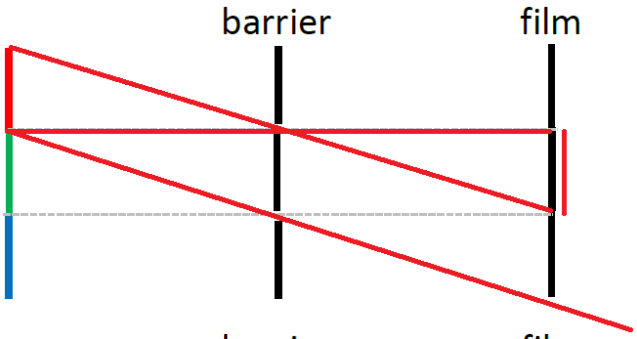
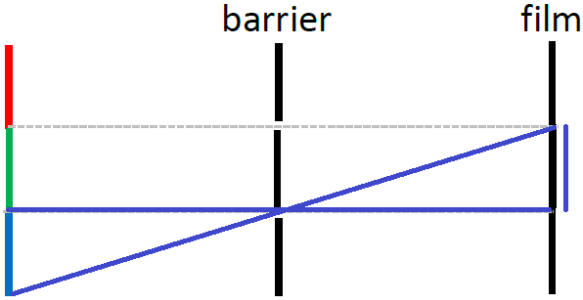
۱.الف) مدل دوربین pinhole ساده‌ترین دستگاه تصویر برداری است. کم و زیاد شدن دریچه در این دوربین چه اثری دارد؟ بزرگ‌تر کردن دریچه باعث تار شدن تصویر ثبت شده می‌شود چون نور بازتاب شده از یک نقطه از تصویر ممکن است به دو نقطه‌ی مختلف از film بتابد و این پدیده باعث می‌شود با ترکیب شدن آن دو نقطه از صحنه در یک نقطه از تصویر ثبت شده تاری تصویر بوجود بیاید. با کوچک‌کردن دریچه می‌توانیم تاری تصویر را کم کنیم اما چون مقدار نوری که به دوربین وارد می‌شود را کم کرده‌ایم، تاثیر نویز روی آن بیشتر خواهد بود و اگر از حدی بیشتر دریچه را کوچک کنیم بدلیل عبور نور از یک ناحیه بسیار باریک پدیده فیزیکی پراکندگی نور ثبت تصویر را با مشکل مواجه خواهد کرد که باز هم باعث تاری تصویر می‌شود.

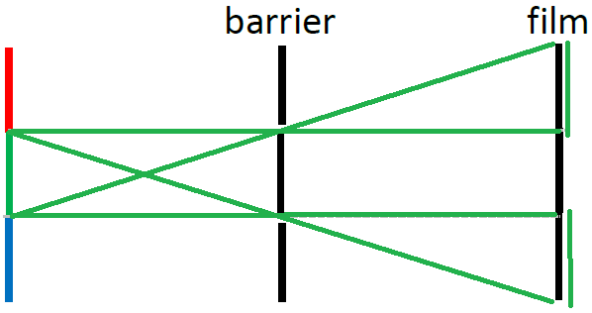
۱.ب) ... تصویر ثبت‌شده با دوربین را بدست آورید.



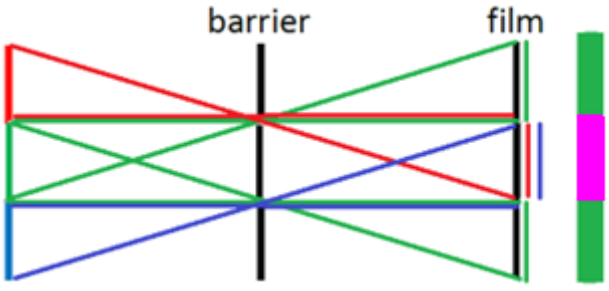
نور بازتاب شده از قسمت قرمز رنگ از دریچه بالایی به قسمت وسطی فیلم می‌رسد. محل قرارگیری قسمت قرمز رنگ بطوری است که از دریچه پایینی نور منعکس شده از آن به فیلم نمی‌رسد.



بطور مشابه نور بازتاب شده از قسمت آبی‌رنگ شی هم فقط از دریچه پایینی و فقط به قسمت وسطی فیلم می‌رسد.

