אוניברסיטת בן-גוריון בנגב
הפקולטה למדעי ההנדסה
המחלקה להנדסת מכונות

בקרת מבנה לקבוצת כלי טייס לא מאויישים

חיבור זה מהווה חלק מהדרישות לקבלת תואר

מגיסטר למדעים

בהנדסת מכונות.

מאת: אלון דוידי

אב תשע"א   אוגוסט 2011

אוניברסיטת בן-גוריון בנגב
הפקולטה למדעי ההנדסה
המחלקה להנדסת מכונות

בקרת מבנה לקבוצת כלי טייס לא מאויישים

חיבור זה מהווה חלק מהדרישות לקבלת תואר

מגיסטר למדעים

בהנדסת מכונות.

מאת: אלון דווידי

מנחים: פרופ' נדב ברמן וד"ר שי ארוגטי

חתימת המחבר: תאריך:

אישור מנחה: תאריך:

אישור יו"ר ועדת מוסמכים: תאריך:

אב תשע"א אוגוסט 2011

תקציר

מזה זמן רב שכלי טייס לא מאויישים (Unmanned Aerial Vehicle - UAV), עקב יתרונותיהם הרבים על פני כלים מאויישים, מהווים עניין מחקרי גדול בקרב אנשי צבא, אקדמיה ותעשיה. פיתוחים טכנולוגים מתקדמים של חיישנים בטכנולוגיית MEMS, תקשורת אלחוטית, שיטות בקרה מתקדמות ועוד, הופכים את השימוש בכלים אלה למעשי וכדאי. עבודה זו מתמקדת בפיתוח אלגוריתם בקרה חדש לקבוצה של כלי טיס לא מאויישים במטרה להשיג טיסת מבנה. בין יתרונותיה של קבוצת כלים על פני כלי יחיד ניתן לציין יעילות, האפשרות לבצע מגוון משימות, רובסטיות כנגד תקלות ועוד. תרומתה העיקרית של העבודה הינה בפיתוח אלגוריתם בקרה חדש לקבוצה של N כלי טיס לא מאויישים. בשיטה החדשה שפותחה, אות הבקרה לכל כלי טיס הוא סכום של אותות בקרה, כאשר כל אות בקרה מתוכנן כדי לשמור על מרחק רצוי בין כלי הטיס ובין כלי טיס שכן. כל אותות הבקרה בשיטה המוצעת מתוכננים על ידי שימוש בעקרונות של Integral Backstepping Control (IBC). שיטה זו שימשה עד כה לבקרה של כלי טיס יחיד ועבודה זו מרחיבה את השיטה כך שתתאים לבקרת מבנה של קבוצת כלים. בנוסף, בניגוד לפרסומים קודמים שעשו שימוש בשיטה לבקרה של כלי יחיד והתבססו על הנחה של זוויות קטנות (הכוונה למצב הזוויתי של כלי הטיס) עבודה זו מראה כי ניתן להשתמש ב־ IBC גם לבקרה של כלי יחיד וגם לבקרת מבנה כאשר התכנון מתבסס על מודל ללא הנחה של זוויות קטנות. פיתוח מערכות הבקרה החדשות בעבודה זו לקבוצה ולכלי יחיד (ללא הנחת זוויות קטנות) כולל ניתוח והוכחת יציבות בשיטת ליאפונוב. עבודה זו עוסקת בקבוצה הומוגנית של כלי טיס לא מאויישים (UAV) מסוג quadrotor. מבחינה מכאנית, כלי טיס זה בנוי בצורת צלב, עם ארבעה מנועים חשמליים בכל קצה. המנועים מייצרים כוח דחף שקול בכיוון ניצב למישור הכלי, ושלושה מומנטים, סביב כל אחד משלושת הצירים הראשיים של הגוף, לכן מדובר במערכת מסוג Under-actuated עם ארבעה אותות בקרה ושש דרגות חופש. המודלים הדינאמיים הנדונים בעבודה הם מודלים לא ליניאריים המתבססים על משוואות התנועה של גוף קשיח במרחב. מטרת חוגי הבקרה המוצעים בעבודה היא כאמור השגת טיסת מבנה יציבה. הכוונה לכך שכלי הטייס יתכנסו למבנה מרחבי רצוי המוגדר ע"י מצב יחסי רצוי (לאורך הצירים x,y,z) בין כל צמד כלי טיס במבנה. בנוסף, כל המבנה נדרש לטיסה לאורך מסלול רצוי. קונפיגורצית המבנה הרצוי ניתנת לשינוי בזמן הטיסה, לדוגמא בעקבות גילוי מכשולים או שינוי משימה. ייציבות המבנה מבטיחה שכלי הטייס לא יתנגשו אחד בשני עקב סטיות לא צפויות מהמסלול הרצוי.

