矩阵计算

基本功能

加载 LinearAlgebra 线性代数函数包。

```
> with(LinearAlgebra);
```

```
[&x, Add, Adjoint, BackwardSubstitute, BandMatrix, Basis,
  BezoutMatrix, BidiagonalForm, BilinearForm,
  CharacteristicMatrix, CharacteristicPolynomial, Column,
  ColumnDimension, ColumnOperation, ColumnSpace,
  CompanionMatrix, ConditionNumber, ConstantMatrix,
  ConstantVector, Copy, CreatePermutation, CrossProduct,
  DeleteColumn, DeleteRow, Determinant, Diagonal,
  DiagonalMatrix, Dimension, Dimensions, DotProduct,
  EigenConditionNumbers, Eigenvalues, Eigenvectors, Equal,
  ForwardSubstitute, FrobeniusForm, GaussianElimination,
  GenerateEquations, GenerateMatrix, Generic,
  GetResultDataType, GetResultShape,
  GivensRotationMatrix, GramSchmidt, HankelMatrix,
  HermiteForm, HermitianTranspose, HessenbergForm,
  HilbertMatrix, HouseholderMatrix, IdentityMatrix,
  IntersectionBasis, IsDefinite, IsOrthogonal, IsSimilar,
  IsUnitary, JordanBlockMatrix, JordanForm,
  KroneckerProduct, LA_Main, LUDecomposition,
  LeastSquares, LinearSolve, Map, Map2, MatrixAdd,
  MatrixExponential, MatrixFunction, MatrixInverse,
  MatrixMatrixMultiply, MatrixNorm, MatrixPower,
  MatrixScalarMultiply, MatrixVectorMultiply,
  MinimalPolynomial, Minor, Modular, Multiply, NoUserValue,
  Norm, Normalize, NullSpace, OuterProductMatrix,
  Permanent, Pivot, PopovForm, QRDecomposition,
  RandomMatrix, RandomVector, Rank,
  RationalCanonicalForm, ReducedRowEchelonForm, Row,
  RowDimension, RowOperation, RowSpace, ScalarMatrix,
  ScalarMultiply, ScalarVector, SchurForm, SingularValues,
  SmithForm, StronglyConnectedBlocks, SubMatrix,
  SubVector, SumBasis, SylvesterMatrix, ToeplitzMatrix,
  Trace, Transpose, TridiagonalForm, UnitVector,
  VandermondeMatrix, VectorAdd, VectorAngle,
  VectorMatrixMultiply, VectorNorm, VectorScalarMultiply,
  ZeroMatrix, ZeroVector, Zip]
```

说明：

- LinearAlgebra 函数包提供的程序可用于构造和处理矩阵、向量，进行标准操作，查询结果及

求解线性代数中的问题。

- LinearAlgebra 函数包包中的程序的完整列表，参见 线性代数程序包细节 帮助页。
- LinearAlgebra 函数包是 Maple 用于线性代数计算的函数包，共有 100 多个函数，所有的函数名均以大写字母开头。旧版本 linalg 函数包已停止改进，LinearAlgebra 采用了新的数据结构 rtable, 对于大规模矩阵计算更有效和强大, LinearAlgebra 含有 NAG 和 LAPACK 提供的数值线性代数。
- 矩阵，向量或者两者的表达式序列。10 x 10 或更小的矩阵及 10 x 1 或更小的向量在 Maple 工作表中显示输出，更大的矩阵或向量则以占位符的形式显示输出。要想查看矩阵或向量的元素或结构化信息，可双击此占位符。更多细节，参见 浏览矩阵 帮助页。

线性代数函数包的接口

面板和关联菜单操作

操作范例：从左侧的面板中找到矩阵面板，用鼠标选择如下图所示的参数值，点击“插入矩阵”。

在矩阵上单击鼠标右键，从弹出的菜单中选择 *Standard Operations -> Inverse*.

$$> \begin{bmatrix} 27 & 99 & 92 \\ 8 & 29 & -31 \\ 69 & 44 & 67 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{inverse}} \begin{bmatrix} -\frac{3307}{327244} & \frac{2585}{327244} & \frac{5737}{327244} \\ \frac{2675}{327244} & \frac{4539}{327244} & -\frac{1573}{327244} \\ \frac{1649}{327244} & -\frac{5643}{327244} & \frac{9}{327244} \end{bmatrix}$$

