



# BAB I INDEKS

---

MATEMATIK TINGKATAN 3  
OLEH CIKGU NORAZILA KHALID  
SMK ULUTIRAM , JOHOR

## I.I TATATANDA INDEKS

## APAKAH ITU PENDARABAN BERULANG DALAM BENTUK INDEKS?

- **Perkembangan bidang teknologi bukan sahaja memudahkan kebanyakan tugas harian kita, malah turut menjimatkan kos perbelanjaan dalam pelbagai bidang.**





## APAKAH ITU PENDARABAN BERULANG DALAM BENTUK INDEKS?

- Misalnya, penggunaan kad memori di dalam kamera digital membolehkan pengguna menyimpan gambar dalam bilangan yang banyak serta memadam atau mengubah suai gambar yang kurang sesuai sebelum dicetak.

## APAKAH ITU PENDARABAN BERULANG DALAM BENTUK INDEKS?

- Pada peringkat awal, kad memori dikeluarkan dengan kapasiti 4MB.
- Nilai kapasiti ini ditambah mengikut peredaran zaman dan kehendak pengguna.



$$a^n$$

Indeks  
Asas

Anda sedia tahu bahawa  $4^2 = 4 \times 4$  dan  $4^3 = 4 \times 4 \times 4$ . Misalnya;

$$\underbrace{4 \times 4}_{\text{Berulang dua kali}} = 4^{\textcircled{2}}$$

Nilai indeks ialah 2

**Berulang dua kali** → Nilai indeks sama dengan bilangan kali 4 didarab secara berulang.

$$\underbrace{4 \times 4 \times 4}_{\text{Berulang tiga kali}} = 4^{\textcircled{3}}$$

Nilai indeks ialah 3

**Berulang tiga kali** → Nilai indeks sama dengan bilangan kali 4 didarab secara berulang.

## Contoh / 1

Tulis pendaraban berulang berikut dalam bentuk indeks  $a^n$ .

(a)  $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

(b)  $0.3 \times 0.3 \times 0.3 \times 0.3$

(c)  $(-2) \times (-2) \times (-2)$

(d)  $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$

(e)  $m \times m \times m \times m \times m \times m \times m$

(f)  $n \times n \times n \times n \times n \times n \times n \times n$

### PERINGATAN

$$2^5 \neq 2 \times 5 \quad 4^3 \neq 4 \times 3$$

$$a^n \neq a \times n$$

**Penyelesaian:**

$$(a) \underline{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5} = 5^6$$

berulang enam kali

$$(c) \underbrace{(-2) \times (-2) \times (-2)}_{\text{berulang tiga kali}} = (-2)^3$$

$$(e) \underbrace{m \times m \times m \times m \times m \times m \times m}_\text{berulang tujuh kali} = m^7$$

$$(b) \underbrace{0.3 \times 0.3 \times 0.3 \times 0.3}_{\text{berulang empat kali}} = (0.3)^4$$

$$(d) \underbrace{\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}}_{\text{berulang lima kali}} = \left(\frac{1}{4}\right)^5$$

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ faktor}} ; a \neq 0$$

- nilai indeks dalam suatu bentuk indeks adalah sama dengan bilangan kali asas didarab secara berulang.
- Secara generalisasi

**UJI MINDA** 1.1a

1. Lengkapkan jadual di bawah dengan asas atau indeks bagi nombor atau sebutan algebra yang diberi.

Asas	Indeks
5	7
$\frac{1}{2}$	
n	6
x	9
$2 \frac{1}{3}$	4
8	2

The table has two columns: 'Asas' (Basis) and 'Indeks' (Index). There are 8 rows. The first row is the header. The second row contains the numbers 5 and 7. The third row contains the fraction  $\frac{1}{2}$ . The fourth row contains the variable n. The fifth row contains the variable x. The sixth row contains the mixed fraction  $2 \frac{1}{3}$ . The seventh row contains the number 8. The eighth row is empty.

On the left side of the table, there is a vertical column of 8 green pushpins, each pointing to one of the 8 rows. The pushpins are positioned such that they point to the second column of the table.

On the left side of the table, there is a vertical column of 8 green pushpins, each pointing to one of the 8 rows. The pushpins are positioned such that they point to the second column of the table.

- 
2. Nyatakan pendaraban berulang berikut dalam bentuk indeks  $a^n$ .
- (a)  $6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$
- (b)  $0.5 \times 0.5 \times 0.5 \times 0.5 \times 0.5 \times 0.5 \times 0.5$
- (c)  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$
- (d)  $(-m) \times (-m) \times (-m) \times (-m) \times (-m)$
- (e)  $1\frac{2}{3} \times 1\frac{2}{3} \times 1\frac{2}{3}$
- (f)  $\left(-\frac{1}{n}\right) \times \left(-\frac{1}{n}\right) \times \left(-\frac{1}{n}\right) \times \left(-\frac{1}{n}\right) \times \left(-\frac{1}{n}\right) \times \left(-\frac{1}{n}\right)$



3. Tukarkan nombor atau sebutan algebra dalam bentuk indeks kepada pendaraban berulang.

$$(a) (-3)^3$$

(b)  $(2.5)^4$

$$(c) \left(\frac{2}{3}\right)^5$$

$$(d) \left(-2\frac{1}{4}\right)^3$$

(e)  $k^6$

$$(f) \quad (-p)^7$$

$$(g) \left(\frac{1}{m}\right)^8$$

(h)  $(3n)^5$



**BAGAIMANAKAH ANDA  
BOLEH MENUKAR SUATU  
NOMBOR KEPADA  
NOMBOR DALAM BENTUK  
INDEKS?**

- Suatu nombor boleh ditulis dalam bentuk indeks jika suatu asas yang sesuai dipilih.
- Anda boleh menggunakan kaedah pembahagian berulang atau kaedah pendaraban berulang untuk menukar suatu nombor kepada nombor dalam bentuk indeks.

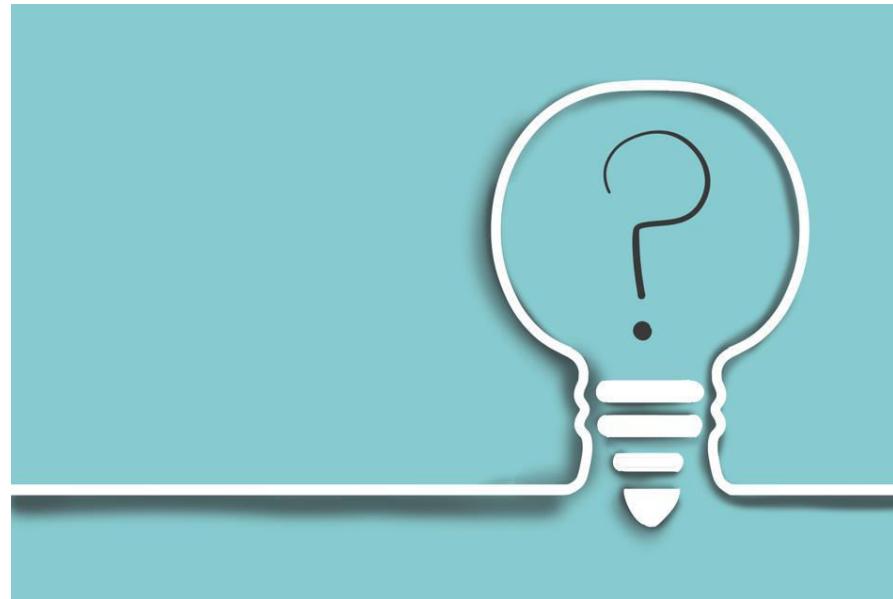
## Contoh / 2

Tuliskan 64 dalam bentuk indeks dengan menggunakan asas 2, asas 4 dan asas 8.



## IMBAS KEMBALI

$$4 \times 4 \times 4 = 4^3$$



**Penyelesaian:**

**Kaedah Pembahagian Berulang**

(a) Asas 2

- 64 dibahagi secara berulang dengan 2.

$$n = 6 \leftarrow \begin{array}{r} 2 ) 64 \\ 2 ) 32 \\ 2 ) 16 \\ 2 ) 8 \\ 2 ) 4 \\ 2 ) 2 \\ 1 \end{array}$$

Maka,  $64 = 2^6$

Pembahagian diteruskan sehingga mendapat nilai 1.

(b) Asas 4

- 64 dibahagi secara berulang dengan 4.

$$n = 3 \leftarrow \begin{array}{r} 4 ) 64 \\ 4 ) 16 \\ 4 ) 4 \\ 1 \end{array}$$

Maka,  $64 = 4^3$

(c) Asas 8

- 64 dibahagi secara berulang dengan 8.

$$n = 2 \leftarrow \begin{array}{r} 8 ) 64 \\ 8 ) 8 \\ 1 \end{array}$$

Maka,  $64 = 8^2$

## Kaedah Pendaraban Berulang

(a) Asas 2

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$
$$\begin{array}{c} 4 \\ \downarrow \\ 8 \\ \downarrow \\ 16 \\ \downarrow \\ 32 \\ \downarrow \\ 64 \end{array}$$

$$\text{Maka, } 64 = 2^6$$

(b) Asas 4

$$4 \times 4 \times 4$$
$$\begin{array}{c} 16 \\ \downarrow \\ 64 \end{array}$$

$$\text{Maka, } 64 = 4^3$$

(c) Asas 8

$$8 \times 8 = 64$$

$$\text{Maka, } 64 = 8^2$$

### SUDUT DISKUSI

Antara kaedah pembahagian berulang dengan kaedah pendaraban berulang, kaedah manakah yang lebih mudah untuk menukar suatu nombor kepada nombor dalam bentuk indeks? Bincangkan.



### Contoh / 3

Tuliskan  $\frac{32}{3\ 125}$  dalam bentuk indeks dengan menggunakan asas  $\frac{2}{5}$ .

**Penyelesaian:**

### Kaedah Pembahagian Berulang

$$n = 5 \left\langle \begin{array}{r} 2 ) 32 \\ 2 ) 16 \\ 2 ) 8 \\ 2 ) 4 \\ 2 ) 2 \\ \hline 1 \end{array} \right. \quad n = 5 \left\langle \begin{array}{r} 5 ) 3125 \\ 5 ) 625 \\ 5 ) 125 \\ 5 ) 25 \\ 5 ) 5 \\ \hline 1 \end{array} \right.$$

$$\text{Maka, } \frac{32}{3125} = \left(\frac{2}{5}\right)^5$$



### Kaedah Pendaraban Berulang

$$\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5}$$

The diagram illustrates the multiplication of  $\frac{2}{5}$  by itself five times. It uses a bracketed grouping method where the first two terms  $\frac{2}{5} \times \frac{2}{5}$  are grouped together, resulting in  $\frac{4}{25}$ . This result is then multiplied by the next term  $\frac{2}{5}$ , resulting in  $\frac{8}{125}$ . This process is repeated until all five terms are grouped together, resulting in the final product  $\frac{32}{3125}$ .

$$\frac{32}{3125}$$

$$\text{Maka, } \frac{32}{3125} = \left(\frac{2}{5}\right)^5$$

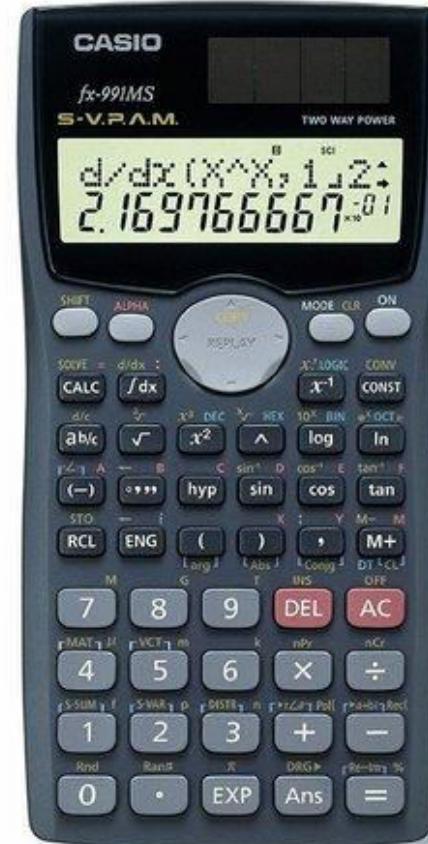


**UJI MINDA** 1.1b

1. Tuliskan setiap nombor berikut dalam bentuk indeks dengan menggunakan asas yang dinyatakan dalam kurungan.
- (a) 81 [asas 3]      (b) 15 625 [asas 5]      (c)  $\frac{64}{125}$  [asas  $\frac{4}{5}$ ]  
(d) 0.00032 [asas 0.2]      (e) -16 384 [asas (-4)]      (f)  $\frac{1}{16}$  [asas  $(-\frac{1}{4})$ ]

BAGAIMANAKAH ANDA BOLEH  
MENENTUKAN NILAI BAGI NOMBOR  
DALAM BENTUK INDEKS, AN ?