העבודה בנויה באופן הבא, בחלק I, ישנה סקירה כללית על כלים רובוטים לא מאויישים ושיטות בקרה שונות לקבוצה של כלים. בחלק II של העבודה אנו מציגים את כלי הטיס מסוג quadrotor המשמש פלטפורמה למימוש חוקי הבקרה בעבודה זו. מוצגת סקירה היסטורית קצרה מראשית דרכו של כלי טיס זה ועד עבודות עדכניות ועכשיות. בהמשך מוצג פיתוח המודל הדינאמי של כלי הטיס

בשתי שיטות שונות, תחת הנחות שונות הדרושות לפיתוח חוקי הבקרה בהמשך העבודה. בחלק III מוצג תיכנון חוגי בקרה שונים לשליטה ולייצוב של quadrotor בודד, והשוואה בין השיטות ע"י סימולציות בתוכנת Matlab/Simulink. כל חוקי הבקרה המוצגים בפרק זה לכלי יחיד (מלבד אחד) קיימים בעבודות קודמות. בפרק מוצגת הרחבה של בקר ה־ IBC לכלי יחיד כאשר נעשה שימוש במודל דינאמי ללא הנחה של זוויות קטנות, הרחבה זו יחודית לעבודת מחקר זו. בחלק IV מוצגת שיטה חדשה לבקרת מבנה של קבוצת כלי טיס לא מאויישים. מוצגים שני פיתוחים עבור שני המודלים שהוצגו בפרק II, אחד עם הנחה של זוויות קטנות ושני ללא הנחה כזאת. שני הבקרים המוצעים בחלק זה הינם יחודיים לעבודת מחקר זו ומתבססים על עקרונות של IBC. בנוסף מוצגות מספר סימולציות של טיסת מבנה לאורך מסלול רצוי. הסימולציות בוצעו בתוכנת Matlab/Simulink והמבנה כולל שלושה כלי טיס עם מוביל ווירטואלי שתפקידות לקבוע את המסלול הרצוי לכל שאר כלי הטיס בקבוצה (במובן של trajectory tracking). בפרק V ישנו סיכום של העבודה והצעות למחקר עתידי.

תודות

ברצוני להודות לפרופ' נדב ברמן ולד"ר שי ארוגטי על הנחייתם המסורה, סובלנותם ונכונותם הרבה לעזור ולקדם מחקר זה. בנוסף ברצוני להודות למשפחתי ובת זוגתי על ההבנה, ההתחשבות והתמיכה הרבה שניתנו לי מראשית המחקר ועד סופו.

תוכן עניינים

רשימת איורים

חלק I

מבוא

בשנים האחרונות אנו עדים לגידול משמעותי בתפקיד הרובוטים בחיי בני האדם, וככל הנראה, מעורבותם של הרובוטים בחיינו, במגוון אפליקציות, רק תמשיך ותגדל [46]. התפקידים הרבים אשר ממלאים הרובוטים בחיינו הוכיחו את נחיצותם ואת השפעתם על איכות חיינו במגוון רחב של תחומים, בחיינו הפרטיים ובתעשייה. למרות זאת, בתחומים רבים בעולם הרובוטיקה, קיימות בעיות בלתי פתורות המהוות נושאי מחקר מעניינים [30]. אחת הדוגמאות היא בקרה של קבוצת רובוטים מסוג כלי טיס לא מאויישים (Unmaned Arial Vehicles - UAVs).

