谈数学职业

张恭庆*

编者按：本文[1]是张恭庆院士在2009年4 月中国数学会厦门学术年会上所做的公众报告，并在这次年会上荣获中国数学会“华罗庚数学奖”。张恭庆院士长期工作在数学研究和数学教学的第一线，为国家培养了很多优秀的数学人才。张恭庆院士在报告中谈到了数学，数学的特征，数学职业和青年数学家的历史使命，也谈到了数学教育的重要性。这是张恭庆院士一生从事数学研究和教学工作的认识和感悟，愿与所有的数学爱好者共勉。

1 前言

上个世纪50年代，数学通报刊登了苏联数学家柯尔莫果洛夫的“论数学职业”[1]的译文。我上大学时，这是我们“专业教育”的材料。对于我们这代学数学的人产生了很大的影响。然而半个多世纪过去了，数学的面貌发生了很大的变化，数学的职业也多样化了。今年的华尔街杂志上，发表了一篇文章[2]其中附有一张由CareerCast.com制作的，以工作环境、收入、就业前景、体力要求、体力强度为指标的职业排行榜。在这排行榜中，数学家荣登榜首，保险精算师和统计学家分列第二和第三，后面是生物学家，软件工程师，计算机系统的分析员等等。从这5个指标来看，数学家的收入不算很高，但综合起来还排在第一，可见在其它方面占有优势。

2 数学和它的基本特征

2.1 什么是数学

从中学起，我们就知道数学是研究“空间形式”和“数量关系”的学科。数量

*北京大学数学科学学院教授。1991年当选为中国科学院院士。1994年当选为第三世界科学院院士，并在同年举行的世界数学家大会上作45分钟应邀报告。曾任中国数学会理事长。

[1]此次刊登系转载自《数学通报》2009年第48卷第7期（已获得张恭庆院士和《数学通报》授权）。另感谢周坚老师向《荷思》推荐本文。

关系，简称为“数”，空间形式简称为“形”；“数”的对象比如说：自然数，复数，向量，矩阵，函数，概率等，“形”的对象比如说曲线，图，空间，流形等。

数学实际上是一门形式科学，它研究的是抽象元素之间的“关系”和“运算法则”。这些“相互关系”和“运算法则”构成了数学“结构”。判断数学结论的真伪，主要看其逻辑演绎是否正确，被实践检验的只是构成这些“相互关系”与“运算法则”的“结构”是否与实际相符。

我们举一个例子来说明。大家都知道平面几何中的“平行公设”：在平面上过直线外一点，有且仅有一条直线平行于该直线。这是公设，是假定，可以由此推出平面几何的很多定理。但为什么在平面上过直线外一点有且只有一条直线平行于该直线呢？可不可以没有？可不可以不止一条？就几何学来说，假定只有一条，可以推出一大堆几何命题，例如：三角形三内角之和为180°，这是欧氏几何；假定有不止一条也可以推出另外一大堆命题，例如：三角形三内角之和小于180°，这是双曲几何；假定一条也没有照样还可以推出一大堆命题，这是椭圆几何。双曲几何与椭圆几何都是非欧几何。那么到底哪一种几何的结论是正确的？这要看你把这些几何结论应用在什么范围内，应用到什么问题上去。在以地球为尺度的空间范围内，欧氏几何是适用的，实际上它与非欧几何中的双曲几何的差异不大。当把宇宙作为一个整体来描述时，就要用双曲几何了。这有点像牛顿力学与相对论力学的关系。由此可见，决不能认为凡是数学上证明了的定理就是真理。只能认为这些结论是在它的“结构”中在逻辑上被正确地证明了。至于其是否与实际相符，还要检查它的前提。从这个意义上说，数学只是一个形式体系。

如果把数学的研究对象只用“数”和“形”来概括，那么有些东西还无法概括进去。比如数学语言学，各种计算机的语言都是根据数学原理制做出来的，可语言是“形”？还是“数”呢？看来都不是。又比如在“选举”办法上：