**Nilai an boleh ditentukan  
dengan kaedah pendaraban  
berulang atau dengan  
menggunakan kalkulator  
saintifik.**





## Contoh / 4

Hitung nilai bagi nombor dalam bentuk indeks yang diberi.

(a)  $2^5$

(b)  $(0.6)^3$

(a)  $2^5$

$$\begin{array}{c} 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\ \downarrow \quad \quad \quad \quad \quad \downarrow \\ 4 \times 2 \\ \downarrow \quad \quad \quad \quad \quad \downarrow \\ 8 \times 2 \\ \downarrow \quad \quad \quad \quad \quad \downarrow \\ 16 \times 2 \\ \downarrow \quad \quad \quad \quad \quad \downarrow \\ 32 \end{array}$$

Maka,  $2^5 = 32$

(b)  $(0.6)^3$

$$\begin{array}{c} 0.6 \times 0.6 \times 0.6 \\ \downarrow \quad \quad \quad \quad \quad \downarrow \\ 0.36 \times 0.6 \\ \downarrow \quad \quad \quad \quad \quad \downarrow \\ 0.216 \end{array}$$

$$0.6^3 = 0.216$$

Maka,  $0.6^3 = 0.216$

### Contoh / 5

### PINTAR JARI

- (a)  $5^4 = 625 \rightarrow$
- (b)  $(-7)^3 = -343 \rightarrow$
- (c)  $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81} \rightarrow$
- (d)  $\left(1\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{64}{25} \rightarrow$
- (e)  $(-0.5)^6 = 0.015625 \rightarrow$

**UJI MINDA** 1.1c

1. Hitung nilai bagi setiap nombor dalam bentuk indeks di bawah.

(a)  $9^4$

(b)  $(-4)^5$

(c)  $(2.5)^3$

(d)  $(-3.2)^3$

(e)  $\left(\frac{3}{8}\right)^5$

(f)  $\left(-\frac{1}{6}\right)^4$

(g)  $\left(1 \frac{2}{3}\right)^2$

(h)  $\left(-2 \frac{1}{3}\right)^3$



## 1.2 HUKUM INDEKS

### Pendaraban nombor dalam bentuk indeks

(a)  $2^3 \times 2^4$

3 faktor                  4 faktor                  7 faktor (keseluruhan)

$$(2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^7$$
$$2^3 \times 2^4 = 2^{\boxed{7}} \quad 7 = 3 + 4$$
$$2^3 \times 2^4 = 2^{\boxed{3+4}}$$

(b)  $3^2 \times 3^3$

2 faktor                  3 faktor                  5 faktor (keseluruhan)

$$(3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3) = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$$
$$3^2 \times 3^3 = 3^{\boxed{5}}$$
$$3^2 \times 3^3 = 3^{\boxed{2+3}}$$

### Pendaraban berulang

### Pendaraban nombor dalam bentuk indeks

(c)  $5^4 \times 5^2$

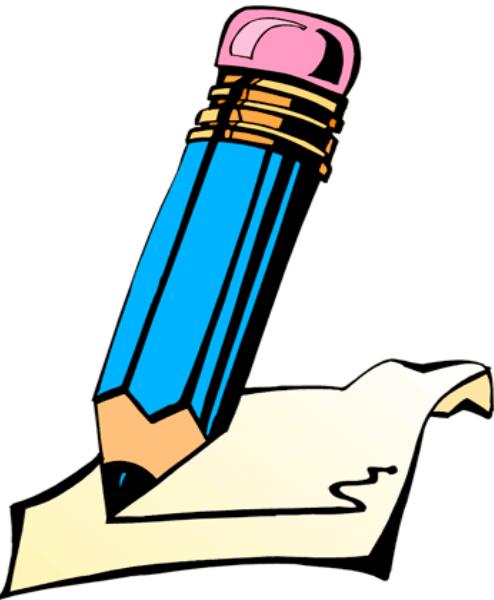
$$(5 \times 5 \times 5 \times 5) \times (5 \times 5) = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^6$$

4 faktor                  2 faktor                  6 faktor (keseluruhan)

$$5^4 \times 5^2 = 5^{\square}$$
$$5^4 \times 5^2 = 5^{\square}$$

### Pendaraban berulang





Hasil daripada Cetusan Minda 1, didapati bahawa;

$$2^3 \times 2^4 = 2^{3+4}$$

$$3^2 \times 3^3 = 3^{2+3}$$

$$5^4 \times 5^2 = 5^{4+2}$$

Secara generalisasi,

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

### SUDUT DISKUSI

Diberi,

$$a^m \times a^n = b^m \times b^n.$$

Adakah  $a = b$ ? Bincangkan.

## Contoh / 6

Ringkaskan setiap yang berikut.

(a)  $7^2 \times 7^3$

(b)  $(0.2)^2 \times (0.2)^4 \times (0.2)^5$

(c)  $2k^2 \times 4k^3$

(d)  $3m^4 \times \frac{1}{6}m^5 \times 12m$



### **Penyelesaian:**

$$\begin{aligned}(a) \quad & 7^2 \times 7^3 \\&= 7^{2+3} \\&= 7^5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(c) \quad & 2k^2 \times 4k^3 \\&= (2 \times 4)(k^2 \times k^3) \\&\quad \underbrace{\qquad}_{= 8k^{2+3}} \rightarrow \text{Operasi untuk pekali.} \\&= 8k^5\end{aligned}$$



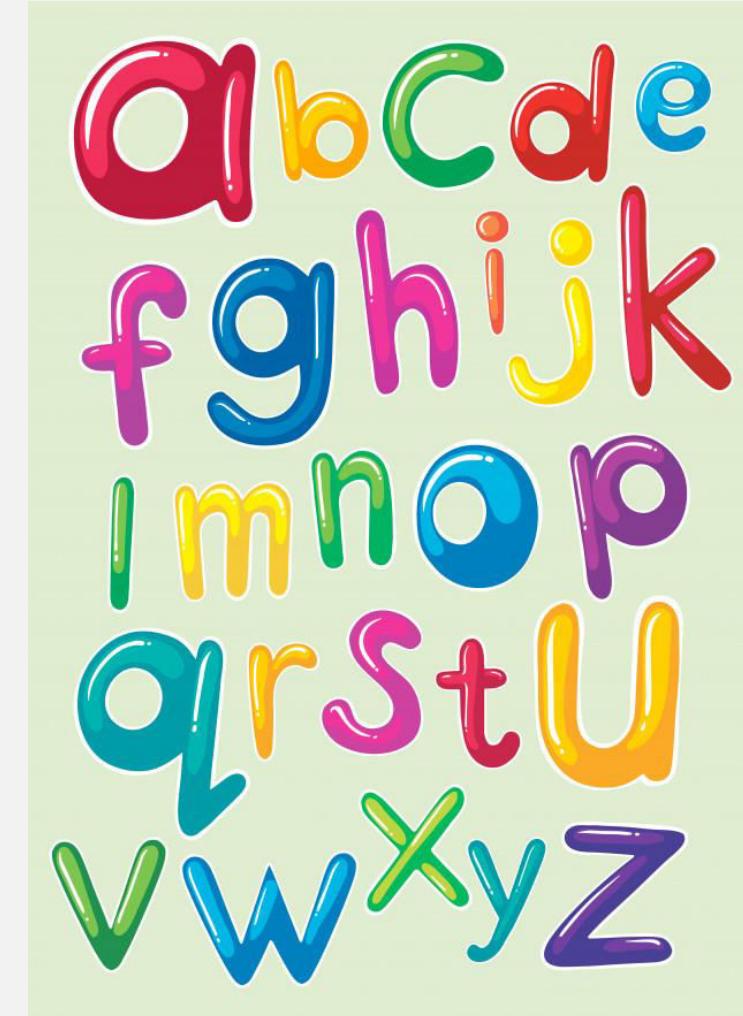


$$\begin{aligned}(b) \quad & (0.2)^2 \times (0.2)^4 \times (0.2)^5 \\&= (0.2)^{2+4+5} \\&= (0.2)^{11}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(d) \quad & 3m^4 \times \frac{1}{6}m^5 \times 12m \\&= (3 \times \frac{1}{6} \times 12) (m^4 \times m^5 \times m^1) \\&= 6m^{4+5+1} \\&= 6m^{10}\end{aligned}$$

BAGAIMANAKAH ANDA  
BOLEH PERMUDAHKAN  
NOMBOR ATAU SEBUTAN  
ALGEBRA DALAM BENTUK  
INDEKS YANG MEMPUNYAI  
ASAS YANG BERLAINAN?

- Kumpulkan nombor atau sebutan algebra dengan asas yang sama terlebih dahulu.
- Kemudian, tambahkan indeks bagi asas yang sama.



## Contoh / 7

Ringkaskan setiap yang berikut.

(a)  $m^3 \times n^2 \times m^4 \times n^5$

(b)  $(0.3)^2 \times (0.2)^2 \times 0.3 \times (0.2)^5 \times (0.3)^3$

(c)  $p^2 \times m^3 \times p^4 \times n^3 \times m^4 \times n^2$

(d)  $-m^4 \times 2n^5 \times 3m \times \frac{1}{4}n^2$



**Penyelesaian:**

(a)  $m^3 \times n^2 \times m^4 \times n^5$

$$\begin{aligned} &= m^3 \times m^4 \times n^2 \times n^5 \\ &= m^{3+4} \times n^{2+5} \\ &= m^7 \times n^7 \\ &= m^7 n^7 \end{aligned}$$

Kumpulkan asas yang sama.

Tambahkan indeks bagi asas yang sama.