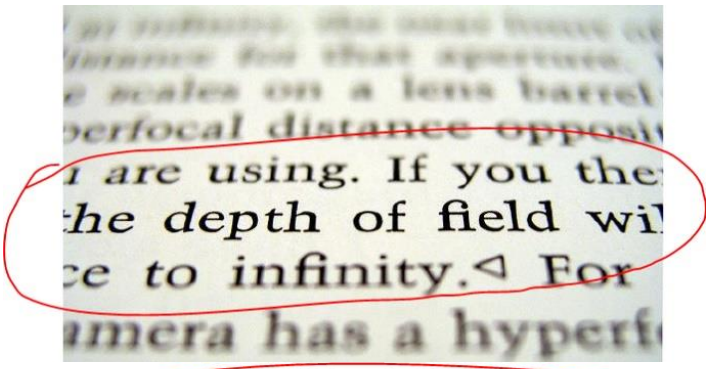


نور بازتاب شده از قسمت سبزرنگ از دریچه بالایی به قسمت بالایی فیلم و از دریچه پایینی به قسمت پایینی فیلم می‌رسد اما به قسمت وسطی فیلم نمی‌رسد.

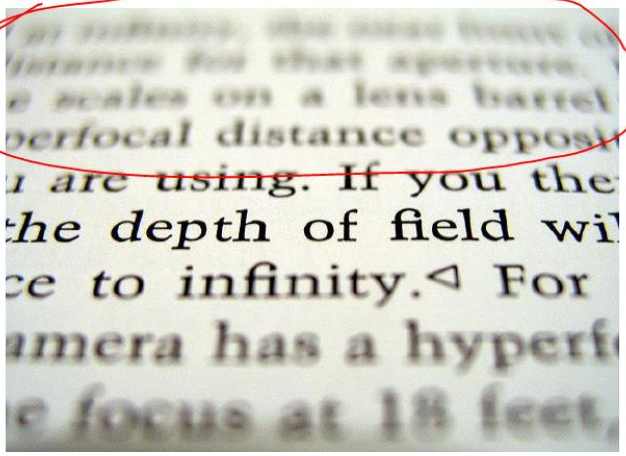


در مجموع با توجه به تحلیل جداگانه‌ای که در بالا برای هر یک از سه قسمت رنگی شی انجام شد می‌توانیم بگوییم تصویر نهایی احتمالا به این شکل ثبت خواهد شد که قسمت بالا و پایینی تصویر به رنگ سبز خواهد بود و قسمت وسطی چون هم نور طیف قرمزرنگ و هم آبی‌رنگ تابیده پس احتمالا به رنگ ارغوانی خواهد بود.

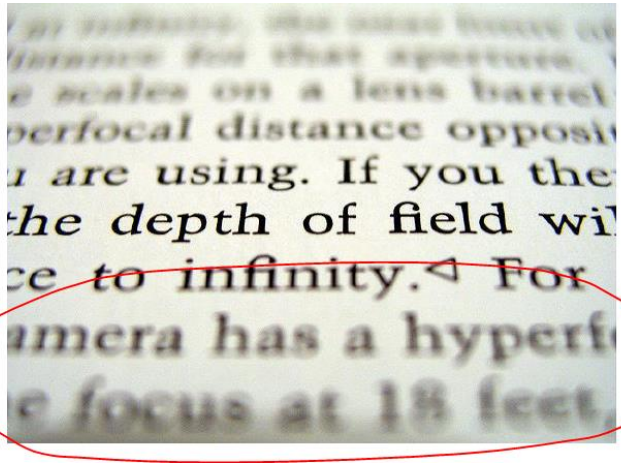
۲. دوربین لنزدار استفاده شده است. چون مشکل محدود بودن عمق میدان بدلیل همگرانشدن و متمرکزنشدن انعکاس نوری است که از شی مورد نظر به لنز دوربین لنزدار می‌تابد و هر شی‌ای که نزدیک به فاصله u با شرط معادله لنز نازک ($\frac{1}{f}=\frac{1}{u}+\frac{1}{v}$) قرار نداشته باشد بطور متمرکز و صاف در تصویر ثبت نمی‌شود چون تصویر تابیده شده به نقاط مختلف لنز، در نقطه‌ای غیر از روی فیلم عکاسی همگرا و متمرکز می‌شود که مطلوب نیست.



قسمتی از متن که تقریبا در وسط قرار دارد و بصورت نسبتا واضح ثبت شده است احتمالا در فاصله‌ی تقریبا u از لنز دوربین قرار گرفته بطوری که معادله ($\frac{1}{f}=\frac{1}{u}+\frac{1}{v}$) برقرار باشد (در این معادله v فاصله لنز دوربین از صفحه فیلم عکاسی و f فاصله کانونی لنز است)



همچنین قسمت‌هایی که در فاصله بیشتری قرار گرفته‌اند یعنی u آن‌ها بیشتر است پس برای اینکه معادله لنز برای آن‌ها برقرار بشود باید v کمتری داشته باشد. پس تار شدن تصویر آن قسمت از متن که در بالای تصویر قرار گرفته و فاصله بیشتری با لنز دارد به علت این است که تصویر تابیده‌شده در نقطه‌ای بین لنز و فیلم همگرا می‌شود، نه روی فیلم عکاسی و تا به صفحه فیلم برسد واگرا می‌شود که علت تار شدن آن است.