[例] Arrow不可能性定理——(不存在“公平的”选举制度)有一个非常有名的结论——Arrow不可能性定理[3]。Arrow是个经济学家，诺贝尔奖获得者，学数学出身。他证明了一条定理：对于不少于3个候选人的选举按“排序”投票，不存在任何同时遵循以下四个原则的群体决策：

(1) 无限制原则。(任何人可对所有候选人任意排序)。

(2) 一致性原则。(如果每个人的态度都是“A优于B”，那么群体决策结果也应“A优于B”)。

(3) 独立性原则。(添加或减少候选人，“排序”不变)。

(4) 非独裁原则。(不能一个人说了算)。

这也是一条经济学上的定理：没有同时遵从以上四条原则的“社会福利函数”。这是数学在其他领域——政治学、经济学——的一个重要的应用。在这条定理中，哪里有“数”？哪里有“形”？可见“数”和“形”已经不能完全概括数学的研究对象了。现代人们不再限定研究对象是不是“数”和“形”，只要能对其建立数学模型，就能通过模拟计算来研究其中的规律，例如对于社会心理、动物行为等方面的数学分析。所以，数学研究的范围扩大了，现在入们说数学的对象是：“模式”(pattern)、“秩序”(order)、“结构”(structure)。

2.2 纯数学与应用数学

数学又划分为纯数学和应用数学，纯数学在我国又称基础数学。研究数学自身提出的问题，划归纯数学；研究数学之外(特别是现实世界中) 提出来的问题划归应用数学。应该说，这种划分只是大致的，并没有严格的界限。一方面，纯数学中的许多对象，追根溯源还是来自解决其它方面的问题，如天文学、力学、物理学等。比如几何来源于测量：天文测量、大地测量。就在数学已经高度发展了的今天，从外部提出来的数学问题照样可以转化为非常有意义的纯数学的问题，刺激出深刻的数学理论。比如说，Navier-Stokes方程是流体力学中的重要的方程，NP问题是从计算理论中提出来的问题，到现在都还没有被解决，成为“千年七大难题”中的两个。另一方面，纯数学的理论在适当条件下也能在其它科学中放出异彩：群论和几何对物理的贡献是众所周知的。大家都认为数论是很“纯”的数学，但数论在现代密码学中起重要作用，此外如傅里叶分析与通讯，随机过程与金融，几何分析与图像处理等等都是这方面的例子。特别是，许多在应用数学中行之有效的方法都有深刻的纯数学背景，如快速Fourier变换，有限元方法等。

纯数学大致有：数理逻辑、数论、代数、拓扑、几何、分析、组合与图论等分支，它们之间的融合与渗透又产生出许许多多的交叉分支，如代数几何、代数数论、微分几何、代数拓扑、表示理论、动力系统、泛函分析……等以及更多的子分支。

微分方程与概率论是介于纯数学与应用数学之间的分支，它们的理论部分属于纯数学，其余部分则是应用数学。

计算数学与数理统计是应用数学最重要的两个分支。

纯数学对于问题的解答往往只停留在研究解的存在性以及个数上，未必讨论解的具体算法(如代数方程求根)。但实际问题的解答一般总要求具体的数据，单有纯数学的结论不能满足要求，因此还要研究算法，以及如何对待巨大的计算量、存储量、复杂性、精确性、速度、稳定性等等问题。这些就是计算数学要解决的问题。

以概率论为基础的统计学称为数理统计。在日常生活、社会调查、科学实验都积累了大量的数据，如何从这些数据中科学地得到有用的信息？数理统计研究如何通过有效的收集、整理和分析带有随机性的数据，对所考察的问题做出推断、预测乃至决策的方法。

当代的数学已被应用到很多领域。自然科学：物理、化学、生物、天文、地质、气象等，人文学科：经济、金融、精算、语言、考古等。很多管理科学问题也要用到数学。

这么多有用处的数学，表面上看都属于应用数学。然而，正如Borel说的："纯数学和应用数学就像是一座冰山——水面上的是应用数学，因为它有用，大家都看得见；水底下的是纯数学"[4]。没有水底下纯数学的深厚积累，上面的应用数学建立不起来。