(c)  $p^2 \times m^3 \times p^4 \times n^3 \times m^4 \times n^2$

$$\begin{aligned} &= m^3 \times m^4 \times n^3 \times n^2 \times p^2 \times p^4 \\ &= m^{3+4} \times n^{3+2} \times p^{2+4} \\ &= m^7 n^5 p^6 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 (b) \quad & (0.3)^2 \times (0.2)^2 \times 0.3 \times (0.2)^5 \times (0.3)^3 \\
 &= (0.3)^2 \times (0.3)^1 \times (0.3)^3 \times (0.2)^2 \times (0.2)^5 \\
 &= (0.3)^{(2+1+3)} \times (0.2)^{(2+5)} \\
 &= (0.3)^6 \times (0.2)^7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (d) \quad & -m^4 \times 2n^5 \times 3m \times \frac{1}{4}n^2 \\
 &= (-1 \times 2 \times 3 \times \frac{1}{4}) m^4 \times m^1 \times n^5 \times n^2 \\
 &= -\frac{3}{2} m^{4+1} n^{5+2} \\
 &= -\frac{3}{2} m^5 n^7
 \end{aligned}$$

**PERINGATAN** 

$$-a^n \neq (-a)^n$$

Contoh:

$$-3^2 \neq (-3)^2$$

$$-9 \neq 9$$



**UJI MINDA** 1.2b

1. Nyatakan dalam bentuk indeks paling ringkas.

(a)  $5^4 \times 9^3 \times 5 \times 9^2$

(b)  $(0.4)^2 \times (1.2)^3 \times (0.4) \times (1.2)^5 \times (1.2)$

(c)  $12x^5 \times y^3 \times \frac{1}{2}x \times \frac{2}{3}y^4$

(d)  $-2k^5 \times p^6 \times \frac{1}{4}p^5 \times 3k$



## Pembahagian nombor dalam bentuk indeks

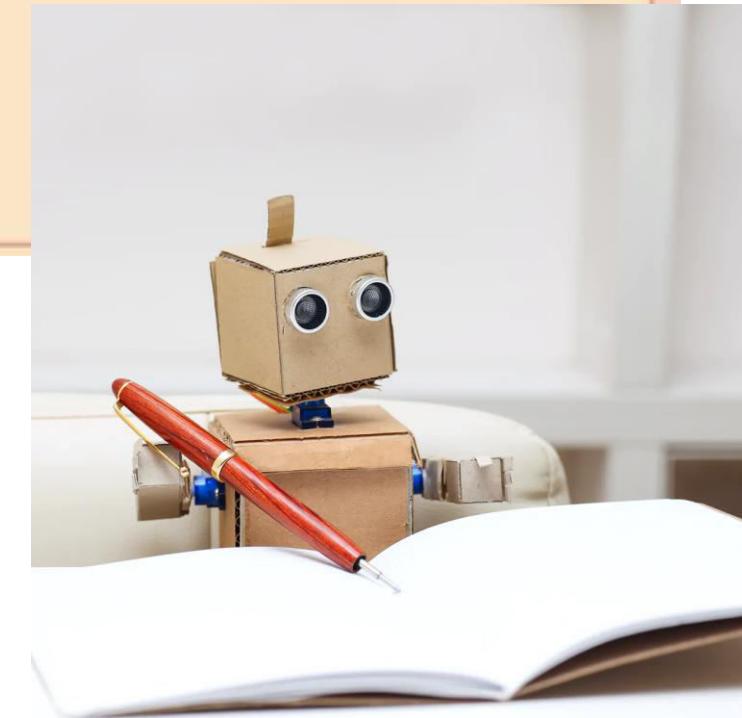
(a)  $4^5 \div 4^2$

$$\frac{4^5}{4^2} = \frac{\overbrace{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4}^{5 \text{ faktor}}}{\underbrace{4 \times 4}_{2 \text{ faktor}}} = \underbrace{4 \times 4 \times 4}_{3 \text{ faktor (Baki)}} = 4^3$$

$$4^5 \div 4^2 = 4^{\boxed{3}}$$
$$4^5 \div 4^2 = 4^{\boxed{5-2}}$$

$3 = 5 - 2$

## Pendaraban berulang



(b)  $2^6 \div 2^2$

$$\frac{2^6}{2^2} = \frac{\overbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}^{6 \text{ faktor}}}{\underbrace{2 \times 2}_{2 \text{ faktor}}} = \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{4 \text{ faktor (Baki)}} = 2^4$$

$$2^6 \div 2^2 = 2^{\square}$$

$$2^6 \div 2^2 = 2^{\square}$$

(c)  $(-3)^5 \div (-3)^3$

$$\frac{(-3)^5}{(-3)^3} = \frac{\overbrace{(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)}^{5 \text{ faktor}}}{\underbrace{(-3) \times (-3) \times (-3)}_{3 \text{ faktor}}} = \underbrace{(-3) \times (-3)}_{2 \text{ faktor (Baki)}} = (-3)^2$$

$$(-3)^5 \div (-3)^3 = (-3)^{\square}$$

$$(-3)^5 \div (-3)^3 = (-3)^{\square}$$

Hasil daripada Cetusan Minda 2, didapati bahawa;

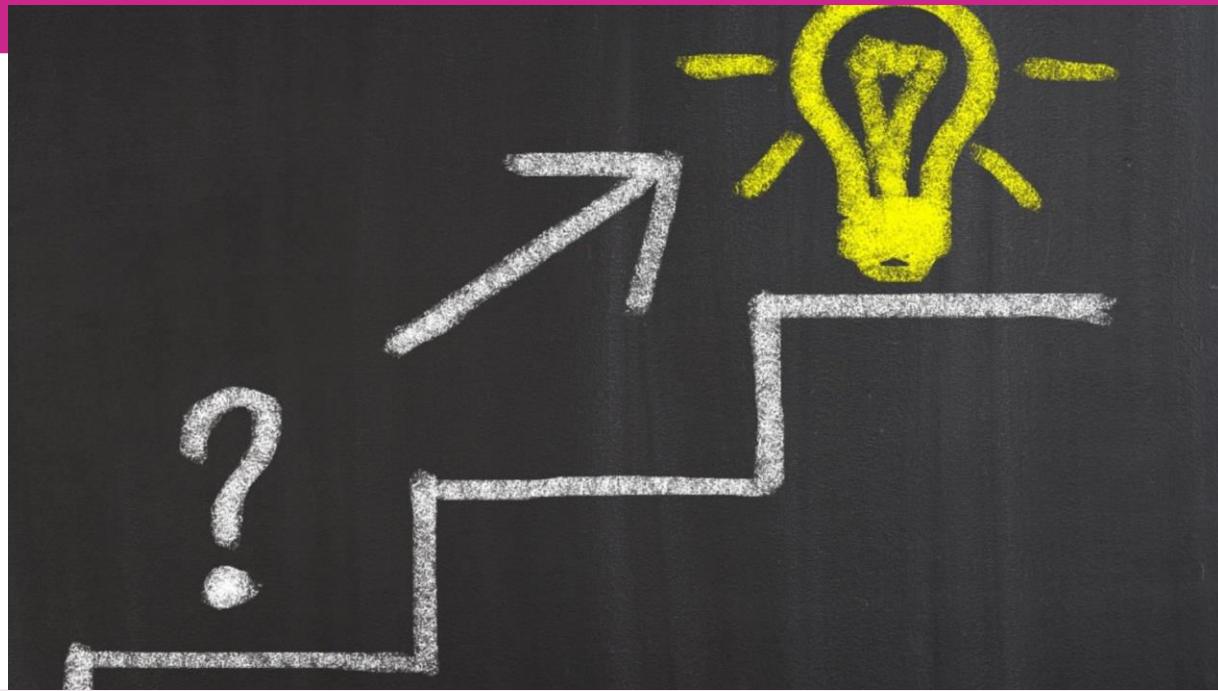
$$4^5 \div 4^2 = 4^{5-2}$$

$$2^6 \div 2^2 = 2^{6-2}$$

$$(-3)^5 \div (-3)^3 = (-3)^{5-3}$$

Secara generalisasi,

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$



### Contoh / 8

Ringkaskan setiap yang berikut.

(a)  $5^4 \div 5^2$

(b)  $(-3)^4 \div (-3)^2 \div (-3)$

(c)  $m^4n^3 \div m^2n$

(d)  $25x^2y^3 \div 5xy$

(e)  $12m^{10} \div 4m^5 \div m^2$

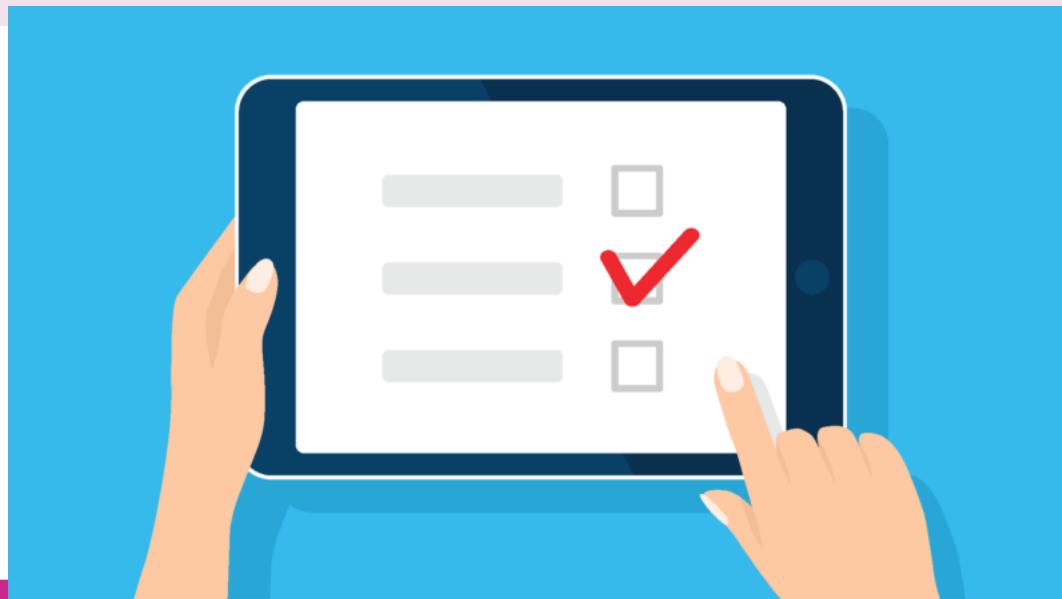
(f)  $-16p^8 \div 2p^5 \div 4p^2$

**Penyelesaian:**

$$\begin{aligned}(a) \quad & 5^4 \div 5^2 \\&= 5^{4-2} \\&= 5^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(b) \quad & (-3)^4 \div (-3)^2 \div (-3) \\&= (-3)^4 \div (-3)^2 \div (-3)^1 \\&= (-3)^{4-2-1} \\&= (-3)^1 \\&= -3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(c) \quad & m^4n^3 \div m^2n \\&= m^4n^3 \div m^2n^1 \\&= m^{4-2} n^{3-1} \\&= m^2 n^2\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}(d) \quad & 25x^2y^3 \div 5xy \\& = 25x^2y^3 \div 5x^1y^1 \\& = \frac{25}{5} x^{2-1} y^{3-1} \\& \quad \leftarrow \text{Operasi untuk pekali.} \\& = 5x^1y^2 \\& = 5xy^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(e) \quad & 12m^{10} \div 4m^5 \div m^2 \\& = \frac{12}{4} (m^{10} \div m^5 \div m^2) \\& = 3(m^{10-5}) \div m^2 \\& = 3m^{5-2} \\& = 3m^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(f) \quad & -16p^8 \div 2p^5 \div 4p^2 \\& = \frac{-16}{2} (p^8 \div p^5) \div 4p^2 \\& = -8p^{8-5} \div 4p^2 \\& = -8p^3 \div 4p^2 \\& = -\frac{8}{4} (p^3 \div p^2) \\& = -2p^{3-2} \\& = -2p^1 \\& = -2p\end{aligned}$$

**UJI MINDA** 1.2c

1. Permudahkan setiap yang berikut.

(a)  $4^5 \div 4^4$

(b)  $7^{10} \div 7^6 \div 7^2$

(c)  $\frac{m^8 n^6}{m^4 n}$

(d)  $\frac{27x^4 y^5}{9x^3 y^2}$

(e)  $m^7 \div m^2 \div m^4$

(f)  $-25h^4 \div 5h^2 \div h$

2. Salin dan lengkapkan setiap persamaan di bawah.

(a)  $8^\square \div 8^4 \div 8^3 = 8$

(b)  $m^4 n^\square \div m^\square n^5 = m^2 n$

(c)  $\frac{m^{10} n^4 \times m^\square n^2}{m^7 n} = m^5 n^\square$

(d)  $\frac{27x^3 y^6 \times xy^\square}{\square x^2 y^3} = 3x^\square y^5$

3. Jika  $\frac{2^x \times 3^y}{2^4 \times 3^2} = 6$ , tentukan nilai  $x + y$ .

**APAKAH KAITAN  
ANTARA NOMBOR  
DALAM BENTUK INDEKS  
YANG DIKUASAKAN  
DENGAN PENDARABAN  
BERULANG?**

- Menghubung kait nombor dalam bentuk indeks yang dikuasakan dengan pendaraban berulang, dan seterusnya membuat generalisasi





