

משוואות מקסוול	צורה אינטגרלית	צורה דיפרנציאלית
חוק גאוס	$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{Q_{in}}{\epsilon_0}$	$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho / \epsilon_0$
חוק גאוס המגנטי	$\oiint \vec{B} \cdot d\vec{a} = 0$	$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$
חוק פאראדיי	$\oint_{\partial \Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \iint_{\Sigma} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{a}$	$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
חוק אמפר-מקסוול	$\oint_{\partial \Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \iint_{\Sigma} \left( \vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{a}$	$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$

1. **קבועים:**  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}$ ,  $\epsilon_0 = 1/4\pi k \approx 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$ ,  $k \approx 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$

2. **צפיפויות מטען:** קווית:  $dq = \lambda dl$ . משטחית:  $dq = \sigma da$ . נפחית:  $dq = \rho dV$ .

3. **חוק קולון:** הכוח על חלקיק  $q_2$  (הנמצא ב  $\vec{r}_2$ ) בהשפעת חלקיק  $q_1$  (הנמצא ב  $\vec{r}_1$ ):  $\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

4. **שדה חשמלי:**  $\vec{F} = q\vec{E}$ . שדה בנקודה  $\vec{r}$  הנוצר ע"י אלמנט מטען  $dq$  שנמצא ב  $\vec{r}'$ :  $d\vec{E}(\vec{r}) = \frac{k dq (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$ . שדה

של תיל אינסופי טעון אחידות בצפיפות  $\lambda$  שנמצא על ציר  $z$ :  $\frac{2k\lambda}{r} \hat{r}$  (כש  $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y}$ ). שדה של מישור אינסופי

הנמצא ב  $z=0$  וטעון אחידות בצפיפות  $\sigma$ :  $2\pi k\sigma \hat{z}$

5. **הגדרת השטף:** השטף של השדה  $\vec{E}$  דרך המשטח המכוון  $\Sigma$ :  $\Phi = \iint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{a}$

6. **חוק גאוס:** ראה טבלת משוואות מקסוול בתחילת הדף. משפט הקפיצה בשדה: אי רציפות בשדה נובעת מקיומה של צפיפות מטען משטחית כש  $\Delta E = 4\pi k\sigma$

7. **פוטנציאל חשמלי:** הוא אנרגיה פוטנציאלית ליחידת מטען וכן  $\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}\varphi$  או  $\varphi(\vec{r}) = \varphi(\vec{r}_0) - \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{E}(\vec{r}') \cdot d\vec{r}'$  לגוף

סופי נהוג לבחור  $\varphi(\infty) = 0$  ואז הפוטנציאל ב  $\vec{r}$  הנוצר ע"י אלמנט מטען  $dq$  שנמצא ב  $\vec{r}'$  הוא:  $d\varphi(\vec{r}) = \frac{k dq}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$

8. **משוואת פואסון:**  $\nabla^2 \varphi = -4\pi k\rho$  **ולפלס:**  $\nabla^2 \varphi = 0$ . **מטען דמות של מטען**  $Q$  במרחק  $D$  מהראשית, מחוץ לכדור

מוליך בעל רדיוס  $R$  שמרכזו בראשית: גודלו  $q' = -\frac{R}{D}Q$  מרחקו מהראשית  $d' = \frac{R^2}{D}$

9. **קבלים:** הגדרת הקיבול  $C = Q/V$  כש  $Q$  מטען הפריקה של הקבל ו  $V$  הפרש הפוטנציאל בין קצותיו. בקבל

לוחות  $C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$  כש  $A$  שטח הלוחות,  $d$  המרחק ביניהם,  $\epsilon_r$  המקדם הדיאקטרי היחסי של החומר בין הלוחות.

חיבור בטור  $C_T^{-1} = \sum C_i^{-1}$  חיבור במקביל  $C_T = \sum C_i$ .

