توضیحات که فایل Sample 1.nb

notebook اول متمتیکا، ارائه شده در کلاس

① $m = \{\{a, b\}, \{c, d\}\} \xrightarrow{\text{خروجی}} \{\{a,b\},\{c,d\}\}$

این دستور ماتریسی به نام m ایجاد می کند.

در اینجا a، b، c و d متغیرهای هستند که می توانند هم مقدار عددی یا نمادین باشند.

این ماتریس یک ماتریس 2x2 است که مقادیر a، b، c و d به ترتیب در ردیف های اول و دوم قرار دارد.

② MatrixForm[m] $\xrightarrow{\text{خروجی}} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

این دستور با استفاده از تابع MatrixForm، ماتریس m را به صورت قالب بندی شده (دو بعدی) ماتریسی نمایش می دهد.

MatrixForm[m] : در اینجا m ماتریسی است که می خواهیم به صورت فرمت شده نمایش دهیم.

خروجی نسخه ای با فرمت زیبا از ماتریس m خواهد بود که برای بهبود خوانایی، براکت ها و فاصله اضافه شده است. این دستور بر مقادیر یا ساختار اساسی ماتریس m تأثیر نمی گذارد. این به سادگی راهی برای نمایش ماتریس به شیوه ای بصری جذاب تر برای خوانایی آسان است.

③ Det[%]

جای ۱ و جای 2 ← % بزن

این دستور دترمینان ماتریس محاسبه شده قبلی را محاسبه می کند.

(نماد % در متمتیکا نشان دهنده آخرین نتیجه محاسبه شده است (دستور بالایی))

در این حالت % به ماتریس m که قبلاً تعریف شده بود اشاره دارد: Det[m] ← دترمینان

در اینجا m ماتریسی است که می خواهیم دترمینان را برای آن محاسبه کنیم.

تابع Det دترمینان ماتریس m را برمی گرداند، که یک مقدار اسکالر است که می تواند برای تعیین ویژگی های خاصی از ماتریس استفاده شود. نماد % برای ارجاع به آخرین نتیجه محاسبه شده استفاده می شود، بنابراین % پس از تعریف m معادل Det[m] است.

بنابراین، Det[%] دترمینان ماتریس m را محاسبه می کند.

در که خط ④ و ⑤ ماتریس ها را به صورت گرافیکی تعیین کرده است.

برای تعریف موارد ریاضی به طور گرافیکی و نه به صورت کد، آن بالا روی گزینه $\overset{\wedge}{\Sigma}$ کلیک کرده یا

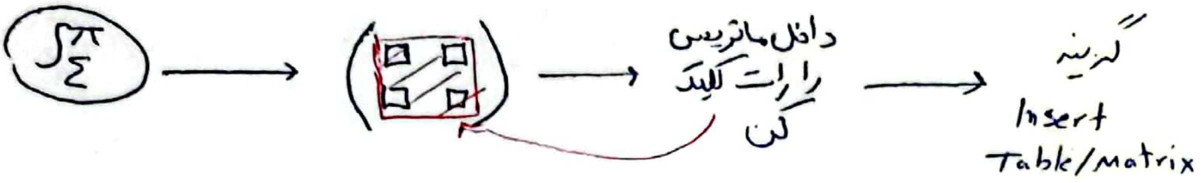
Palettes > Writing Assistant

کلیک کنید.

خط ④ دو ماتریس mxn را تعیین کرده است و خط ⑤ ضرب ماتریسی است. توجه داشته باشید که هنگام ضرب باید نکته مربوط به ضرب که سطر ماتریس اول با ستون ماتریس 2 برابر باشد.

همانطور که دیده می‌شود، خروجی خط (5) به صورت دستور است و برای نمایش ماتریسی آن باید Matrix Form کنیم. کلا متمتیکا تمایل دارد که همه چیز را به صورت دستوری نمایش دهد تا به صورت گرافیکی و برای تبدیل گرافیکی از دستورات مربوطه استفاده کرد

برای اینکه به صورت گرافیکی یک ماتریس سایز $m \times n$ تعریف کنی:



و بعد سایز دلخواه را وارد کن.

