

تمرین کامپیوتری ۱ سیستم‌های مخابراتی

نام و نام خانوادگی : امیرمهدی جعفری فشارکی

شماره دانشجویی : ۹۸۱۰۹۶۴۵

تاریخ : ۲۱ آبان ۱۴۰۰

فهرست مطالب

۳	۱ توضیحات اولیه
۳	۲ کانال چند مسیره
۳	۱.۲ رسم نمودار $x(t)$
۴	۲.۲ تولید کانال با متغیرهای تصادفی
۴	۳.۲ رابطه میان فاصله دره‌های پاسخ فرکانسی
۶	۴.۲ کانال نمونه‌برداری شده
۷	۳ بازیابی سیگنال خروجی از کانال چند مسیره
۷	۱.۳ محاسبه پارامترهای جبران‌ساز
۸	۲.۳ ساختار جبران‌ساز
۹	۳.۳ نمودار سیگنال ورودی
۱۰	۴.۳ پاسخ فرکانسی کانال
۱۱	۵.۳ مقایسه ورودی و خروجی کانال
۱۲	۶.۳ بازیابی سیگنال
۱۳	۷.۳ مقایسه سیگنال‌ها

۱ توضیحات اولیه

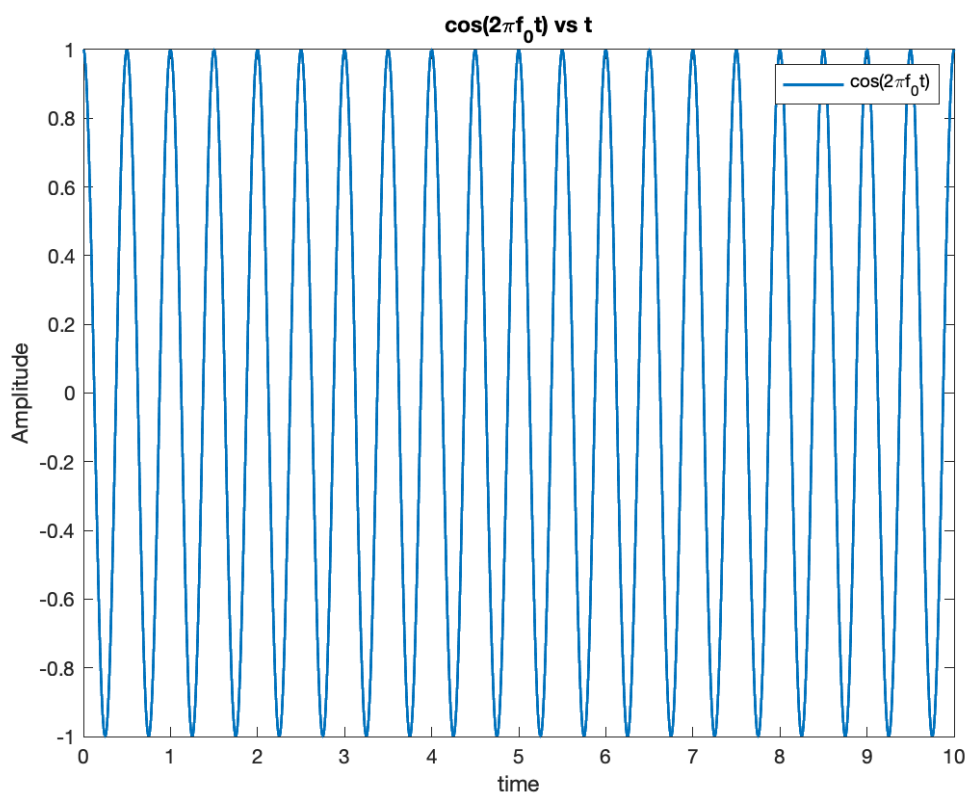
کدهای مربوط به سوالات در فولدر Codes قرار دارد و تمامی تصاویر مربوط به سوالات در فولدر pics قرار دارد. همچنین این گزارش با استفاده از $\text{AT\textbf{E}X}$ تهیه شده است و فایل tex مربوط به آن در فولدر Report قرار دارد.

۲ کانال چند مسیره

کد مربوط به این سوال در Q1.m قرار داد.