用鼠标选取矩阵，复制到另起一行。可用 *Ctrl* + 键选取，也可按住鼠标左键，然后拖动到新的位置。计算两个乘积：

$$> \begin{bmatrix} 27 & 99 & 92 \\ 8 & 29 & -31 \\ 69 & 44 & 67 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{3307}{327244} & \frac{2585}{327244} & \frac{5737}{327244} \\ \frac{2675}{327244} & \frac{4539}{327244} & -\frac{1573}{327244} \\ \frac{1649}{327244} & -\frac{5643}{327244} & \frac{9}{327244} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

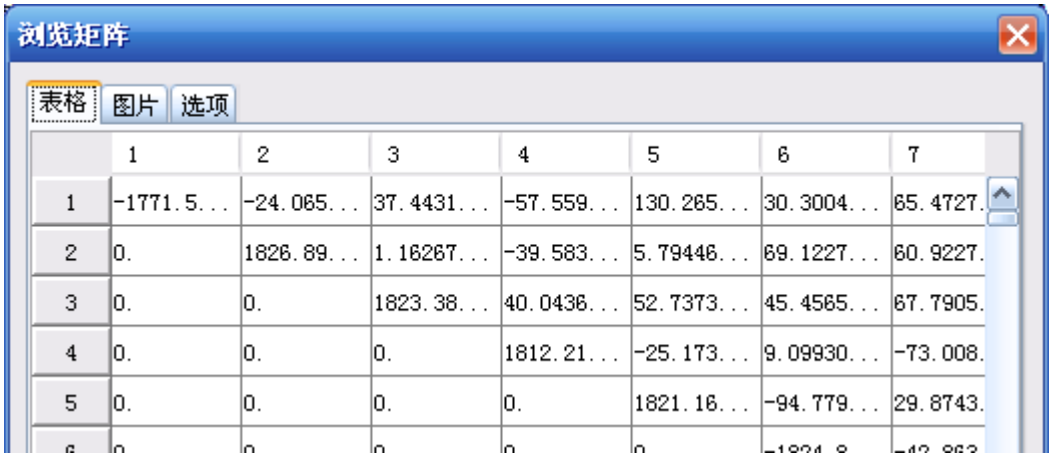
大型矩阵计算：面板操作

鼠标右键点击“选择...”按钮，拖动鼠标，直到行列数值都为$1,000$，数据类型选择浮点数，如下图。点击“插入矩阵”。

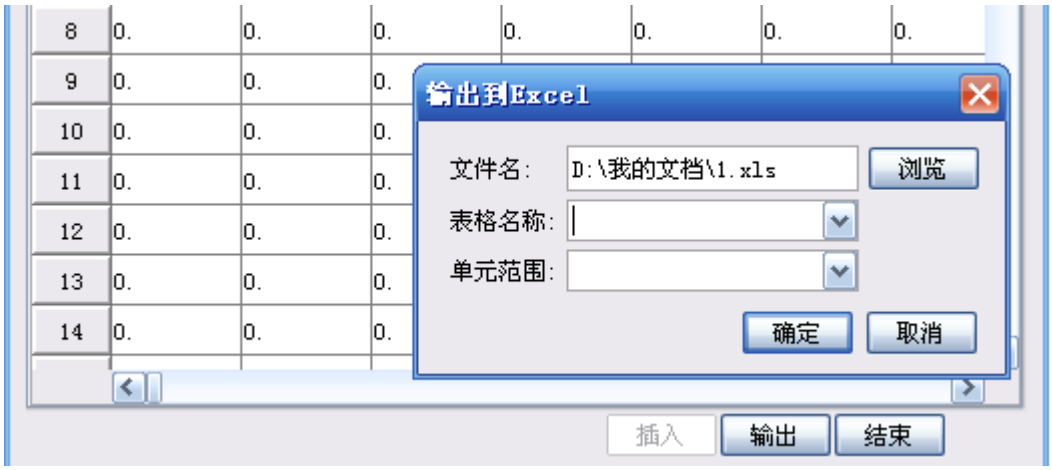
在矩阵上单击鼠标右键，从弹出的菜单中选择 *Solvers and Forms* -> *QR Decomposition* -> *QR Decomposition* (*Q*, *R*)。

$$> \begin{bmatrix} \textit{1000 x 1000 Matrix} \\ \textit{Data Type: float}_8 \\ \textit{Storage: rectangular} \\ \textit{Order: Fortran\_order} \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{QR decomposition (Q,R)}} \begin{bmatrix} \textit{1000 x 1000 Matrix} \\ \textit{Data Type: float}_8 \\ \textit{Storage: rectangular} \\ \textit{Order: Fortran\_order} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \textit{1000 x 1000 Matrix} \\ \textit{Data Type: float}_8 \\ \textit{Storage: triangular}_{\textit{upper}} \\ \textit{Order: Fortran\_order} \end{bmatrix}$$