---

(6) $Tr[\%] \xrightarrow{\text{خروجی}} -102.2$

این دستور اثر ~~ماتریس~~ (trace) ماتریس محاسبه شده قبلی را محاسبه می‌کند (آخرین نتیجه محاسبه شده است) پس در این حالت % به ماتریس ~~[illegible]~~ به حاصل ضرب دو ماتریس در خط (5) اشاره دارد. پس نحوه اثر ماتریس به صورت Tr[matrix] است.

در جبر خطی اثر ماتریس مربعی A که به شکل tr(A) نوشته می‌شود، به صورت جمع عنصر های قرار گرفته روی قطر اصلی محاسبه می‌شود.

فرض کنید ماتریس A یک ماتریس مربعی $n \times n$ باشد. اگر درایه های این ماتریس را به صورت a_{ij} نشان دهیم، اثر ماتریس A که به صورت tr(A) نشان داده می‌شود، همان مجموع عناصر قطر اصلی است:

$$tr(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii} = a_{11} + a_{22} + \dots + a_{nn}$$

خط (7) مانند خط (2) ماتریس تعریف شده را به فرم سطری جواب تبدیل کرده است

---

(8) $Table\left[\frac{2+i}{j^2+1}, \{i,4\}, \{j,4\}\right] \xrightarrow{\text{خروجی}} \left\{\left\{\frac{3}{2}, \frac{3}{5}, \frac{3}{10}, \frac{3}{17}\right\}, \left\{2, \frac{4}{5}, \frac{2}{5}, \frac{4}{17}\right\}, \left\{\frac{5}{2}, 1, \frac{1}{2}, \frac{5}{17}\right\}, \left\{3, \frac{6}{5}, \frac{3}{5}, \frac{6}{17}\right\}\right\}$

این دستور یک جدول 4×4 ایجاد می‌کند که در آن هر ورودی با استفاده از فرمول $\frac{2+i}{j^2+1}$ محاسبه می‌شود، جایی که i و j متغیر های هستند که مقادیر 1، 2، 3 و 4 را می‌گیرند.

نحوه ایجاد جدول در متمتیکا: Table[expression, iterator1, iterator2, ...]

$j \backslash i$	1	2	3	4
1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3
2				
3				
4				

$$\begin{matrix} i=1 \\ j=1 \end{matrix} \Big\} \Rightarrow \frac{2+i}{j^2+1} = \frac{2+1}{1^2+1} = \frac{3}{2} \longrightarrow a_{11}$$

$$\begin{matrix} i=2 \\ j=1 \end{matrix} \Rightarrow \frac{2+2}{1^2+1} = \frac{4}{2} = 2 \longrightarrow a_{21}$$

$$\begin{matrix} i=3 \\ j=1 \end{matrix} \Rightarrow \frac{2+3}{1^2+1} = \frac{5}{2} \longrightarrow a_{31}$$

$$\begin{matrix} i=4 \\ j=1 \end{matrix} \Rightarrow \frac{2+4}{1^2+1} = \frac{6}{2} = 3 \longrightarrow a_{41}$$

ستون اول را ساختیم با این روش برای بقیه هم همین گونه است. $\Leftarrow$

9) Matrix Form[%] $\longrightarrow$ ماتریس ساخته شده در بالا را (همه خط 8 مربوط به Table) به فرم بصری ماتریسی زیبا تبدیل می کند.

خروجی

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{3}{5} & \frac{3}{10} & 3/17 \\ 2 & 4/5 & 2/5 & 4/17 \\ \frac{5}{2} & 1 & 1/2 & 5/17 \\ 3 & \frac{6}{5} & 3/5 & 6/17 \end{pmatrix}$$

10) B = N[%]

این دستور آخرین نتیجه محاسبه شده را به متغیری به نام B اختصاص میدهد. در این حالت % به نتیجه دستور قبلی اشاره دارد که جدول ایجاد شده توسط $Table[\frac{2+i}{j^2+1}, \{i,4\},\{j,4\}]$. نحوه اختصاص دادن یک مقدار به یک متغیر در متمتیکا به صورت زیر است:

variable = expression

خروجی ↓

{{1.5, 0.6, 0.3, 0.17}
, {2., 0.8, 0.4, 0.2}
, {2.5, 1., 0.5, 0.2}
, {3., 1.2, 0.6, 0.3}}

تابع N برای تبدیل عبارات نمادین (گویا) جدول به مقادیر عددی استفاده می شود. بنابراین B = N[%] مقادیر عددی جدول را به متغیر B اختصاص می دهد.