1 מוטיבציה

בשנים האחרונות מערכות עם מספר רובוטים (multi robot systems - MRS) מהווים נושא מרכזי למחקר בתחומים כגון, רובוטי שירות, רובוטים לישומים צבאיים ורובוטים לצורכי לימוד ואקדמיה (ראה [4],[10],[40]). העניין הרב במערכות מרובות כלים נגזר מתוך העובדה שמערכות אלו מאפשרות יתירות, גמישות ורובסטיות במובן של עמידות בפני כשל לא מתוכנן בעת ביצוע המשימה. בנוסף, שימוש במערכות MRS מתאפשר במגוון רחב של תחומי עניין בתחום הרובוטיקה, כגון רובוטים ניידים קרקעיים [11], רובוטים לעבודה מתחת למים [38], מטוסים [33], לווינים [2] וכלי טייס לא מאויישים (UAVs) [52]. נכון להיום, נעשו גם מחקרים בנושא MRS עבור קבוצות של מאות רובוטים [9], ומחקרים על קבוצות רובוטים הטרוגניות [25]. עבודה זו עוסקת בטיסת מבנה של כלי טיס לא מאויישים. בעיית בקרה זו נקראת Formation flight control ומוגדרת כבעיה של הפעלת קבוצת כלי טיס לא מאויישים תוך שמירה על מבנה עם קונפיגורציה רצויה, בכל זמן הטיסה. ישנם שימושים נרחבים להפעלה של כלי טיס בטיסת מבנה, לרבות משימות חיפוש והצלה, אבטחה, מיפוי שטחים, הפעלת לווינים, משימות ריגול צבאיות ועוד.

2 רקע על כלי טייס לא מאויישים - UAVs

הגדרה 2.1 (מתוך מילון משרד ההגנה האמריקאי): "כלי טייס לא מאוייש (UAV) הוא כלי אווירי ממונע, אשר אינו נושא אדם בזמן תעופתו, משתמש בכוחות אווירודינאמים על מנת לייצר את כוח הדחף הדרוש לו בכדי להמריא, יכול לטוס בצורה אוטונומית, או ע"י שליטה מרחוק, ממקום למקום ויכול לשאת מטען קטלני או לא קטלני" [43].

כלי טייס מסוג UAV הינם, במילים פשוטות, כלים ללא נוכחות של טייס על הכלי בעת הטיסה. כלים מסוג זה שימשו ומשמשים מזה שנים רבות כאמצאי למעקב, איסוף מודיעין, חילוץ, משימות צילום וכו'. ה UAV הראשון היה מיועד להיות "טיל שיוט", הוא נבנה מעט אחרי מלחמת העולם הראשונה [12] והוביל לרעיון ולפיתוח של כלים לא מאויישים ע"י בריטניה וארצות הברית בשנות השלושים המאוחרות. כלי הטייס הלא מאוייש הרישמי הראשון שיוצר היה QQ-2A, ע"י האמריקאים בשנת 1941. כלי זה היה בנוי משני רוטורים ממונעים ע"י שני מנועים, שמפיקים 6 כוחות סוס ומסתובבים בכיוונים נגדיים. עם התפתחות הטכנולוגיה, פותח כלי עם רעיון דומה בשם MQM-36 Falconer שתוכנן לטוס בשדה הקרב ולאסוף מודיעין. כלי מסוג זה הוטס לראשונה ב 1955. ה־ MQM תוכנן עם מערכות בקרה וטייס אוטומטי, הקשר עם הכלי התבסס על גלי רדיו ולכלי היתה יכולת לשאת מצלמות למשימות צילום ומודיעין . למרות זמן התעופה הקצר של הכלי, כחצי שעה, ה־ Falconer נכנס לשימוש בצבאות רבים. בהמשך פותחו ויוצרו כלים מסוג UAV עם יכולת איסוף מודיעין בטווחים ארוכים אשר ידועים בעיקר בשם Lightning Bug, ששימשו בין היתר את הצבא האמריקאי לריגול בוויטנאם, סין וצפון קוריאה משנות השישים המאוחרות ועד שנות השבעים. במסגרת זו פותחו בעיקר כלי טייס קטנים, עם יכולת תמרון גבוהה ויכולת טיסה בגבהים נמוכים "cross section" אשר מקשים על גילוים. כלים אלו פותחו מאוחר יותר גם עם תכן של כנפיים גדולות המאפשר לשלב את יתרונות התמרון של ה־ Lightning bug עם טיסה בגובה רב, דבר אשר הגדיל את יכולת המודיעין והצילום שלהם. המודל המבצעי הראשון למטרות איסוף מודיעין נקרא מודל 147A . הוא צוייד במערכות ניווט מבוססות טיימר, ג'ירוסקופים ומד גובה. לכלי היו יכולות טיסה בגובה רב ויכולת לשחזר את מסלולו ולחזור מאותו מסלול ממנו הגיע. טיסות מבחן הראו כי למודל 147A יכולת התחמקות מצויינת מראדרים, ונסיונות רבים שנעשו לזיהוי הכלי בזמן הטיסה, כשלו. המודל 147B הגדיל את גובה הטיסה המירבי, ובעזרת מוטת כנפיים של יותר משמונה מטרים מרחק הטיסה גדל ל כ־ 19 קילומטרים.