2.3 数学的基本特征

因为数学研究的是抽象的对象，所以应用范围必然广泛；又因为它的研究手段不是实验，而是逻辑推理。这就决定了它必须是严密的和精确的。因此数学明显地有如下基本特征：

(1) 高度的抽象性与严密的逻辑性；

(2) 应用的广泛性与描述的精确性；

数学应用的广泛性不仅表现在：它是各门科学和技术的语言和工具，数学的概念、公式和理论早已渗透到其它学科的教科书和研究文献中去了；而且还表现在：许许多多数学方法都已被写成软件，有的还被制成芯片装置在几亿台电脑、以及各种电器设备之中，成为产品高科技含量的核心，还有些数学软件则是作为商品在出售。在这些应用中，我想特别指出：数学是探求知识的重要手段。举一个例子，历史上许多重要的发现，没有数学光靠实验是不够的。现在大家人人用手机，不论多远几秒钟就能通上话，为什么信息能传输得这么快？靠的是电磁波。电磁波是怎样发现的？

[例] 以$\mathbf{E} = (E_1, E_2, E_3)$；$\mathbf{B} = (B_1, B_2, B_3)$表示电场强度和磁感应强度。$\rho$, $\mathbf{j}$, ϵ, μ表示：电荷，传导电流密度，介电常数和磁导率。Maxwell方程组写

作

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{E} & \text{(Faraday定律)} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 & \text{(磁场的Gauss定律)} \\ \dfrac{1}{\mu}\nabla \times \mathbf{B} = \epsilon \dfrac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{j} & \text{(Ampere定律)} \\ \nabla \cdot \mathbf{E} = \dfrac{1}{\epsilon}\rho & \text{(电荷的Gauss定律)} \end{cases}$$

Maxwell在研究电磁现象时注意到原来的Ampere定律：

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu \mathbf{j},$$

中没有$\dfrac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$这一项，有待修正。又因为等式

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) = 0.$$

将导出：

$$\nabla \cdot \mathbf{j} = 0.$$

再由电荷守恒：

$$\nabla \cdot \mathbf{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0,$$

便有$\dfrac{\partial \rho}{\partial t} = 0$。然后由Gauss定律：

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon}\rho.$$

一般来说$\dfrac{\partial \rho}{\partial t} \neq 0$，所以他把$\dfrac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = 0$称为“位移电流”，并把它添加到Ampere定律中将其修改为：

$$\frac{1}{\mu}\nabla \times \mathbf{B} = \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{j}.$$

Maxwell以液体的流动、热的传导和弹性作为模型，认为这是传导电磁波的媒介“以太”[5]。尽管这种解释在物理上是不对的，也讲不清楚，但它的数学形式——Maxwell方程组却是正确的，它奠定了电磁学的基础。这个修正后的方程组是一个波动方程，由此预见了电磁波，后来Hertz在实验上证实了电磁波的存在。

同样地，在量子力学，相对论的理论建立过程中，数学也起了极为重要的作用。

在当今时代，科学计算更是在一定程度上取代了实验。一旦研究对象的机理已经清楚，准确的数学模型已经建立，就可以用模拟计算替代部分试验，如核试验等。

数学的基本特征除以上两条外，还有

(3) 数学研究对象的多样性和内部的统一性。

随着数学研究对象的扩充，数学分支不断增加，方向繁多，内容丰富。同时数学分支之间的内在联系也不断被发现，数学内部的千丝万缕的联系被愈理愈清。Hilbert-Noether-Bourbaki利用数学分支间的这些被清理过的联系和公理化方法，从规定的几条“公理”及其相关的一套演算规则中提炼出数学“结构”，如代数结构、拓扑结构、序结构等。数学的不同分支是由这些不同的“结构”组成的，而这些结构之间的错综复杂、盘根错节的联系又把所有的分支联成一个整体。在这方面反映了数学的统一性。

对统一性追求的意义在于：对于同一个对象可以从不同角度去认识，不同分支的问题可以相互转化，理论和方法可以相互渗透，从而发展出许多新的强有力的工具，解决许多单个分支方法难于解决的重大问题。