10. **אנרגיה אלקטרוסטטית:** אנרגיה פוטנציאלית של מטען בודד  $U = q \cdot \varphi$ . עבור אוסף מטענים נקודתיים -

$U = \frac{1}{2} \sum_i q_i \sum_{j \neq i} \frac{k q_j}{r_{ij}} = \frac{1}{2} \sum_i q_i \tilde{\varphi}_i$  כש  $\tilde{\varphi}_i$  הוא הפוטנציאל בנקודה  $\vec{r}_i$  הנוצר ע"י כל המטענים מלבד  $q_i$ . להתפלגות

מטען  $U = \frac{1}{2} \left( \iiint \rho \varphi dV + \iint \sigma \varphi da \right)$  או  $U = \frac{1}{2} \epsilon_0 \iiint E^2 dv$ . עבור קבל  $U = \frac{1}{2} CV^2$ .

11. **זרמים:** עצמת הזרם בתיל:  $I = \left| \frac{dQ}{dt} \right|$ . הזרם דרך משטח מכוון  $\Sigma$ :  $I = \iint_{\Sigma} \vec{J} \cdot d\vec{a}$  כש  $\vec{J}$  וקטור צפיפות הזרם.

ביטוי ל  $\vec{J}$  באמצעות הצפיפות המספרית של נושאי המטען  $n$ , המטען שלהם  $q$ , ומהירות הסחיפה  $\vec{v}_d$ :

$$\vec{J} = nq\vec{v}_d. \text{ וקטור צפיפות הזרם של מקור זרם נקודתי שנמצא ב } \vec{r}': \vec{J}(\vec{r}) = \frac{I}{4\pi} \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

$$12. \text{ משוואת הרציפות: } \oiint \vec{J} \cdot d\vec{a} = -\frac{dQ_{in}}{dt} \text{ בצורה דיפרנציאלית } \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{d\rho}{dt}$$

13. **חוק אוהם:** המקומי  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$  כש  $\sigma$  היא המוליכות הסגולית. צורה גלובאלית  $V = IR$  כש  $R$  התנגדות הנגד ו  $V$

הפרש הפוטנציאלים בין קצותיו. ההתנגדות של תיל באורך  $L$  ושטח חתך  $A$  היא  $R = \rho \frac{L}{A}$  כש  $\rho = 1/\sigma$  היא

ההתנגדות הסגולית. חיבור נגדים בטור  $R_T = \sum R_i$  וחיבור נגדים במקביל  $R_T^{-1} = \sum R_i^{-1}$ .

14. **חוקי קירכהוף:** סכום הזרמים בצומת הוא אפס. כשהזרם קבוע בזמן, סכום המתחים בלולאה סגורה הוא אפס.

$$15. \text{ הספק: } P = IV. \text{ הספק ליחידת נפח: } p = \vec{J} \cdot \vec{E}$$

16. **כוח לורנץ:** על מטען  $q$  הנע במהירות  $\vec{v}$  הוא  $\vec{F}_L = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$ . על אלמנט תיל בו זורם זרם  $I$ :  $d\vec{F}_L = Id\vec{l} \times \vec{B}$ .  
הווקטור  $d\vec{l}$  מציין את אורך האלמנט ואת כיוון הזרם.

17. **מומנט מגנטי של לולאת זרם** (בעלת שטח  $S$  ו זרם  $I$ ):  $\vec{\mu} = IS\hat{n}$  **מומנט כוח על לולאת זרם:**  $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$

18. **תנועת מטען חופשי בשדה מגנטי אחיד:** היא תנועה הלית ברדיוס  $R = \frac{mv_{\perp}}{qB}$  זמן המחזור הוא  $T = \frac{2\pi m}{qB}$  כש  $q$

מטען החלקיק ו  $m$  המסה שלו ו  $v_{\perp}$  גודל היטל המהירות על המישור הניצב לשדה  $\vec{B}$ .

19. **אי קיום מטען מגנטי.** ראה חוק גאוס המגנטי בטבלה בראש הדף

20. **חוק ביו-סבר:** השדה המגנטי שנוצר בנקודה  $P$  ע"י אלמנט תיל בו זורם זרם  $I$  הוא:  $d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$  כש  $\vec{r}$  הוא

הווקטור מאלמנט הזרם אל הנקודה  $P$ .