۱.۲ رسم نمودار $x(t)$

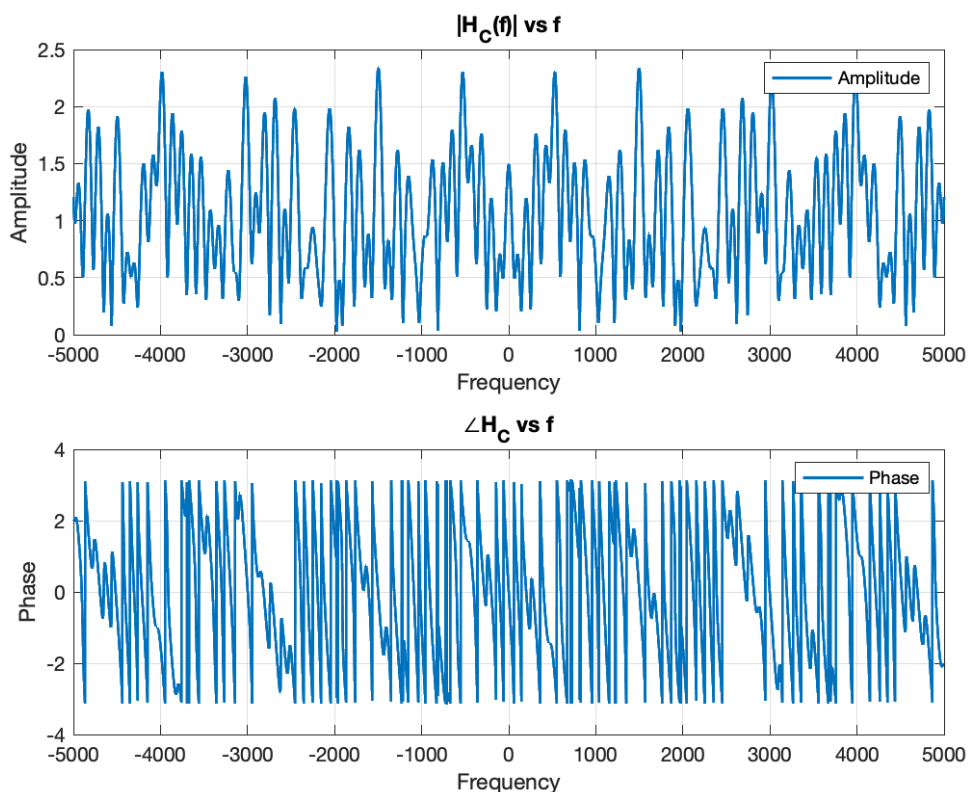
با نمونه برداری از سیگنال مورد نظر، شکل آن مانند شکل زیر می باشد.



شکل ۱: نمودار سیگنال نمونه برداری شده

۲.۲ تولید کانال با متغیرهای تصادفی

در این بخش همان‌طور که مشاهده می‌شود ابتدا متغیرهای تصادفی مورد نظر تولید با استفاده از توابع rand و normrnd تولید می‌شوند و با رسم شکل به ازای این مقادیر، نمودار اندازه و فاز پاسخ فرکانسی از فرکانس -5kHz تا 5kHz به شکل زیر می‌باشد.



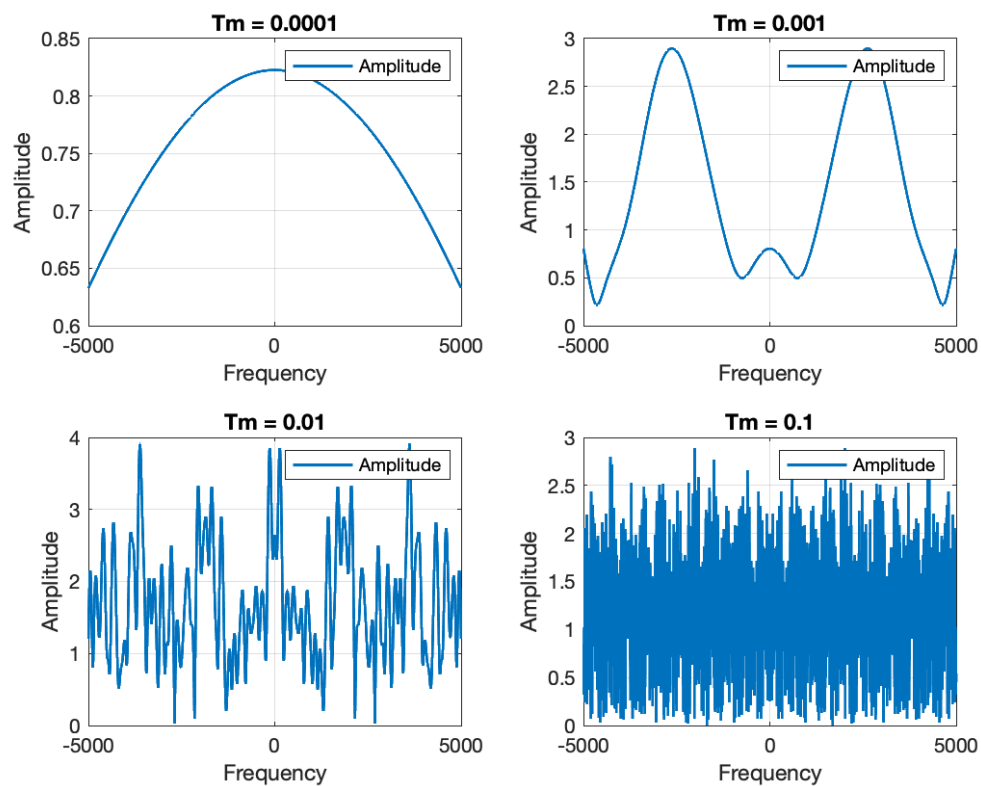
شکل ۲: نمودار اندازه و فاز پاسخ فرکانسی بر حسب فرکانس

۳.۲ رابطه میان فاصله دره‌های پاسخ فرکانسی

با رسم اندازه پاسخ فرکانسی به ازای مقادیر مختلف T_m می‌توان مشاهده کرد که فاصله این دره‌ها با مقدار T_m رابطه عکس دارد. به این دلیل می‌توان حدس زد که رابطه فاصله دره‌ها با T_m به شکل معادله زیر می‌باشد:

$$\Delta f \approx \frac{\alpha}{T_m}$$

که در اینجا α خود ضریبی متناسب با پارامترهای دیگر مساله می‌باشد. همچنین نمودار به ازای چند حالت مختلف به شکل زیر می‌باشد.



شکل ۳: نمودار اندازه پاسخ فرکانسی برای مقادیر متفاوت T_m

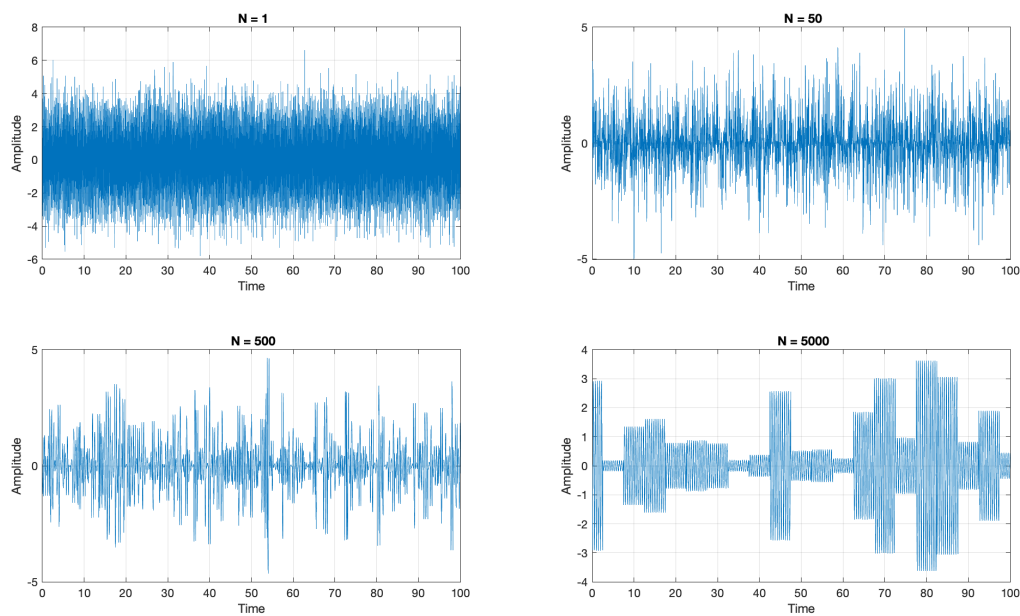
همان‌طور در شکل ۳ نیز مشخص است با افزایش T_m فاصله‌ها کاهش پیدا می‌کند و به همین دلیل به ازای T_m خیلی بزرگ فاصله‌ها بسیار کاهش می‌یابد و به ازای T_m خیلی کوچک، پاسخ فرکانسی کانال تقریباً ثابت شده و تغییرات آن بسیار کم است.

۴.۲ کانال نمونه‌برداری شده

در این بخش ابتدا یک تابع به نام `channel_response` تعریف شده است که N ذکر شده در صورت سوال را به عنوان ورودی گرفته و با استفاده از آن، پس از هر N نمونه، مقادیر تصادفی کانال را تغییر داده و در نهایت به ازای N مشخص شده، خروجی کانال و زمان را به عنوان خروجی تابع می‌دهد. سپس برای N های خواسته شده در سوال، این مقادیر رسم شده است. همچنین برای محاسبه پاسخ در هر ثانیه از رابطه

$$y(t) = \sum_{i=1}^n a_i x(t - \tau_i)$$

استفاده شده است.



شکل ۴: خروجی کانال برای هر یک از N های مشخص شده

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، با کاهش N خروجی کانال تصادفی تر می‌شود چرا که عملاً نمونه های بیشتری از کانال های تصادفی با پارامترهای متفاوت‌تری عبور کرده‌اند و به همین دلیل خروجی برای N های کمتر، تصادفی‌تر می‌شود.

۳ بازیابی سیگنال خروجی از کانال چند مسیره

۱.۳ محاسبه پارامترهای جبران ساز

هدف ما این است که پاسخ فرکانسی کل سیستم متشکل از کانال و جبران ساز با هم، از معادله (۱) پیروی کند.

$$H_{Eq}(f)H_C(f) = ke^{-j\vartheta\pi ft}. \quad (۱)$$

در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned} H_{Eq}(f) &= \frac{ke^{-j\vartheta\pi ft}}{\sum_{i=1}^n a_i e^{-j\vartheta\pi f\tau_i}} \\ &= \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{a_i e^{-j\vartheta\pi f\tau_i}}{ke^{-j\vartheta\pi ft}}} \\ &= \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{a_i}{k} e^{-j\vartheta\pi f(\tau_i - t_s)}} \end{aligned} \quad (۲)$$

حال برای آنکه تابع به شکل خواسته شده در بیاید باید مقادیر t_s و k را به شکل زیر قرار دهیم

$$\begin{cases} k = a_1 \\ t_s = \tau_1 \end{cases} \quad (۳)$$

با قرار دادن این مقادیر به شکل بالا، برای تابع نهایی داریم:

$$H_{Eq}(f) = \frac{1}{1 + \sum_{i=2}^n \frac{a_i}{a_1} e^{-j\vartheta\pi f(\tau_i - \tau_1)}} \quad (۴)$$

پس برای مقادیر k_i و t_i خواسته شده داریم:

$$\begin{cases} k_i = \frac{a_i}{a_1} \\ t_i = \tau_i - \tau_1 \end{cases} \quad (۵)$$

۲.۳ ساختار جبران ساز

طبق بسط تیلور داریم:

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots$$

پس برای $H_{Eq}(f)$ نیز داریم:

$$\begin{aligned} H_{Eq}(f) &= \frac{1}{1 + \sum_{i=2}^n k_i e^{-j2\pi f t_i}} \\ &= 1 - \sum_{i=2}^n k_i e^{-j2\pi f t_i} + \left(\sum_{i=2}^n k_i e^{-j2\pi f t_i} \right)^2 - \dots \end{aligned} \quad (6)$$

حال اگر جملات با توان های بالاتر را نیز باز کنیم، پاسخ نهایی به شکل جمع یکسری $b_i e^{-j2\pi f \tau'_i}$ در می آید. حال اگر این جملات را به ترتیب τ'_i ها از کوچک تر به بزرگ تر مرتب کنیم، در نهایت تابع به شکل معادله زیر در می آید.

$$H_{Eq}(f) = 1 + \sum_{i=1}^{\infty} C_i e^{-j2\pi f \tau'_i} \quad (7)$$

جملات به دست آمده در معادله (۷) در حوزه زمان، پاسخ ضربه ای مطابق با معادله (۸) را شکل می دهند.

$$h_{Eq}(t) = \delta(t) + \sum_{i=1}^{\infty} C_i \delta(t - \tau'_i) \quad (8)$$

حال اگر T_i را به شکل $T_i = \tau'_i - \tau'_{i-1}$ تعریف کنیم، خواهیم داشت:

$$h_{Eq}(t) = \delta(t) + \sum_{i=1}^{\infty} C_i \delta(t - \sum_{j=1}^i T_j) \quad (9)$$

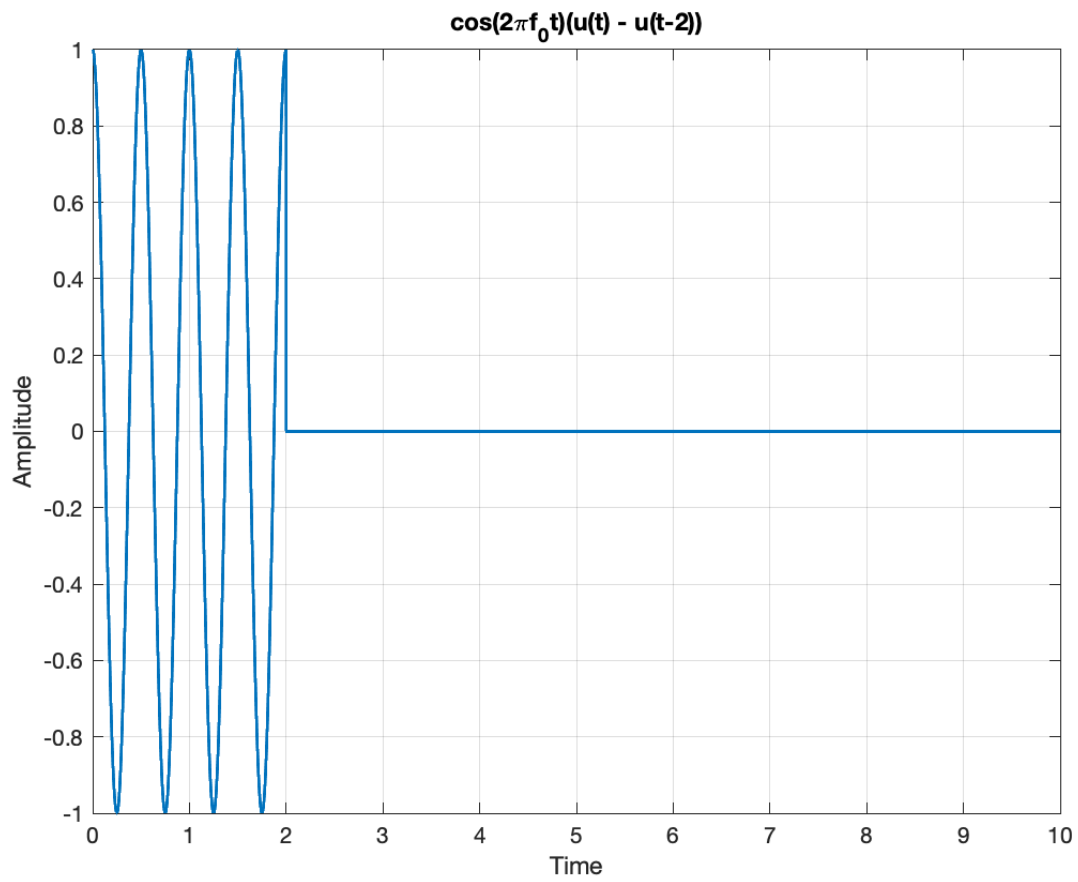
اگر در این پاسخ ضربه، فقط $m+1$ جمله اول را نگه داریم، خواهیم داشت:

$$h_{Eq}(t) = \delta(t) + \sum_{i=1}^m C_i \delta(t - \sum_{j=1}^i T_j) \quad (10)$$

که این پاسخ ضربه، در حقیقت نمایش دهنده پاسخ ضربه همان سیستم نمایش داده شده می باشد که در آن $C_0 = 1$ می باشد.

۳.۳ نمودار سیگنال ورودی

نمودار مورد نظر در شکل ۵ رسم شده است.



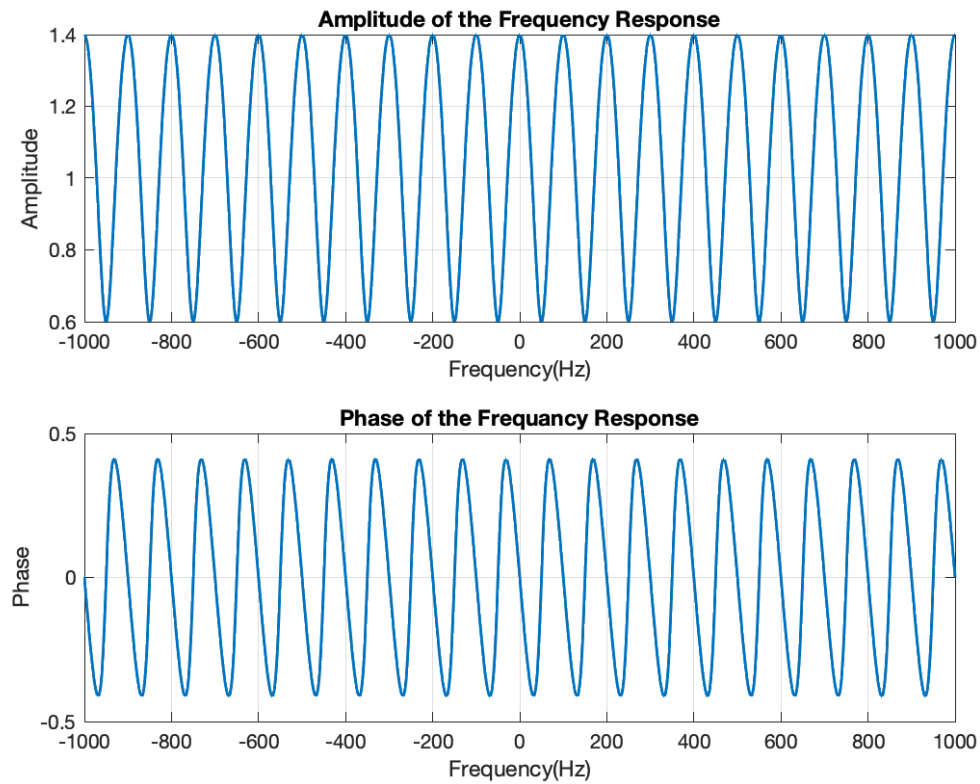
شکل ۵: نمودار سیگنال ورودی بر حسب زمان

۴.۳ پاسخ فرکانسی کانال

برای کانال داده شده، رابطه پاسخ فرکانسی برابر است با:

$$H(f) = e^{-j2\pi 5f} + 0.4e^{-j2\pi 5/0.1f} \quad (11)$$

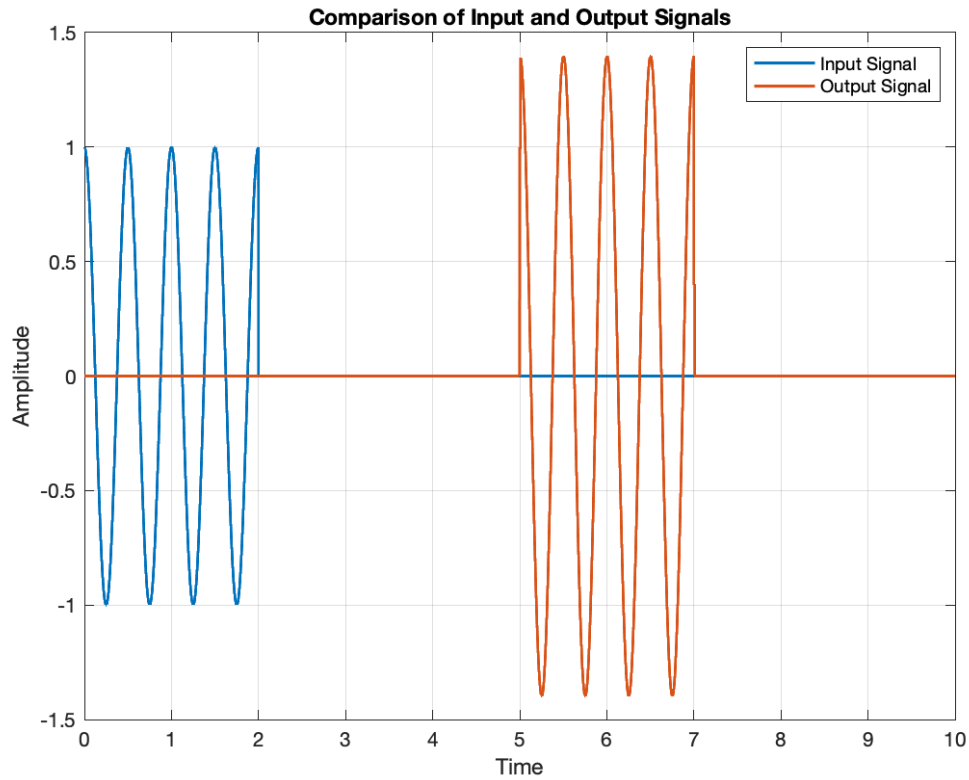
همچنین نمودار اندازه و فاز پاسخ فرکانسی این کانال مطابق شکل ۶ می باشد.



شکل ۶: نمودار اندازه و فاز پاسخ فرکانسی کانال

۵.۳ مقایسه ورودی و خروجی کانال

در شکل زیر، نمودار ورودی و خروجی کانال به صورت همزمان رسم شده است.



شکل ۷: نمودار ورودی و خروجی کانال

برای تولید خروجی از دو متغیر y_1 و y_2 در کد متلب استفاده شده است که هرکدام برابرند با:

$$\begin{cases} y_1(t) = x(t - 5) \\ y_2(t) = 0.5x(t - 5.01) \end{cases}$$

و در نهایت $y = y_1 + y_2$ قرار داده شده است.

۶.۳ بازایی سیگنال

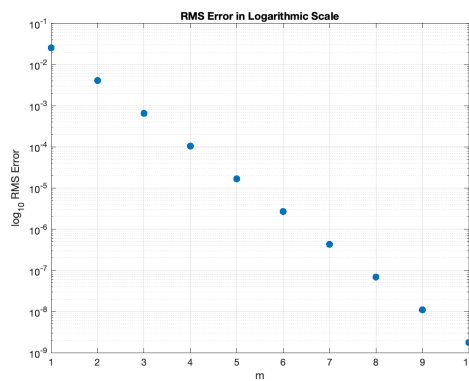
برای بازایی سیگنال، با استفاده از معادله (۶) داریم:

$$\begin{aligned} H_{Eq}(f) &= \frac{1}{1 + 0.4e^{-j2\pi 0.1f}} \\ &= 1 + \sum_{i=1}^{\infty} (-0.4e^{-j2\pi 0.1f})^i \end{aligned} \quad (12)$$

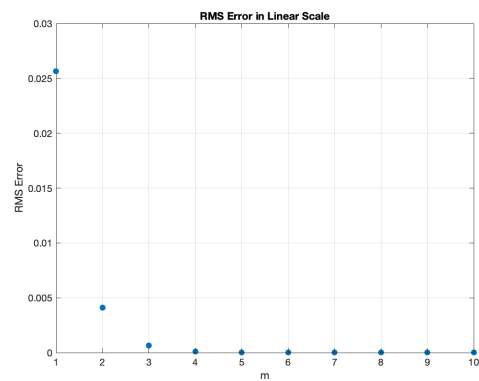
در نتیجه معادله بالا، برای میزان تاخیر و C_i ها داریم:

$$\begin{cases} C_i = (-0.4)^i \\ T_i = 0.1 \end{cases} \quad (13)$$

حال برای محاسبه خطا خواسته شده، ابتدا تابعی به نام channel_equalizer تعریف می‌کنیم که ورودی آن m می‌باشد و خروجی آن سیگنال بازسازی شده می‌باشد. همچنین نمودار میزان خطا بر حسب m به شکل زیر می‌باشد.



