# گزارش پروژه دوم متلب

## درس سیگنال‌ها و سیستم‌ها


**امیرمرتضی رضائی**

**810101429**


**بهار 1403**

## سوال اول:

در ابتدا نقطه $t_0$ را بدست می‌آوریم. از آنجا که در این نقطه، مقدار تابع برابر با نصف پیک شده‌است، بنابراین $t_0$ برابر با $\frac{\pi}{6}$ خواهد بود. همچنین می‌دانیم می‌توان بیان کرد:

$$x(t) = a_0 + 2\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t) + 2\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\omega_0 t)$$

$$a_n = \frac{1}{T_0}\int_{T_0}^{\square} x(t)\cos(n\omega_0 t)\,dt \quad , \quad b_n = \frac{1}{T_0}\int_{T_0}^{\square} x(t)\sin(n\omega_0 t)\,dt$$

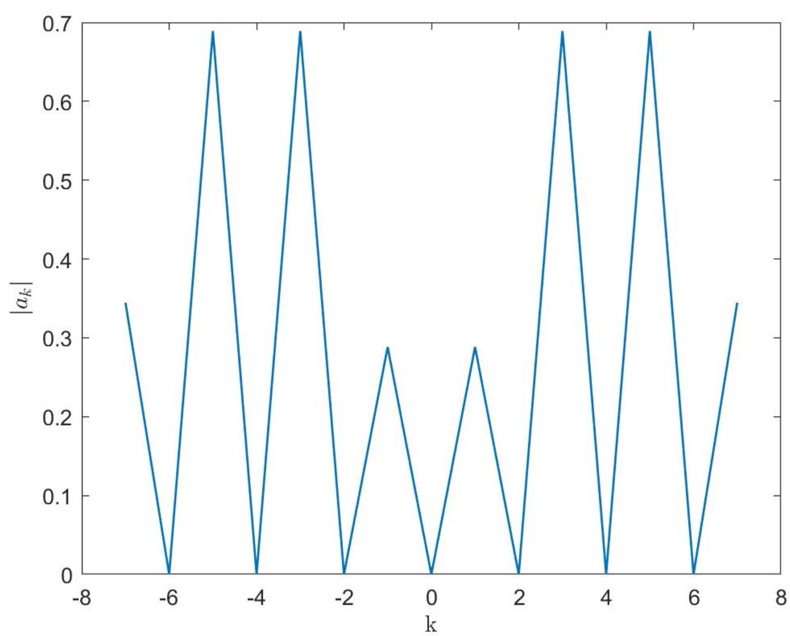
$$c_n = a_n - jb_n \rightarrow |cn| = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad , \qquad c_0 = a_0\,, b_0 = 0$$

از آنجا که تابع ما تابعی فرد است، ضرایب $a_n$ برابر با صفر خواهند بود. پس خواهیم داشت:

$$b_n = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} x(t)\sin(n\omega_0 t)\,dt = \frac{1}{2\pi} \times \Bigg[\int_0^{\frac{\pi}{6}} A\sin(t)\sin(n\omega_0 t)\,dt + \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \frac{A}{2}\sin(n\omega_0 t)\,dt + \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} A\sin(t)\sin(n\omega_0 t)\,dt + \int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \frac{A}{2}\sin(n\omega_0 t)\,dt + \int_{\frac{11\pi}{6}}^{2\pi} A\sin(t)\sin(n\omega_0 t)\,dt\Bigg],$$

$$|c_n| = |b_n|$$

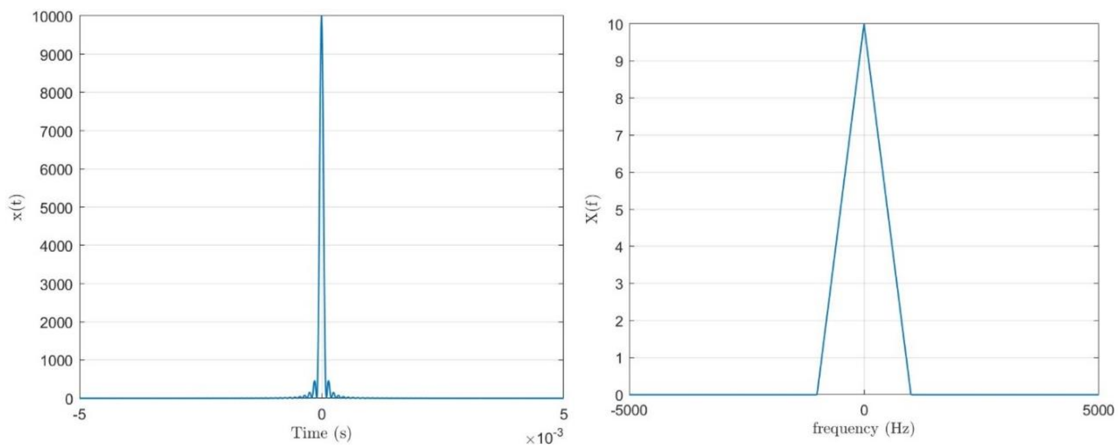
حاصل انتگرال فوق توسط متلب محاسبه کرده و اندازه ضرایب سری فوریه‌ی آن‌را $|a_k|$ در بازه‌ی [-7:7] بدست آورده و نمودار آن را در این بازه رسم کرده‌ایم. نتیجه به‌صورت زیر می‌باشد.



