הרצאה 1 פיזיקה 2

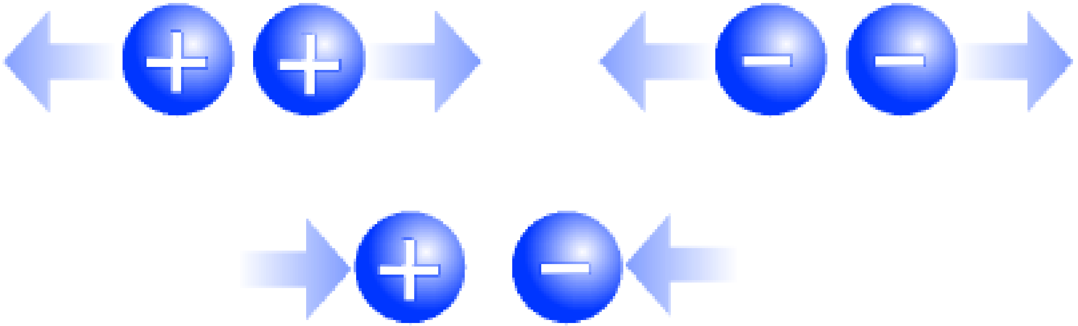
פאטמה חמודה

FatemaH@braude.ac.il

שעת קבלה יום ראשון 12-13 בתיאום מראש במייל

הקדמה

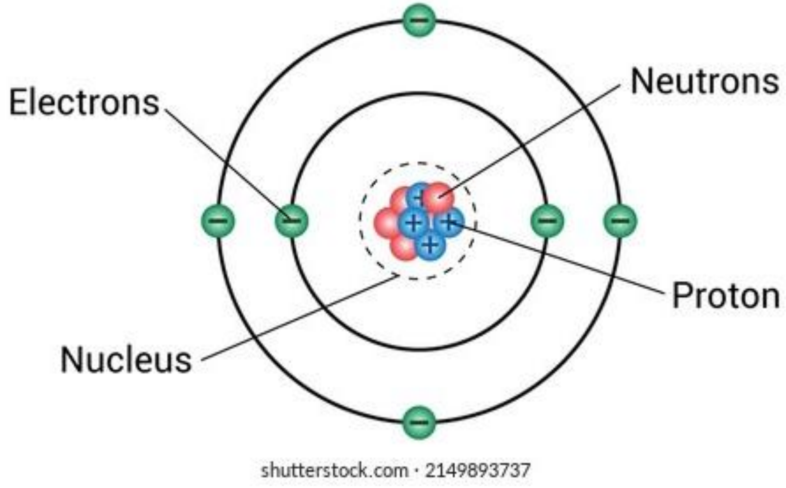
- הכוחות החשמליים והמגנטיים הם כוחות יסודיים בטבע, האחראים לתופעות טבע רבות ולבסיס כמעט כל הטכנולוגיות המודרניות שסביבנו.
- **מטען חשמלי** הוא תכונה בסיסית של חומר.
באמצע המאה ה-18 ביצע בנג׳מין פרנקלין ניסויים בחשמל סטטי — הוא שפשף גופים שונים וראה שהם נמשכים או דוחים זה את זה, ומכך הסיק שקיימים שני סוגי מטענים: חיובי ושלילי.
- מטענים דומים דוחים זה את זה, ומטענים שונים מושכים זה את זה.




Static Attraction

מטענים חשמליים

- ובתחילת המאה ה-20 התגלה שהאטום בנוי מגרעין המכיל פרוטונים חיוביים ונייטרונים חסרי מטען, שסביבו נעים אלקטרונים בעלי מטען שלילי.
- המטען היסודי בטבע הוא [C] $e = 1.6 * 10^{-19}$
- מטען האלקטרון הוא $-e$ ומטען הפרוטון הוא $+e$
- מסת אלקטרון $m_e = 9.1 * 10^{-31}kg$ ומסת הפרוטון $m_p = 1.672 * 10^{-27}kg$
- כאשר משפשפים חומרים, האלקטרונים הם אלו שנעים ולא הפרוטונים.
- חומרים שבהם האלקטרונים יכולים לנוע בקלות נקראים מוליכים, וחומרים שבהם הם כמעט לא נעים נקראים מבודדים.
- ברוב הגופים בטבע מספר המטענים החיוביים שווה למספר המטענים השליליים, ולכן המטען הכולל שלהם הוא אפס – כלומר הם נייטרליים חשמלית.
- גוף טעון חיובית: גוף שבו יש יותר מטען חיובי משלילי
- גוף טעון שלילית : גוף שיש בו יותר מטען שלילי מחיובי



חוק קולון

- **חוק קולון (1785, שארל דה קולון):** קובע כי הכוח בין שני מטענים חשמליים פרופורציונלי למכפלת המטענים ו הפוך לריבוע המרחק ביניהם.
- גודל כוח קולון שפועל בין שני מטענים נקודתיים נתון על ידי:

$$k = 9 * 10^{9}\left[\frac{Nm^{2}}{C^{2}}\right]$$

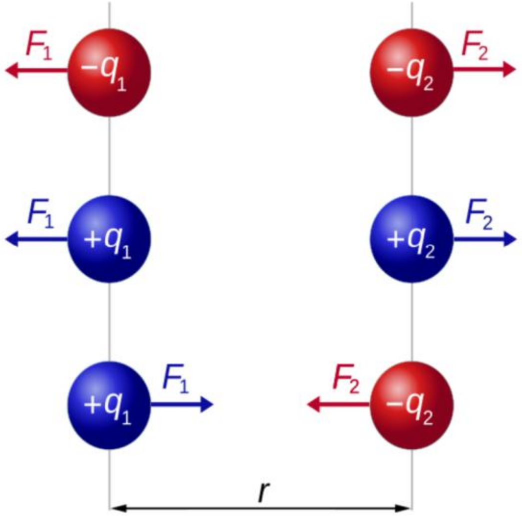
יחידות קולון

$$|\boldsymbol{F}| = \boldsymbol{k}\,\frac{\boldsymbol{q_1 q_2}}{\boldsymbol{r^2}}$$

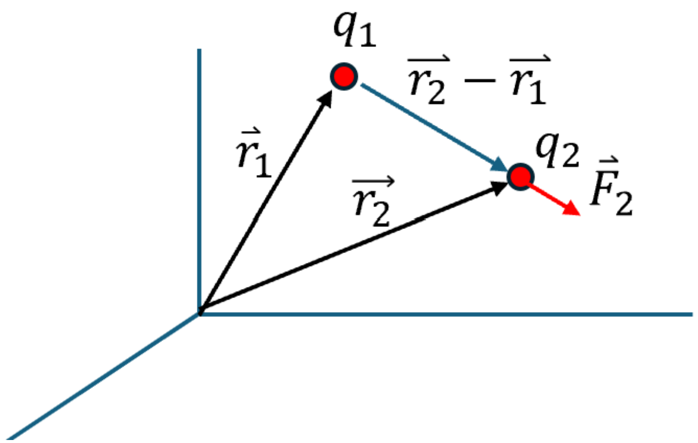
מרחק בין מטענים במטר

קבוע קולון

- כיוון בכוח הוא על הישר המחבר בין המטענים, מטענים דומים מרגישים דחייה ומטענים שונים מרגישים משיכה