بطور مشابه با توضیحات بالا، قسمتی از تصویر که در پایین تصویر قرار گرفته و مربوط به متنی است که نزدیک‌تر به لنز قرار گرفته چون u کمی دارد در فاصله دورتری همگرا می‌شود و وقتی نورهای تابیده‌شده از آن به صفحه فیلم عکاسی می‌رسد هنوز همگرا نشده و به همین دلیل کمی تار ثبت می‌شود.

برای بهبود کیفیت تصویر نیاز داریم کاری کنیم عمق میدان افزایش یابد. به این منظور از ترکیب لنز و دریچه استفاده می‌کنیم تا قسمت‌هایی از تصویر و اشیایی که فاصله‌شان با لنز u نیست کمتر تار شوند. نحوه عملکرد این راه‌حل هم به این صورت است که وقتی نور تابیده از یک شی دور یا نزدیک از دریچه عبور کند و سپس به لنز دوربین برسد، طبیعتا نور عبورکرده از دریچه قسمت‌های اضافی کمتری دارد و به همین علت تعداد نورهای تابیده شده از شی که واگرایی آن‌ها بخواهد روی پیکسل‌های مختلف تاثیر نامطلوب بگذارد بسیار کاهش می‌یابد و شی در تصویر ثبت‌شده واضح‌تر از حالت بدون دریچه ثبت خواهد شد. همچنین با توجه به حالت‌های مختلف عکاسی و شرایط نوری متفاوت، اندازه دریچه استفاده شده در کنار لنز هم می‌تواند برای بدست‌آمدن عمق میدان مطلوب تاثیرگذار باشد.

۳. معادله لنز نازک: $\frac{1}{f}=\frac{1}{u}+\frac{1}{v}$

معادله لنز برای شرایط گفته شده (f=10, u=30, v=10) برقرار نیست، پس احتمالا تصویر ثبت شده تا حدی تار خواهد بود. $\frac{1}{10}\neq\frac{1}{30}+\frac{1}{10}$

فاصله film و شی ثابت است یعنی u+v=40 ثابت است. از آن‌جایی که تعویض لنز برای تغییردادن f کار پرهزینه‌ای است احتمالا راه‌حل منطقی تغییر دادن فاصله لنز تا film است پس f را هم ثابت و برابر ۱۰ سانتی‌متر در نظر می‌گیریم.

v را بصورت 40-u می‌نویسیم تا یک مجهول در معادله باقی بماند:

$$\frac{1}{10}=\frac{1}{u}+\frac{1}{40-u}\Rightarrow\frac{1}{10}=\frac{40-u+u}{u(40-u)}=\frac{40}{u(40-u)}\Rightarrow 400=u(40-u)$$

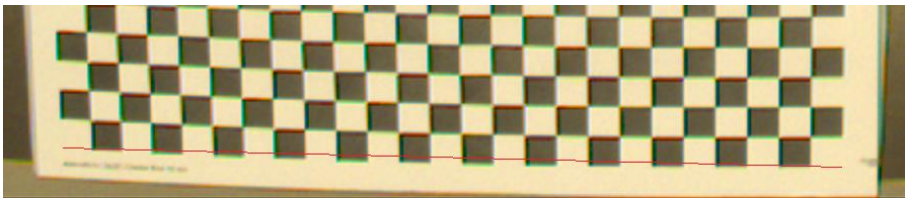
$$\Rightarrow -u^2+40u-400=0\Rightarrow u^2-40u+400=0\Rightarrow (u-20)^2=0\Rightarrow u=20cm$$

در نتیجه برای بهبود کیفیت تصویر ثبت‌شده از شی می‌توانیم فاصله لنز تا دوربین را حدود ۲۰ سانتی‌متر تنظیم کنیم.

۱.۴. بازکردن تصویر:

```
In [6]: import cv2
        image = cv2.imread("./images/img1.png", 1)
        image.shape

Out[6]: (1080, 1440, 3)
```

در مورد اعوجاج تصویر و دلایل آن توضیح دهید. اعوجاج یا Distortion در تصویر به این معناست که تصویر ثبت شده از یک شی بطور مصنوعی بزرگ باشد یا خطوط شی با انحنا و بصورت کروی ثبت شوند. یکی از دلایل اعوجاج نزدیکی بیش از حد لنز دوربین به شی است که باعث می‌شود نقطه‌ای از تصویر بسیار نزدیک به لنز و نقطه‌ای دیگر نسبت به آن فاصله، بسیار دورتر باشد و ایجاد اعوجاج کند. به این نوع از اعوجاج، اعوجاج چشم‌انداز می‌گویند که دلیل اصلی آن فاصله و موقعیت مکانی لنز و شی است.