Bentuk indeks yang dikuasakan	Pendaraban berulang dalam bentuk indeks	Kesimpulan
(a) $(3^2)^4$	$\begin{aligned} & 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \\ & = 3^{2+2+2+2} \\ & = 3^{2(4)} \end{aligned}$ <p>4 faktor 4 kali</p> <p>2 ditambah 4 kali</p>	$\begin{aligned} (3^2)^4 &= 3^{2(4)} \\ &= 3^8 \end{aligned}$

Bentuk indeks yang dikuasakan	Pendaraban berulang dalam bentuk indeks	Kesimpulan
(b) $(5^4)^3$	$  \begin{aligned}  & 3 \text{ faktor} \\  & \overbrace{5^4 \times 5^4 \times 5^4} \\  & = 5^{\underline{4+4+4}} \\  & \quad \quad \quad \leftarrow 3 \text{ kali} \\  & = 5^{4(3)} \quad \leftarrow \boxed{4 \text{ ditambah } 3 \text{ kali}}  \end{aligned}  $	$  \begin{aligned}  (5^4)^3 &= 5^{\square} \\  &= 5^{\square}  \end{aligned}  $
(c) $(4^3)^6$	$  \begin{aligned}  & 6 \text{ faktor} \\  & \overbrace{4^3 \times 4^3 \times 4^3 \times 4^3 \times 4^3 \times 4^3} \\  & = 4^{\underline{3+3+3+3+3+3}} \\  & \quad \quad \quad \leftarrow 6 \text{ kali} \\  & = 4^{3(6)} \quad \leftarrow \boxed{3 \text{ ditambah } 6 \text{ kali}}  \end{aligned}  $	$  \begin{aligned}  (4^3)^6 &= 4^{\square} \\  &= 4^{\square}  \end{aligned}  $

Kesimpulan daripada Cetusan Minda 3, boleh disemak dengan kaedah berikut.

**Contoh (a)**

$$\begin{aligned}(3^2)^4 &= 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \\&= 3^{2+2+2+2} \\&= 3^8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}3^{2(4)} &= 3^{2 \times 4} \\&= 3^8\end{aligned}$$

**Contoh (b)**

$$\begin{aligned}(5^4)^3 &= 5^4 \times 5^4 \times 5^4 \\&= 5^{4+4+4} \\&= 5^{12}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}5^{4(3)} &= 5^{4 \times 3} \\&= 5^{12}\end{aligned}$$

**Contoh (c)**

$$\begin{aligned}(4^3)^6 &= 4^3 \times 4^3 \times 4^3 \times 4^3 \times 4^3 \times 4^3 \\&= 4^{3+3+3+3+3+3} \\&= 4^{18}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}4^{3(6)} &= 4^{3 \times 6} \\&= 4^{18}\end{aligned}$$

Daripada bahagian kesimpulan Cetusan Minda 3, kita dapati bahawa;

$$(3^2)^4 = 3^{2(4)}$$

$$(5^4)^3 = 5^{4(3)}$$

$$(4^3)^6 = 4^{3(6)}$$

Secara generalisasi,

$$(a^m)^n = a^{mn}$$



### BIJAK MINDA

Diberi,

$$m^{rt} = 3^{12}$$

Apakah nilai-nilai yang mungkin bagi  $m$ ,  $r$  dan  $t$  jika  $r > t$  ?

## Contoh / 9

1. Permudahkan setiap yang berikut.

(a)  $(3^4)^2$

(b)  $(h^3)^{10}$

(c)  $((-y)^6)^3$

2. Tentukan sama ada persamaan berikut **benar** atau **palsu**.

(a)  $(4^2)^3 = (4^3)^2$

(b)  $(2^3)^4 = (2^2)^6$

(c)  $(3^2)^6 = (27^2)^4$



### Penyelesaian:

1. (a)  $(3^4)^2$   
 $= 3^{4(2)}$   
 $= 3^8$

2. (a)  $\underbrace{(4^2)^3}_{\text{kiri}} = \underbrace{(4^3)^2}_{\text{kanan}}$

Kiri:

$$(4^2)^3 = 4^{2(3)} = 4^6$$

Kanan:

$$(4^3)^2 = 4^{3(2)} = 4^6$$

Maka,  $(4^2)^3 = (4^3)^2$   
adalah **benar**.

(b)  $(h^3)^{10}$   
 $= h^{3(10)}$   
 $= h^{30}$

(b)  $\underbrace{(2^3)^4}_{\text{kiri}} = \underbrace{(2^2)^6}_{\text{kanan}}$

Kiri:

$$(2^3)^4 = 2^{3(4)} = 2^{12}$$

Kanan:

$$(2^2)^6 = 2^{2(6)} = 2^{12}$$

Maka,  $(2^3)^4 = (2^2)^6$   
adalah **benar**.

(c)  $((-y)^6)^3$   
 $= (-y)^{6(3)}$   
 $= (-y)^{18}$

(c)  $\underbrace{(3^2)^6}_{\text{kiri}} = \underbrace{(27^2)^4}_{\text{kanan}}$

Kiri:

$$(3^2)^6 = 3^{2(6)} = 3^{12}$$

Kanan:

$$\begin{aligned} (27^2)^4 &= (3^{3(2)})^4 \\ &= 3^{6(4)} \\ &= 3^{24} \end{aligned}$$

Maka,  $(3^2)^6 = (27^2)^4$   
adalah **palsu**.



**UJI MINDA** 1.2d

1. Gunakan hukum indeks untuk meringkaskan setiap pernyataan berikut.

- |                |                  |                  |                  |
|----------------|------------------|------------------|------------------|
| (a) $(12^5)^2$ | (b) $(3^{10})^2$ | (c) $(7^2)^3$    | (d) $((-4)^3)^7$ |
| (e) $(k^8)^3$  | (f) $(g^2)^{13}$ | (g) $((-m)^4)^3$ | (h) $((-c)^7)^3$ |

2. Tentukan sama ada persamaan berikut **benar** atau **palsu**.

- |                            |                          |                           |                            |
|----------------------------|--------------------------|---------------------------|----------------------------|
| (a) $(2^4)^5 = (2^2)^{10}$ | (b) $(3^3)^7 = (27^2)^4$ | (c) $(5^2)^5 = (125^2)^3$ | (d) $-(7^2)^4 = (-49^2)^3$ |
|----------------------------|--------------------------|---------------------------|----------------------------|

$$(a^m \times b^n)^q$$

$$= (a^m)^q \times (b^n)^q$$

$$= a^{mq} \times b^{nq}$$

$$(a^m b^n)^q = a^{mq} b^{nq}$$

$$(a^m \div b^n)^q$$

$$= (a^m)^q \div (b^n)^q$$

$$= a^{mq} \div b^{nq}$$

$$\left(\frac{a^m}{b^n}\right)^q = \frac{a^{mq}}{b^{nq}}$$

BAGAIMANAKAH ANDA MENGGUNAKAN HUKUM INDEKS  
UNTUK OPERASI PENDARABAN DAN PEMBAHAGIAN?



### Contoh /10

1. Permudahkan setiap yang berikut.

(a)  $(7^3 \times 5^4)^3$

(b)  $(2^4 \times 5^3 \times 11^2)^5$

(c)  $(p^2q^3r)^4$

(d)  $(5m^4n^3)^2$

(e)  $\left(\frac{2^5}{3^2}\right)^4$

(f)  $\left(\frac{2x^3}{3y^7}\right)^4$

(g)  $\frac{(3m^2n^3)^3}{6m^3n}$

(h)  $\frac{(2x^3y^4)^4 \times (3xy^2)^3}{36x^{10}y^{12}}$

**Penyelesaian:**

$$(a) (7^3 \times 5^4)^3$$

$$= 7^{3(3)} \times 5^{4(3)}$$

$$= 7^9 \times 5^{12}$$

$$(c) (p^2 q^3 r)^4$$

$$= p^{2(4)} q^{3(4)} r^{1(4)}$$

$$= p^8 q^{12} r^4$$

$$(e) \left(\frac{2^5}{3^2}\right)^4$$

$$= \frac{2^{5(4)}}{3^{2(4)}}$$

$$= \frac{2^{20}}{3^8}$$

$$(b) (2^4 \times 5^3 \times 11^2)^5$$

$$= 2^{4(5)} \times 5^{3(5)} \times 11^{2(5)}$$

$$= 2^{20} \times 5^{15} \times 11^{10}$$

$$(d) (5m^4 n^3)^2$$

$$= 5^2 m^{4(2)} n^{3(2)}$$

$$= 25m^8 n^6$$

$$(f) \left(\frac{2x^3}{3y^7}\right)^4$$

$$= \frac{2^4 x^{3(4)}}{3^4 y^{7(4)}}$$

$$= \frac{16x^{12}}{81y^{28}}$$



$$(g) \frac{(3m^2n^3)^3}{6m^3n}$$

$$= \frac{3^3 m^{2(3)} n^{3(3)}}{6m^3 n^1}$$

$$= \frac{27m^6n^9}{6m^3n^1}$$

$$= \frac{9}{2} m^{6-3} n^{9-1}$$

$$= \frac{9}{2} m^3 n^8$$

$$(h) \frac{(2x^3y^4)^4 \times (3xy^2)^3}{36x^{10}y^{12}}$$

$$= \frac{2^4 x^{3(4)} y^{4(4)} \times 3^3 x^{1(3)} y^{2(3)}}{36x^{10}y^{12}}$$

$$= \frac{16x^{12}y^{16} \times 27x^3y^6}{36x^{10}y^{12}}$$

$$= \left( \frac{16 \times 27}{36} \right) x^{12+3-10} y^{16+6-12}$$

$$= 12x^5 y^{10}$$

**UJI MINDA** 1.2e

1. Ringkaskan setiap yang berikut.

(a)  $(2 \times 3^4)^2$

(b)  $(11^3 \times 9^5)^3$

(c)  $(13^3 \div 7^6)^2$

(d)  $(5^3 \times 3^4)^5$

(e)  $(m^3n^4p^2)^5$

(f)  $(2w^2x^3)^4$

(g)  $\left(\frac{-3a^5}{b^4}\right)^6$

(h)  $\left(\frac{2a^5}{3b^4}\right)^3$

2. Permudahkan setiap yang berikut.

(a)  $\left(\frac{11^3 \times 4^2}{11^2}\right)^2$

(b)  $\frac{3^3 \times (6^2)^3}{6^4}$

(c)  $\left(\frac{4^2}{6^3}\right)^3 \div \frac{4^2}{6^3}$

(d)  $\frac{((-4)^6)^2 \times (-5^2)^3}{(-4)^6 \times (-5)^2}$

(e)  $\frac{x^2y^6 \times x^3}{xy^2}$

(f)  $\frac{(h^3k^2)^4}{(hk)^2}$

(g)  $\frac{(m^5 n^7)^3}{(m^2n^3)^2}$

(h)  $\frac{(b^2d^4)^3}{(b^2d^3)^2}$

3. Permudahkan setiap yang berikut.

(a)  $\frac{(2m^2n^4)^3 \times (3mn^4)^2}{12m^7n^{12}}$

(b)  $\frac{(5xy^4)^2 \times 6x^{10}y}{15x^4y^6}$

(c)  $\frac{24d^3e^5 \times (3d^3e^4)^2}{(d^5e^6) \times (6de^2)^3}$

$$2^0 = 1$$

$$m^0 = 1$$

Iaitu suatu nombor atau sebutan algebra yang mempunyai indeks sifar akan memberi nilai 1.