חוק קולון



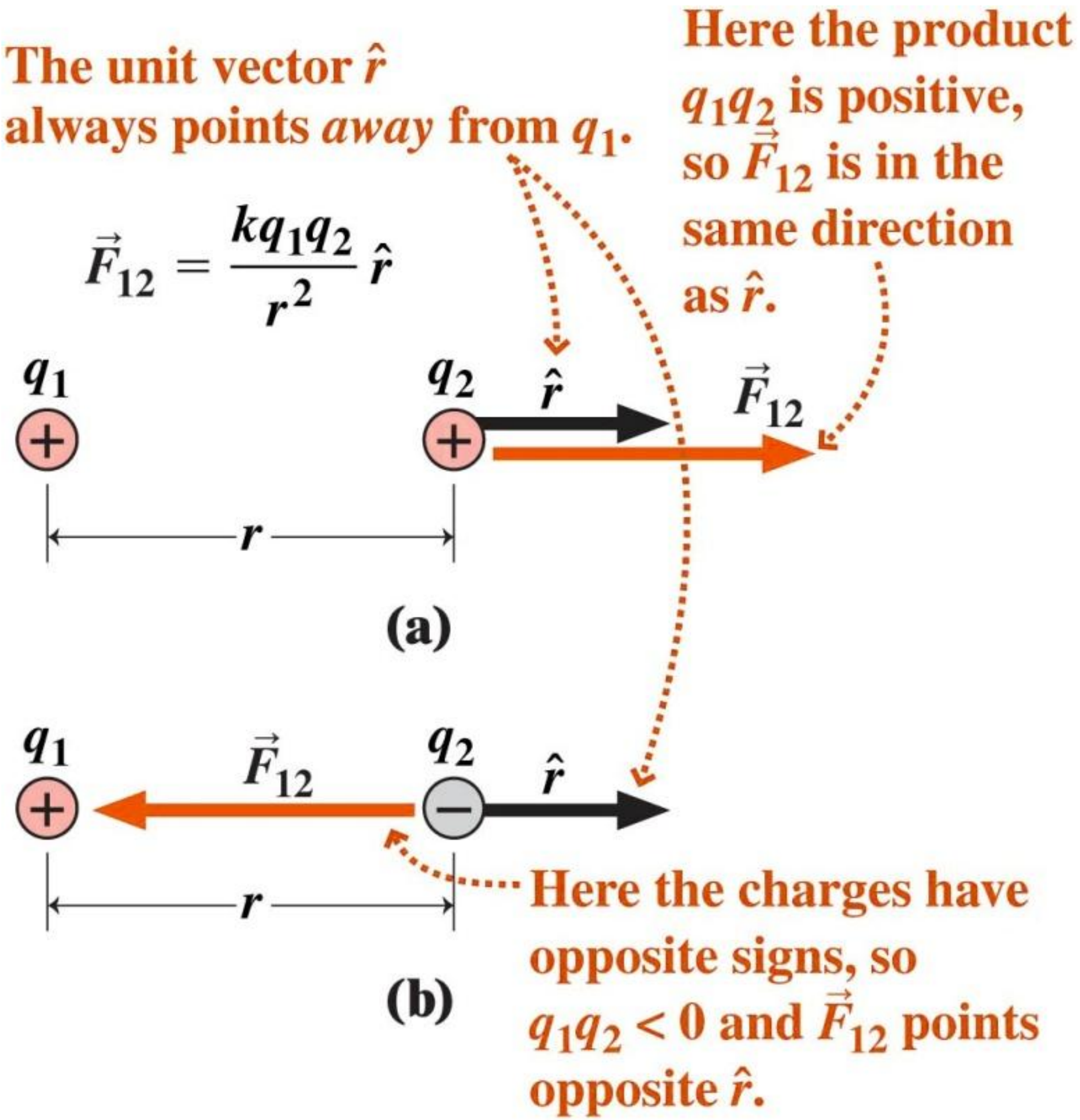
$$\vec{F}_{12} = \underbrace{\frac{kq_1q_2}{|\vec{r_2} - \vec{r_1}|^2}}_{\text{גודל הכוח}} \underbrace{\frac{(\vec{r_2} - \vec{r_1})}{|\vec{r_2} - \vec{r_1}|}}_{\text{כיוון הכוח}}$$

יותר פשוט (נשים את הראשית במקום שיושב בו המטען שפועל עליו הכוח):

$$\vec{F} = \frac{kq_1q_2}{|r|^2}\hat{r} = \frac{kq_1q_2}{|r|^3}\vec{r}$$

כאשר השתמשנו ב $\vec{r} = |r|\hat{r}$

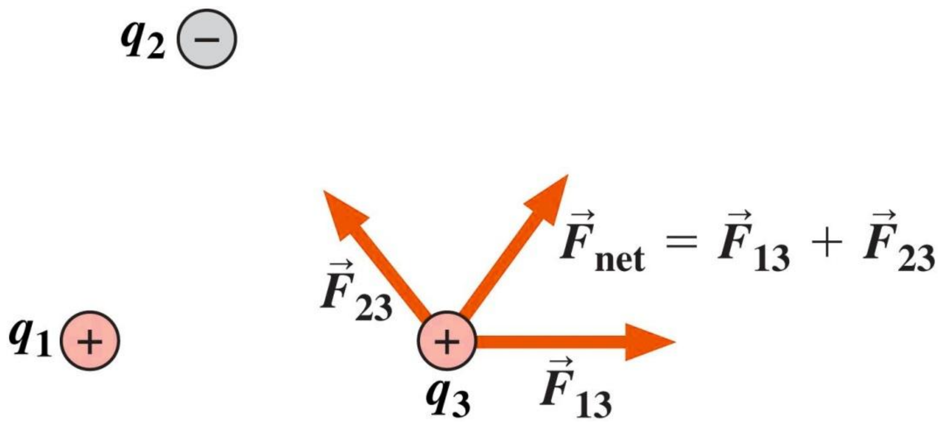
וקטור היחידה $\hat{r}$ תמיד מהמטען המפעיל הכוח אל המטען הפועל עליו הכוח


The unit vector $\hat{r}$ always points *away* from q_1.
Here the product q_1q_2 is positive, so $\vec{F}_{12}$ is in the same direction as $\hat{r}$.
$\vec{F}_{12} = \frac{kq_1q_2}{r^2}\hat{r}$
q_1
q_2
$\hat{r}$
$\vec{F}_{12}$
r
(a)
q_1
$\vec{F}_{12}$
q_2
$\hat{r}$
r
(b)
Here the charges have opposite signs, so $q_1q_2 < 0$ and $\vec{F}_{12}$ points opposite $\hat{r}$.