21. **חוק אמפר:** כאשר צפיפות המטען קבועה בזמן מתקיים  $\oiint_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \iint_{\Sigma} \vec{J} \cdot d\vec{a}$ . צורה דיפרנציאלית  $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$

22. **אי-רציפות בשדה מגנטי:** מעידה על צפיפות אורכית של זרם משטחי:  $B_{\hat{p}}(\vec{r}_0 + \delta\hat{n}) - B_{\hat{p}}(\vec{r}_0 - \delta\hat{n}) = \mu_0 j_{\hat{n} \times \hat{p}}$  כאשר  $\delta\hat{n}$  ווקטור קטן הניצב למשטח.

23. **שדה מגנטי של תיל:** הנמצא על ציר  $z$  וזורם בו זרם  $I$ :  $\hat{\theta} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$  (כש  $\hat{\theta} = \frac{-y\hat{x} + x\hat{y}}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ )

24. **שדה מגנטי של סליל אינסופי:** בפנים  $\mu_0 nI$  בחוץ 0. כש  $n$  מספר הכריכות ליחידת האורך ו  $I$  הזרם.

25. **חוק פארדיי:**  $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_M}{dt}$ . לניסוחים נוספים ראה טבלת משוואות מקסוול.

26. **השראות עצמית,  $L$ :**  $\Phi_M = LI$

27. **אנרגיה האגורה בשדה המגנטי:**  $U_B = \iiint \frac{1}{2\mu_0} B^2 dv$  **אנרגיה של משרן:**  $U = \frac{1}{2} LI^2$

28. **זרם ההעתקה:** כשהשדה החשמלי תלוי בזמן, נוצר שדה מגנטי גם ע"י זרם ההעתקה. צפיפות זרם ההעתקה היא

$$\vec{j}_D = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \text{ ראה גם חוק-אמפר מקסוול בטבלה בראש הדף.}$$

## נספח – נוסחאות מתמטיות

1. **קשרים גיאומטריים:** היקף מעגל  $2\pi r$ . אורך קשת הנשענת על זווית  $\alpha$ :  $r\alpha$ . שטח עיגול:  $\pi r^2$ . שטח פני כדור:  $4\pi r^2$ . שטח פני גליל:  $2\pi rh$ . נפח כדור:  $\frac{4}{3}\pi r^3$ . נפח גליל:  $\pi r^2 h$ .

2. **משפט הקוסינוסים:** במשולש  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$  כש  $\gamma$  היא הזווית שמול הצלע  $c$ .

3. **רישום אלמנטים:** אלמנט נפח: בקואורדינטות קרטזיות  $dv = dxdydz$  ב בקואורדינטות כדוריות

$dv = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$  כשיש סימטריה כדורית  $dv = 4\pi r^2 dr$ . ב בקואורדינטות גליליות  $dv = r d\theta dr dz$ . אלמנט שטח: בקואורדינטות קרטזיות  $da = dxdy$  בקור' פולריות  $da = r d\theta dr$  כשיש סימטריה מעגלית  $da = 2\pi r dr$ .

אלמנט אורך לאורך קו עקום  $\vec{r}(s)$ :  $|d\vec{r}| = ds \sqrt{\frac{d\vec{r}}{ds} \cdot \frac{d\vec{r}}{ds}}$

4. **רישום צורות בעזרת פרמטרים:** קו ישר:  $\vec{r}(s) = \vec{r}_0 + \vec{V}s$ . מישור:  $\vec{r}(s, t) = \vec{r}_0 + \vec{V}s + \vec{U}t$ .