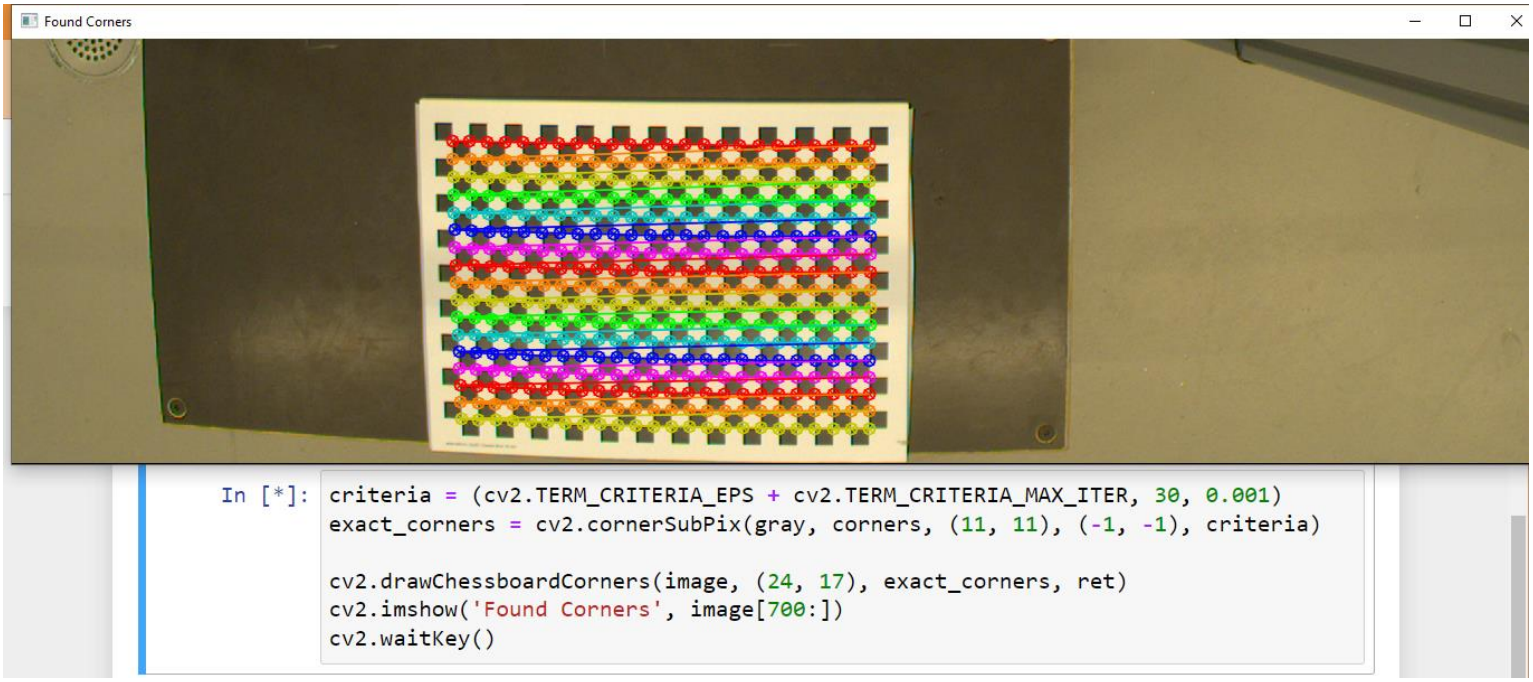
تقریبا هیچ لنز ساخته شده‌ای ایده‌آل نیست. در نوع دیگری از اعوجاج که به اعوجاج لنز معروف است، دلیل بوجودآمدن اعوجاج، خطا در ساخت لنز است. این نوع از اعوجاج دو نوع اصلی دارد:

- اعوجاج شعاعی: حاصل از شکل لنز است و معمولا در دوربین‌های ارزان‌قیمت بسیار محسوس است. در این نوع از اعوجاج در مرکز تصویر اعوجاج نداریم و با حرکت به سمت گوشه‌ها و مرزهای تصویر می‌رویم اعوجاج بیشتر و بیشتر می‌شود و خطوط منحنی‌تر دیده می‌شوند.
- اعوجاج مماسی: حاصل از فرآیند سوارکردن دوربین است که صفحه فیلم دوربین بصورت کاملا موازی با لنز سوار نشود و تا حدی زاویه‌دار باشد که هر چه بیشتر زاویه‌دار باشد طبیعتا مقدار اعوجاج مماسی افزایش می‌یابد.