מה קורה שיש כמה מטענים? עקרון הסופרפוזיציה

- הכוח ששני מטענים מפעילים על מטען שלישי הוא פשוט **סכום וקטורי** של הכוחות שכל אחד מהם מפעיל בנפרד, מבלי להתחשב בקיומו של המטען האחר.

הכוח החשמלי הכולל הוא **הסכום של כל הכוחות הבודדים**.

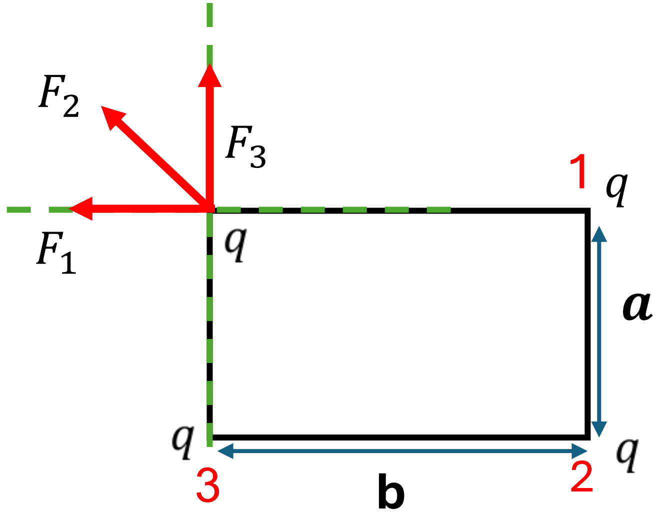


דוגמא לחישוב הכוח הפועל בין מטענים

ארבעה מטענים שגודלם q מונחים בפינותיו של מלבן בעל אורך b ורוחב a

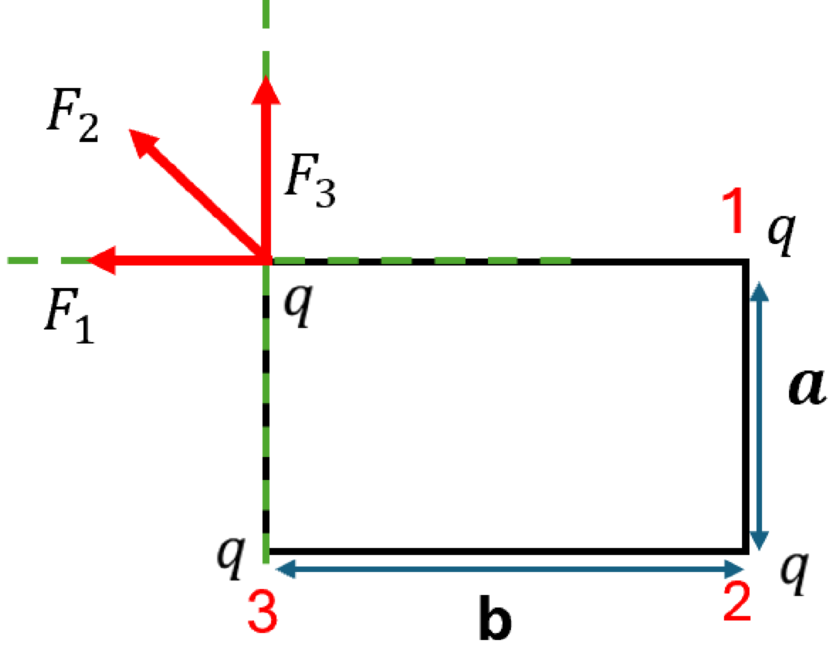
א. ציירו את וקטור הכוח הפועל על אחד מהמטענים

ב. חשבו את גודלו וכיוונו



נשתמש ב:

$$\vec{F} = \frac{kq_1q_2}{r^2}\hat{r} = \frac{kq_1q_2}{|r|^3}\vec{r}$$



$$F = \frac{kq_1q_2}{|r|^3}\vec{r}$$

$$\vec{F}_1 = \frac{kq^2}{|-b\hat{x}|^3}(-b\hat{x}) = -\frac{kq^2}{b^2}\hat{x}$$

$$\vec{F}_3 = \frac{kq^2}{|a\hat{y}|^3}(a\hat{y}) = \frac{kq^2}{a^2}\hat{y}$$

$$\vec{F}_2 = \frac{kq^2}{|-b\hat{x}+a\hat{y}|^3}(-b\hat{x}+a\hat{y}) = \frac{kq^2}{\left(\sqrt{b^2+a^2}\right)^3}(-b\hat{x}+a\hat{y}) = \frac{kq^2(-b\hat{x}+a\hat{y})}{(b^2+a^2)^{3/2}}$$

המשך הפתרון:

$$\overrightarrow{F_T} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = -\frac{kq^2}{b^2}\hat{x} + \frac{kq^2}{a^2}\hat{y} - \frac{kq^2 b\hat{x}}{(b^2+a^2)^{3/2}} + \frac{kq^2 a\hat{y}}{(b^2+a^2)^{3/2}}$$

$$\overrightarrow{F_T} = -\underbrace{\left(\frac{kq^2}{b^2} + \frac{kq^2 b}{(b^2+a^2)^{3/2}}\right)}_{F_x}\hat{x} + \underbrace{\left(\frac{kq^2}{a^2} + \frac{kq^2 a}{(b^2+a^2)^{3/2}}\right)}_{F_y}\hat{y}$$

$$|F| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2},\ \mathrm{tg}\alpha = \frac{F_y}{F_x}$$