回顾以下历史是颇有裨益的。历史上有三大几何难题：倍立方问题，化圆为方问题，三等分角问题，都是“圆规直尺”的作图题。两千多年了，光用几何方法研究，不知有多少人费了多少心血，可就是解决不了！在那些时代，代数学主要研究解方程。后来笛卡尔用解析几何统一了几何与代数。18世纪末到19世纪初，多项式方程可解性的研究继Gauss代数基本定理证明之后应运而生。Gauss研究正多边形的圆规直尺作图就换了一个角度，把它看成一个多项式方程的可解性问题，从几何问题转化到了代数问题。后来Abel，Galois在代数上把方程的可解性研究推向了高峰。

什么样的“数”能被圆规直尺作出来？对于事先给定了的一组实数$\mathbb{Q}$，能从它们“尺规作图”出来的数x，就是通过它们出发，作$\pm, \times, \div$以及开平方$\sqrt{\ }$所能得到的数。也就是说：

尺规作图问题可解 $\Leftrightarrow \exists m, x \in \mathbf{F}_m$, 其中$\mathbf{F}_{i+1} = \{a_i + b_i\sqrt{c_i} \mid a_i, b_i, c_i \in \mathbf{F}_i\}$, $\mathbf{F}_1 = \mathbb{Q}$.

三等分角问题是：对任意给定的角θ，作出一个大小为其三分之一的角等$\dfrac{\theta}{3}$。令$\alpha = \cos\theta$，要作出数$x = \cos\dfrac{\theta}{3}$。$x$是多项式：

$$4x^3 - 3x - \alpha = 0$$

的根。但$x \notin \mathbf{F}_m$, $\forall m$。三等分一个任意角只用圆规与直尺是不可能的！

1837年法国数学家Wantzel证明了以上方程连同倍立方问题对应的方程在$\{\mathbf{F}_m \mid m = 1, 2, 3, \ldots\}$都是不可解的。后来，1882年Lindemann证明了π的超越性从而确立了尺规作图化圆为方也是不可能的。两千年前的三大几何难题就是这样用代数和数论的方法以否定的形式解决了！

现在数学已经发展成为一个庞大的、内部和谐与统一的、充满活力的有机的整体，它是人类文化宝库中一座既宏伟又精致的创造物。

3 当代社会对数学家的要求

当今世界，数学已被应用到几乎一切领域。然而现实情况一方面是，许许多多新的领域要求人们用数学的眼光，数学的理论和方法去探讨；另一方面，科学的发展使人们的分工愈来愈细。18世纪以前的数学家中有不少人同时也是天文学家、力学家、物理学家；在19世纪，许多数学家还可以在数学的几个不同分支上工作；但自Poincaré和Hilbert之后，已经没有一个人能够像他们当年那样通晓数学全貌了。大多数的数学家只能在狭窄的领域内从事研究。这种过于专门化的趋势对于数学学科的发展是十分有害的！这确实是一个矛盾的现象。如果我们不能对当今数学的发展与趋势有一个大致的了解，我们就不知道如何应对，也不知道应该怎样培养学生。

3.1 当代数学发展的趋势

大致有如下几个特点：

3.1.1 数学内部的联系进一步加强

在指数增涨的研究文献中，尽管数学的各个分支的前沿都在不断推进，数学在深度与广度两方面都得到快速发展，然而不同分支之间的融合与相互渗透则是一个重要的特征。这表现为：

原来长期处于纯数学边缘的分支，比如偏微分方程和概率论，现在已经进入了纯数学的核心。

相隔很远的分支间的内在联系不断发现。如de Rham-Hodge定理，Atiyah-Singer指标定理等。

许多困难的问题都需要很多学科的知识综合起来才能解决。例如，庞加莱猜想的提法本来纯粹是拓扑学的，后来转化为几何问题，光从几何也解决不了，最后是综合使用偏微分方程、拓扑、几何的思想、理论和方法才把这一个复杂问题解决了的。

3.1.2 数学与其它科学的交叉形成了许多交叉学科群

比如，科学计算就是数学与物理，化学，材料，生物，力学等很多学科的交叉。

数学与控制论，运筹学交叉形成了系统科学。数学与物理交叉，形成数学物理。此外还有计算机科学，信息科学，数量经济学，金融数学，生物数学，数学化学，数学地质学，数学心理学，数学语言学等等很多的交叉学科。