11) Transpose[B] $\xrightarrow{\text{خروجی}}$ {{1.5, 2., 2.5, 3.}, {0.6, 0.8, 1., 1.2}, {0.3, 0.4, 0.5, 0.6}, {0.17, 0.23, 0.29, 0.35}}

این دستور ترانهاده ی ماتریس را محاسبه می کنه یعنی سطر و ستون ها جاشون عوض می شه.

12) Det[B] دترمینان ماتریس B رو میگه.

(13) Inverse[B]

معکوس ماتریس B رو می گره.
خروجی یک ماتریس جدیداست. منتها باید توجه به این موضوع کنی که ببینی ماتریس معکوس پذیر هست یا نه. مثلاً Det اگر صفر شه دیگه معکوس پذیر نداره!

---

(14) A = Table[$\frac{1}{i+j-1}$, {i, 4}, {j, 4}]

قبلاً توضیح داده شد.

---

(15) MatrixForm[A]   قبلاً توضیح داده شد

---

(16) Det[A]   اینم همینطور

---

(17) Inverse[A]   اینم همینطور

---

(18) MatrixForm[A]   " "

---

(19) N[Eigenvalues[$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$]]

این دستور مقادیر ویژه ماتریس 2×2 $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ رو با استفاده از تابع Eigenvalues محاسبه می کنه و در نهایت با N به مقدار عددی تبدیل می کنه.

---

(20) N[Eigenvectors[$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$]]

این دستور، هم بردار های ویژه ی ماتریس $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ رو می ده و در نهایت با N به عددی تبدیل می کنه، نتیجه هم فهرستی از دو بردار هست که هرکدوم به یکی از مقادیر ویژه ماتریسه.

---

(21) N[Eigenvalues[A]] → قبلاً توضیح دادم.

(22) Dimensions[A]

این ابعاد ماتریس A رو می‌ده. مثلاً خروجی داده {4,4} که یعنی 4x4

تعداد سطرها — " ستون‌ها

---

(23) $S = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$ یه ماتریس رو تو متغیر S تعریف کردیم.

---

(24) N[Eigenvalues[S]] → توضیح داده شد

---

(25) FindRoot[$x^2 - 4x + 3 == 0$, {x, 2.5}]

این دستور ریشه معادله $x^2 - 4x + 3 = 0$ رو پیدا می‌کنه.

سینتکس برای یافتن ریشه به صورت زیر است:

FindRoot[f[x] == 0, {x, x_0}]

{x, x_0} حدس اولیه هست که x_0 مقدار اولیه x برای جستجو هست.

توی مثال ما حدس اولیه 2.5 هست بعد FindRoot یه قاعده یا لیستی از قوانین حاوی تقریب های عددی برای حل های معادله بر می‌گردونه. ریشه های f(x) اینجا 1 و 3 هست ولی از اونجایی که حدس اولیه 2.5 هست، تابع FindRoot تقریبی رو برای ریشه ای که نزدیکترین ریشه به 2.5 هست یعنی 3 رو بر می‌گردونه.

---

(26) → مثل 25

---

(27) → مثل 25

---

(28) NSolve[$x^5 - 2x + 3 == 0$, x]

اینم تمام ریشه ها اعم از حقیقی و مختلط رو می‌ده.

(29) NSolve[f(x) == 0 , x, Reals]

ریشه های حقیقی رو خروجی می ده.

(30) Solve[$x^2+y^2 == 1$ && $x^2-y^2 == 1$, {x, y}]

تمام راه حل ها رو برای x, y در $\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ x^2-y^2=1 \end{cases}$ می ده.

(31) → 30 مثل

(32) Linear solve[$\overbrace{\{\{a, b\}, \{c, d\}\}}^{\text{Matrix}}$, $\overbrace{\{m, n\}}^{\text{Vector}}$]

برای حل یک دستگاه معادلات خطی استفاده می شه.

{{a, b}, {c, d}}. {x, y} = {m, n}

در اینجا ما یه دستگاه معادله خطی در دو متغیر x و y داریم.

ضرایب ماتریس ها ثابت ها به ترتیب با ماتریس {{a, b}, {c, d}} و بردار {m, n} داده می شه.

(33) → (32) مثل

(34) → (32) مثل

(35) → 32 مثل

(36) → 32 مثل