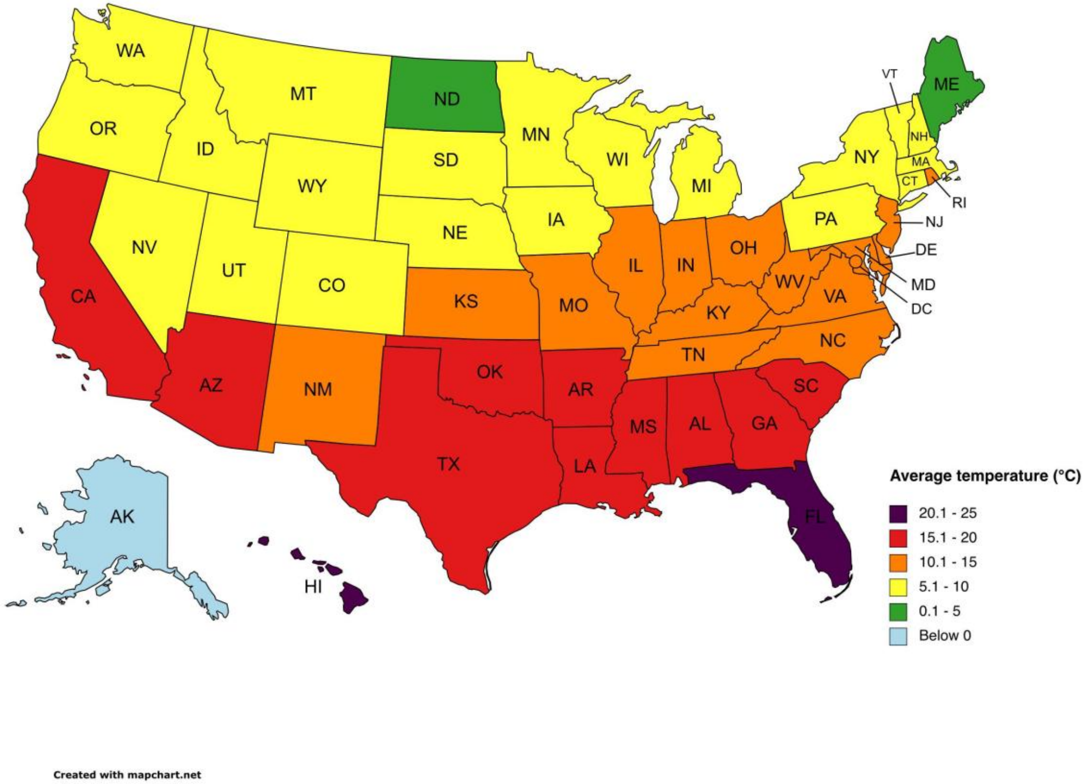
שדה חשמלי: מדוע הם כל כך שימושיים?

- כדי לתאר **כוח** (לפי חוק קולון), אנחנו **תמיד צריכים שני גופים**: מטען ש"יוצר" את הכוח ומטען שני ש"חש" אותו.
- **מסקנה:** קשה לתאר את ההשפעה של מטען **בודד** על המרחב סביבו באמצעות המושג "כוח

מהו שדה בכלל?

שדה הוא תכונה של המרחב, שלכל נקודה בו יש ערך גודל פיזיקלי — שיכול להיות **סקלרי** (רק גודל) או **וקטורי** (גודל וכיוון).

דוגמא לשדה סקלרי: שדה טמפרטורה



שדה חשמלי: מדוע הם כל כך שימושיים?

שדה הכבידה של כד"א הוא שדה וקטורי מתואר על ידי חוק הכבידה האוניברסלי של ניוטן $\vec{g} = -G\frac{M}{r^2}\hat{r}$
כיוון השדה הוא לעבר מרכז כדור הארץ. הגודל שלו תלוי במרחק מהמרכז.

על פני השטח הגודל הוא:
$$g = 9.8\ \frac{m}{sec^2}$$

שדה הכבידה קיים גם אם אין מסה, מגלים שהוא קיים אם מביאים למשל תפוח ורואים שהוא נופל.

- **שדה חשמלי הוא שדה וקטורי** שנוצר על־ידי כל מטען בפני עצמו, גם אם אין מטענים אחרים בסביבה.
- **כל מטען חשמלי** יוצר סביבו במרחב שדה חשמלי שהוא שדה וקטורי שיש לו גודל וכיוון.

שדה חשמלי של מטען נקודתי

- הגדרה: השדה החשמלי $\vec{E}$ הוא הכוח ליחידת מטען שחש מטען בוחן חיובי קטן שנסמן ב q

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}$$

- נרשום כוח קולון שפועל בין מטען המקור Q למטען הבוחן q :

$$\vec{F}=\frac{kqQ}{r^2}\hat{r}$$

- נציב את הכוח בנוסחאת ההגדרהשל השדה החשמלי:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}=\frac{\frac{kqQ}{r^2}\hat{r}}{q}$$

$$\vec{E}=\frac{kQ}{r^2}\hat{r}=\frac{kQ}{r^3}\vec{r}$$

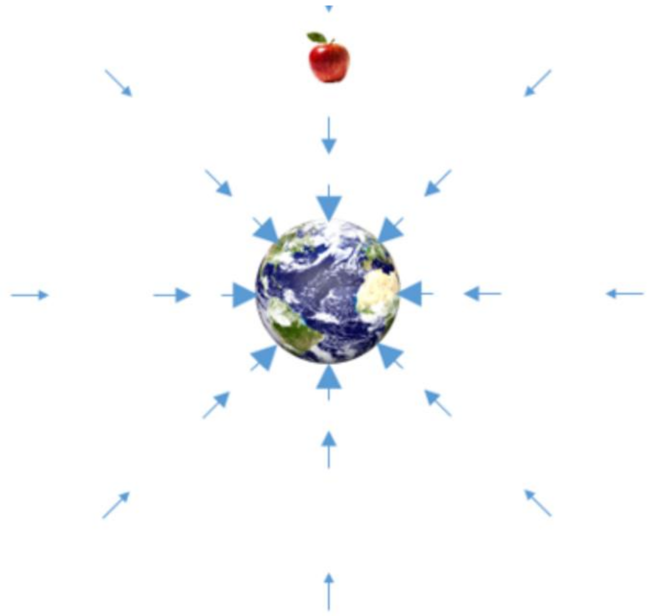
- וקטור $\vec{r}$ **מהמטען שיוצר את השדה החשמלי** לנקודה בה מחפשים את השדה

שדה חשמלי של מטען נקודתי

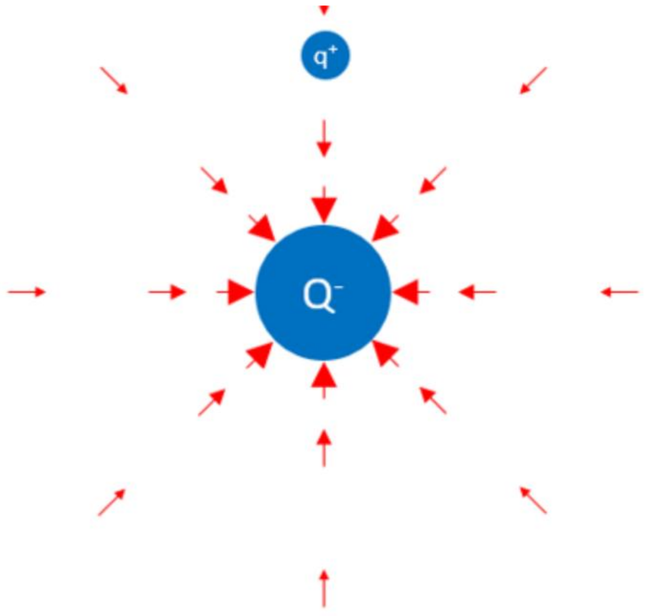
נסתכל גם על המקרה היותר כללי, מהו השדה החשמלי שנוצר ע"י מטען נקודתי q הנמצא בנקודה $\vec{r}\,'$? נקבל (ע"י שימוש חוזר בחוק קולון או ע"י הזזה זמנית של ראשית הצירים) $\vec{E}(\vec{r}) = k\dfrac{q}{\left|\vec{r}-\vec{r}\,'\right|^2}\dfrac{\left(\vec{r}-\vec{r}\,'\right)}{\left|\vec{r}-\vec{r}\,'\right|}$