Secara generalisasi,  $a^0 = 1 ; a \neq 0$



$$2^{-2} = \frac{1}{2^2}$$

$$m^{-3} = \frac{1}{m^3}$$

Secara generalisasi,

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}; a \neq 0$$



## Contoh /11

**Penyelesaian:**

1. (a)  $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$

(b)  $x^{-4} = \frac{1}{x^4}$

(c)  $\frac{1}{8^{-5}} = 8^5$

(d)  $\frac{1}{y^{-9}} = y^9$

(e)  $2m^{-3} = \frac{2}{m^3}$

(f)  $\frac{3}{5}n^{-8} = \frac{3}{5n^8}$

(g)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-10} = \left(\frac{3}{2}\right)^{10}$

(h)  $\left(\frac{x}{y}\right)^{-7} = \left(\frac{y}{x}\right)^7$

2. (a)  $\frac{1}{3^4} = 3^{-4}$

(b)  $\frac{1}{m^5} = m^{-5}$

(c)  $7^5 = \frac{1}{7^{-5}}$

(d)  $n^{20} = \frac{1}{n^{-20}}$

(e)  $\left(\frac{4}{5}\right)^8 = \left(\frac{5}{4}\right)^{-8}$

(f)  $\left(\frac{m}{n}\right)^{15} = \left(\frac{n}{m}\right)^{-15}$

$$\begin{aligned}3. \quad (a) \quad & 3^2 \times 3^4 \div 3^8 \\&= 3^{2+4-8} \\&= 3^{-2} \\&= \frac{1}{3^2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(b) \quad & \frac{(2^4)^2 \times (3^5)^3}{(2^8 \times 3^6)^2} \\&= \frac{2^8 \times 3^{15}}{2^{16} \times 3^{12}} \\&= 2^{8-16} \times 3^{15-12} \\&= 2^{-8} \times 3^3 \\&= \frac{3^3}{2^8}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(c) \quad & \frac{(4xy^2)^2 \times x^5y}{(2x^3y)^5} \\&= \frac{4^2x^2y^4 \times x^5y^1}{2^5x^{15}y^5} \\&= \frac{16}{32}x^{2+5-15}y^{4+1-5} \\&= \frac{1}{2}x^{-8}y^0 \\&= \frac{1}{2x^8}\end{aligned}$$



$$y^0 = 1$$

$$y^1 = y$$

**UJI MINDA** 1.2f

1. Nyatakan setiap sebutan berikut dalam bentuk indeks positif.

(a)  $5^{-3}$

(b)  $8^{-4}$

(c)  $x^{-8}$

(d)  $y^{-16}$

(e)  $\frac{1}{a^{-4}}$

(f)  $\frac{1}{20^{-2}}$

(g)  $3n^{-4}$

(h)  $-5n^{-6}$

(i)  $\frac{2}{7}m^{-5}$

(j)  $\left(-\frac{3}{8}\right)m^{-4}$

(k)  $\left(\frac{2}{5}\right)^{-12}$

(l)  $\left(-\frac{3}{7}\right)^{-14}$

(m)  $\left(\frac{x}{y}\right)^{-10}$

(n)  $\left(\frac{2x}{3y}\right)^{-4}$

(o)  $\left(\frac{1}{2x}\right)^{-5}$

2. Nyatakan setiap sebutan berikut dalam bentuk indeks negatif.

(a)  $\frac{1}{5^4}$

(b)  $\frac{1}{8^3}$

(c)  $\frac{1}{m^7}$

(d)  $\frac{1}{n^9}$

(e)  $10^2$

(f)  $(-4)^3$

(g)  $m^{12}$

(h)  $n^{16}$

(i)  $\left(\frac{4}{7}\right)^9$

(j)  $\left(\frac{x}{y}\right)^{10}$

3. Permudahkan setiap yang berikut.

(a)  $\frac{(4^2)^3 \times 4^5}{(4^6)^2}$

(b)  $\frac{(2^3 \times 3^2)^3}{(2 \times 3^4)^5}$

(c)  $\frac{(5^2)^5}{(2^3)^{-2} \times (5^4)^2}$

(d)  $\frac{3m^2n^4 \times (mn^3)^{-2}}{9m^3n^5}$

(e)  $\frac{(2m^2n^2)^{-3} \times (3mn^2)^4}{(9m^3n)^2}$

(f)  $\frac{(4m^2n^4)^2}{(2m^{-2}n)^5 \times (3m^4n)^2}$



## Bagaimakah anda menentu dan menyatakan hubungan antara indeks pecahan dengan punca kuasa dan kuasa?

### Hubungan antara $\sqrt[n]{a}$ dengan $a^{\frac{1}{n}}$

Di Tingkatan 1, anda telah belajar tentang kuasa dua dan punca kuasa dua serta kuasa tiga dan punca kuasa tiga. Tentukan nilai  $x$  bagi

(a)  $x^2 = 9$

(b)  $x^3 = 64$



### STANDARD PEMBELAJARAN

Menentu dan menyatakan hubungan antara indeks pecahan dengan punca kuasa dan kuasa.

### Penyelesaian:

$$(a) \quad x^2 = 9$$
$$\sqrt{x^2} = \sqrt{3^2}$$
$$x = 3$$

Punca kuasa dua digunakan untuk penghapusan kuasa dua.

$$(b) \quad x^3 = 64$$
$$\sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{4^3}$$
$$x = 4$$

Punca kuasa tiga digunakan untuk penghapusan kuasa tiga.

Tahukah anda, nilai bagi  $x$  dalam contoh (a) dan (b) di atas boleh ditentukan dengan indeks yang dikuasakan dengan nilai salingannya?

$$(a) \quad x^2 = 9$$
$$x^{2(\frac{1}{2})} = 9^{\frac{1}{2}}$$
$$x^1 = 3^{2(\frac{1}{2})}$$
$$x = 3$$

Salingan bagi 2 ialah  $\frac{1}{2}$ .

$$(b) \quad x^3 = 64$$
$$x^{3(\frac{1}{3})} = 64^{\frac{1}{3}}$$
$$x^1 = 4^{3(\frac{1}{3})}$$
$$x = 4$$

Salingan bagi 3 ialah  $\frac{1}{3}$ .

### BULETIN

$\frac{1}{a}$  merupakan salingan untuk  $a$ .

$$2\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

$$3\sqrt{x} = x^{\frac{1}{3}}$$

Secara generalisasi,

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}; a \neq 0$$

## Contoh/12

1. Tukarkan setiap sebutan berikut kepada bentuk  $a^{\frac{1}{n}}$ .  
(a)  $\sqrt[2]{36}$       (b)  $\sqrt[3]{-27}$       (c)  $\sqrt[5]{m}$       (d)  $\sqrt[7]{n}$
2. Tukarkan setiap sebutan berikut kepada bentuk  $\sqrt[n]{a}$ .  
(a)  $125^{\frac{1}{5}}$       (b)  $256^{\frac{1}{8}}$       (c)  $(-1\ 000)^{\frac{1}{3}}$       (d)  $n^{\frac{1}{12}}$
3. Hitung nilai setiap sebutan berikut.  
(a)  $\sqrt[5]{-32}$       (b)  $\sqrt[6]{729}$       (c)  $512^{\frac{1}{3}}$       (d)  $(-243)^{\frac{1}{5}}$



**Penyelesaian:**

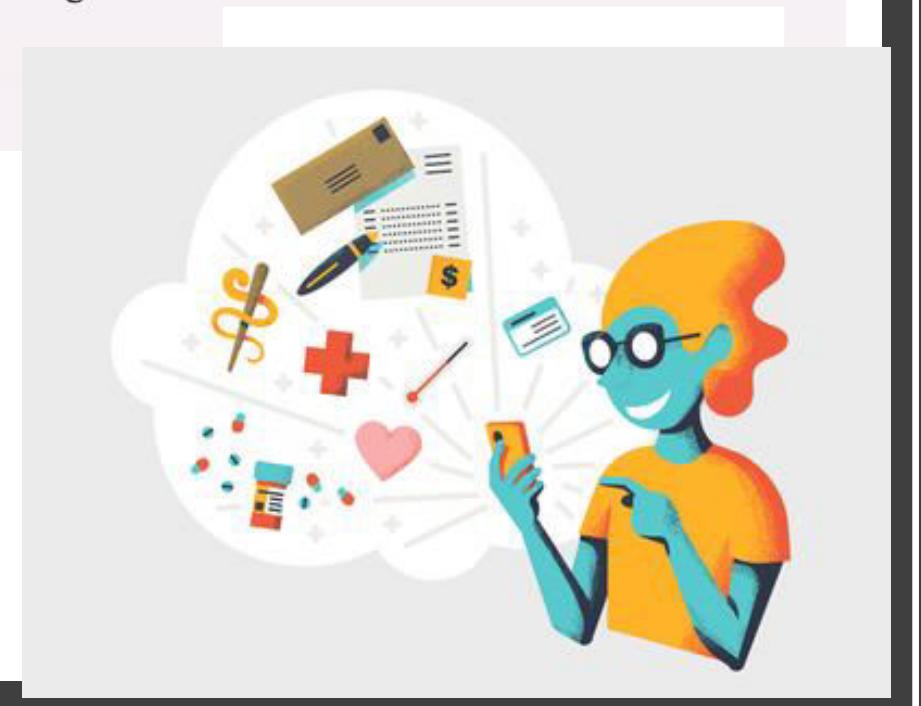
1. (a)  ${}^2\sqrt{36} = 36^{\frac{1}{2}}$       (b)  ${}^3\sqrt{-27} = (-27)^{\frac{1}{3}}$       (c)  ${}^5\sqrt{m} = m^{\frac{1}{5}}$       (d)  ${}^7\sqrt{n} = n^{\frac{1}{7}}$
2. (a)  $125^{\frac{1}{5}} = {}^5\sqrt{125}$       (b)  $256^{\frac{1}{8}} = {}^8\sqrt{256}$       (c)  $(-1\ 000)^{\frac{1}{3}} = {}^3\sqrt{(-1\ 000)}$       (d)  $n^{\frac{1}{12}} = {}^{12}\sqrt{n}$

3. (a)  $\sqrt[5]{-32} = (-32)^{\frac{1}{5}}$   
 $= (-2)^{\sqrt[5]{\frac{1}{5}}}$   
 $= (-2)^1$   
 $= -2$

(b)  $\sqrt[6]{729} = 729^{\frac{1}{6}}$   
 $= 3^{\sqrt[6]{\frac{1}{6}}}$   
 $= 3^1$   
 $= 3$

(c)  $512^{\frac{1}{3}} = 8^{3(\frac{1}{3})}$   
 $= 8^1$   
 $= 8$

(d)  $(-243)^{\frac{1}{5}} = (-3)^{\sqrt[5]{\frac{1}{5}}}$   
 $= (-3)^1$   
 $= -3$



**UJI MINDA** 1.2g

1. Tukarkan setiap sebutan berikut kepada bentuk  $a^{\frac{1}{n}}$ .  
(a)  $\sqrt[3]{125}$       (b)  $\sqrt[7]{2\ 187}$       (c)  $\sqrt[5]{-1\ 024}$       (d)  $\sqrt[10]{n}$
2. Tukarkan setiap sebutan berikut kepada bentuk  $n\sqrt{a}$ .  
(a)  $4^{\frac{1}{2}}$       (b)  $32^{\frac{1}{5}}$       (c)  $(-729)^{\frac{1}{3}}$       (d)  $n^{\frac{1}{15}}$
3. Hitung nilai setiap sebutan berikut.  
(a)  $\sqrt[3]{343}$       (b)  $\sqrt[5]{-7\ 776}$       (c)  $262\ 144^{\frac{1}{6}}$       (d)  $(-32\ 768)^{\frac{1}{5}}$



Apakah hubungan antara  $a^{\frac{m}{n}}$  dengan  $(a^m)^{\frac{1}{n}}$ ,  $(a^{\frac{1}{n}})^m$ ,  $\sqrt[n]{a^m}$  dan  $(\sqrt[n]{a})^m$ ?