5. **אופרטורים דיפרנציאליים:**

א. **גרדיינט** של פונקציה סקלרית  $\psi$ :

$$\vec{\nabla} \psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial \psi}{\partial z} \hat{z}$$

בקואורדינטות קרטזיות

$$\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z} \quad \vec{\nabla} \cdot \psi = \frac{\partial \psi}{\partial r} \hat{r}$$

בקואורדינטות כדוריות כשיש סימטריה כדורית

$$\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} \quad \vec{\nabla} \cdot \psi = \frac{\partial \psi}{\partial r} \hat{r}$$

בקואורדינטות גליליות כשיש סימטריה גלילית

ב. **דיברגנס** של פונקציה וקטורית  $\vec{A}$ . הגדרה:  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{1}{V} \oint_{\partial V} \vec{A} \cdot d\vec{a}$ . דרכי חישוב:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

בקואורדינטות קרטזיות

$$\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{1}{r^2} \frac{d(r^2 A)}{dr}$$

בקואורדינטות כדוריות כשיש סימטריה כדורית (כלומר כש  $(\vec{A}(\vec{r})) = A(r)\hat{r}$ )

$$\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{1}{r} \frac{d(rA)}{dr}$$

בקואורדינטות גליליות כשיש סימטריה גלילית (כלומר כש  $(\vec{A}(\vec{r})) = A(r)\hat{r}$ )

ג. **רוטור** של פונקציה וקטורית  $\vec{A}$ . הגדרה:  $(\vec{\nabla} \times \vec{A}) \cdot \hat{n} = \lim_{\Sigma \rightarrow 0} \frac{1}{\Sigma} \oint_{\partial \Sigma} \vec{A} \cdot d\vec{l}$  כש  $\hat{n}$  ניצב לשטח  $\Sigma$ . דרכי

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} \quad \text{חישוב:}$$

6. **משפט הדיברגנס:**  $\iiint_V \vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \iint_{\partial V} \vec{F} \cdot d\vec{a}$  **משפט סטוקס:**  $\iint_{\Sigma} (\vec{\nabla} \times \vec{F}) \cdot d\vec{a} = \oint_{\partial \Sigma} \vec{F} \cdot d\vec{l}$

7. **זהויות וקטוריות:** א.  $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0$ . ב.  $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \cdot \vec{C})\vec{B} - (\vec{A} \cdot \vec{B})\vec{C}$ .

8. **משד"ף:** א. אם  $\dot{y} = ky + p$  אז  $y(t) = (y_0 + \frac{p}{k})e^{kt} - \frac{p}{k}$ . ב. אם  $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$  אז  $x(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi)$ . ג. אם

$\ddot{x} + 2\gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = 0$  (וכן  $\omega_0 > \gamma$ ) אז  $x(t) = A e^{-\gamma t} \cos(\omega t + \phi) = e^{-\gamma t} (A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t)$  כש  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$

9. **טור טיילור:**  $f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \dots + \frac{1}{n!} f^{(n)}(x - x_0)^n + \dots$  למשל  $(1+x)^p \approx 1 + px + \binom{p}{2} x^2 + \dots$

10. זהויות טריגונומטריות: א.  $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$  .ב.  $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} . \text{ג. } \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 . \text{ד. } \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} . \text{ה. } \cos^2 \alpha = \frac{\cos 2\alpha + 1}{2} . \text{ו. } \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} . \text{ז.}$$

## אינטגרלים

$$\int \frac{dx}{(x^2 \pm a^2)^{1/2}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right| \quad \int \frac{x^3}{(a^2 + x^2)^{3/2}} dx = \frac{2a^2 + x^2}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

$$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} \quad \int \frac{x^3}{\sqrt{a^2 + x^2}} dx = \frac{1}{3} (x^2 - 2a^2) \sqrt{a^2 + x^2}$$

$$\int \sin^2 x dx = \frac{1}{2} (x - \sin x \cos x)$$

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx = \frac{1}{2} \left( x \sqrt{x^2 + a^2} - a^2 \ln(\sqrt{x^2 + a^2} + x) \right)$$

$$\int \frac{xdx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{2} \ln(a^2 + x^2)$$

$$\int \frac{xdx}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \sqrt{a^2 + x^2}$$

$$\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2 \sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \sin^{-1} \frac{x}{a}$$

$$\int \frac{xdx}{(a - x)^2} = \frac{a}{a - x} + \ln(a - x)$$

$$\int \ln x dx = x \ln x - x$$