כיוון השדה החשמלי- האנלוגיה לשדה הכבידה

כיוון השדה החשמלי הוא כיוון הכוח שיפעל על חלקיק חיובי שיגיע לנקודה



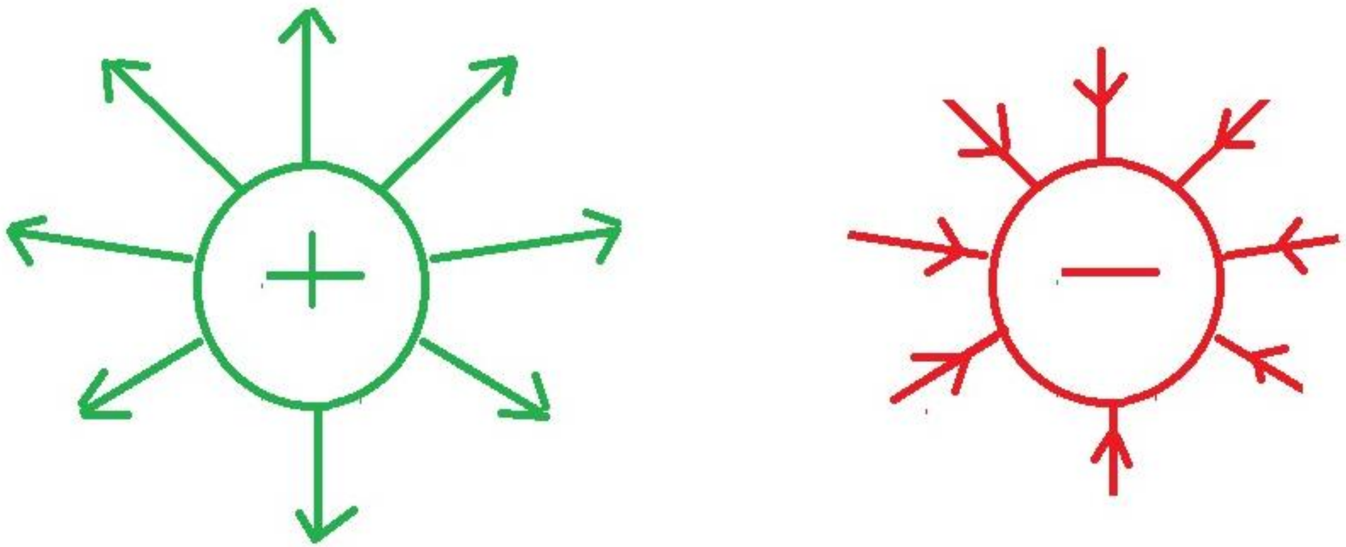
Gravitational vector
force field, g (N/kg)



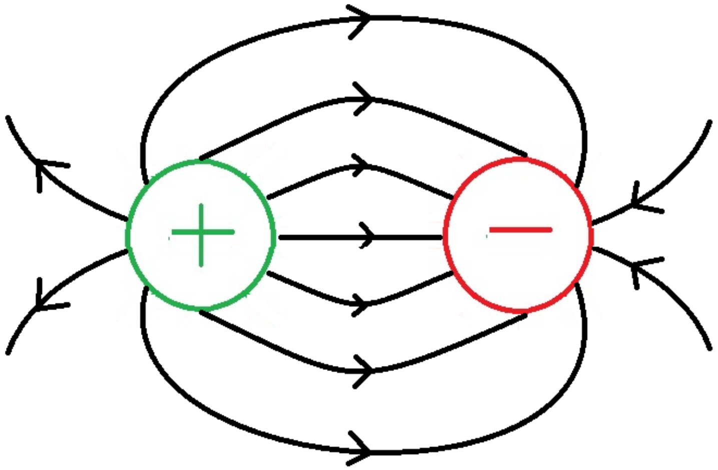
Electric vector force
field, E (N/C)

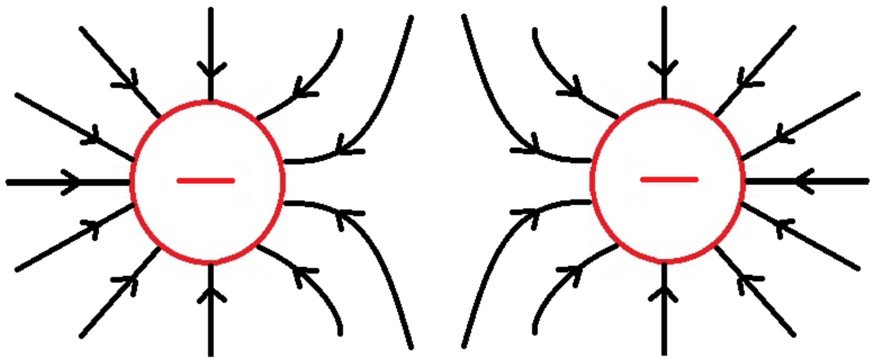
כיוון השדה החשמלי- סיכום

- קווי השדה החשמלי יוצאים מהמטען החיובי ונכנסים למטען השלילי
- קווי השדה הם קווים דמיונים אשר מציינים את כיוון הכוח החשמלי על חלקיק בוחן חיובי כאשר כיוון הכוח הוא המשיק לקו השדה



קווי השדה החשמלי





קווי השדה הנוצר בין 2 מטענים:

קו השדה מתחיל במטען החיובי ונגמר במטען השלילי

באמצע בין 2 מטענים שווי סימן יש איזור מסויים שבו

השדה החשמלי הוא אפס.