双击矩阵，查看详细数据。也可以用图片方式查看内部数据。



点击对话框下面的输出按钮，输出矩阵数据到Excel表格文件。



命令

- LinearAlgebra 程序包中的每个命令都可在命令调用语句中以命令的 长形式 或 短形式 来访问。更多信息，参见 使用程序包 帮助页。

长形式

```
> LinearAlgebra[RandomMatrix](2);
```

短形式

```
> with(LinearAlgebra):
  RandomMatrix(2);
```

$$\begin{bmatrix} 44 & -31 \\ 92 & 67 \end{bmatrix}$$

输入一个矩阵。

```
> A := Matrix([[3, 2, -4, 1], [0, -1, 1, 6], [5, 7, 2, -3]])
```

$$A := \begin{bmatrix} 3 & 2 & -4 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 6 \\ 5 & 7 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

求矩阵的行空间的一组基。

```
> LinearAlgebra[RowSpace]((2.2.3))
```

$$\left[\left[1\ 0\ 0\ \frac{195}{37}\right], \left[0\ 1\ 0\ -\frac{170}{37}\right], \left[0\ 0\ 1\ \frac{52}{37}\right]\right]$$

求矩阵的零度零空间的一组基。

```
> LinearAlgebra[NullSpace]((2.2.3))
```

$$\left\{\begin{bmatrix} -\frac{195}{37} \\ \frac{170}{37} \\ -\frac{52}{37} \\ 1 \end{bmatrix}\right\}$$

求矩阵的值域的一组基。

```
> LinearAlgebra[ColumnSpace]((2.2.3))
```

$$\left[\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right]$$

求矩阵的秩。

```
> LinearAlgebra[Rank]((2.2.3))
```

$$3$$

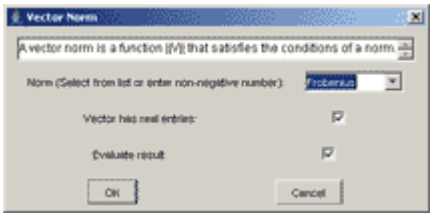
计算矩阵的零度。

```
> LinearAlgebra[ColumnDimension]((2.2.3))-(2.2.7)
```

$$1$$

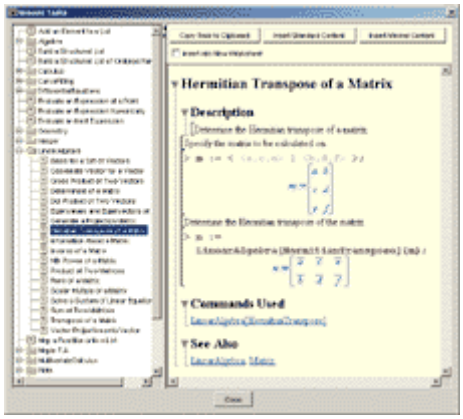
Maplets

- LinearAlgebra 程序包中的一些程序以 Maplet 接口的形式调用。更多可用接口的信息，参见 Maplets[Examples][LinearAlgebra] 帮助页。



