



۲۵ اسفند ماه

نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها
بهار ۱۴۰۳



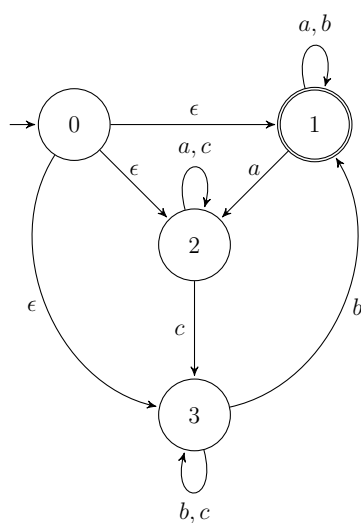
تمرین دوم

پرسش نخست

هر یک از خودکاره‌های غیرقطعی متناهی زیر را به خودکاره‌ی متناهی قطعی برابری تبدیل کنید.

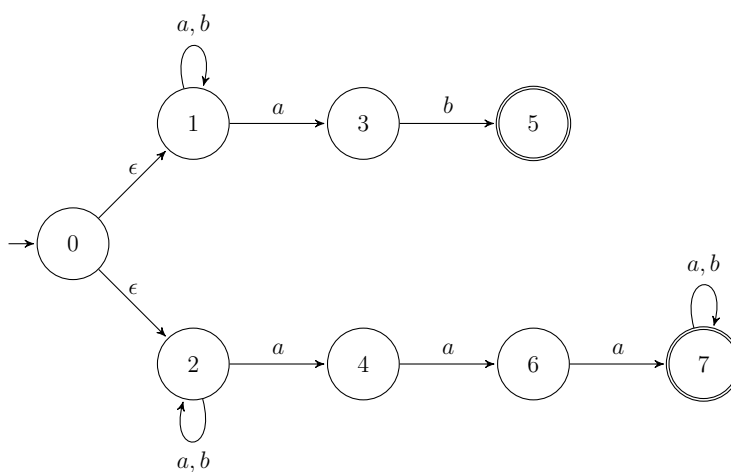
(۵ نمره)

(آ)



(۵ نمره)

(ب)



نیاز نیست که همه ۲۵۶ حالت را بکشید زیرا بسیاری از این حالت‌ها غیر قابل دسترسی از حالت آغازین هستند. بنابراین گام به گام حالت‌های قابل دسترسی را به نمودار بیافزایید تا در پایان خودکاره قطعی متناهی برابر را بدست آورید.

پرسش دوم

برای زبان‌های زیر عبارت منظمی بیاورید.

(۲ نمره)
$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| = 3n + 2\} \quad (\text{آ})$$

(۲ نمره)
$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid n_b(w) \equiv 0 \pmod{2}\} \quad (\text{ب})$$

(۲ نمره)
$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid a \text{ حداقل یک } b \text{ داخل آمده است.}\} \quad (\text{ج})$$

(۴ نمره)
$$L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid a \text{ یا } b \text{ تنها } a \text{ یا } b \text{ آمده است.}\} \quad (\text{د})$$

برای این زبان نخست خودکاره‌ای قطعی متناهی برای آن بیاورید و سپس با تبدیل به خودکاره غیرقطعی متناهی گسترش یافته^۱ عبارت منظم خواسته شده را بدست آورید.

پرسش سوم

۱. نشان دهید که رده‌ی زبان‌های منظم زیر عملیات وارون بسته است. (۵ نمره)

۲. پردازنده $h : \Sigma^* \rightarrow \Pi^*$ یک هم‌ریختی^۲ می‌گوییم اگر برای هر $x, y \in \Sigma^*$ داشته باشیم که $h(xy) = h(x)h(y)$.

همچنین می‌توان هر پردازنده هم‌ریخت را به گونه زیر برای زبان‌ها گسترش داد. (۵ نمره)

$$h(L) = \{h(x) \mid x \in L\}$$

نشان دهید که رده‌ی زبان‌های منظم زیر پردازنده‌های هم‌ریخت بسته است.

پرسش چهارم

یک عبارت منظم زمانی مبهم است که رشته‌ای وجود داشته باشد که بتوان آن را به دو روش گوناگون از آن عبارت منظم ساخت. کدام یک از عبارت‌های منظم زیر مبهم است؟

^۱GNFA

^۲homomorphism

(۳ نمره) $a[(ab)^*cd]^* \cup a(ababcb^*)^*a^*$ (آ)

(۳ نمره) $aab^*(ab)^* \cup ab^* \cup a^*bba^*$ (ب)

(۴ نمره) $a^*(a^*b)^*c \cup (abdc)^+$ (ج)

پرسش پنجم

۱. با بکارگیری لم تزریق نشان دهید که زبان‌های زیر نامنظم هستند.

(۳ نمره) $L = \{a^ib^ja^k \mid i, j, k \in \mathbb{N}, k > i + j\}$ (آ)

(۳ نمره) $L = \{a^{2^n} \mid n \geq 0\}$ (ب)

(۴ نمره) $L = \{a^p \mid p \text{ عدد اول است}\}$ (ج)

۲. با بکارگیری ویژگی‌های بستاری^۳ نشان دهید که زبان‌های زیر نامنظم هستند.

(۵ نمره) $L = \{a^mb^n \mid m, n \in \mathbb{N}, m \neq n\}$ (آ)

(۵ نمره) $L = \{a^mb^{2^n} \mid m, n \in \mathbb{N}\}$ (ب)

پرسش امتیازی

۱. اگر $h: \Sigma^* \rightarrow \Pi^*$ یک هم‌ریختی باشد و $L \subseteq \Pi^*$ آنگاه وارون h را به گونه زیر تعریف می‌کنیم. (۳ نمره)

$$h^{-1}(L) = \{x \in \Sigma^* \mid h(x) \in L\}$$

نشان دهید که رده زبان‌های منظم زیر وارون هم‌ریختی بسته است.

۲. عملگر بُر را به گونه زیر تعریف می‌کنیم.

$$\text{shuffle}(A, B) = \{x_1y_1 \dots x_ny_n \mid x_i, y_i \in \Sigma^*, x_1 \dots x_n \in A, y_1 \dots y_n \in B\}$$

همچنین اگر $h: \Sigma^* \rightarrow \Pi^*$ یک هم‌ریختی باشد آنگاه (۳ نمره)

(آ) h خوب است اگر $h(s) \in \Pi_\epsilon = \Pi \cup \{\epsilon\}$ باشد به ازای هر $s \in \Sigma$

(ب) h بسیار خوب است اگر $h(s) \in \Pi$ باشد به ازای هر $s \in \Sigma$.

اکنون یک الفبا Π و سه هم‌ریختی $h, g, k : \Pi^* \rightarrow \Sigma^*$ را بیابید که

(آ) h یک هم‌ریختی بسیار خوب است.

(ب) g, k دو هم‌ریختی خوب هستند.

(ج) برای هر دو زبان $A, B \subseteq \Sigma^*$

$$\text{shuffle}(A, B) = h(g^{-1}(A) \cap k^{-1}(B))$$