כמובן גם במערכת עם 2 מטענים חיוביים או 2 מטענים שליליים

סימולציה המתארת את קווי השדה הנוצרים ממטענים חשמליים

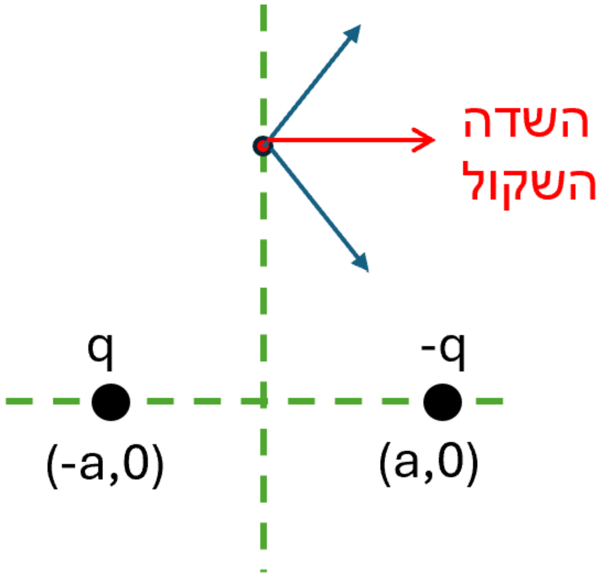
https://phet.colorado.edu/sims/html/charges-and-fields/latest/charges-and-fields_en.html

שדה חשמלי של אוסף מטענים נקודתיים

- $\vec{E} = \sum_i \frac{kq_i}{r_i^2}\hat{r} = \sum_i \frac{kq_i}{r_i^3}\vec{r_i}$

וקטור $\vec{r}$ **מהמטען שיוצר את השדה החשמלי** לנקודה בה מחפשים את השדה

- דוגמא: מצאו את השדה החשמלי על האנך האמצעי של דיפול חשמלי כלומר צמד מטענים $\pm q$ שהמרחק ביניהם $2a$



$$\vec{E} = \frac{kq(a\hat{x} + y\hat{y})}{\left(\sqrt{a^2+y^2}\right)^3} + \frac{k(-q)(-a\hat{x} + y\hat{y})}{\left(\sqrt{a^2+y^2}\right)^3}$$

$$\vec{E} = \frac{2kqa}{(a^2+y^2)^{3/2}}\hat{x}$$

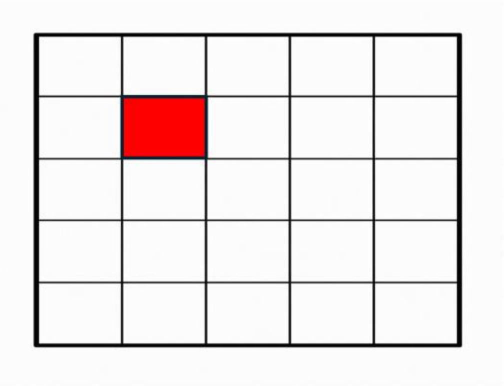
צפיפות מטען אורכית

- צפיפות מטען אורכית, אם צפיפות המטען אחידה אז $\lambda = \frac{q}{L}$ כאשר L אורך המוט
- צפיפות מטען ליחידת אורך $dq = \lambda dl$ היחידות של הצפיפות האורכית $[\lambda] = \frac{C}{m}$

$$q = \int \lambda dl$$

צפיפות מטען שטחית

- אם הצפיפות קבועה אז $\sigma = \frac{q}{A}$ כאשר $[\sigma] = \frac{C}{m^2}$
- אם הצפיפות לא קבועה:



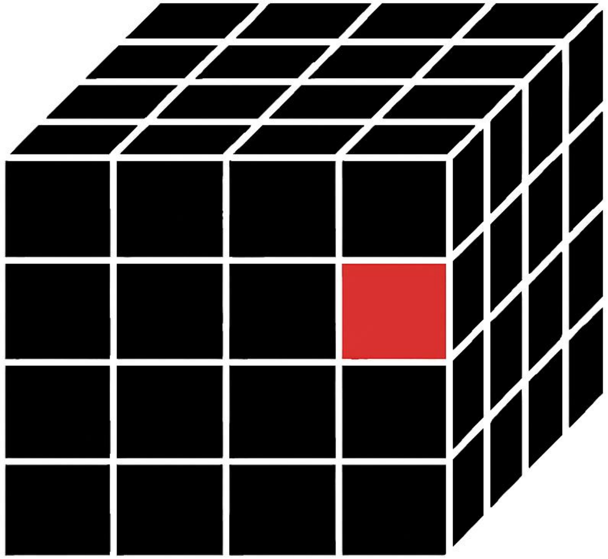
$$dq = \sigma(x, y)dxdy$$

- $q = \iint \sigma(x,y)dxdy$

צפיפות מטען נפחית

- אם הצפיפות קבועה אז $\rho = \frac{q}{V}$ כאשר $[\rho] = \frac{C}{m^3}$

אם הצפיפות לא קבועה:

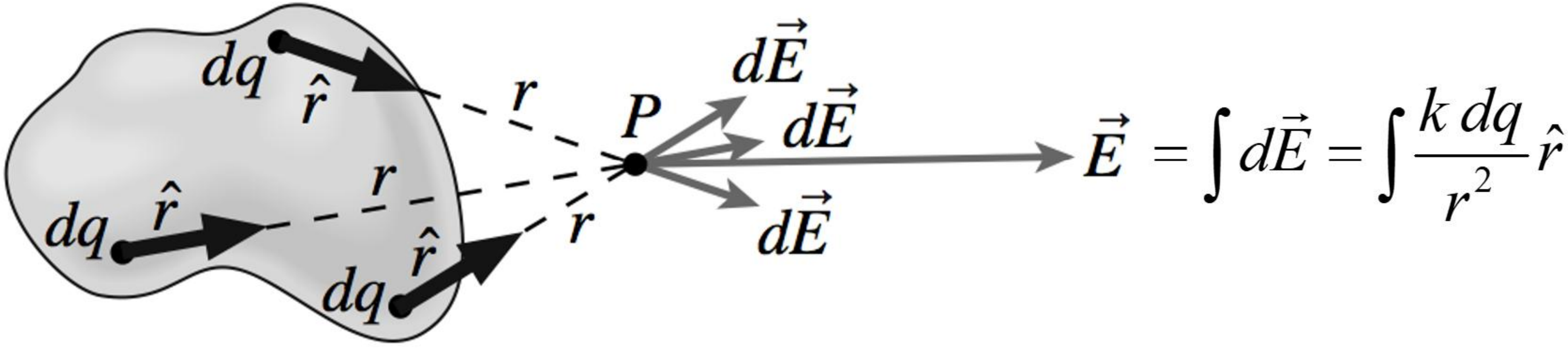


$$dq = \rho(x,y,z)dxdydz$$

$$q = \iiint \rho(x,y,z)dxdydz$$

חישוב שדה חשמלי של התפלגות מטען

מחושבים על ידי סיכום (אינטגרציה) של השדות שנוצרים על ידי כל אלמנט מטען בודד dq שנחשב כמטען נקודתי