## سوال دوم:

### الف)

ابتدا سیگنال *X(f)* را توسط یک تابع تعریف می‌کنیم و سپس با استفاده از توابع *fftshift , ifft , ifftshift* تبدیل فوریه معکوس آن‌را محاسبه کرده و در بازه‌ی $-0.005<t<0.005$ آن را رسم می‌کنیم. نتایج بدست‌آمده به صورت زیر می‌باشند:

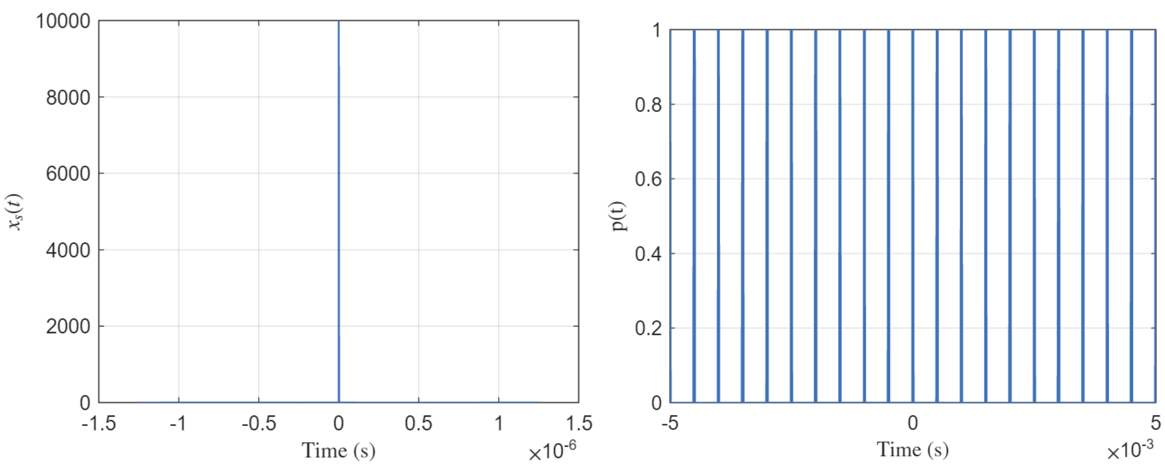



همانطور که انتظار داشتیم:

$$10\Lambda\left(\frac{f}{1000}\right)=10000\times\frac{1}{1000}\Lambda\left(\frac{f}{1000}\right)\xrightarrow{FI}10000\times sinc^2(1000t)$$

### ب)

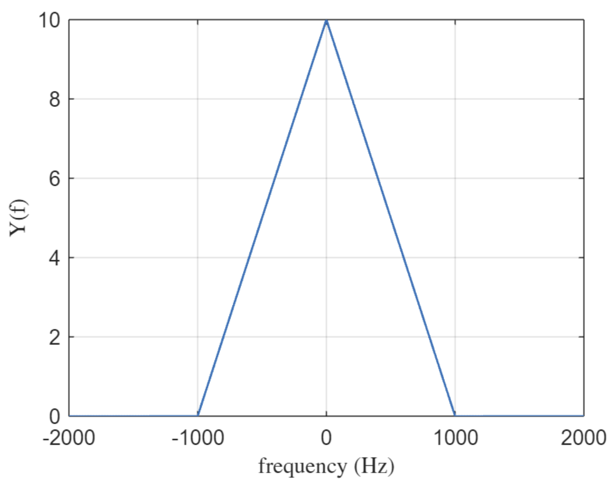
سیگنال *chopper* را توسط تابع *squra* ایجاد می‌کنیم و آن‌را با یک جمع کرده و نصف می‌کنیم تا مطمئن شویم فقط مقادیر مثبت را شامل می‌شود. حال تابع $x_s(t)$ با ضرب $p(t)$ و $x(t)$ بدست می‌آید:

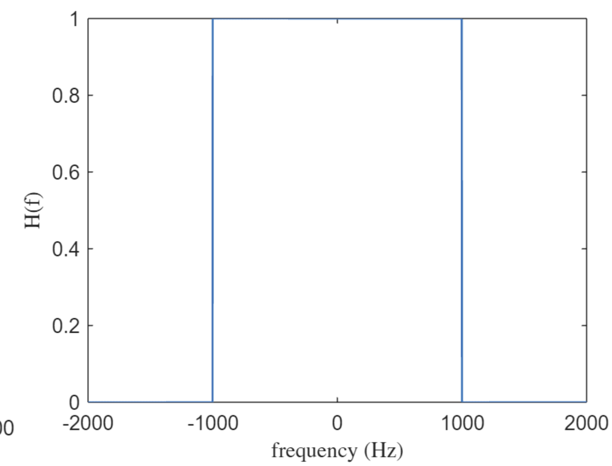



توجه گردد که برای مشاهده تابع نمونه برداری شده لازم است تا روی نمودار زوم گردد.