Anda telah pelajari bahawa;

$$a^{mn} = (a^m)^n \text{ dan } \sqrt[n]{a^1} = a^{\frac{1}{n}}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = (a^m)^{\frac{1}{n}} = (a^{\frac{1}{n}})^m$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$$

## Contoh 13



**Penyelesaian:**

1. (a)  $81^{\frac{3}{2}} = (81^3)^{\frac{1}{2}}$   
 $81^{\frac{3}{2}} = (81^{\frac{1}{2}})^3$

(b)  $27^{\frac{2}{3}} = (27^2)^{\frac{1}{3}}$   
 $27^{\frac{2}{3}} = (27^{\frac{1}{3}})^2$

(c)  $h^{\frac{3}{5}} = (h^3)^{\frac{1}{5}}$   
 $h^{\frac{3}{5}} = (h^{\frac{1}{5}})^3$

2. (a)  $343^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{343^2}$   
 $343^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{343})^2$

(b)  $4\ 096^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{4\ 096^5}$   
 $4\ 096^{\frac{5}{6}} = (\sqrt[6]{4\ 096})^5$

(c)  $m^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{m^2}$   
 $m^{\frac{2}{5}} = (\sqrt[5]{m})^2$

**UJI MINDA** 1.2h

1. Lengkapkan jadual di bawah.

$a^{\frac{m}{n}}$	$729^{\frac{5}{6}}$	$121^{\frac{3}{2}}$	$w^{\frac{3}{7}}$	$x^{\frac{2}{5}}$	$\left(\frac{16}{81}\right)^{\frac{3}{4}}$	$\left(\frac{h}{k}\right)^{\frac{2}{3}}$
$(a^m)^{\frac{1}{n}}$						
$(a^{\frac{1}{n}})^m$						
$\sqrt[n]{a^m}$						
$(\sqrt[n]{a})^m$						

## Contoh/14

1. Hitung nilai setiap sebutan berikut.

(a)  $9^{\frac{5}{2}}$

(b)  $16^{\frac{5}{4}}$

**Penyelesaian:**

1. (a)  $9^{\frac{5}{2}}$

Kaedah 1  $9^{\frac{5}{2}} = (\sqrt{9})^5 = (3)^5 = 243$

Kaedah 2  $9^{\frac{5}{2}} = \sqrt{9^5} = \sqrt{59\ 049} = 243$

(b)  $16^{\frac{5}{4}}$

Kaedah 1  $16^{\frac{5}{4}} = (4\sqrt{16})^5 = 2^5 = 32$

Kaedah 2  $16^{\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{16^5} = \sqrt[4]{1\ 048\ 576} = 32$

**UJI MINDA** 1.2i

1. Hitung nilai setiap yang berikut.

(a)  $27^{\frac{2}{3}}$

(b)  $32^{\frac{2}{5}}$

(c)  $128^{\frac{2}{7}}$

(d)  $256^{\frac{3}{8}}$

(e)  $64^{\frac{4}{3}}$

(f)  $1\ 024^{\frac{2}{5}}$

(g)  $1\ 296^{\frac{3}{4}}$

(h)  $49^{\frac{3}{2}}$

(i)  $2\ 401^{\frac{1}{4}}$

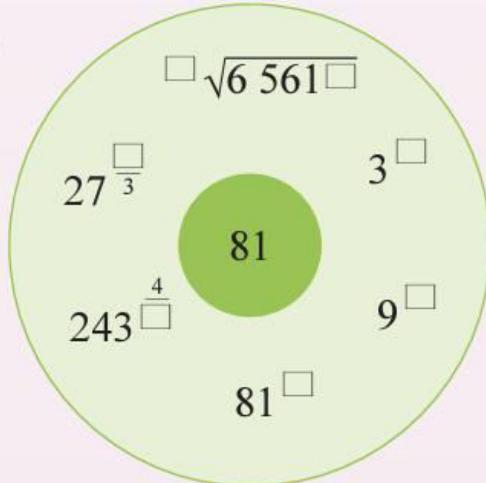
(j)  $121^{\frac{3}{2}}$

(k)  $2\ 197^{\frac{2}{3}}$

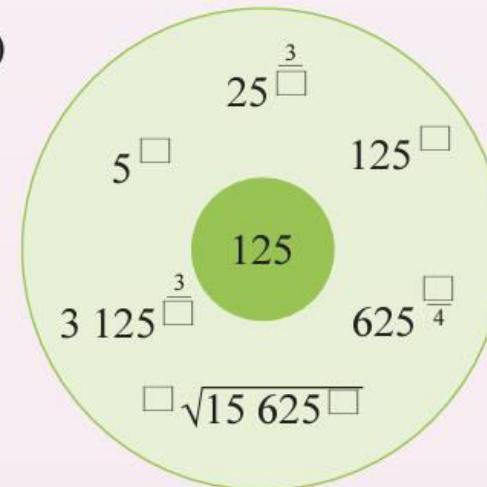
(l)  $10\ 000^{\frac{3}{4}}$

2. Lengkapkan rajah berikut dengan nilai yang betul.

(a)



(b)





## Bagaimanakah anda melaksanakan operasi yang melibatkan hukum indeks?

### Hukum Indeks

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$a^0 = 1$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = a^{m(\frac{1}{n})} = (a^{\frac{1}{n}})^m$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$$

## Contoh/15

1. Permudahkan setiap yang berikut.

$$(a) \frac{(-3x)^3 \times (2x^3y^{-4})^2}{108x^4 y^3}$$

$$(b) \frac{\sqrt{m} n^{\frac{3}{4}} \times (mn^3)^{\frac{1}{3}}}{(m^{-1} \sqrt{n^3})^{\frac{1}{6}}}$$

$$(c) \frac{(2h)^2 \times (16h^8)^{\frac{1}{4}}}{(8^{\frac{1}{3}}h)^{-2}}$$



**Penyelesaian:**

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \frac{(-3x)^3 \times (2x^3y^{-4})^2}{108x^4 y^3} \\ &= \frac{(-3)^3 x^3 \times 2^2 x^{3(2)} y^{-4(2)}}{108x^4 y^3} \\ &= \frac{-27x^3 \times 4x^6 y^{-8}}{108x^4 y^3} \\ &= \left(\frac{-27 \times 4}{108}\right) x^{3+6-4} y^{-8-3} \\ &= -1 x^5 y^{-11} \\ &= -\frac{x^5}{y^{11}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & \frac{\sqrt{m} n^{\frac{3}{4}} \times (mn^3)^{\frac{1}{3}}}{(m^{-1} \sqrt{n^3})^{\frac{1}{6}}} \\ &= \frac{m^{\frac{1}{2}} n^{\frac{3}{4}} \times m^{\frac{1}{3}} n^{3(\frac{1}{3})}}{m^{-1(\frac{1}{6})} n^{\frac{3}{2}(\frac{1}{6})}} \\ &= \frac{m^{\frac{1}{2}} n^{\frac{3}{4}} \times m^{\frac{1}{3}} n^1}{m^{-\frac{1}{6}} n^{\frac{1}{4}}} \\ &= m^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - (-\frac{1}{6})} n^{\frac{3}{4} + 1 - \frac{1}{4}} \\ &= m^1 n^{\frac{3}{2}} \\ &= mn^{\frac{3}{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad & \frac{(2h)^2 \times (16h^8)^{\frac{1}{4}}}{(8^{\frac{1}{3}}h)^{-2}} \\ &= \frac{2^2 h^2 \times 16^{\frac{1}{4}} h^{8(\frac{1}{4})}}{8^{\frac{1}{3}(-2)} h^{(-2)}} \\ &= \frac{2^2 h^2 \times 2^{\cancel{A}(\frac{1}{\cancel{4}})} h^{\cancel{8}(\frac{1}{\cancel{4}})}}{2^{\cancel{B}(\frac{1}{\cancel{3}})} (-2) h^{(-2)}} \\ &= \frac{2^2 h^2 \times 2^1 h^2}{2^{-2} h^{-2}} \\ &= 2^{2+1-(-2)} h^{2+2-(-2)} \\ &= 2^5 h^6 \\ &= 32 h^6 \end{aligned}$$

## Contoh/16

1. Hitung nilai setiap yang berikut.

$$(a) \frac{49^{\frac{1}{2}} \times 125^{-\frac{1}{3}}}{\sqrt[4]{2\ 401} \times \sqrt[5]{3\ 125}}$$

$$(b) \frac{16^{\frac{3}{4}} \times 81^{-\frac{1}{4}}}{(2^6 \times 3^4)^{\frac{1}{2}}}$$

$$(c) \frac{(243^{\frac{4}{5}} \times 5^{\frac{3}{2}})^2}{\sqrt[4]{81} \times \sqrt{25^4}}$$



**Penyelesaian:**

$$\begin{aligned}(a) \frac{49^{\frac{1}{2}} \times 125^{-\frac{1}{3}}}{\sqrt[4]{2401} \times \sqrt[5]{3125}} \\&= \frac{7^{2(\frac{1}{2})} \times 5^{3(-\frac{1}{3})}}{(7^4)^{\frac{1}{4}} \times (5^5)^{\frac{1}{5}}} \\&= \frac{7^1 \times 5^{-1}}{7^1 \times 5^1} \\&= 7^{1-1} \times 5^{-1-1} \\&= 7^0 \times 5^{-2} \\&= 1 \times \frac{1}{5^2} \\&= \frac{1}{25}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(b) \frac{16^{\frac{3}{4}} \times 81^{-\frac{1}{4}}}{(2^6 \times 3^4)^{\frac{1}{2}}} \\&= \frac{2^{4(\frac{3}{4})} \times 3^{4(-\frac{1}{4})}}{2^{6(\frac{1}{2})} \times 3^{4(\frac{1}{2})}} \\&= \frac{2^3 \times 3^{-1}}{2^3 \times 3^2} \\&= 2^{3-3} \times 3^{-1-2} \\&= 2^0 \times 3^{-3} \\&= 1 \times \frac{1}{3^3} \\&= \frac{1}{27}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(c)} \quad & \frac{\left(243^{\frac{4}{5}} \times 5^{\frac{3}{2}}\right)^2}{4\sqrt{81} \times \sqrt{25^4}} \\
 &= \frac{243^{\frac{4}{5}(2)} \times 5^{\frac{3}{2}(2)}}{81^{\frac{1}{4}} \times 25^{\frac{4}{2}}} \\
 &= \frac{3^{8(\frac{8}{5})} \times 5^3}{3^{4(\frac{1}{4})} \times 5^{2(\frac{4}{2})}} \\
 &= \frac{3^8 \times 5^3}{3^1 \times 5^4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 3^{8-1} \times 5^{3-4} \\
 &= 3^7 \times 5^{-1} \\
 &= \frac{3^7}{5} \\
 &= \frac{2187}{5} \\
 &= 437 \frac{2}{5}
 \end{aligned}$$

**UJI MINDA** 1.2j

1. Permudahkan setiap yang berikut.

(a)  $\frac{3\sqrt{c^2d^3e} \times c^{\frac{1}{3}}d^2e^{\frac{2}{3}}}{(c^{-3}d^2e)^2}$

(b)  $\frac{(mn^2)^3 \times (\sqrt{mn})^4}{(m^6n^3)^{\frac{2}{3}}}$

(c)  $\frac{\sqrt{25x^3yz^2} \times 4x^2z}{\sqrt{36x^5yz^8}}$

2. Hitung nilai setiap yang berikut.

(a)  $\frac{\sqrt{7^{-4} \times 11^4}}{49 \times 121}$

(b)  $\frac{(5^{-3} \times 3^6)^{\frac{1}{3}} \times \sqrt[4]{16}}{(125 \times 729 \times 64)^{-\frac{1}{3}}}$

(c)  $\frac{(2^6 \times 3^4 \times 5^2)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt[4]{256} \times \sqrt{729} \times \sqrt[3]{125}}$

(d)  $\frac{\sqrt[9]{512} \times \sqrt[3]{343} \times \sqrt{121}}{(64)^{\frac{1}{3}} \times (81)^{\frac{3}{4}} \times (14\ 641)^{\frac{1}{4}}}$

(e)  $\frac{(2^4 \times 3^6)^{\frac{1}{2}} \times \sqrt[3]{8} \times \sqrt{81}}{16^{\frac{3}{4}} \times 27^{\frac{1}{3}}}$

(f)  $\frac{64^{\frac{2}{3}} \times \sqrt[3]{125} \times (2 \times \frac{1}{5})^{-3}}{4^2 \times \sqrt[4]{625}}$

3. Diberi bahawa  $m = 2$  dan  $n = -3$ . Hitung nilai bagi  $64^{\frac{m}{3}} \times 512^{(-\frac{1}{n})} \div 81^{\frac{n}{2m}}$ .