בשנות השמונים המוקדמות, ישראל הייתה חלוצה בפיתוח כלי טייס לא מאויישים לשימוש בשדות קרב, דבר אשר הגדיל מאוד את העניין בכלים אלה ע"י כל צבאות העולם. כלי טייס לא מאויישים למטרות צבאיות מסווגים לשתי קטגוריות עקריות, "עוקבי לחימה" ו־ "מודיעין טקטי". עוקבי לחימה אלו כלים אשר בעזרת מערכת טייס אוטומטי, חגים מעל שדה הקרב ובזמן אמת אוספים מודיעין על תמונת הקרב העדכנית. הטייס האוטומטי שולט בכלי ע"י טיסה בין נקודות ציון שהוגדרו לפני ההמראה למשימה. כלי טייס מסוג מודיעין טקטי, הנם כלים גדולים יותר אשר מונעים ע"י מנועי סילון, עם טווחי וזמני טיסה גדולים יותר. בדומה לקבוצת עוקבי הלחימה, גם כלים אלה מצויידים במערכת טייס אוטומטי, עם מערכת גיבוי של טיסה באמצעות תקשורת מבוססת רדיו. לאחרונה מתפתח גם תחום של כלים לא מאויישים למטרות תקיפה.

הרעיון של כלי טייס לא מאויישים המסוגלים לשהות באוויר זמן רב קיים מזה שנים, אך רק לאחרונה הפך מחלום למציאות. כלי טייס בעלי יכולות טיסה בגובה רב (HALE UAVs) יכולים לשמש כתחליף יחסית זול ללוינים בנושא חקר אטמוספירה, תצפיות של מזג האוויר ובעיקר לשמש את תעשיית התקשורת. באמצע שנות השמונים, פיתחה חברתBoeing כלי טיס מסוג HALE UAV בשם Condor אשר היווה אבן דרך בפיתוח כלי טייס לא מאויישים מסוג זה. ה Condor היה כלי טייס גדול וקל, עם מבנה דמוי חלת דבש [12], עם מערכות בקרה המאפשרות טיסה אוטונומית, יכולות טיסה בגובה רב ומערכות הנעה המאפשרות טיסה לזמן ממושך. בניסויים שנעשו, נרשמה טיסה בגובה של 20,420 מטרים, במשך 141 שעות. ה־ Condor ממונע ע"י שני מנועים עם שישה צילינדרים, כאשר כל מנוע מייצר בסביבות ה־175 כוחות סוס, ומצוייד במערכות בקרה המאפשרות טיסה אוטונומית מרגע ההמראה ועד לנחיתה.

