

دانشگاه تهران

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

ریاضیات مهندسی - بهار ۱۴۰۴

تمرین سری پنجم

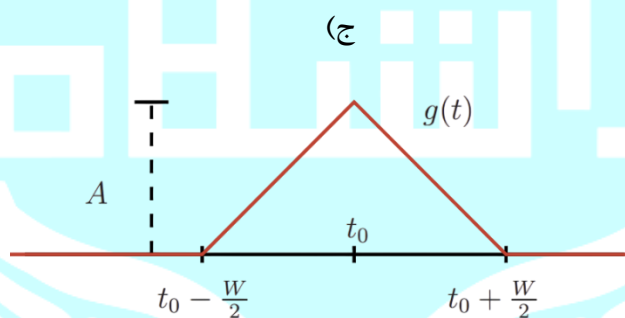
دستیار تمرین: امیرمرتضی رضائی

سوال اول

تبدیل فوریه‌ی سیگنال‌های زیر را بدست آورید.

$$x(t) = \begin{cases} 1 + \cos(5\pi t) & |t| < 1 \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases} \quad (\text{الف})$$

$$y(t) = \sin^2(4\pi t) \cdot \text{sinc}^2\left(\frac{3t-2}{5}\right) \quad (\text{ب})$$



هدف سوال: محاسبه تبدیل فوریه توابع

سوال دوم

حاصل انتگرال‌های زیر را با استفاده از خواص تبدیل فوریه بدست آورید.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} t^2 \operatorname{sinc}^4(t) dt \quad (\text{الف})$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2(1+\pi^2 f^2)} df \quad (\text{ب})$$

هدف سوال: محاسبه‌ی انتگرال‌های پیچیده با استفاده از تبدیل فوریه

سوال سوم

فرض کنید تابع $f(t)$ دارای تبدیل فوریه زیر باشد:

$$F(f) = 4\pi^2 i f e^{-2\pi|f|}$$

بدون تبدیل فوریه معکوس تعیین کنید:

الف) آیا $f(t)$ کاملاً حقیقی یا کاملاً موهومی است؟

ب) آیا $f(t)$ تابعی زوج یا تابعی فرد است؟

ج) مقدار $f(0)$ را بدست آورید.

د) حال $f(t)$ را محاسبه کرده و درستی پاسخ خود برای بندهای قبل را بررسی نمایید.

هدف سوال: آشنایی با خواص تبدیل فوریه و تبدیل فوریه معکوس

سوال چهارم

سیگنال $x(t) = \frac{\sin^2(2\pi t) - \sin^2(\pi t)}{\pi^2 t^2}$ را در نظر بگیرید.

الف) تبدیل فوریه این سیگنال را بدست آورده و رسم کنید.

ب) تبدیل فوریه سیگنال $y(t) = x(t) \cos(2\pi f_0 t)$ را بدست آورده و آن را در حوزه فرکانس رسم کنید.

ج) تبدیل فوریه سیگنال $z(t) = \frac{1}{\pi t} * x(t)$ را بدست آورده و آن را در حوزه فرکانس رسم کنید.

د) تبدیل فوریه سیگنال $w(t) = z(t) \sin(2\pi f_0 t)$ را بدست آورده و آن را در حوزه فرکانس رسم کنید.

ه) حاصل $Y(f) + W(f)$ را در حوزه فرکانس رسم کنید.



هدف سوال: تسلط بر تبدیل فوریه ضرب توابع و توابع سینوسی و رسم در حوزه فرکانس

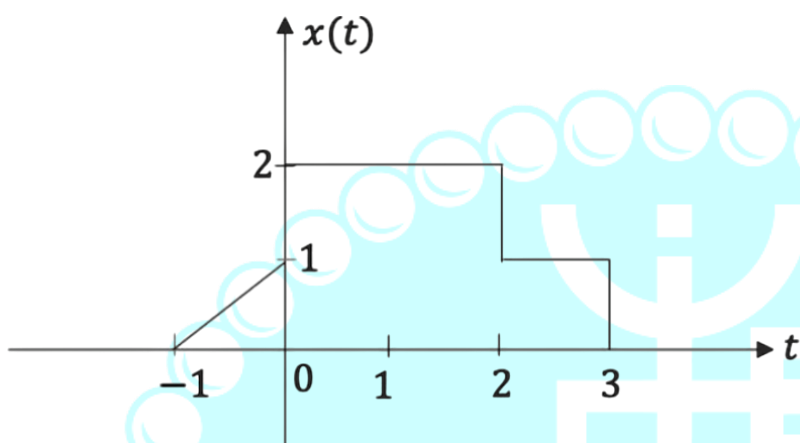
سوال پنجم

با توجه به سیگنال زیر، مطلوب است:

الف) $X(f)|_{f=0}$

ب) $\int_{-\infty}^{\infty} X(f) df$

ج) $\int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df$



هدف سوال: خواص تبدیل فوری

سوال ششم

ویدیو با عنوان [Lecture 9, Fourier Transform Properties | MIT RES.6.007 Signals and Systems, Spring 2011](#) از کانال [MIT OpenCourseWare](#) را مشاهده نمایید و به سوالات زیر پاسخ دهید.

- الف) روابط analysis و synthesis را بیان نمایید و هریک را تفسیر کنید.
- ب) خاصیت conjugate symmetry در مورد تبدیل فوریۀ سیگنال حقیقی $x(t)$ چه می گوید؟
- ج) خاصیت scaling، در مورد ارتباط سرعت پخش کردن یک فایل صوتی با فرکانس آن چه می گوید؟
- د) خاصیت convolution، چه ارتباطی با تابع ویژه بودن سیگنال $e^{j\omega_0 t}$ برای سیستم های LTI دارد؟

هدف سوال: مرور تبدیل فوریۀ