4. Diberi bahawa  $a = \frac{1}{2}$  dan  $b = \frac{2}{3}$ . Hitung nilai bagi  $144^a \div 64^b \times 256^{\frac{a}{b}}$ .



## IMBAS KEMBALI

Faktor perdana sepunya 6 dan 12 ialah 2 dan 3.

### Contoh /17

Hitung nilai bagi  $\sqrt{3} \times 12^{\frac{3}{2}} \div 6$  tanpa menggunakan kalkulator.

#### Memahami masalah

Menghitung nilai bagi nombor dalam bentuk indeks yang diberi dalam asas yang berlainan.

#### Merancang strategi

Tukar setiap asas kepada faktor perdana dan hitung nilai dengan mengaplikasi hukum indeks.

#### Melaksanakan strategi

$$\begin{aligned}\sqrt{3} \times 12^{\frac{3}{2}} \div 6 &= 3^{\frac{1}{2}} \times (2 \times 2 \times 3)^{\frac{3}{2}} \div (2 \times 3) \\&= 3^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{3}{2}} \times 2^{\frac{3}{2}} \times 3^{\frac{3}{2}} \div (2^1 \times 3^1) \\&= 3^{\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - 1} \times 2^{\frac{3}{2} + \frac{3}{2} - 1} \\&= 3^1 \times 2^2 \\&= 12\end{aligned}$$

#### Membuat kesimpulan

$$\sqrt{3} \times 12^{\frac{3}{2}} \div 6 = 12$$

### Contoh/18

Hitung nilai  $x$  bagi persamaan  $3^x \times 9^{x+5} \div 3^4 = 1$ .

#### Memahami masalah

Menghitung nilai bagi pemboleh ubah  $x$  yang merupakan sebahagian daripada indeks.

#### Merancang strategi

Soalan ini merupakan satu persamaan. Maka, nilai di kiri persamaan akan sama dengan nilai di kanan persamaan. Tukarkan semua sebutan kepada bentuk indeks dengan asas 3.

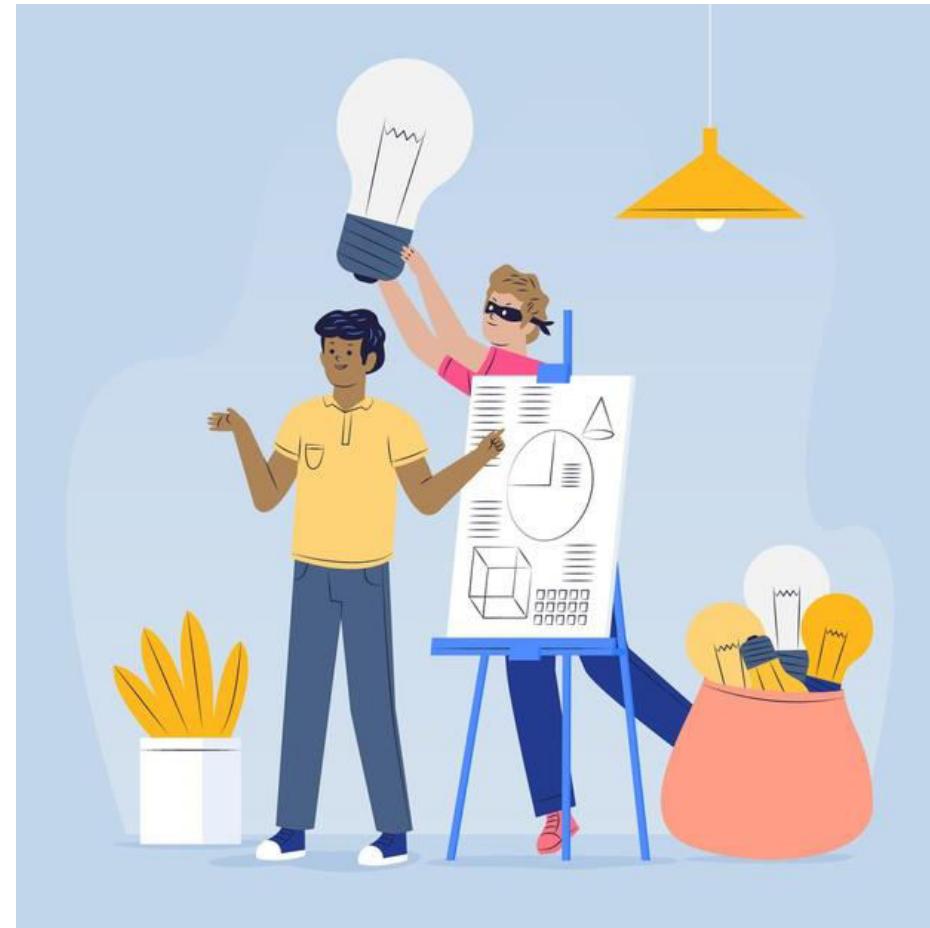
#### Melaksanakan strategi

$$\begin{aligned}3^x \times 9^{x+5} \div 3^4 &= 1 & 3x + 6 &= 0 \\3^x \times 3^{2(x+5)} \div 3^4 &= 3^0 & 3x &= -6 \\3^{x+2(x+5)-4} &= 3^0 & x &= \frac{-6}{3} \\3^{x+2x+10-4} &= 3^0 & x &= -2 \\3^{3x+6} &= 3^0\end{aligned}$$

$a^m = a^n$   
 $m = n$

#### Membuat kesimpulan

Jika  $3^x \times 9^{x+5} \div 3^4 = 1$ , maka,  $x = -2$





### Contoh /19

Hitung nilai-nilai  $x$  yang mungkin bagi persamaan  $3^{x^2} \times 3^{2x} = 3^{15}$ .

#### Memahami masalah

Menghitung nilai  $x$  yang merupakan sebahagian sebahagian daripada indeks.

#### Merancang strategi

Semua asas yang terlibat dalam persamaan adalah sama.

#### Melaksanakan strategi

$$3^{x^2} \times 3^{2x} = 3^{15}$$

$$3^{x^2 + 2x} = 3^{15}$$

$$x^2 + 2x = 15$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$(x - 3)(x + 5) = 0$$

$$x - 3 = 0 \text{ atau } x + 5 = 0$$

$$x = 0 + 3$$

$$x = 3$$

$$x = 0 - 5$$

$$x = -5$$

Jika  $a^m = a^n$ ,  
maka,  $m = n$ .

Selesaikan persamaan kuadratik dengan kaedah pemfaktoran.

#### Membuat kesimpulan

Nilai-nilai  $x$  yang mungkin bagi persamaan  $3^{x^2} \times 3^{2x} = 3^{15}$  ialah 3 dan -5.

## Contoh /20

Selesaikan persamaan serentak berikut.

$$25^m \times 5^n = 5^8 \text{ dan } 2^m \times \frac{1}{2^n} = 2$$

**Penyelesaian:**

$$25^m \times 5^n = 5^8$$

$$2^m \times \frac{1}{2^n} = 2$$

$$5^{2(m)} \times 5^n = 5^8$$

$$5^{2m+n} = 5^8$$

$$2^m \times 2^{-n} = 2^1$$

$$2m + n = 8 \rightarrow 1$$

$$2^m + (-n) = 2^1$$

$$m - n = 1 \rightarrow 2$$

Persamaan 1 dan 2 boleh diselesaikan melalui kaedah penggantian.  
Daripada 1:

$$2m + n = 8$$

$$n = 8 - 2m \rightarrow 3$$

Gantikan 3 ke dalam 2

$$m - n = 1$$

$$m - (8 - 2m) = 1$$

$$m - 8 + 2m = 1$$

$$m + 2m = 1 + 8$$

$$3m = 9$$

$$m = \frac{9}{3}$$

$$m = 3$$

Gantikan  $m = 3$  ke dalam 1

$$2m + n = 8$$

$$2(3) + n = 8$$

$$6 + n = 8$$

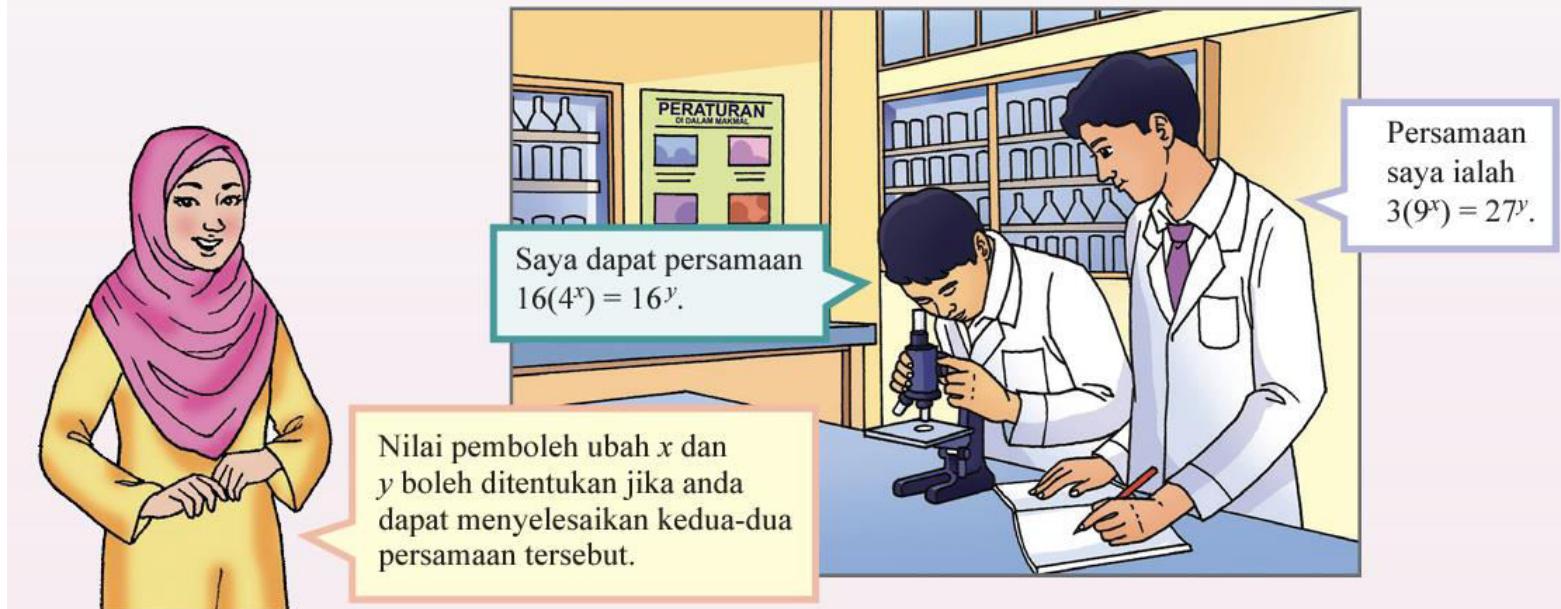
$$n = 8 - 6$$

$$n = 2$$

Anda juga  
boleh gantikan  
 $m = 3$  ke dalam  
persamaan 2  
atau 3.

Maka,  $m = 3$  dan  $n = 2$ .

### Contoh /21



Chong dan Navin menjalankan dua uji kaji untuk menentukan hubungan antara pemboleh ubah  $x$  dan  $y$ . Persamaan yang diperoleh oleh Chong ialah  $16(4^x) = 16^y$ , sementara Navin mendapat  $3(9^x) = 27^y$  sebagai dapatan uji kaji yang dijalankan. Hitung nilai  $x$  dan nilai  $y$  yang dapat memuaskan kedua-dua uji kaji yang telah dijalankan oleh Chong dan Navin.