3.1.3 数学应用的领域空前扩张，成为开发高新技术的主要工具

信息安全、信息传输、图像处理、语音识别、医疗诊断、网络、海量数据处理、网页搜索、商业广告、反恐侦破、遥测遥感，包括当代制造业，成衣业等等都大量应用数学。

3.2 数学家的职业

长期以来人们心目中的数学职业只是限于学术界和教育界：大学、中学教师和科研机构的研究人员。如今逐渐有所改变，有些公司也开始雇佣学数学的人了。在一些发达国家，过去工业界(计算机)和商业界(统计、保险)雇佣一些数学硕士、学士从事计算、统计、程序编制和数据处理工作。随着工业中有兴趣的应用数学问题愈来愈多，近年来吸引了一定比例的数学博士和优秀的数学家。象弗里德曼(Freedman，Michael)，1986年菲尔兹奖获得者，现就职于微软公司。在许多发达国家现在都有专门的机构支持工业应用数学的发展，这标志着数学在这些国家的应用已相当广泛。我查了美国最近几期的《Notices of the American Math. Soc.》，从03年到08年，美国大概每年有800多名数学博士毕业后在美国求职。这800多个人中大约有200人，约占四分之一，到工商业界去；其他的人都就职于各种类型的学校，有研究型的，也有教学型的。不过，从读数学研究生到拿到数学博士学位其人数比大约是四比一，除去其中有些人转到别的学科攻读博士学位外，其余大多数或是直接，或是再读一个其它学位，如统计、精算等之后，都到工商业界和政府部门去工作了，这个数字可是惊人的。

学术界和工商界对数学的要求很不一样。在学术界，要求发表论文，证明定理，推进数学的进展；工商界的要求则是解决问题，尽快给出结果。对学术界来说，研究结果深刻、精确、有新思想的是好工作；工商界则要求有针对性和可用性，如果得到的公式虽然很广泛、很精确，但计算起来太费时费钱，就不一定会被采用。对于学术界的人，做研究可以自由选题，不受限制；但是在工商界，数学家的工作是被指定的，开发的项目也是被指定的。大家在选择自己的出路时要注意这些差别。

3.3 对数学家的要求

主修数学的人在学习过程中提高了抽象能力和逻辑推理能力，思考问题比较严

密，学习那些属于符号分析方面的新知识比较容易入门，这是学数学的人的优势。他们当然也有劣势，比如不擅长做实验等。

(1)到工商界工作的数学家主要从事符号分析，数据处理，建模、编程等方面的工作。然而数学的宝库是非常丰富的，如何采用更有效的理论和方法来解决问题，则要求更多地懂得该工作领域以及数学两方面的知识。要想工作有成绩，就不能只掌握几套现成的方法，而是要加宽数学的知识面。

(2)在交叉学科从事应用数学研究的数学家，更要深入到这个新领域中去，了解研究问题的来龙去脉。这些数学家并不以证明定理为成果的主要表现方式，而是创建好的模型。但创建好的模型正如证明深刻定理一样有意义，它是利用数学工具寻找客观规律的重要手段。实际问题很复杂，如何抓出主要因素，使之既能反映出主要现象，又能在数学上有办法处理。这种抽象、简化以及解决问题的方法是一种数学艺术。

然而在有些数学家中流行一种看法，认为应用数学是搞不了纯数学的人才去搞的。这是极为错误的，也是有害的观点！20世纪不仅有许多极有才华的应用数学家开创了许多应用数学分支，把数学的疆界空前地扩大了，如Turing，Shannon；而且还有些在纯数学领域中有卓越成就的数学家后来都又在应用数学领域做出了极富开创性的贡献，如Von Neumann，Wiener，Thom，Smale，以及2007年获得邵逸夫奖的Mumford和吴文俊等。

(3)做基础理论研究的数学家做纯数学的研究是非功利的. 在这个意义上有点像文学和艺术，也没有统一的评价标准。研究的成果贵在创新。然而这种创新并不是数学家们没有目标的随心所欲的创造。正如柯朗(R. Courant)说过，“只有在以达到有机整体为目标的前提，只有在内在需要的引导下，自由的思维才能做出有科学价值的成果”[6]。整个数学是一个有机整体，学科之间是相互牵连在一起，互相补充，互相促进的。一项工作如果很孤立，和主流上的问题都没有联系，也没有多少新的思想，那么就很难说意义有多大了。

数学分支间的融合与渗透是当代数学发展趋势的一个特征，要想在有意义的问题上做出贡献，知识面一定不能太窄。然而当代大多数数学家工作面过于专门化却是一种普遍现象。这有其内在的原因：数学的体系太庞大，内容又极为丰富，要想在前人工作的基础上有所拓广就很难有精力去了解其它分支；同时也有其外在原因，数量剧增的研究人员产生了大量的研究论文，发表的论文多就逼迫研究人员多读，而且“发表论文的压力”又逼迫他们多写，如此互为因果，也就无暇他顾了。这是当今国际学术界普遍存在的严重问题。然而研究贵在创新！真正的“原创”思想往往来自那些能“精通”看来相距遥远的几个领域，而且能“洞察”到把一个领域的结果用于解决另一个领域问题的途径。那是建立在全面了解、长期思考、过人

功力基础之上的。

(4)数学老师。有人说，我不想做研究，只想当老师教书。不错，本来教书就是学数学的一个重要出路。作为大学、甚至中学的数学老师，对他们所教的学科也不能只掌握教科书上所写的那一点内容，如果那样的话，或者会把书教得枯燥无味，或者不得要领。反之，如果教师的知识渊博，再肯学习新东西教给学生，学生对学习一定会产生很大的兴趣，事实上，只有那些热爱数学，并能把数学看成活生生的、不断发展着的人才能激励起学生的好奇心和求知欲。很多数学家回忆自己走过的道路时，怀念当年的数学老师，正是这些老师把他们引进了数学的殿堂。我们现在正处于数学理论和应用空前大发展的时代，怎么改革数学教育？怎样的师资才能适应大发展的需求？这些都是需要我们认真思考的问题。

4 数学教育的重要性

作为一种“思想的体操”，数学一直是中、小学义务教育的重要组成部分。现在大学理、工、文、法、农、医等科都有数学课，说明了人们认识到数学的重要性。不过，在许多学校，这些数学课的收效并不理想。原因可能是多种多样的，要具体分析。比如某系课程表上规定要上数学课，任课老师未必知道为什么这个系的学生需要开这门课。是作为“语言”的需要?专业课的需要？看书看文献的需要？还是做研究的需要？这是不同层次的要求。不按需要教，就是无的放矢，学生自然没有兴趣，效果也不会好。所以我建议教非数学专业学生的教师首先要了解一下这个专业的需求。

4.1 改善数学教育

几千年数学发展的丰富积累是人类的知识宝库。在知识社会，这个知识宝库是一种重要的资源。怎样能让这些资源共享，就要靠老师们传承给各行各业的人。

如何改善我国现行的数学教育，我认为要综合考虑以下几方面：

(1)知识。既重视基础，也照顾前沿，特别要考虑受教育对象的需要和基础。

(2)能力。“数学是一种普遍适用的，并赋予人以能力的技术”。计算能力(包括使用计算机进行计算的能力)、几何直观能力、逻辑推理能力、抽象能力、把实际问题转化为数学问题的能力。不能只灌输知识，更重要的是培养能力。在教学过程中，通过哪些内容培养哪些能力，或者培养哪几方面的能力，教师要做到心里有数。

(3)修养。数学是一种文化，数学不是一门自然科学，它有文化的层面。受过良好数学教育的人看问题的角度和一般的人不完全一样，它能开阔人的视野，增添人的智慧。一个人是否受过这种文化熏陶，在观察世界、思考问题时会有很大差别。

会不会欣赏数学，怎样欣赏数学，与数学修养有关，就如同欣赏音乐一样，不是人人都能欣赏贝多芬的交响乐的。

然而数学修养不但对数学工作者很重要，对于一般科学工作者也重要。就是有了数学修养的经营者、决策者在面临市场有多种可能的结果，技术路线有多种不同选择的时候，会借助数学的思想和方法，甚至通过计算来做判断，以避免或减少失误。詹姆斯·西蒙斯就是一个最好的例证。在进入华尔街之前，西蒙斯是个优秀的数学家。他和巴菲特的“价值投资”不同，西蒙斯依靠数学模型和电脑管理自己旗下的巨额基金，用数学模型捕捉市场机会，由电脑做出交易决策。他称自己为“模型先生”，认为建立好的模型可以有效地降低风险。在西蒙斯的公司里雇用了大量的数学、统计学和自然科学的博士。

发达国家在大型公共设施建设，管道、网线铺设以及航班时刻表的编排等方面早已普遍应用运筹学的理论和方法，既省钱，省力又提高效率。可惜，运筹学的应用在我国还不普遍.

其实我们不能要求决策者本人一定要懂很多数学，但至少他们要经常想想工作中有没有数学问题需要请数学家来咨询。

数学修养对于国民素质的影响，正如美国国家研究委员会发表的“人人关心数学教育的未来”一书中所说：“除了经济以外，对数学无知的社会和政治后果给每个民主政治的生存提出了惊恐的信号。因为数学掌握着我们的基于信息的社会的领导能力的关键”[8]。

4.2　对于教学改革的几点意见

“十年树木，百年树人”说明教育的成果需要经过相当长的时间才能收获。因此教学改革的效果也不可能立竿见影。这就决定了教学改革只能“渐进”不能“革命”。20世纪中期美国的“新数学运动”以及1958－1960年中国的“教育大革命”的历史教训必须记取!

要“改革”就可能有成功也可能有失败，而且成败未必就那么容易察觉，有时很可能所得之处就含有所失，所以做改革实验之前必须考虑到可能出现的问题与补救方法。

我们应当鼓励实验的多样化．事实上每个教师都可以通过自己的教学实践对具体教学内容进行改革，这是应当受到鼓励的。所以教学改革的关键在教师，特别是教师的学术水平和知识视野。

我对于数学教学改革的具体意见是：正确处理好数学理论教学中：一般与特殊、抽象与具体、形式与实质的关系。特别在讲述中，要避免过分形式化。大多数

人学习数学并不是为了从事专门的纯数学研究，形式化的教学会使人或如堕云雾，或如隔靴搔痒，甚至令人望而生畏。即使是培养专门的纯数学研究人才，形式化方法有时虽有其直接了当、逻辑清晰的优点，但过于形式化也不利于更深刻的理解。

我们不仅要关注主修数学学科学生的教学改革，也要关心其它学科的数学课程改革。事实上，数学在其它学科中应用的新的生长点往往首先是由该学科的研究者开始的，而且要使数学家能够进入这个领域工作，也必须有该学科的研究者的帮助与支持。在这个意义上说其它学科数学课程的改革和数学学科的课程改革一样重要。

4.3 人人学好数学

我们不必过分夸大数学需要特殊的才能。数学特别难的印象往往是由于数学的书和文献在表达中过于形式化的缘故。如果课堂教学是干巴巴的“定义一定理一推理”形式地讲，自学时也是亦步亦趋地跟着复习，那么必然会感到枯燥乏味。但如果喜爱数学，而且“教”与“学”都得法，普通中等才能的人照样可以学好数学，顺利地完成大学数学的学业。然而学习方法很重要，每个人要根据学习的不同阶段，来调整自己的学习方法。不断认识自己，明确目标，不断改进学习方法。

5 中国青年数学家的使命

5.1 “中国要成为数学大国”

中国没有理由不能成为数学大国。

第一，中国有辉煌的古代数学一祖冲之、刘徽等都遥遥领先于他们的同辈西方学者。只是由于我国的封建社会太长，有很长一段时间不鼓励科学发展，才落后于西方。

第二，老一辈数学家在20世纪初才从西方引进近代数学的“火种”。在不到100年这段期间，还经历过八年抗战和十年“文化革命”的灾难，几代数学家艰苦奋斗，承上启下，终于以ICM’2002在北京召开为标志，登上了世界数学舞台。

然而怎样才算“数学大国”呢？我认为：

第一，在基础研究方面能在有重大意义的问题上，做原创性的、有自己特色的工作。或者是对数学的有机整体作出贡献，或者是在交叉学科中独辟蹊径。我们要逐渐改变跟在别人后面走的状态，争取引领潮流，逐渐形成中国自己的学派。

第二，在应用研究方面，中国数学家要为自己的国家，包括科学技术、国防建设、经济建设等各个方面做贡献，使数学真正扎根在我国自己的土地上。

我们在这方面确实还有相当长的路要走。过去我国自主创新的产品与我国的经济状况很不适应。许多在发达国家工商业界早已应用成熟的数学理论和方法在我国还没有需求，也应用不上。因此我国和世界强国在研究基金和数学毕业生就业方面差别很大。以美国为例，美国数学研究基金除NSF外，还来自海军、空军、陆军、国家安全局、高技术局、宇航局、能源部、健康医疗(NIH)等很多方面。除此之外，在美国，不仅传统的科技领域，而且金融、保险、医药、信息、交通运输、材料等等行业也大量应用数学。所以学数学的学生出路很广，除了大学和研究机构外，还有许许多多大大小小的公司雇用数学家。不管经济好坏，不大会有拿了数学博士学位而没有职业的情况。这是因为：数学已经成为他们社会发展的需要。

现在我国经济的发展已经到了提高GDP中科技含量的阶段，对于我国青年数学家来说这是一个空前的机会，也一定是大有作为的！真正用数学来提高我国的科技、国防、经济、管理各方面的水平是我们大家共同努力的方向。

5.2 "团结自信"，抗拒"诱惑"，"锲而不舍"

青年人要有充分的自信。"数学是年青人的学问"。大家都知道天才的Abel，Galois在很年轻的时候就做出了划时代的贡献。如今尽管数学的内容已经如此丰富，体系如此庞大，研究人员如此众多，然而真正有能力的青年数学家照样可以脱颖而出！每四年一次的Fields奖就是奖给40岁以下青年数学家的。从历届Fields奖得主的成就来看"数学是年青人的学问"这句话至今依然未变。

我国当今青年一代数学家享有中国历史上最好的学习条件和工作条件. 包括图书资料、网络信息和学术交流等方面都与发达国家相差无几了。因此没有理由说在中国不能做出第一流的成果。问题在于当今我们的学术环境不理想：急功近利，虚夸浮躁，正在腐蚀人们的思想，败坏我们的学风。中国有志气的青年数学家要自觉抗拒各种"诱惑"、抵制学术不端行为；要继承优良学术传统，要脚踏实地，不畏艰难，锲而不舍，团结奋斗；这样就一定能够实现中国的数学大国—强国之梦。

参考文献

[1] 柯尔莫果洛夫，关肇直译。论数学职业。数学通报，1953，5

[2] Doing the Math to Find the Good Jobs, *Wall Street Journal*, Jan.6th2009, www.CareerCast.com

[3] Arrow, K J., *Social Choice and Individual Values*, John Wiley and Sons, 1951(中译本：社会选择与个人价值，成都，四川大学出版社。1957)

[4] Dreifuss, R., *Speech at ICM'94, Proc.of ICM'94.* Zurich, Birkhauser, 1995, pp.24-27

[5] Kline, M., *Mathematics and the search for knowledge*, Oxford UniversityPress, 1986(中译本：数学与知识的探求，上海复旦大学出版社，2005)

[6] Courant, R., Robbins, H., *What is Mathematics*, (中译本：什么是数学——对思想和方法的基本研究，上海：复旦大学出版社，2005)

[7] 胡作玄，邓明立。大有作为的数学。石家庄：河北教育出版社，2006

[8] 美国国家研究委员会。人人关心数学教育的未来。北京：世界图书出版公司，1993

****

Mathematical Quotations

Dieudonné, Jean Alexandre Eugéne (1906 - 1992)

一般来说，数学倾向的觉醒大约在16岁，……可是，与通常流行的见解相反，最早显露出创造性的时期很少在20岁到25岁之前。

——数学家与数学发展，1978