חישוב שדה חשמלי של התפלגות מטען המשך

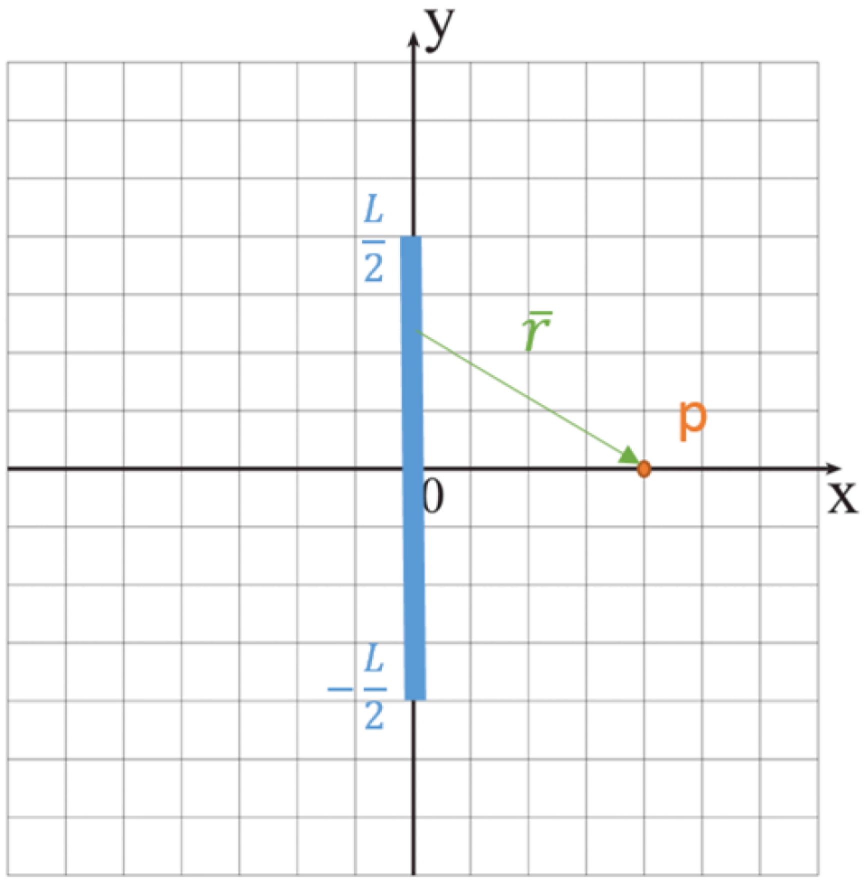
$$\vec{E} = \int d\vec{E} \; ; d\vec{E} = \frac{kdq}{r^2}\hat{r} = \frac{kdq}{r^3}\vec{r}$$

- נחשוב מהם הגדלים שאנחנו צריכים למצוא כדי לחשב את השדה החשמלי בנקודה מסוימת במרחב?

1. צפיפות המטען dq כמו שראינו בשקופיות קודמות
2. ווקטור מאלמנט המטען dq לנקודת המדידה $\hat{r}$ (מנורמל,ווקטור יחידה)
3. המרחק בין dq לבין נקודת המדידה r^2

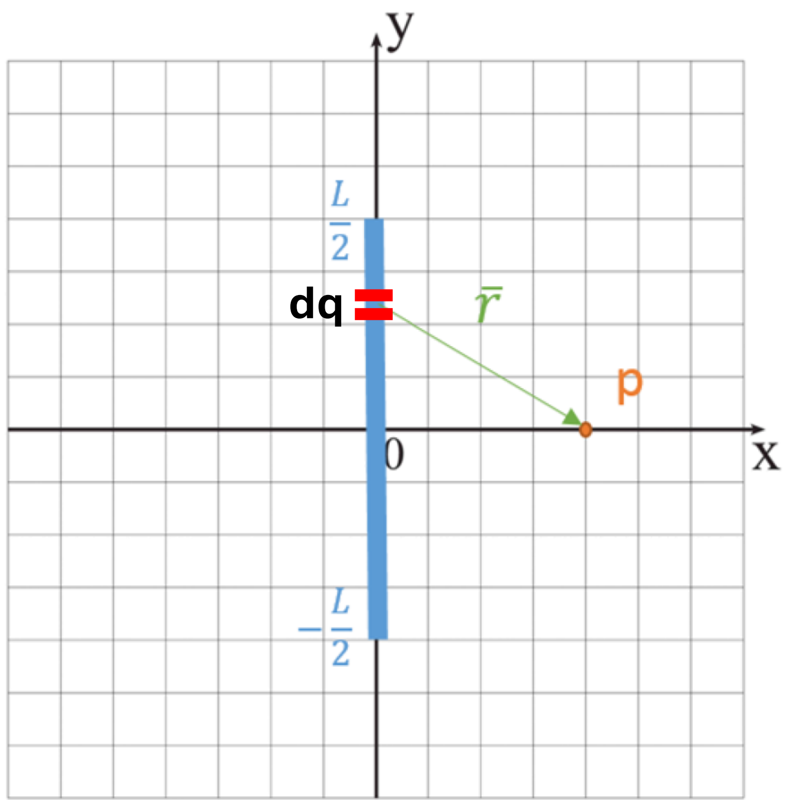
מציאת שדה מטיל טעון

נתון תיל באורך L טעון בצפיפות מטען אחידה $\lambda = \lambda_0$ נרצה למצוא את השדה החשמלי בנק
המדידה המרוחקת מרחק p ממרכז התיל ראה איור



1. מה השדה החשמלי בנקודה p ?
2. מהו כיוון השדה החשמלי ?

מציאת שדה מטיל טעון: פתרון סעיף 1



$$Q = \int \underbrace{\lambda}_{\left[\frac{C}{m}\right]} \underbrace{dl}_{[m]} = \int \lambda_0 \, dy$$

$$dE = \frac{kdq}{|r|^3}\vec{r}$$

$$\vec{r} = -y\hat{y} + p\hat{x}$$

$$dE = \frac{k\lambda_0 dy}{(y^2+p^2)^{3/2}}(-y\hat{y}+p\hat{x})$$

$$\vec{E} = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{k\lambda_0 dy}{(y^2+p^2)^{3/2}}(-y\hat{y}+p\hat{x})$$

פתרון האינטגרל

- נשים לב מהם גבולות האינטגרציה שלנו (התחום של dy)
- תמיד באינטגרציה על גבולות סימטריים שמים לב האם הפונקציה שיש לנו היא זוגית או אי זוגית. נזכור, **כאשר מדובר על פנק אי זוגית בגובלות סימטריים האינטגרל שלנו פשוט מתאפס !** ובפנק זוגית נוכל לבצע אינטגרציה על מחצית מהאינטרוול ולהכפיל בפקטור 2