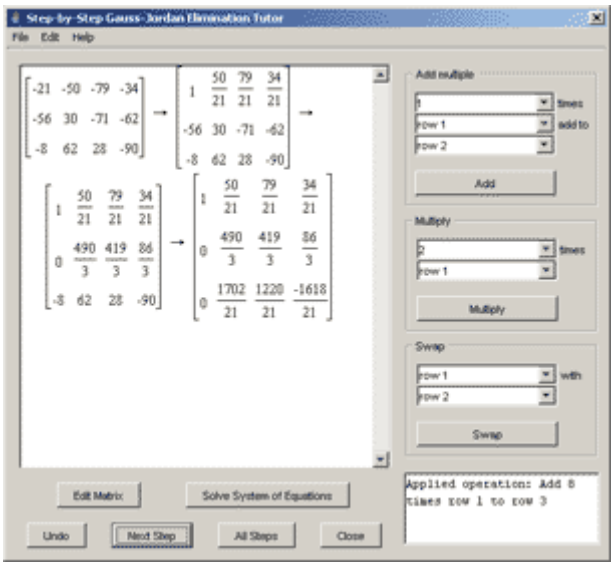
任务

- 求解线性代数问题的过程中，LinearAlgebra 程序包中的一些程序由任务模板调用。更多信息，参见 使用任务 帮助页。



Student[LinearAlgebra] 程序包

- 此程序包用于学生们学习介绍性的线性代数课程中的概念，参见 Student[LinearAlgebra] 帮助页。



LinearAlgebra 程序包的基本命令

函数包常用函数列表：

函 数	功 能 说 明
Matrix	定义矩阵
Add	加/减矩阵
Adjoint	伴随矩阵
BackwardSubstitute	求解 A . X = B，其中 A 为上三角型行阶梯矩阵
BandMatrix	带状矩阵
Basis	返回向量空间的一组基
SumBasis	返回向量空间直和的一组基
IntersectionBasis	返回向量空间交的一组基
BezoutMatrix	构造两个多项式的 Bezout 矩阵
BidiagonalForm	将矩阵约化为双对角型
CharacteristicMatrix	构造特征矩阵
CharacteristicPolynomial	构造矩阵的特征多项式
CompanionMatrix	构造一个首一（或非首一）多项式或矩阵多项式的友矩阵（束）
ConditionNumber	计算矩阵关于某范数的条件数
ConstantMatrix	构造常数矩阵
ConstantVector	构造常数向量
Copy	构造矩阵或向量的一份复制
CreatePermutation	将一个 NAG 主元向量转换为一个置换向量或矩阵
CrossProduct	向量的叉积
`&x`	向量的叉积
DeleteRow	删除矩阵的行
DeleteColumn	删除矩阵的列
Determinant	行列式
Diagonal	返回从矩阵中得到的向量序列
DiagonalMatrix	构造（分块）对角矩阵

Dimension	行数和列数
DotProduct	点积
BilinearForm	向量的双线性形式
EigenConditionNumbers	计算数值特征值制约问题的特征值或特征向量的条件数
Eigenvalues	计算矩阵的特征值
Eigenvectors	计算矩阵的特征向量
Equal	比较两个向量或矩阵是否相等
ForwardSubstitute	求解 A . X = B，其中 A 为下三角型行阶梯矩阵
FrobeniusForm	将一个方阵约化为 Frobenius 型（有理标准型）
GaussianElimination	对矩阵作高斯消元
ReducedRowEchelonForm	对矩阵作高斯－约当消元
GetResultDataType	返回矩阵或向量运算的结果数据类型
GetResultShape	返回矩阵或向量运算的结果形状
GivensRotationMatrix	构造 Givens 旋转的矩阵
GramSchmidt	计算一个正交向量集
HankelMatrix	构造一个 Hankel 矩阵
HermiteForm	计算一个矩阵的 Hermite 正规型
HessenbergForm	将一个方阵约化为上 Hessenberg 型
HilbertMatrix	构造广义 Hilbert 矩阵
HouseholderMatrix	构造 Householder 反射矩阵
IdentityMatrix	构造一个单位矩阵
IsDefinite	检验矩阵的正定性，负定性或不定性
IsOrthogonal	检验矩阵是否正交
IsUnitary	检验矩阵是否为酉矩阵
IsSimilar	确定两个矩阵是否相似
JordanBlockMatrix	构造约当块矩阵
JordanForm	将矩阵约化为约当型
KroneckerProduct	构造两个矩阵的 Kronecker 张量积