## ج)

پهنای باند را برابر $f_c=1000Hz$ و $k$ را برابر با 1 قرار می‌دهیم. پس با محاسبه تبدیل فوریه خروجی خواهیم داشت:




همانطور که مشاهده می‌گردد، تبدیل فوریه خروجی با تبدیل فوریه ورودی یکسان است.

## سوال سوم:

### الف)

داریم:

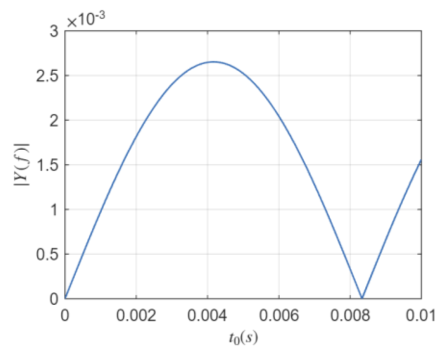
$$h(t) = 10\big(u(t) - u(t-t_0)\big) = 10rect\left(\frac{t-\frac{t_0}{2}}{t_0}\right) \xrightarrow{F} t_0 sinc(ft_0)e^{-j\pi f t_0} = H(f)$$

همچنین:

$$x(t) = \cos(120\pi t) \to X(f) = \frac{1}{2}\big(\delta(f-60) + \delta(f+60)\big)$$

$$\to Y(f) = X(f).H(f) = \frac{t_0}{2} sinc(60t_0)e^{-j\pi 60 t_0} + \frac{t_0}{2} sinc(-60t_0)e^{j\pi 60 t_0}$$

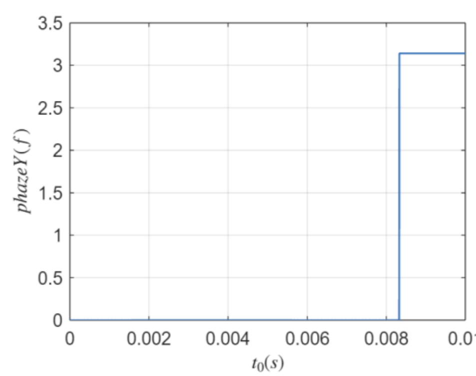
پس از محاسبه‌ی $Y(f)$ به ازای $t_0$ های مختلف، نمودار آن را رسم می‌کنیم:




همانطور که مشاهده می‌گردد، این نمودار سینوسی است و 2 بار با محور افق برخورد دارد.

### ب)

پس از رسم زاویه خروجی داریم:




این نمودار خطی است چرا که زاویه با افزایش زمان به طور خطی کاهش پیدا می‌کند.

## سوال چهارم:

می‌دانیم اگر $h(t)=h_e(t)+h_o(t)$ (که در آن $h_e$ و $h_o$ به‌ترتیب قسمت‌های زوج و فرد تابع $h(t)$ هستند.):

$$h_e(t) \overset{F}{\leftrightarrow} H_R(f) \quad , \quad h_o(t) \overset{F}{\leftrightarrow} H_I(f)$$

پس:

$$H_R(f) \overset{F^{-1}}{\longleftrightarrow} h_e(t) \rightarrow h_e(t) = F^{-1}\left\{\frac{\sin(2\pi f)+\sin(4\pi f)}{2\pi f}\right\} = F^{-1}\{sinc(2f)+2sinc(4f)\}$$

$$\rightarrow h_e(t) = \frac{1}{2}rect\left(\frac{t}{2}\right)+\frac{1}{2}rect\left(\frac{t}{4}\right) = \frac{1}{2}[u(t+1)-u(t-1)+u(t+2)-u(t-2)]$$

از آنجا که سیستم علّی است، $h(t)$ باید به‌ازای $t<0$ صفر باشد، پس:

$$\begin{cases} \forall t<0 : h_o(t) = -h_e(t) \\ \forall t : h_0(-t) = -h_o(t) \end{cases} \rightarrow h_o(t)$$
$$= -\frac{1}{2}[u(t+2)+u(t+1)]+2u(t)-\frac{1}{2}u(t-1)-\frac{1}{2}u(t-2)$$

حال داریم:

$$h_o(t) \overset{F}{\leftrightarrow} H_I(f)$$

در نهایت نتایج به صورت زیر می‌باشند: