

## تعادل نش

- محدودیت زمان برای سی‌پلاس‌پلاس: ۴ ثانیه
- محدودیت زمان برای پایتون: ۸ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

آبولف و بهزاد می‌خواهند با یکدیگر بازی کنند. در این بازی آبولف  $N$  و بهزاد  $M$  کنش متفاوت دارند. اگر آبولف کنش  $i$ ام و بهزاد کنش  $j$ ام را بازی کند، سود آبولف  $u_{i,j}^{(1)}$  و سود بهزاد  $u_{i,j}^{(2)}$  خواهد بود.

به شما  $m, n$  و دو ماتریس  $u^{(1)}$  و  $u^{(2)}$  داده می‌شود، یک تعادل نش ترکیبی برای این بازی پیدا کنید.

## ورودی

در خط اول ورودی دو عدد صحیح  $N$  و  $M$  ( $1 \leq N, M \leq 7$ ) می‌آیند که به ترتیب تعداد کنش‌های آبولف و تعداد کنش‌های بهزاد هستند.

در خط  $i$ ام از  $N$  خط بعدی،  $M$  عدد صحیح  $u_{i,1}^{(1)}, u_{i,2}^{(1)}, \dots, u_{i,m}^{(1)}$  ( $-50 \leq u_{i,j}^{(1)} \leq 50$ ) می‌آیند که ماتریس سود مربوط به آبولف را مشخص می‌کند.

در خط  $i$ ام از  $N$  خط بعدی،  $M$  عدد صحیح  $u_{i,1}^{(2)}, u_{i,2}^{(2)}, \dots, u_{i,m}^{(2)}$  ( $-50 \leq u_{i,j}^{(2)} \leq 50$ ) می‌آیند که ماتریس سود مربوط به بهزاد را مشخص می‌کند.

## خروجی

در خط اول  $N$  عدد اعشاری  $p_1, p_2, \dots, p_N$  را با دقت ۶ رقم اعشار چاپ کنید که استراتژی آبولف را نشان می‌دهد.

در خط دوم  $M$  عدد اعشاری  $q_1, q_2, \dots, q_M$  را با دقت ۶ رقم اعشار چاپ کنید که استراتژی بهزاد را نشان می‌دهد.

دقت کنید در صورتی که بازی چند تعادل نش داشته باشد، کافی است یکی را به دلخواه چاپ کنید.

پاسخ شما روی هر تست پذیرفته می‌شود اگر تمامی شروط پایین برقرار باشد.

- فرض کنید  $P = \sum_{i=1}^N p_i$  باید  $|P - 1| \leq 10^{-3}$  برقرار باشد.
- فرض کنید  $Q = \sum_{i=1}^M q_i$  باید  $|Q - 1| \leq 10^{-3}$  برقرار باشد.
- به ازای هر  $1 \leq i \neq j \leq n$  که  $p_i, p_j \geq 10^{-6}$  است، نامساوی زیر برقرار باشد.

$$\left| \sum_{k=1}^M q_k \cdot u_{i,k}^{(1)} - \sum_{k=1}^M q_k \cdot u_{j,k}^{(1)} \right| < 10^{-3}$$

- به ازای هر  $1 \leq i \neq j \leq n$  که  $p_i \geq 10^{-6}$  و  $p_j < 10^{-6}$  است، نامساوی زیر برقرار باشد.

$$\sum_{k=1}^M q_k \cdot u_{i,k}^{(1)} - \sum_{k=1}^M q_k \cdot u_{j,k}^{(1)} > -10^{-3}$$

- دو شرط بالا برای استراتژی بهزاد نیز به طور مشابه بررسی می‌شود.

## مثال

### ورودی نمونه ۱

```
3 3
0 -1 1
1 0 -1
-1 1 0
0 1 -1
-1 0 1
1 -1 0
```

### خروجی نمونه ۱

```
0.333333 0.333333 0.333333
0.333333 0.333333 0.333333
```

## ورودی نمونه ۲

```
2 2
-2 0
-10 2
-8 -2
8 2
```

## خروجی نمونه ۲

```
0.500000 0.500000
0.200000 0.800000
```

## ورودی نمونه ۳

```
3 3
9 -9 1
7 5 1
9 -10 -7
7 6 -10
-1 3 -8
-8 3 6
```

## خروجی نمونه ۳

```
1.000000 0.000000 0.000000
1.000000 0.000000 0.000000
```

توضیحات نمونه ۳: همه تعادل‌های نش این بازی شامل موارد زیر است که هر کدام را چاپ کنید قابل قبول است.

- آبولف با استراتژی  $(1, 0, 0)$  و بهزاد با استراتژی  $(1, 0, 0)$  بازی کند.
- آبولف با استراتژی  $(0, 1, 0)$  و بهزاد با استراتژی  $(0, 1, 0)$  بازی کند.

- آبولف با استراتژی  $(0.8, 0.2, 0)$  و بهزاد با استراتژی  $(0.875, 0.125, 0)$  بازی کند.

#### ورودی نمونه ۴

```
3 2
8 -5
-3 4
-5 -4
8 9
1 -2
8 5
```

#### خروجی نمونه ۴

```
0.750000 0.250000 0.000000
0.450000 0.550000
```