

感悟科研：站在巨人的臂膀上，创造新的价值！¹

杜升华

2008年1月

作为一个数学系学生和未来的数学工作者，我想结合自己的专业，从数学（也涉及物理学）的角度谈谈关于科学研究的感悟。首先回顾一些历史事实，来说明数学家的工作是“站在巨人的臂膀上创造新的价值”；然后由此引发关于数学的价值以及她为什么值得数学家投入一生的时间进行研究的原因的讨论。

让我们从这句话的提出者开始——据说牛顿(I. Newton, 1642-1727)曾说过⁽¹⁾：“如果我比其他人看得更远些，那是因为我站在巨人的肩上。”这句话并不仅仅是自谦之辞，因为牛顿的伟大贡献确实是在前人的杰出成就基础上做出的。在这些巨人之中，最高大的有：笛卡儿、开普勒和伽利略。

从笛卡儿那里，牛顿继承了解析几何。笛卡儿(R. Descartes, 1596-1650)是法国数学家，在数学中以创立解析几何学而著称，代表作是《几何学》⁽²⁾。他将平面上的点与一种由坐标确定的数对 (x,y) 联系起来，将几何问题化为代数问题，引入了变量与函数的观点。从此，人类进入变量数学的时代。难以设想，如果没有坐标系，没有质点的运动方程，牛顿的运动定律和微积分基本定理将用什么语言来表述。

从开普勒那里，牛顿继承了天体运动的三个基本原理。开普勒(J. Kepler)于1609和1619年先后提出了行星运动的三条规律，即开普勒三定律⁽³⁾：①行星围绕太阳运行的轨道是椭圆，太阳位于所有这些椭圆的一个焦点上；②连结太阳与行星的线段在相等的时间内扫过相等的面积；③行星公转周期的平方与它绕太阳公转轨道的半长轴的立方成正比。在此基础上，牛顿归纳、提炼出了著名的万有引力定律：自然界中任何两个物体都是互相吸引的，引力的大小与这两个物体的质量的乘积成正比，与它们的距离的平方成反比。

从伽利略那里，牛顿得到了“成为他自己动力学奠基石的运动三定律中的头两个”⁽¹⁾。牛顿的运动三定律是：①任何物体在不受外力作用的情况下都保持静止或做匀速直线运动；②物体的加速度与它所受的外力大小成正比，与它的质量成反比，且加速度与外力方向一致（即 $F=ma$ ）；③作用力与反作用力大小相等，方向相反。而伽利略所做的斜面实验与自由落体实验及相关研究分别为前两个牛顿运动定律奠定了直接基础。

由此可见，牛顿之所以做出伟大的贡献，确实是因为他“站在巨人的肩膀上”，继承和发展了前人的工作。但“砖头还不是大厦；牛顿是动力学和天体力学的建筑师”⁽¹⁾。如果牛顿没有创造出新的价值的话，也就不会在科学史上占有那样崇高的地位。事实上，牛顿不仅创造出了新的价值，而且创造出了远远超过他的前辈的巨大的价值。

先谈谈物理方面：开普勒的三大定律是从他的老师第谷(Tycho Brahe)的观测数据中经过二十二年“非人的计算”由经验发现的，而牛顿万有引力定律揭示了自然界更为本质的客观规律；伽利略只是提出了前两个牛顿运动定律的思想，而牛顿把这三个定律明确地表述出来——尤其是，把第二定律以精确的数学语言表述出来。

对数学来说，最重要的或许是如何解释第二定律中的一个词——“加速度”，也即速度的改变率。归根到底，这是关于“改变率”的问题，因为速度就是位移的改变率。为了解决这个问题，牛顿发明了“流数法”，找到了“揭开改变率及其度量的全部秘密的万能钥匙”⁽¹⁾——

