



دانشکده فنی

باسمه تعالی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر



دانشگاه تهران

سیگنال‌ها و سیستم‌ها- تمرین کامپیوتری اول

(۱) در این تمرین قصد داریم تساوی حدی  $\delta(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} x_{\tau}(t)$  را با فرض  $x_{\tau}(t) = \frac{1}{\tau} \exp\left(-\frac{2|t|}{\tau}\right)$  به کمک شبیه‌سازی کامپیوتری بررسی نماییم.

الف) با استفاده از برنامه Matlab، ابتدا سیگنال  $x_{\tau}(t)$  را به‌ازای مقادیر  $\tau = 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-6}$  جداگانه رسم کنید. نشان دهید که با کوچک‌تر شدن  $\tau$ ، سیگنال  $x_{\tau}(t)$  به سیگنال ضربه‌ی واحد نزدیک می‌شود.

ب) مقدار انتگرال  $I_{\tau} = \int_{-0.1}^{0.1} x_{\tau}(t^2) dt$  را به‌صورت کامپیوتری برای  $\tau = 10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-6}$  به‌دست آورید. سپس با استفاده از خواص سیگنال ضربه واحد، توضیح دهید که چرا مقدار انتگرال  $I_{\tau}$  با بزرگ شدن توان منفی  $\tau$  (کوچک‌تر شدن  $\tau$ ) واگرا می‌شود؟

(۲) پاسخ یک سیستم بی‌حافظه و تغییرناپذیر با زمان به ورودی  $x_1(t) = \exp(-t) u(t)$  به‌صورت:

$$y_1(t) = \begin{cases} 1-t & 0 \leq t \leq 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

داده شده است. با استفاده از برنامه‌نویسی کامپیوتری، پاسخ خروجی این سیستم به ورودی  $x_2(t) = t \exp(-t) u(t)$  که آن را  $y_2(t)$  می‌نامیم، رسم کنید.

(۳) سیگنال‌های پیوسته‌ی  $x_1(t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{4}\right)$  و  $x_2(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-(t-1)^2)$  را در نظر بگیرید. نتیجه کانولوشن این دو سیگنال را به‌صورت  $y(t) = x_1(t) * x_2(t)$  تعریف می‌کنیم.

الف) با استفاده از برنامه‌نویسی کامپیوتری شکل زمانی سیگنال  $y(t)$  را پیدا کرده و رسم کنید.

ب) با توجه به شکل  $y(t)$  به‌دست آمده، نشان دهید که سیگنال  $y(t)$  یک موج گوسی با میانگین  $\eta_y$  و واریانس  $\sigma_y^2$  است و مقادیر  $\eta_y$  و  $\sigma_y^2$  را از نیز روی شکل  $y(t)$  به‌دست آورید.

(۴) در یک سیستم LTI پیوسته، پاسخ سیستم به ورودی  $x(t) = u(t) - u(t-3)$  سیگنال مثلی  $y(t) = \Lambda(t)$  شده است. با استفاده از برنامه‌نویسی کامپیوتری و با توجه به خواص سیستم‌های LTI، مقدار پاسخ ضربه سیستم،  $h(t)$  را در لحظه‌ی زمانی  $t = \sqrt[3]{1403}$  به‌دست آورید.

(۵) در یک سیستم خطی پیوسته با ضابطه‌ی  $y(t) = x(9t - t^2 - a)$  که در آن  $a$  یک عدد صحیح نامنفی است، پاسخ سیستم را به ورودی پله‌ی شیفت‌یافته  $x(t) = u(t-4)$  با  $s_4(t)$  نمایش می‌دهیم. می‌دانیم ورودی این سیستم خطی در بازه‌ی  $t < 4$  متحد با صفر است. به دنبال یافتن کوچک‌ترین عدد صحیح نامنفی  $a$  هستیم که به ازای آن خروجی سیستم  $s_4(t)$  نیز در بازه‌ی  $t < 4$  متحد با صفر باشد.

الف) با استفاده از برنامه‌نویسی کامپیوتری، حداقل مقدار صحیح نامنفی  $a$  را که به‌ازای آن، پاسخ  $s_4(t)$  در محدوده‌ی  $t < 4$  در حالت سکون است، به‌دست آورید.

ب) توضیح دهید که این مقدار  $a$  چگونه با خاصیت علی این سیستم قابل توجیه است؟