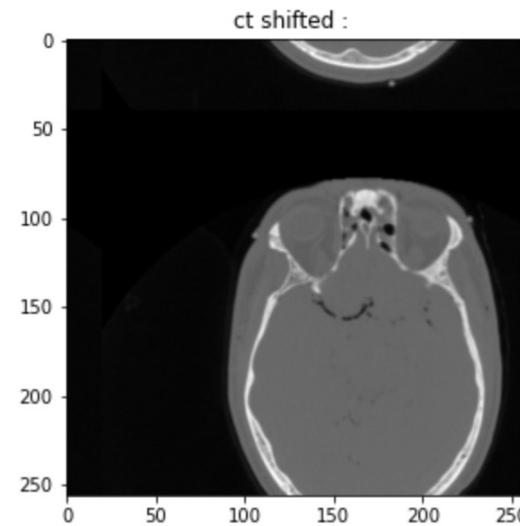
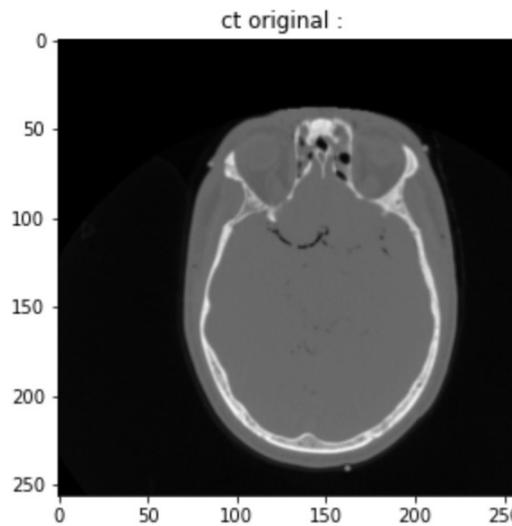
```
H = np.zeros((m,n)).astype(complex)
for i in range(m):
    for j in range(n):
        H[i,j] = np.exp(-1j*40*(i-m/2)*(2*np.pi/m) - 1j*20*(j-n/2)*(2*np.pi/n))

plt.imshow(255*np.round_(np.abs(H)).astype(np.uint8),cmap='gray')
print(np.max(np.abs(H)),np.min(np.abs(H)))
```

1.0 0.9999999999999999

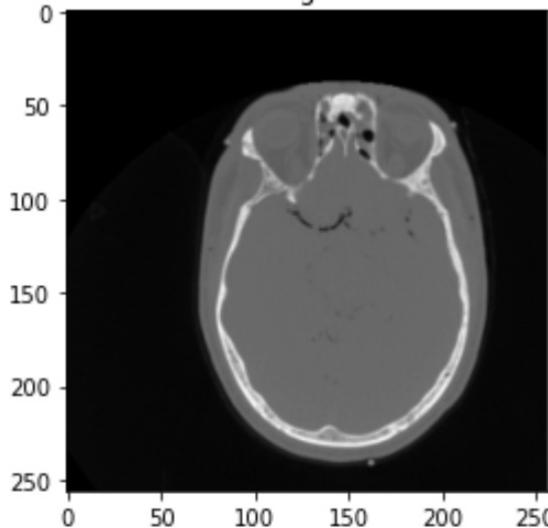


تصویر اصلی و شیفت یافته :



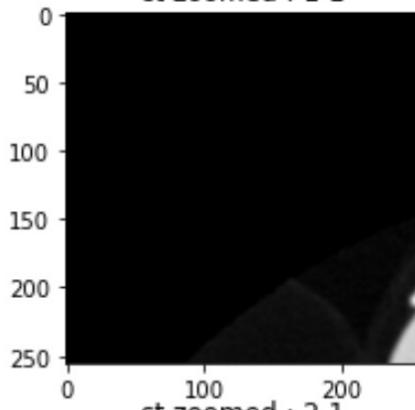
zoom = 3.0

ct original :

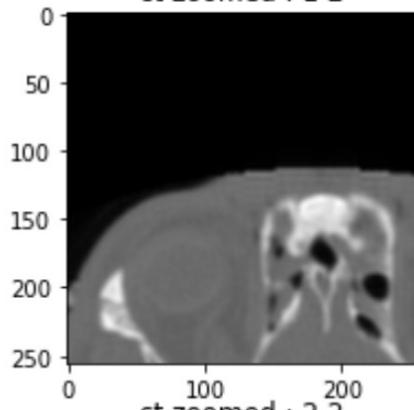


اگر فوریه تصویر را به اندازه ۳ برابر زیرو پد کنیم در حوزه زمان نیز اپ سمپل شده و اندازه آن سه برابر میشود و پیکسل های میانی درونیابی میشود و نتیجه مانند زیر است که جزئیات بیشتری را شامل میشود.

