



شنبه ۸ اردیبهشت

نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها  
بهار ۱۴۰۳



تمرین سوم

## پرسش نخست

برای هر یک زبان‌های زیر دستور زبان مستقل از متن و یک خودکاره‌ی پشته‌ای بیاورید.

(۳ نمره)  $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N}, i = j \text{ یا } j = k\}$  (آ)

(ب)  $L$  زبان رشته‌هایی شامل دو گونه پرانتز  $()$  و  $[]$  است که هر دو گونه پرانتز در متوازن<sup>۱</sup> هستند. برای نمونه،  
(۳ نمره)  $\epsilon, (), [], ([()]) \in L$  اما  $[(())] \notin L$ .

(۴ نمره) (ج)  $L = \{a^i b^j \mid i/2 \leq j \leq 3i/2\}$

## پرسش دوم

دو قضیه زیر را درباره خودکاره پشته‌ای قطعی<sup>۲</sup> اثبات کنید.

(آ) برای هر زبان منظم، یک خودکاره پشته‌ای قطعی دو حالتی وجود است که هیچ گذر  $\epsilon$  ندارد و هرگز نمادی را  
(۵ نمره) از پشته حذف نمی‌کند.

(ب) اگر زبان  $L$  یک خودکاره پشته‌ای قطعی داشته باشد، آنگاه یک دستور زبان نامبهم<sup>۳</sup> برای آن موجود است. (۵ نمره)

## پرسش سوم

فرم نرمال چامسکی و گریباخ هر یک از دستور زبان‌ها زیر بدست آورید.

balanced<sup>۱</sup>  
DPDA<sup>۲</sup>  
unambiguous CFG<sup>۳</sup>

۱.

(۳ نمره)

$$S \rightarrow ASB|\epsilon$$

$$A \rightarrow aAS|a$$

$$B \rightarrow SbS|A|bb$$

۲.

(۳ نمره)

$$S \rightarrow aAa|bBb|BB$$

$$A \rightarrow C$$

$$B \rightarrow S|A$$

$$C \rightarrow S|\epsilon$$

۳.

(۴ نمره)

$$S \rightarrow AAA|B$$

$$A \rightarrow aA|B$$

$$B \rightarrow \epsilon$$

## پرسش چهارم

کدام یک از دستور زبان‌ها زیر زیر مبهم است؟

(آ)

(۳ نمره)

$$S \rightarrow aS|aSbS|\epsilon$$

(ب)

(۳ نمره)

$$S \rightarrow AaB$$

$$A \rightarrow bA|\epsilon$$

$$B \rightarrow aB|bB|\epsilon$$

(ج)

(۴ نمره)

$$S \rightarrow A|B$$

$$A \rightarrow aAbA|c$$

$$B \rightarrow aS|aAbB$$

## پرسش پنجم

۱. با بکارگیری لم تزریق نشان دهید که زبان‌های زیر مستقل از متن نیستند.

(۲ نمره)

$$L = \{a^i b^j c^k | i, j, k \in \mathbb{N}, i < j < k\} \quad (\text{آ})$$

(۲ نمره)

$$L = \{a^i b^{i^2} | i \in \mathbb{N}\} \quad (\text{ب})$$

(ج) بگمارید که  $b(n)$  گسترش دودویی  $n$  بدون صفرهای چپ باشد، برای نمونه  $b(5) = 101$ . سپس نشان

(۳ نمره)

دهید که زبان  $L = \{b(n) \$ b(n+1) | n \in \mathbb{N}\}$  مستقل از متن نیست.

(۳ نمره)

$$L = \{a^i b^j c^k | i, j, k \in \mathbb{N}, j = \max(i, k)\} \quad (\text{د})$$

۲. ویژگی‌های بستاری زیر را برای دستور زبان‌های مستقل از متن نشان دهید. بگمارید که  $L$  یک زبان مستقل از متن است.

(۲ نمره)

(آ) زبان  $L^R$  مستقل از متن است.

(۳ نمره)

(ب) اگر  $R$  یک زبان منظم باشد، آنگاه  $L \cap R$  نیز مستقل از متن است.

(۵ نمره)

(ج) اگر  $h$  یک هم‌ریختی باشد، آنگاه  $h(L)$  و  $h^{-1}(L)$  مستقل از متن هستند.

## پرسش امتیازی

۱. بگذارید  $\Sigma = \{0, 1, \epsilon, (, ), +, *, \emptyset\}$  باشد. یک دستور زبان  $G$  بیاورید که همه رشته‌هایی که یک عبارت منظم درست در زبان  $\{0, 1\}$  هستند را تولید کند.

(۳ نمره)

۲. بررسی کنید که دستور زبانی که آورده‌اید مبهم است یا نه؟ اگر مبهم است یک دستور زبان نامبهم برای آن بیاورید.

(۳ نمره)