בשנות השמונים המאוחרות הציגה NASA מודל חדש לכלי טייס אוטונומיים זעירים מסוג MAV - micro aerial vehicle [47]. ה־ MAVs נחקרו רבות, הן ע"י התעשייה והן ע"י האקדמיה, ובשנים 1995 ו־ 1996 הובילו לפיתוחים הנדסיים ע"י MIT ו־ NRL אשר הראו את הישימות והייתכנות לפיתוח וייצור כלים מסוג MAV. הרעיון היה פיתוח כלי טיס בגודל כזה שניתן להכלה ע"י כדור בקוטר של 15 סנטימטר, עם משקל קטן מ־ 140 גרם, משך טיסה עד שעתיים ברצף וטווח של 10 קילומטר. כמו כן, לכלים שפותחו היו יכולות ניווט, ויכולת נשיאת מצלמת יום ולילה המשדרת לתחנת קרקע בזמן אמת בעזרת תקשורת רדיו. עם הזמן פותחו מספר MAVs שונים כגון MicroSTAR", ה "Black Widow", "Kolibri" , "Microbat" ועוד [12].

עיקרי הסיבות בגללן ישנו עניין רב ומחקרים רבים בנושא UAVs, הן בתעשייה הצבאית והן באזרחית, הם:

- אלקטרוניקה מתקדמת המאפשרת לכלי הטיס לשאת משקל רב וע"י כך מעלה את התפקודיות והאופציונאליות של השימוש בו. ירידה בעלויות הייצור, הגודל הפיזי של מערכות החומרה הדרושות ויכולת משופרת לשאת אנרגיה אשר מגדילה באופן משמעותי את זמן הטיסה. טכנולוגיות חדשות של חיישנים, ג'ירוסקופים, מדי תאוצה, חישני אינפרא אדום (IR), synthetic aperture radars (SAR), ומערכות GPS אשר עוזרים בשיפור יכולות השליטה והבקרה של כלי טיס לא מאויישים.

- מערכות בקרה מתקדמות אשר מאפשרות עמידות (רובסטיות) כנגד הפרעות (לדוגמא בעקבות תנאי מזג האוויר לא צפויים) ואי וודאויות במודל הדינאמי. כמו כן פותחו כלים המאפשרים סימולציה של כלי טיס במצבי טיסה שונים ומתבססים על שימוש במודלים לא לינארים מורכבים המתארים את התנהגות כלי הטיס בתנאים שונים באופן אמין. פותחו שיטות בקרה מתקדמות כגון feedback linearization, backstepping, H_∞ loop shaping, Model Based Predictive Control (MBPC) המתאימות למודלים לא ליניאריים של כלי טיס ומאפשרות טיסה אוטונומית

עם יכולת תמרון ועקיבה טובים.

- במקרים רבים, כלי טייס לא מאויישים יכולים לספק אינפורמציה חשובה במחיר כלכלי ואנושי נמוך מאשר מערכות מאויישות בזכות יכולות תמרון, עלויות הפעלה וחתימת ראדר נמוכים ללא סיכון חיי אדם. כלי טייס אשר ממריאים ונוחתים אנכית (Vertical take off and landing - VTOL) אף מסוגלים לבצע תמרונים מיוחדים הדרושים לדוגמא לצורך טיסה בתוך מבנים סגורים.