۲.۴. ابتدا تصویر را به حالت grayscale (تک‌کاناله) تغییر دادم و سپس تصویر سیاه و سفید را در ورودی به findChessboardCorners دادم. این تابع ابعاد صفحه شطرنجی را هم در ورودی می‌گیرد. که این ابعاد در واقع ابعاد مربع‌های درونی صفحه شطرنجی است و یکی کمتر از ابعاد اصلی صفحه است. برای مثال در اینجا ابعاد صفحه شطرنجی که در تصویر داریم ۱۸در۲۵ است ولی ۱۷در۲۴ را به تابع ورودی دادم. ورودی سوم تابع هم نشان‌دهنده آرایه مقصد برای ذخیره‌سازی مختصات گوشه‌ها است که چون مختصات گوشه‌ها را از طریق خروجی تابع در corners ذخیره کردم از آن ورودی تابع استفاده نکردم و None دادم. در نهایت ret برابر True است، به این معنا که صفحه شطرنجی با ابعاد خواسته شده با موفقیت تشخیص داده شده و در یک آرایه‌ی ۴۰۸تایی (۴۰۸=۱۷×۲۴) مختصات گوشه‌ها (x,y) تحویل داده شده‌اند و در corners ذخیره کردم.

```
In [20]: gray = cv2.cvtColor(image, cv2.COLOR_BGR2GRAY)
         ret, corners = cv2.findChessboardCorners(gray, (24, 17), None)

In [25]: print(ret, corners.shape)
         corners[0]

         True (408, 1, 2)

Out[25]: array([[394.29108, 791.2645 ]], dtype=float32)
```

۳.۴.




```
In [*]: criteria = (cv2.TERM_CRITERIA_EPS + cv2.TERM_CRITERIA_MAX_ITER, 30, 0.001)
        exact_corners = cv2.cornerSubPix(gray, corners, (11, 11), (-1, -1), criteria)

        cv2.drawChessboardCorners(image, (24, 17), exact_corners, ret)
        cv2.imshow('Found Corners', image[700:])
        cv2.waitKey()
```

تابع cornerSubPix به یک criteria نیاز دارد تا بفهمد تا کی باید الگوریتم بهبود مختصات گوشه‌ها را ادامه دهد. به این صورت که اگر اجرای الگوریتم بیش از تعدادی مرحله مشخص (max_iteration که در اینجا مشابه مثال داک opencv ۳۰ دادم) طول بکشد ادامه ندهد یا اینکه اگر دقت بهبود یافته در یک مرحله از الگوریتم و مرحله‌ی بعدی آن کوچکتر از epsilon بهبود یافت (که epsilon را مشابه مثال داک opencv ۰.۰۰۱ دادم) الگوریتم را متوقف کند و ادامه ندهد. علاوه‌بر criteria تابع cornerSubPix دو پارامتر winSize و zeroZone را هم در ورودی دریافت می‌کند که پارامترهای مورد استفاده در الگوریتم بهبود مختصات گوشه‌ها هستند. winSize نصف سایز پنجره جستجو در الگوریتم است و zeroZone نصف سایز ناحیه‌ای است که در میانه اجرای الگوریتم آن را "ناحیه مرده" می‌نامد که اگر (-1,-1) داده شود در نظر می‌گیرد ناحیه مرده نداریم. هر دوی این پارامترها را مشابه مثال داک opencv وارد کردم. در نهایت بعد از پاس دادن خود تصویر، مختصات گوشه‌های بدست‌آمده از تابع قبلی و پارامترهای گفته شده در بالا، گوشه‌های بدست‌آمده را روی تصویر اصلی رسم کردم و در نهایت با imshow از ردیف ۷۰۰ به بعد تصویر را روی صفحه نمایش دادم که نتیجه را در بالا می‌بینید.

۴.۴

```
In [36]: import numpy as np
objp = np.zeros((24*17,3), np.float32)
objp[:,:2] = np.mgrid[0:24,0:17].T.reshape(-1,2)
ret, mtx, dist, rvecs, tvecs = cv2.calibrateCamera([objp], [corners], gray.shape[::-1], None, None)
ret, mtx, dist, rvecs, tvecs
```

```
Out[36]: (0.2297543291840789,
 array([[1.00523034e+03, 0.00000000e+00, 7.91267405e+02],
        [0.00000000e+00, 1.01547403e+03, 5.20946654e+02],
        [0.00000000e+00, 0.00000000e+00, 1.00000000e+00]]),
 array([[-0.20625612,  0.19893305, -0.00081862, -0.01649156, -0.18013834]]),
 (array([[-0.02364514],
         [ 0.03777357],
         [-0.00948477]]),),
 (array([[-24.33180779],
         [ 16.52202812],
         [ 60.43513479]]),))
```