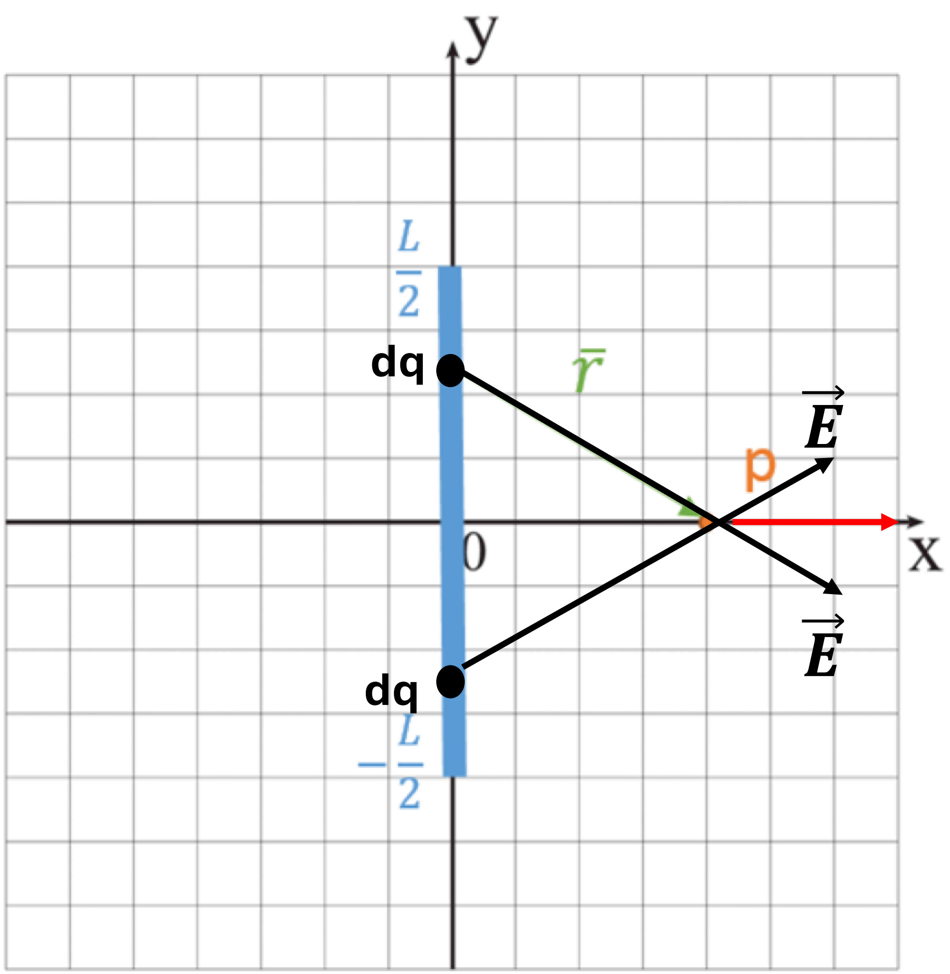
$$\vec{E} = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{k\lambda_0 dy}{(y^2+p^2)^{3/2}}(-y\hat{y}+p\hat{x})$$

$$\bar{E} = \underbrace{-\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{k\lambda_0\, y}{(y^2+p^2)^{\frac{3}{2}}}\, dy\ \hat{y}}_{0\ odd\ function} + \underbrace{\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{k\lambda_0}{(y^2+p^2)^{\frac{3}{2}}} p\ dy\ \hat{x}}_{even\ function}$$

$$\bar{E} = 2\int_{0}^{\frac{L}{2}} \frac{k\lambda_0}{(y^2+p^2)^{\frac{3}{2}}} p\ dy\ \hat{x} = 2pk\lambda_0 \int_{0}^{\frac{L}{2}} \frac{dy}{(y^2+p^2)^{\frac{3}{2}}}\hat{x} = \hat{x}\ 2pk\lambda_0\left(\frac{y}{p^2\sqrt{y^2+p^2}}\right)\Big|_0^{\frac{L}{2}}$$

$$= pk\lambda_0\left(\frac{L}{p^2(\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2+p^2}}\right)\hat{x} = k\lambda_0\left(\frac{L}{p(\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2+p^2}}\right)\hat{x}$$

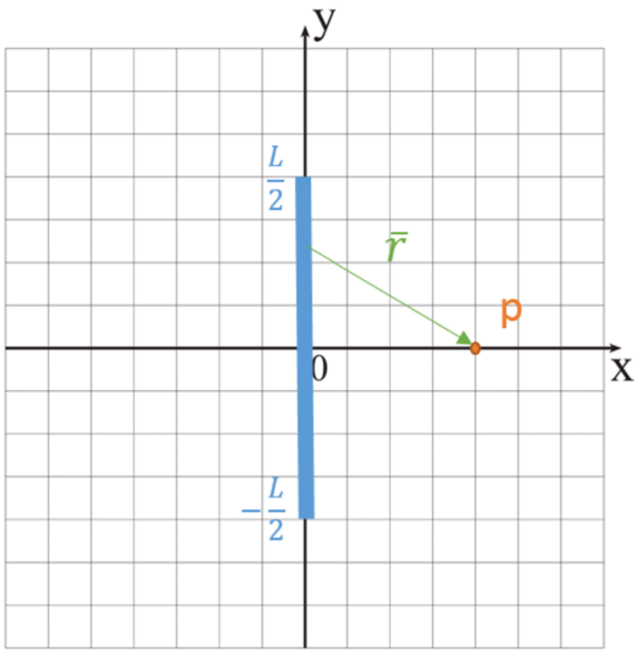
מהו כיוון השדה החשמלי ?



מטעמי סמטריה כיוון השדה החשמלי יהיה בכיוון $\hat{x}$

נשים לב לסימטריה שיש בבעיה, לכל מטען שקיים לנו מצד אחד של ציר ה y יש לנו מטען שני מהצד של $-y$ שיבטל את ההשפעה הכללית של רכיב השדה בכיוון זה.

המשך הבעיה: **בדיקת גבולות של השדה החשמלי שקיבלנו**



$$\vec{E} = k\lambda_0 \left(\frac{L}{p(\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + p^2}} \right) \hat{x}$$

$$\vec{E} = \frac{2k\lambda_0}{p} \hat{x} \qquad L \gg p$$

זה בדיוק יהיה הפתרון כאשר נמצא את השדה שנובע מתיל אינסופי.

$$E = k\lambda_0 \left(\frac{L}{p^2} \right) \hat{x} = \frac{kQ}{p^2} \hat{x} \qquad L \ll p$$

שזה כמו שאנחנו יודעים השדה החשמלי שאנחנו מקבלי ממטען נקודתי.

המשך השאלה

נתון שהתיל טעון בצפיפות מטען משתנה שנתונה על ידי $\lambda = Ay^2$

3. מה היחידות של הקבוע A
4. איך הצורה האינטגרלית של השדה החשמלי תשתנה (לא צריך לפתור את האינטגרל

- יחידות $A = \left[\frac{C}{m^3}\right]$
- $\vec{E} = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{kAy^2dy}{(y^2+p^2)^{3/2}}(-y\hat{y} + p\hat{x})$