(ب) اسکیل لگاریتمی

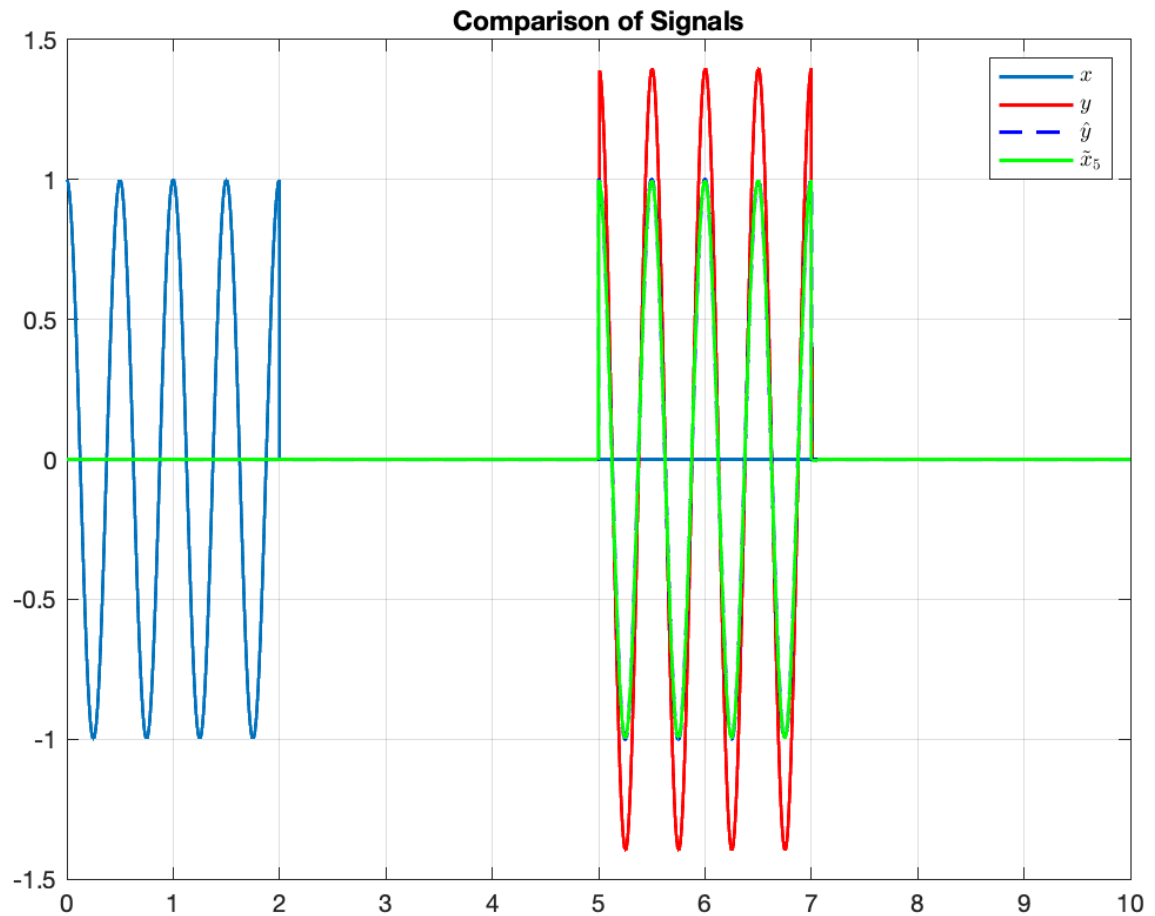


(آ) اسکیل خطی

شکل ۸: نمودار میزان خطا بر حسب m

۷.۳ مقایسه سیگنال‌ها

با رسم هر چهار سیگنال خواسته شده، خروجی مطابق شکل زیر می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود، سیگنال \hat{y} که همان خروجی از کانال ایده‌آل



شکل ۹: نمودار سیگنال‌های ورودی، خروجی، ایده‌آل و بازسازی شده

می‌باشد، تنها به مقدار ۵ ثانیه نسبت به سیگنال ورودی شیفت داده شده است. همان‌طور که دیده می‌شود، سیگنال \tilde{x}_5 به خوبی سیگنال \hat{y} را بازسازی کرده است و این درحالی است که خروجی کانال غیر ایده‌آل یعنی y دارای تفاوت‌های محسوسی نسبت به خروجی ایده‌آل می‌باشد.