

第一堂课¹

杜升华

探索数学世界的真理，追寻人类心智的荣耀，正是我们数学人的崇高使命。欢迎你们，基科九字班的同学们，欢迎你们来到高等数学的世界！就让我来带领你们吧，通往一条无限趋近于真理的道路。

同你们一样，我也是新生，只不过是研究生新生。我于 2005 年考入清华，成为首届“大基科班”的一员；大二分流，选择了数学系；大三时跟几个同我一样喜爱数学的同学共同创办了《荷思》。大学的这四年，对我来说是一段非常美好的时光。今天第一次登上讲台，我想以一个师兄、一个学长的身份，首先跟大家交流一些学习经验，提供一些建议。

一、学会欣赏数学。

学习数学分析，我们会经常遇到一个德国数学家的名字：卡尔·维尔斯特拉斯（Karl Weierstrass）。正是由于为数学分析的严格基础的建立作出了卓越贡献，他被誉为“现代分析之父”。他有一句名言：“一个没有几分诗人氣的数学家，永远成不了一个完美无缺的数学家。”这种诗人气质，在我看来，主要是指对数学的欣赏。

为什么要说“学会”欣赏数学呢？有句老话叫“艺术源于生活，而又高于生活”。比如书法、绘画、交响乐等高雅艺术，只有具有一定欣赏水平的人才能体会其中的妙处。从某种意义上讲，数学也是一种艺术，而且是一种更为高雅、更为抽象的艺术。丘成桐教授所写《数学和中国文学的比较》，以优美的文笔展示了数学的意义、文采和意境。不仅如此，数学还是连接理论与实践、思想与观察的桥梁。正如华罗庚先生所言：“宇宙之大，粒子之微，火箭之速，化工之巧，地球之变，生物之谜，日用之繁，无处不用数学。”大卫·希尔伯特（David Hilbert）更在 1930 年的广播演讲中从应用与理论两方面深入阐释了数学的价值，并引用雅可比（Jacobi）的话说：“Die Ehre des menschlichen Geistes, ist der einzige Zweck aller Wissenschaft.“（人类心智的荣耀，是所有科学的唯一目的。）数学之美、数学的意义和价值，是需要借助理性思维不断思考才能体会和领悟的。只有学会了欣赏数学，才能培养和提高学习兴趣，才能为今后的数学生涯找到正确的方向。

至于具体做法，首先要多努力、多思考。没有具体的理论知识作为基础，一切有关数学修养的哲学感悟都只能是空谈。其次，我建议大家在课余时间适当地读一些“关于数学”的东西，即数学史、著名数学家传记与科普著作之类。好处是多方面的：我们既可以从中了解到数学发展的历史潮流是怎样的，一个数学概念

¹ 本文是作者第一堂数学分析习题课的讲稿，选入本刊时有所修改。

是为什么以及如何被引入的，一个数学定理解决了什么困难、产生了哪些影响，一个数学分支与其他分支的联系与发展趋势是什么，又可以看到历史上的数学大师是怎样做数学的，如何提出问题，如何发展或选取合适的工具来解决问题，如何做出有价值的推广，更会受到他们严谨、勤奋的工作态度与对数学的热情的感染，有时甚至能够同他们对数学的感悟产生共鸣。以此作为一种业余爱好，对于提高数学修养必大有益处。

这方面的课外读物，首先我要推荐 E. T. Bell 的 MEN OF MATHEMATICS，中译本《数学精英——数学家的故事》。这本书汇集了从古希腊时代到 19 世纪末的二十余位伟大数学家的生平传记，并且穿插一些相关高等数学知识的介绍，兼具知识性与趣味性。该书作者是一位数学家，对数学的发展历程有精辟的见解，语言也充满数学家的幽默。当然，非数学家的作品中也不乏精品。C. Reid 的 HILBERT，中译本《希尔伯特——数学世界的亚历山大》，生动地描绘了这位数学大师的热情洋溢的数学生涯。即便专业数学工作者，也能从这本书中获益不少。

数学思想方面的书，通常以像哈代（G. H. Hardy）这样的大数学家的作品为佳，因为他们对数学有更深刻的认识。新近出版的《数学家思想文库》丛书，还汇集了阿蒂亚（M. Atiyah）、布尔巴基（Bourbaki）等数学名家的通俗文章，是难得一见的好书。至于科普读物，我推荐布尔巴基学派成员狄奥多涅（J. Dieudonne）的《当代数学：为了人类心智的荣耀》，国内张景中院士主编的《好玩的数学》丛书也不错。

二、树立远大理想。

古语云：“取法乎上，得乎其中；取法乎中，得乎其下；取法乎下，得乎其下下。”对我们来讲就是说，树立远大的理想，向数学大师学习，即使达不到那样高的学术造诣，也能取得不错的成就；只关注眼前的目标和经济上的利益，比如怎样提高学分绩，毕业后有一个好的出路，将来取得一份待遇优厚的工作，那是难以大有作为的；要是不求上进，把大量时间用在跟学习无关的事情上，甚至沉迷于网络、游戏，那后果是很严重的（清华同学中不乏因此而留级或延期毕业、甚至被勒令退学的人）。当然，有了雄心壮志不见得一定能够实现，还必须付出长期不懈的努力为之奋斗，而这个目标也会为你的奋斗增添无尽的动力。反之有一点则是肯定的，一个不想做数学家的人是不可能成为好的数学家的，这就好比不去买彩票的人永远不会中奖。

也许有人担心做数学会比较清苦；事实上恰恰相反，2009 年初美国一家机构做了一个最好、最差职业的排行榜²（排名依据是收入、工作环境和强度等因素），数学家名列榜首。所以有志于数学事业的同学不必担心待遇问题。从更高的层次上讲，正如哈代在其名著 A Mathematician's Apology（《一个数学家的辩白》）中所说，“没有任何其他学科像数学那样形成了清楚而一致的评判标准。为

² 见华尔街杂志的新闻报道：

http://online.wsj.com/article_email/SB123119236117055127-lMyQjAxMDI5MzAxNjEwOTYyWj.html

人们所铭记的数学家中绝大多数是名副其实的。如果能用现钞评估的话，数学的名誉将是最稳定、最可靠的投资。”

但是必须指出，名利并不是真正的数学工作者所追求的首要目标。如果只是为了当上教授或者获得荣誉而投身数学，那只能算是“取法乎中”，不是真正伟大的数学家的做法。我们应该追求更远大的目标，为我们所热爱的这门科学的发展贡献一己之力。有了这样一个远大理想作支撑，就会促使你努力学习，迎难而上。

上世纪 80 年代的某位清华新生写了这样一首词：

江城子·志

列车一夜辞平冈，别南土，换北疆。白杨年轻，红枫却待黄。为渡书海行清华，轻舒翅，望凤凰。

意气芳足待昂扬。非健男，有何妨。对空盟誓，终生献苍茫。念驱雷公如驱羊，舞长鞭，可怪降。

四年半之前，在我参加清华大学自主招生冬令营期间，当时的校党委副书记杨振斌老师在一场精彩的报告中向我们推荐了这首词。作者化用《柳毅传》里龙女牧羊的故事（念驱雷公如驱羊），以龙女自比，要降服一切妖魔鬼怪，表达了立志克服一切困难、实现远大抱负的决心，展现了一位刚考上清华的女同学“为渡书海行清华”的精神风貌和“对空盟誓，终生献苍茫”的远大理想。愿我们以此共勉。

三、坚持独立思考。

我们在多年的学习生活中，一定已经注意到这一现象：当你完全凭借自己的思考独立解决一道难题时，你会由衷地感到成功的喜悦；更为重要的是，这时你的解题能力肯定已经得到了提高，并且思路不易遗忘，以后解决类似问题将是很顺利的事情。

对于学生而言，坚持独立思考是一种有效的学习方法，尽管这意味着直接面对困难，需要付出更大的努力；而对于科学工作者来说，独立思考更是一种必备的素质，是做出创新工作的必要条件。爱因斯坦说：“我没有什么特别的才能，不过喜欢穷根究底地追究问题罢了。”这虽是自谦之辞，但由此可见这种探究精神的重要性。我们应当在学生时代就有意识地培养这种精神，以便为将来的科研工作做好准备。

四、注重基础知识的掌握和计算技巧的训练。

这里我想强调的是，要准确地理解并牢固地记忆基本的数学概念、重要的数

学定理，并熟练掌握常用的计算和证明技巧。要思考一个数学概念跟其他概念有什么联系和区别，为什么给出书中的那种定义，定义中哪些词句起到关键作用。要明确一个数学定理的适用条件，记住它的结论，理解其证明思路，体会它解决了什么困难、有什么用处。大家在高中都学过唐代名臣魏征的名言：“求木之长者，必固其根本；欲流之远者，必浚其泉源。”这种打基础的功夫，是极其重要的。概念不清、基础不牢，就会犯低级的错误，白白浪费时间和精力。这种教训在那些“民间科学家”、“业余数学家”当中比比皆是。掌握了基础知识，还要注重计算与证明技巧的训练。因为数学研究当中的许多重大突破，往往取决于细节上的推导。我们应当练就过硬的数学本领，不要做华而不实的“数学评论家”。

五、加强交流。

对我们数学人来说，交流是不可或缺的。几个有同样理想追求的人一起讨论问题，相互学习，相互激励，是一种共同进步的有效途径。大学四年里，我很高兴能够跟几位同学一起创办《荷思》，为营造一种热爱数学、讨论数学的氛围而共同奋斗。不过遗憾的是我跟同学的交流仍有所不足。我真的很羡慕 David Hilbert 的大学生活：每天下午 5 点，他与 Hermann Minkowski、Adolf Hurwitz 两位好友准时到一棵苹果树下去散步，讨论着各种感兴趣的数学问题……

四年前，教我数学分析习题课的助教赵琳师兄在第一堂课上告诉我们，大学本科的班集体是人生当中最后一个有“班”的集体的集体了。现在想来，真是千真万确。希望你们珍惜同学之间的友谊，在学业上加强交流，互相帮助，共同进步；同时加强与任课老师和助教的沟通，及时反映学习中遇到的问题；如有奇思妙想，更欢迎向《荷思》投稿。

最后，我再送给大家一句四年前我在第一堂习题课上听到的话：学习数学就像长跑。也许现在你们还无法理解数学的学习需要多么长久的努力，但只要坚持不懈，总会取得令人满意的成绩的。祝愿你们在数学之旅中，乃至在未来的人生旅途中，有一个美好的开端！