

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه  
گاوزنگ، زنجان



دانشکده علوم رایانه و فناوری اطلاعات

درس: شبکه های عصبی مصنوعی  
تمرین ۴

استاد: دکتر مهدی وثیقی

دانشجو: امیرحسین صفری

شماره دانشجویی: ۱۴۰۱۴۱۲۱

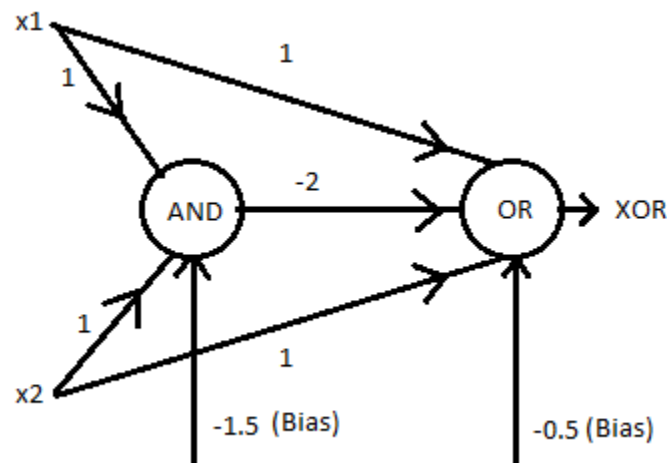
آبان ۱۴۰۱



○ Is it possible to solve the problem of XOR using just two neurons?

بله این امکان وجود دارد که مسئله ی xor با دو نورون (پرسپترون) حل شود. بدین صورت که اگر xor را به صورت تفریق گیت or و and در نظر بگیریم، می توانیم راه حلی برای حل مسئله با دو پرسپترون بیابیم.

x1	x2	OR	AND	XOR=(OR-AND)
0	0	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	1	0	1
1	1	1	1	0



با توجه به شکل بالا، با در نظر گرفتن  $x_1$  و  $x_2$  به عنوان ورودی ها و مقدار  $-1.5$  و  $-0.5$  به عنوان مقادیر بایاس نورون ها و همچنین نسبت دادن وزن  $-2$  به خروجی نورون and (که گیت and را شبیه سازی می کند) و همچنین نورون or (که گیت or را شبیه سازی می کند) می توان xor را پیاده سازی کرد.

خروجی هر نورون، با توجه به فرمول زیر، برابر 0 یا 1 می باشد و این خروجی ها با مقدار وزن نوشته شده ضرب شده و به نورون بعدی به عنوان ورودی فرستاده می شود.

```
If ( $\sum (x_i * w_i) + \text{bias}$ ) {
```

```
    Out = 1
```

```
}
```

```
else {
```

```
    Out = 0
```

```
}
```

حالات مختلف:

•  $x_1 = 0, x_2 = 0$

در این حالت نورون and خروجی صفر را خواهد داشت و همچنین نورون or خروجی آن صفر خواهد بود که در نهایت مقدار xor صفر خواهد بود که مقداری هست که از xor انتظار می رود.

$$0 > 0*1 + 0*1 + -1.5 \Rightarrow \text{out} = 0 \text{ (output of and neuron)}$$

$$0 > 0*1 + 0*(-2) + 0*1 + -0.5 \Rightarrow \text{out} = 0 \text{ (output of or neuron)}$$

$$\text{Output of xor} = 0 \quad \checkmark$$

•  $x_1 = 1, x_2 = 0$  یا  $x_1 = 0, x_2 = 1$

در این صورت نیز خروجی نورون and صفر خواهد بود، اما خروجی نورون or، حتی با وجود بایاس -0.5 نیز برابر یک خواهد شد ( $\text{out} = 1$ ) که در نهایت مقدار xor برابر یک خواهد بود که مقداری هست که از xor با این ورودی ها انتظار می رود.

$$0 > 1*1 + 0*1 + -1.5 \Rightarrow \text{out} = 0 \text{ (output of and neuron)}$$

$$0 < 1*1 + 0*(-2) + 0*1 + -0.5 \Rightarrow \text{out} = 1 \text{ (output of or neuron)}$$

$$\text{Output of xor} = 1 \quad \checkmark$$

•  $x_1 = 1, x_2 = 1$

با یک بودن هر دو ورودی، خروجی نورون and برابر یک خواهد بود؛ این مقدار با وزن -2 ضرب خواهد شد و مقدار منفی بزرگی به نورون or وارد می شود و با وجود یک بودن هر دو ورودی به آن ها غلبه می کند و خروجی نورون or صفر می شود که در نهایت مقدار xor برابر صفر خواهد بود که مقداری هست که از xor با این ورودی ها انتظار می رود.

$$0 < 1*1 + 1*1 + -1.5 \Rightarrow \text{out} = 1 \text{ (output of and neuron)}$$

$$0 > 1*1 + 1*(-2) + 1*1 + -0.5 \Rightarrow \text{out} = 0 \text{ (output of or neuron)}$$

$$\text{Output of xor} = 0 \quad \checkmark$$