LeastSquares	方程的最小二乘解
LinearSolve	求解线性方程组 A . x = b
LUDecomposition	计算矩阵的 Cholesky, PLU 或 PLU1R 分解
Map	将一个程序映射到一个表达式上，对矩阵和向量在原位置上进行处理
MatrixAdd	计算两个矩阵的线性组合
VectorAdd	计算两个向量的线性组合
MatrixExponential	确定一个矩阵 A 的矩阵指数 exp(A)
MatrixFunction	确定方阵 A 的函数 F(A)
MatrixInverse	计算方阵的逆或矩阵的 Moore-Penrose 伪逆
MatrixMatrixMultiply	计算两个矩阵的乘积
MatrixVectorMultiply	计算一个矩阵和一个列向量的乘积
VectorMatrixMultiply	计算一个行向量和一个矩阵的乘积
MatrixPower	矩阵的幂
MinimalPolynomial	构造矩阵的最小多项式
Minor	计算矩阵的子式
Multiply	矩阵相乘
Norm	计算矩阵或向量的p-范数
MatrixNorm	计算矩阵的p-范数
VectorNorm	计算向量的p-范数
Normalize	向量正规化
NullSpace	计算矩阵的零度零空间
OuterProductMatrix	两个向量的外积
Permanent	方阵的不变量
Pivot	矩阵元素的主元消去法
PopovForm	Popov 正规型
QRDecomposition	QR 分解
RandomMatrix	构造随机矩阵

RandomVector	构造随机向量
Rank	计算矩阵的秩
Row	返回矩阵的一个行向量序列
Column	返回矩阵的一个列向量序列
RowOperation	对矩阵作初等行变换
ColumnOperation	对矩阵作出等列变换
RowSpace	返回矩阵行空间的一组基
ColumnSpace	返回矩阵列空间的一组基
ScalarMatrix	构造一个单位矩阵的数量倍数
ScalarVector	构造一个单位向量的数量倍数
ScalarMultiply	矩阵与数的乘积
MatrixScalarMultiply	计算矩阵与数的乘积
VectorScalarMultiply	计算向量与数的乘积
SchurForm	将方阵约化为 Schur 型
SingularValues	计算矩阵的奇异值
SmithForm	将矩阵约化为 Smith 正规型
StronglyConnectedBlocks	计算方阵的强连通块
SubMatrix	构造矩阵的子矩阵
SubVector	构造向量的子向量
SylvesterMatrix	构造两个多项式的 Sylvester 矩阵
ToeplitzMatrix	构造 Toeplitz 矩阵
Trace	计算方阵的迹
Transpose	转置矩阵
HermitianTranspose	共轭转置矩阵
TridiagonalForm	将方阵约化为三对角型
UnitVector	构造单位向量
VandermondeMatrix	构造一个 Vandermonde 矩阵
VectorAngle	计算两个向量的夹角

ZeroMatrix	构造一个零矩阵
ZeroVector	构造一个零向量
Zip	将一个具有两个参数的程序作用到一对矩阵或向量上
LinearAlgebra[Generic] 子函数包	[Generic] 子函数包提供作用在场，欧几里得域，积分域和环上的线性代数算法。命令列表和详细信息见帮助系统。
LinearAlgebra[Modular] 子函数包	[Modular] 子函数包提供一组工具用于完成在 Z/m 稠密线性代数计算，整数模 m 。

举例：

1. 矩阵的乘积。

```
> with(LinearAlgebra) : A := <<1|-2|3>,<0|1|1>>;
```

$$A := \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

```
> B := Matrix( 3, 2, symbol = b );
```

$$B := \begin{bmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} \\ b_{2,1} & b_{2,2} \\ b_{3,1} & b_{3,2} \end{bmatrix}$$

```
> C := A . B;
```

$$C := \begin{bmatrix} b_{1,1} - 2\,b_{2,1} + 3\,b_{3,1} & b_{1,2} - 2\,b_{2,2} + 3\,b_{3,2} \\ b_{2,1} + b_{3,1} & b_{2,2} + b_{3,2} \end{bmatrix}$$

2. 向量－矩阵和矩阵－向量的乘积。

```
> B := <<1,2>>; C := <<4|5|6>>;
```

$$B := \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$C := \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

```
> B . C
```

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \end{bmatrix}$$

3. 含复数的矩阵计算。

```
> interface( imaginaryunit = _i ) :
```

```
A := ⟨⟨1, 2⟩|⟨-2, 1⟩⟩;
> I := IdentityMatrix( 2 );
p := Determinant( x*I-A );
```

$$A := \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$p := x^2 - 2x + 5$$

```
> solve( { (3. 6) }, [x] )
```

$$[[x = 1 + 2\_i], [x = 1 - 2\_i]]$$

更多关于数组和矩阵的见Linear Algebra in Maple。

更多资料：www.cca-es.com