### Penyelesaian:

$$16(4^x) = 16^y$$

$$4^2(4^x) = 4^{2(y)}$$

$$4^{2+x} = 4^{2y}$$

$$2+x = 2y \rightarrow 1$$

$$3(9^x) = 27^y$$

$$3(3^{2x}) = 3^{3(y)}$$

$$3^{1+2x} = 3^{3y}$$

$$1+2x = 3y \rightarrow 2$$

Anda juga boleh gantikan  $y = 3$  dalam persamaan 2 atau 3.

Persamaan 1 dan 2 boleh diselesaikan dengan kaedah penghapusan.

$$1 \times 2 : 4 + 2x = 4y \rightarrow 3$$

$$2 : 1 + 2x = 3y$$

$$3 - 2 :$$

$$3 + 0 = y$$

$$y = 3$$

Darabkan persamaan 1 dengan 2 untuk menyamakan nilai pekali pemboleh ubah  $x$ .

Gantikan  $y = 3$  dalam persamaan 1

$$\begin{aligned}1 &: 2 + x = 2y \\&2 + x = 2(3) \\&x = 6 - 2 \\&x = 4\end{aligned}$$

Maka,  $x = 4, y = 3$

## Cabaran Dinamis



### Uji Diri

1. Nyatakan sama ada operasi yang melibatkan hukum indeks berikut **benar** atau **palsu**. Jika palsu, nyatakan jawapan yang betul.

(a)  $a^5 = a \times a \times a \times a \times a$

(b)  $5^2 = 10$

(c)  $3^0 = 0$

(d)  $(2x^3)^5 = 2x^{15}$

(e)  $m^0 n^0 = 1$

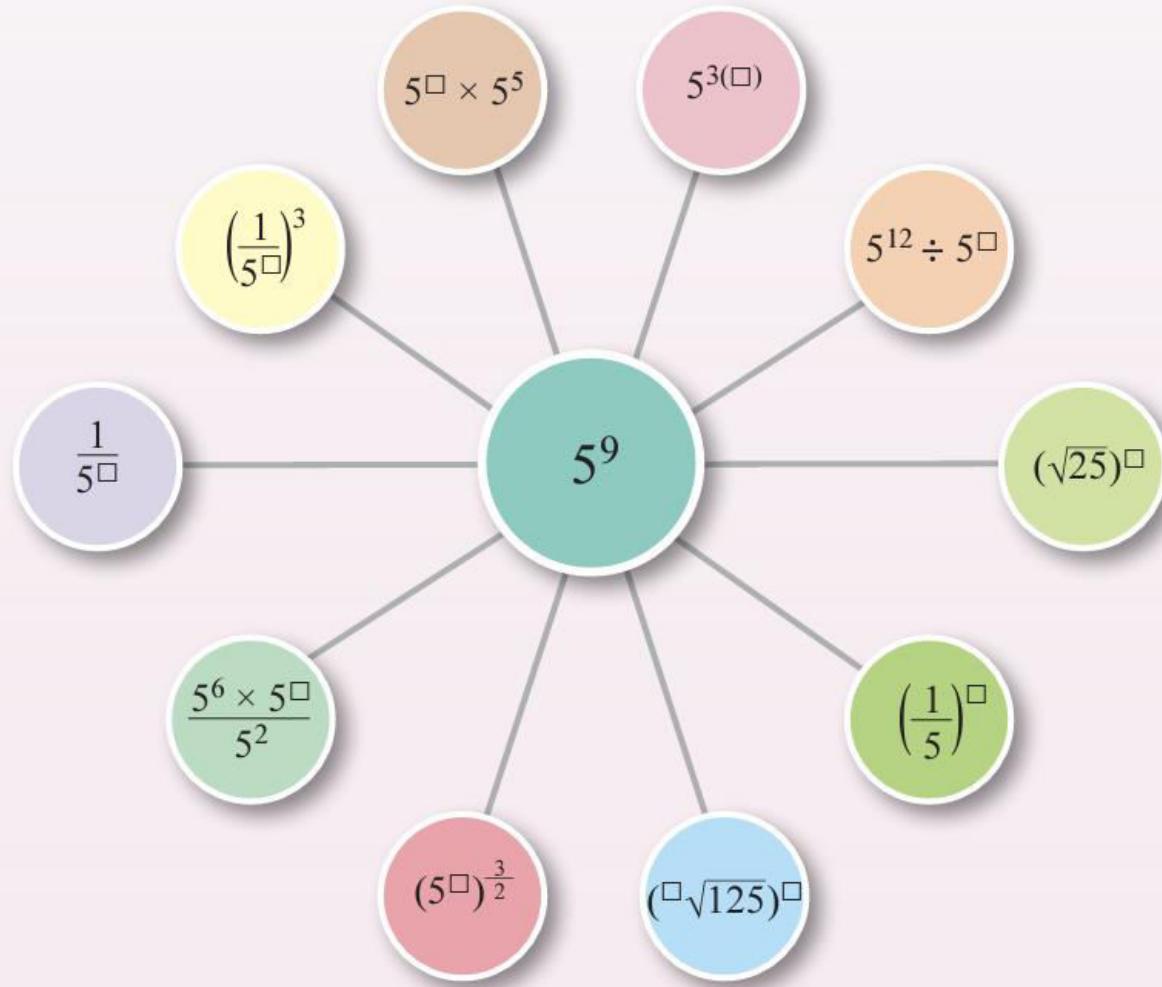
(f)  $2a^{-4} = \frac{1}{2a^4}$

(g)  $32^{\frac{2}{5}} = (\sqrt[2]{32})^5$

(h)  $\left(\frac{m}{n}\right)^{-4} = \left(\frac{n}{m}\right)^4$

(i)  $(5m^{\frac{1}{4}})^{-4} = \frac{625}{m}$

2. Salin dan lengkapkan rajah di bawah dengan nilai yang sesuai.





3. Salin dan lengkapkan rajah di bawah.

Operasi yang  
melibatkan  
hukum indeks

Nilai

$$2^0$$

as

$$\frac{1}{3^{-4}}$$

as

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}$$

as

as

as

$$(5^{-1} \times \sqrt{25})^3$$

**Mahir Diri**

1. Ringkaskan setiap yang berikut.

(a)  $(mn^4)^3 \div m^4n^5$

(b)  $3x \times \frac{1}{6}y^4 \times (xy)^3$

(c)  $\sqrt{xy} \times \sqrt[3]{xy^2} \times \sqrt[6]{xy^5}$

2. Hitung nilai setiap yang berikut.

(a)  $64^{\frac{1}{3}} \times 5^{-3}$

(b)  $7^{-1} \times 125^{\frac{2}{3}}$

(c)  $(256)^{\frac{3}{8}} \times 2^{-3}$

(d)  $2^4 \times 16^{-\frac{3}{4}}$

(e)  $\sqrt{49} \times 3^{-2} \div (\sqrt{81})^{-1}$

(f)  $(125)^{\frac{2}{3}} \times (25)^{-\frac{3}{2}} \div (625)^{-\frac{1}{4}}$

3. Hitung nilai  $x$  bagi setiap persamaan berikut.

(a)  $2^6 \div 2^x = 8$

(b)  $3^{-4} \times 81 = 3^x$

(c)  $a^x a^8 = 1$

(d)  $4 \times 8^{x+1} = 2^{2x}$

(e)  $(a^x)^2 \times a^5 = a^{3x}$

(f)  $2^x = \frac{2^{10}}{16^x}$

(g)  $3^6 \div 3^x = 81^{(x-1)}$

(h)  $(m^2)^x \times m^{(x+1)} = m^{-2}$

(i)  $25^x \div 125 = \frac{1}{5^x}$



## Masteri Kendiri

1. Hitung nilai setiap yang berikut tanpa menggunakan kalkulator.

(a)  $4^{\frac{1}{3}} \times 50^{\frac{2}{3}} \times 10^{\frac{5}{3}}$

(b)  $5^{\frac{5}{2}} \times 20^{\frac{3}{2}} \div 10^{-2}$

(c)  $60^{\frac{1}{2}} \times 125^{\frac{2}{3}} \div \sqrt{15}$

2. Hitung nilai  $x$  bagi setiap persamaan berikut.

(a)  $64x^{\frac{1}{2}} = 27x^{-\frac{5}{2}}$

(b)  $3x^{\frac{2}{3}} = \frac{27}{4}x^{-\frac{4}{3}}$

(c)  $25x^{-\frac{2}{3}} - \frac{5}{3}x^{\frac{1}{3}} = 0$

3. Hitung nilai-nilai  $x$  yang mungkin bagi setiap persamaan berikut.



(a)  $a^{x^2} \div a^{5x} = a^6$

(b)  $2^{x^2} \times 2^{6x} = 2^7$

(c)  $5^{x^2} \div 5^{3x} = 625$

4. Selesaikan persamaan serentak berikut.

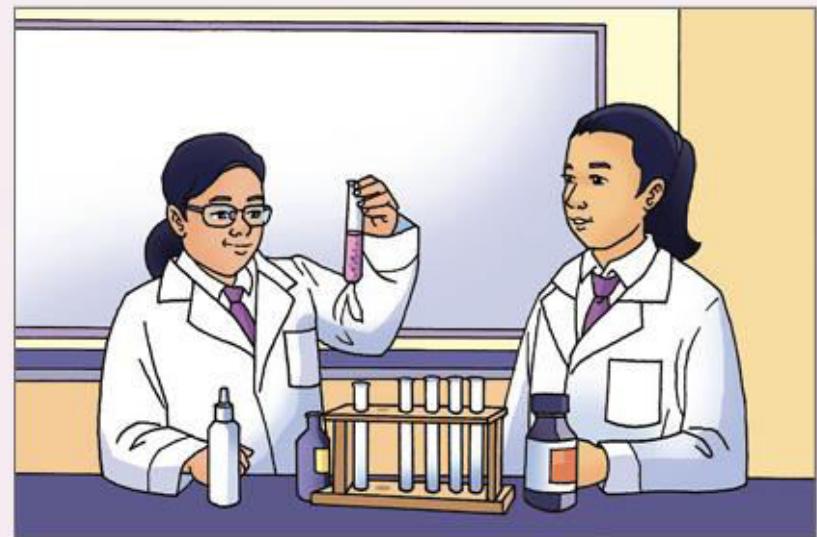


(a)  $81^{(x+1)} \times 9^x = 3^5$  dan  $8^{2x} \times 4(2^{2y}) = 128$

(b)  $4(4^x) = 8^{y+2}$  dan  $9^x \times 27^y = 1$



5. Dalam satu eksperimen yang dijalankan oleh Susan, didapati suhu sejenis logam meningkat daripada  $25^{\circ}\text{C}$  kepada  $T^{\circ}\text{C}$  mengikut persamaan  $T = 25(1.2)^m$  apabila logam tersebut dipanaskan selama  $m$  saat. Hitung beza suhu di antara saat kelima dengan saat keenam, dalam darjah Celsius terdekat.



-  6. Encik Azmi membeli sebuah kereta buatan tempatan dengan harga RM55 000. Selepas 6 tahun Encik Azmi ingin menjual kereta tersebut. Berdasarkan penerangan pihak pembeli kereta terpakai, harga kereta Encik Azmi akan dihitung dengan formula  $\text{RM}55\ 000 \left(\frac{8}{9}\right)^n$ . Dalam situasi ini,  $n$  ialah bilangan tahun yang dihitung selepas sebuah kereta dibeli. Berapakah nilai pasaran kereta Encik Azmi? Nyatakan jawapan anda dalam RM yang terdekat.





7. Puan Kiran Kaur menyimpan RM50 000 pada 1 Mac 2019 di sebuah bank tempatan dengan faedah 3.5% setahun. Selepas  $t$  tahun, jumlah simpanan Puan Kiran Kaur dalam RM ialah  $50\ 000 (1.035)^t$ . Hitung jumlah simpanan pada 1 Mac 2025, jika Puan Kiran Kaur tidak pernah mengeluarkan wang simpanannya.



TAMAT