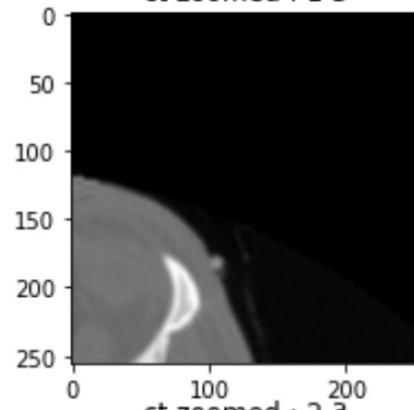
ct zoomed : 1 1



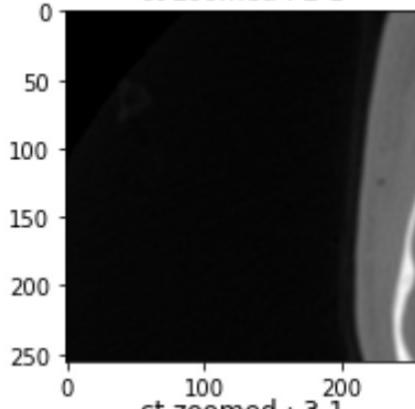
ct zoomed : 1 2



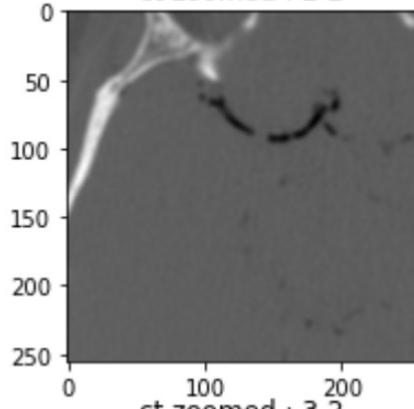
ct zoomed : 1 3



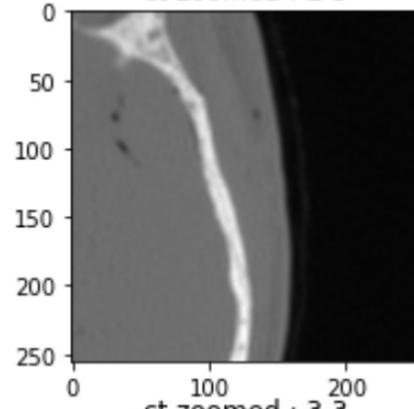
ct zoomed : 2 1



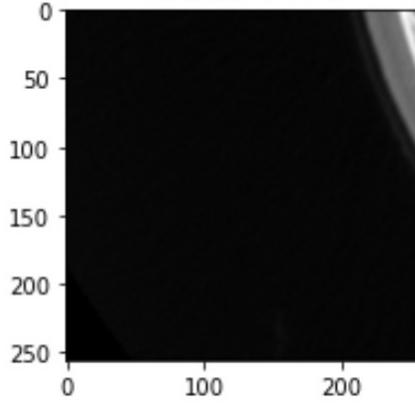
ct zoomed : 2 2



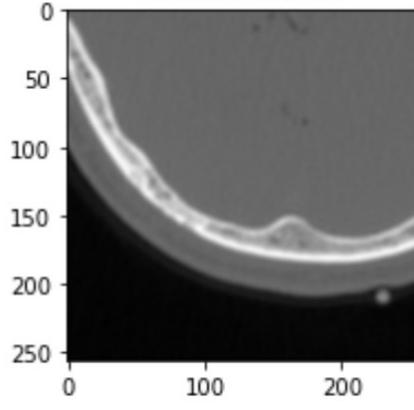
ct zoomed : 2 3



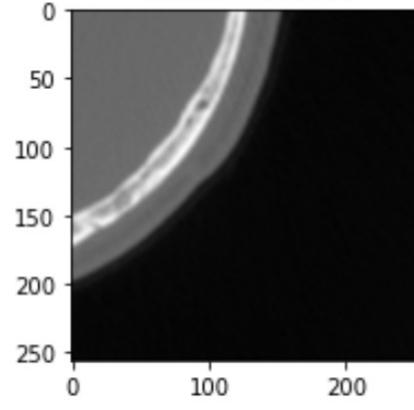
ct zoomed : 3 1



ct zoomed : 3 2



ct zoomed : 3 3



سوال ۶)

تصاویر و نتایج ترکیب در شکل زیر اورده شدند که تصویر با فاز دست شبیه به دست و تصویر با فاز مغز شبیه به مغز است که نتیجه میدهد بیشتر اطلاعات تصویر در فاز آن است و نه در اندازه آن!