پارامترهای ورودی تابع calibrateCamera:

- objectPoints: مختصات نقاط صفحه شطرنجی در فضای مختصاتی ۳بعدی. طبیعتا مختصه‌ی z همواره صفر است و x از ۰ تا ۲۳ و y از ۰ تا ۱۶ شمرده می‌شوند و در یک آرایه objectPoint ریخته می‌شود و در نهایت لیستی از این objectPointها به ازای هر تصویر گرفته شده برای فرآیند calibration به تابع داده می‌شود. (در اینجا چون فقط یک تصویر داریم لیست یک‌عضوی داده شده)
- imagePoints: لیستی از مختصات گوشه‌ها به ازای تصویرهای مختلف مورداستفاده در calibration
- imageSize: سایزهای تصویر، با ترتیب برعکس چیزی که shape. برمی‌گرداند.
- دو پارامتر دیگر که مربوط به تنظیمات جزئی الگوریتم calibration هستند اختیاری هستند و None داده شده‌اند.

پارامترهای خروجی تابع calibrateCamera:

- ret: خروجی اول خطای calibration است که در یک calibration مطلوب باید عددی بین ۰.۱ تا ۱ پیکسل باشد. خوشبختانه در اینجا به حدود ۰.۲ رسیده‌ایم.
- mtx: ماتریس مشخصه ذاتی دوربین
- dist: ضرایب اعوجاج (که در قسمت بعدی به این ضرایب نیاز داریم)
- rvecs: بردار rotation
- tvecs: بردار translation

۵.۴

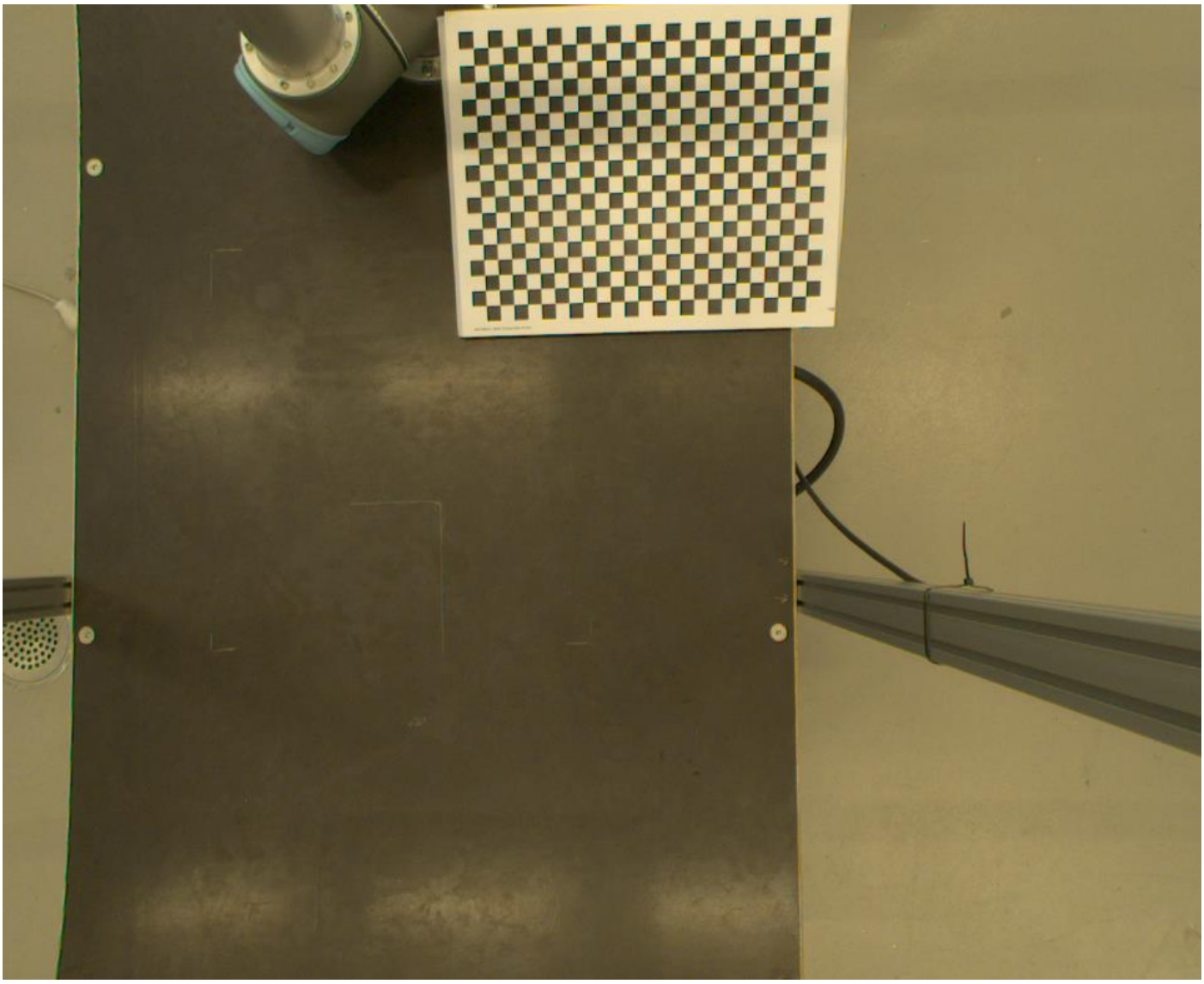
```
In [49]: k1, k2, p1, p2, k3 = dist[0]
print(f"k1: {k1}\nk2: {k2}\np1: {p1}\np2: {p2}\nk3: {k3}")
```

```
k1: -0.2062561242691053
k2: 0.19893304963023853
p1: -0.0008186200504633758
p2: -0.016491562084045258
k3: -0.18013834016531752
```