¹ 本文是作者在选修课科研思维方法中写的期末论文。

微分学。与改变率有关的相反的问题又使牛顿掌握了积分学：如何计算一个速度每时每刻都在变化的质点在给定的时间内通过的距离呢？牛顿把这两方面的问题联系起来考虑，用他的流数理论给出了解答，从而作出了一个伟大的发现：微积分基本定理。当然，德国数学家莱布尼兹(G. W. Leibniz, 1646-1716)也几乎同时独立地作出了这一伟大发现，他们之间关于优先权的争吵是数学史上一件不幸的事。他们的发现标志着微积分学的最终创立，开启了高等数学的大门，使得许多用初等方法难以计算的几何和物理问题获得解决，相关的种种工程学科得到迅猛发展，社会生产力得以飞速提高。

18 世纪，欧拉(L. Euler, 1707-1783)、拉格朗日(J. L. Lagrange, 1736-1813)、拉普拉斯(P. S. Laplace, 1749-1827)等数学大师站在牛顿和莱布尼兹的肩膀上，创立了微分方程、变分法、复变函数论等新的数学分支，解决了大量的物理学和力学问题，促成了分析学的大繁荣。

但这种繁荣背后也隐藏着危机，因为 18 世纪数学家们忙于发展微积分的广泛应用而无暇顾及基础理论，对极限、导数、连续性等基本概念很少过问。于是英国牧师伯克莱的悖论导致了数学史上骇人听闻的第二次数学危机。

在解决这场危机的过程中，高斯(C. F. Gauss, 1777-1855)、柯西(A. L. Cauchy, 1789-1857)和阿贝尔(N. H. Abel, 1802-1829)是把严格性引入数学分析的先驱；维尔斯特拉斯(K. T. W. Weierstrass, 1815-1897)等人发起“分析算术化”运动，用“ $\varepsilon - \delta$ 语言”对分析学的基本概念给出了今天已被广泛采用的精确定义，将柯西等人的结果进一步严格化，从而解决了第二次数学危机；勒贝格(H. L. Lebesgue, 1875-1941)、希尔伯特(D. Hilbert, 1862-1943)等人在严格化了的分析学基础上进一步发展相关理论，创立了实变函数论、泛函分析等学科，开启了现代分析学的大门。

以上就是分析学的三次严格化运动。关于这个问题我在期中作业里有过比较详细的论述²。值得指出的是，早在 18 世纪，欧拉、拉格朗日和达朗贝尔(J. L. R. D'Alembert)已经对建立微积分的严格基础做出了重要尝试，他们的工作为 19 世纪微积分的严格表述提供了方向(2)。所以，19 世纪的分析学家也都是站在巨人的肩膀上的。

而他们创造出的新的价值更是巨大的。我想，无论怎样评价分析严格化运动的伟大意义都不过分，因为它不但把微积分及其辉煌成就建立在一个严格的基础上，使得任何反科学的神学家都无法撼动，而且体现了空前的创造精神与高度的严格精神——数学精神的实质。可以说，分析的严格化不仅把数学分析本身提升为与粗糙的微积分截然不同的精密的学科，而且深刻影响和改变了整个数学的面貌；并且，它所体现的严谨的美、思维的美、逻辑的美成为吸引现代数学家走上数学研究之路的强大力量。

英国数学家哈代(G. H. Hardy, 1877-1947)在《一个数学家的辩白》中写道(4)：“我的眼界最初是由乐甫教授打开的，他只教了我几个学期的课，却使我对分析的严谨概念有了最初的了解。我从乐甫教授处获益最大的是他建议我读乔丹的著名的《分析教程》(Cours d'analyse)。我永远也不会忘记这部著作所给予我的震撼，不会忘记那本书对我这一代数学家们的激励。读了这部著作我才第一次懂得了数学的真谛；也是从那时起我走上了一个真正的数学家的道路，对数学树立了正确的目标，对数学有了真正的热情。”

现在，让我们谈一谈数学的价值以及数学值得人们进行认真研究的理由。

首先，数学的有用性似乎是不用辩白的。数学在各行各业有着日益广泛的应用，其重要性正变得越来越明显。即使“纯”的数学，最抽象、最“无用”的学科，也总有一天会被其他学科用作实际工具，从而对现实世界产生影响。历史已经证明了这一点。比如哈代深信不会有任何实际用处的数论，在科技迅猛发展的今天已被广泛地应用于通讯编码、自动控制、计算机科

² 见本刊 62 页《三次数学危机中的问题猎手》一文。

学等领域。因此，我想我们可以得出这样的结论：即使对一个“纯”数学家来说，他的工作也是在间接地为人类社会的发展做贡献，只不过这种贡献的实际效果一般不能马上显现出来。

以上谈的是数学家可能间接地做出的物质上的贡献，这一点或许不太明显，也可能存在争议，但数学家在精神上的贡献则是确切无疑的。“正如历史所充分证明的那样，不论数学内在的本质价值何在，其成就是成就中最持久的。”哈代给出了一个堪称经典的例子(4)：“希腊数学是‘不朽的’，甚至比希腊的文学还要持久。当爱斯奇里斯(Aeschylus)被遗忘时，阿基米德(Archimedes)仍将为人们铭记，因为语言文字会消亡，而数学的思想却永不会死亡。‘不朽’这个词可能不太高明，不过也许数学家与它的含义最投缘了。”这段话已成为名言，它令每一个有志于从事数学研究事业的人心潮澎湃。

我不在乎非数学家对数学如何评价，但我知道，我将要投身的事业是一门美丽的学科：她有至少两千五百年的历史，却依然焕发着活力；她贵为科学的女皇，却时常出现在我们的身边；她可以谦恭地为市场服务，却也能高达星宿——这就是数学！

没有什么比马克思在 17 岁时所作的《青年在选择职业时的思考》中的一段话更能表达我的想法了，让我们以此作为结束：“如果我们选择了最能为人类福利而劳动的职业，我们就不会为它的重负所压倒，因为这是为全人类所作的牺牲；那时我们感到的将不是一点点自私而可怜的欢乐，我们的幸福将属于千万人，我们的事业并不显赫一时，但将永远存在；而面对我们的骨灰，高尚的人们将洒下热泪。”

参考文献

- (1)E. T. Bell: *MAN OF MATHEMATICS*, 中译本《数学精英——数学家的故事》
- (2)杜瑞芝(主编):《数学史辞典》，
http://166.111.121.20:9080/mathdl/search_service/browse.htm
- (3)郭奕玲 沈慧君:《物理学史》，清华大学出版社，1993 年 7 月第 1 版
- (4)G. H. Hardy:《一个数学家的辩白》，《科学家的辩白》，江苏人民出版社，1999 年 9 月第 1 版

数学家趣闻

▲1983 年，Erdos 第一次到路易斯维尔拜访 Michael Jacobson. 那时 Jacobson 还没结婚，于是就跟 Erdos 住在一起。他对 Erdos 的故事早有耳闻，已经作好准备与之一起拼命工作，但情况显然远超过他的预料。“头一天我们就工作到半夜 1 点，我已经精疲力竭，上楼睡觉去了。他呆在楼下的客房里。凌晨 4 点半，我听到厨房有响声，他把锅碗瓢盆弄得一片响，那是在告诉我该起床了。大约 6 点钟时，我跌跌撞撞地下了楼。你猜他说的第一句话是什么？不是‘早上好！’也不是‘睡得好吗？’而是‘设 n 是整数， k 是……’我只穿了一件浴衣，半裸着身体，眼睛还是半睁半闭，朦朦胧胧。我认输了。我告诉他，不洗一个淋浴的话，我是没法接着研究数学的。”

▲一次在 Hilbert 的讨论班上，一个年轻人报告，其中用了一个很漂亮的定理，Hilbert 说：“这真是一个妙不可言(wunderschön)的定理呀，是谁发现的？”那个年轻人茫然的站了很久，对 Hilbert 说：“是你……”。