۶.۴

```
In [31]: image5 = cv2.imread("./images/img5.png", 1)
         w_h = image5.shape[1::-1]
         newcameramtx, roi = cv2.getOptimalNewCameraMatrix(mtx, dist, w_h, 1, w_h)

         # undistort
         dst = cv2.undistort(image5, mtx, dist, None, newcameramtx)

         # crop the image
         x, y, w, h = roi
         dst = dst[y:y+h, x:x+w]
         cv2.imwrite('calibresult1.png', dst)

Out[31]: True
```

تصویر ۵ را باز کردم و ابعاد آن را بدست آوردم و وارونه کردم تا به تابع getOptimalNewCameraMatrix بدهم. این تابع با توجه به ماتریس مشخصه دوربین و پارامترهای اعوجاج بدست‌آمده ماتریس مشخصه جدیدی برای دوربین بدست می‌آورد و ابعاد تصویر جدید را هم برای برش (crop) بعد از اصلاح اعوجاج در اختیار می‌گذارد. سپس به ترتیب اعوجاج برطرف شده و تصویر برش داده شده در فایل calibresult1.png ذخیره شده است.



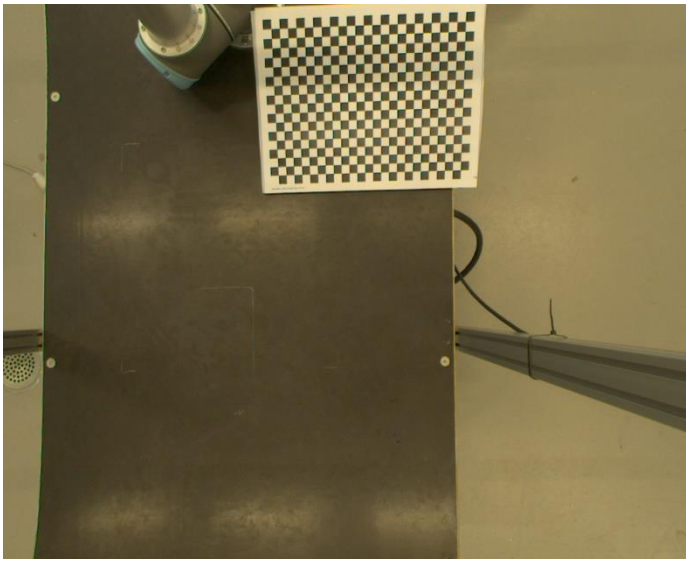
تصویر اصلاح‌شده img5 با استفاده از پارامترهای کالیبره img1

۷.۴

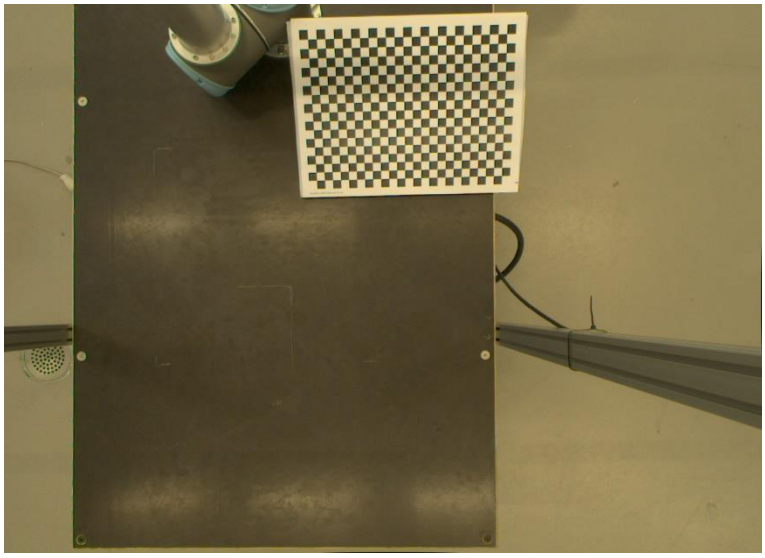
In [37]:
```
images = tuple(cv2.imread(f"./images/img{i}.png", 1) for i in range(1, 4 + 1))
grays = tuple(cv2.cvtColor(image, cv2.COLOR_BGR2GRAY) for image in images)
sizes = ((24, 17), (17, 24), (24, 17), (24, 17))
corners_list = tuple(cv2.findChessboardCorners(gray, size, None)[1] for gray, size in zip(grays, sizes))

objpoints = []
for size in sizes:
    objp = np.zeros((24*17,3), np.float32)
    objp[:,:2] = np.mgrid[0:size[0],0:size[1]].T.reshape(-1,2)
    objpoints.append(objp)

ret, mtx, dist, rvecs, tvecs = cv2.calibrateCamera(objpoints, corners_list, gray.shape[::-1], None, None)

newcameramtx, roi = cv2.getOptimalNewCameraMatrix(mtx, dist, w_h, 1, w_h)

# undistort
dst = cv2.undistort(image5, mtx, dist, None, newcameramtx)

# crop the image
x, y, w, h = roi
dst = dst[y:y+h, x:x+w]
cv2.imwrite('calibresult2.png', dst)
```

Out[37]: True

تصاویر img1 تا img4 را باز کردم و سیاه‌وسفید شده‌ی آن‌ها را در grays ذخیره کردم. در تصویر img2 برخلاف سه تصویر دیگر، صفحه شطرنج بصورت عمودی قرار گرفته است. پس سایزهای ذخیره شده برای دیگر imgها ۲۴در۱۷ و img2 را ۱۷در۲۴ گرفتم. با استفاده از سایزهای ذخیره شده و تصاویر سیاه‌وسفید شده از تابع findChessboardCorners کمک گرفتم و در corners_list[i] مختصات گوشه‌های تصویر iام را ذخیره کردم. مشابه قسمت ۴.۴ در اینجا هم بر حسب سایز صفحات شطرنج object pointها (نقطه‌ها در صفحه مختصاتی) را ایجاد کردم که در مورد img2 چون عمودی قرار گرفته size[0] و size[1] طبیعتا برعکس بقیه‌ی imgها است. در نهایت با لیست آماده شده از objpointها و مختصات گوشه‌ها به ازای هر تصویر، دوربین را کالیبره کردم و پارامترهای مربوط را برای اصلاح اعوجاج img5 پاس دادم.



img5 بعد از اصلاح بر اساس پارامترهای کالیبره img1



img5 بعد از اصلاح بر اساس پارامترهای کالیبره img1-img4

همانطور که از مقایسه دو تصویر آشکار است وقتی که فقط از پارامترهای کالیبره یک تصویر استفاده کردیم لبه‌های میز بصورت منحنی و تصویر دارای اعوجاج است ولی در تصویر سمت چپ که حاصل اصلاح اعوجاج بر اساس پارامترهای کالیبره ۴ تصویر است که صفحه شطرنج در هر یک از آن‌ها در زوایای مختلف و مکان‌های مختلفی قرار دارد نتیجه‌ی نهایی دارای خطوط بسیار صاف‌تر است و اعوجاج بسیار با دقت بیشتری اصلاح شده است. نتیجه این که اگر از یک تصویر برای اصلاح اعوجاج استفاده کنیم شاید کافی نباشد و بهتر است چندین تصویر با موقعیت‌های مختلف صفحه شطرنج را برای این کار استفاده کنیم.

منابع:

سوال ۲.۴: OpenCV: Camera Calibration

OpenCV: Camera Calibration and 3D Reconstruction

سوال ۳.۴: OpenCV: cv::TermCriteria Class Reference

OpenCV: Feature Detection

OpenCV: Camera Calibration

سوال ۴.۴: OpenCV: Camera Calibration and 3D Reconstruction

python - Meaning of the retval return value in cv2.CalibrateCamera - Stack Overflow

سوال ۵.۴: OpenCV: Camera Calibration

سوال ۶.۴: OpenCV: Camera Calibration

سوال ۷.۴: OpenCV: Camera Calibration