3 סקר ספרות - בקרת מבנה

בספרות, ישנם שיטות ומחקרים רבים לבקרה ושליטה בקבוצה של כלים רובוטיים. מחקרים בנושא של בקרת מבנה (formation control) נחלקים בעיקר לארבע שיטות שונות: leader-follower, behavior-based, virtual struct ו- graph theory. לכל שיטה יש יתרונות וחסרונות כפי שנציג בהמשך הפרק. לפני שנציג כל שיטה, נציג מעט מהעבודות שנעשו ועוסקות ביציבות של קבוצה. ב- [53] הגדירו את המושג יציבות שרשרת (string stability) עבור טיסת מבנה עם קונפיגורציה של קו ישר, והציגו והוכיחו את התנאים ההכרחיים ליציבות זו. ב- [42] הורחב מושג היציבות ליציבות רשת מישורית (planar mash stability) המגדיר את התנאים הנחוצים לבקרה של קבוצת כלים במישור . ב [56] נבדקה גישה של בקרת מבנה ונבדקה ההשפעה של משוב קידמי (feed - forward) ומשוב אחורי (feedback) על ה- input-output stability של הקבוצה. בנוסף פותחו כלים אשר מודדים את ביצועי המבנה, גבולות היציבות ושיערוך שגיאות לפי תאורית המשחקים עבור קונפיגורציות שונות של טיסה ותקשורת בתוך המבנה. ב [19] בוצע ניתוח יציבות של קבוצת כלים (עם דינאמיקה לינארית) באמצעות גרפים וקריטריון נייקווסט. הוצגו התנאים ההכרחיים ליציבות הקבוצה בעזרת הערכים העצמיים של הלפלסיאן הנובע מתוך קונפיגורצית התקשורת בקבוצה.

3.1 בקרת התנהגות - Behavior based approach

בקרת התנהגות מתחילה בתכנון פשוט ואינטואיטיבי של התנהגות (תנועה) עבור כל כלי בנפרד. לדוגמא, תנועה כדי לשמור על קונפיגורצית המבנה, תנועה לצורך עקיבה אחרי מסלול רצוי (trajectory tracking, path following), תנועה לצורך חיפוש מטרות והתחמקות ממכשולים. לאחר מכן, חישוב מורכב יותר של תנועה רצויה מתוכנן ע"י שימוש במישקול המשימות השונות, כפונקציה של חשיבות כל משימה באותו רגע נתון. עם זאת, התנהגות הקבוצה לא יכולה להיות ניתנת לתיאור מתמטי (ניתן לתאר כל כלי בנפרד, אך לא את כל הקבוצה ביחד) וכתוצאה מכך הוכחת ההתכנסות ויציבות הקבוצה לקונפיגורציה רצויה אינה אפשרית.

ישנן כמה דרכים לתכנון התנהגות הקבוצה, כאשר בדרך כלל מתוכנן מעין אלגוריתם בוררות אשר מגדיר מהם הפעולות הרצויות באותו הרגע ובהתאם לכך ינתן משקל גבוה לאותה פעולה רצויה. לדוגמא, בבקרת קבוצה, נרצה לשמור על מיקום יחסי של הכלים אחד ביחס לשני (שמירה על קונפיגורציה רצויה), ובאותו זמן להתחמק ממכשולים. ניתן משקל למשימות באופן כזה שכאשר כלי בקבוצה יהיה רחוק ממכשול, הפעולה הרצויה תיהיה לשמור על מרחק רצוי מכלים שכנים, וככל שהכלי יתקרב למכשול הפעולה של התחמקות מהמכשול תקבל משקל גבוה יותר. נשים לב כי יכולה להיות "התנגשות" בין משימות, כלומר קיום של מספר משימות במקביל יכול להיות בעייתי. למרות זאת, לבקרת הנהגות יש יתרונות בעיקר בהקשר של תמרון בסביבה לא מוכרת עם תנאי סביבה לא ידועים. בעזרת חיישנים המספקים אינפורמיצה על הסביבה, ניתן בשיטה זו להוביל קבוצה של כלים בסביבה דינאמית לא ידועה. גרסאות שונות של השיטה במטרה להשיג יציבות מבנה של קבוצות רובוטים ניידים הוצגו לדוגמא ב־ [3], [5], [2] עבור כלי טיס וב־ [38] עבור כלי שייט וכלים תת ימיים.

3.2 בקרת מוביל־מובל - Leader-Follower approach

שיטת מוביל־מובל, הינה שיטת בקרה המאופיינת בסיווג הכלים במבנה לאחד מתוך שני תפקידים, מובילים או מובלים. היתרון המשמעותי של שיטה זו הוא בכך שכאשר המוביל מבצע תמרונים המושפעים מהפרעות חיצוניות, קונפיגורצית המבנה ויציבות הקבוצה ישמרו. לתכנון בשיטה זו לרוב ניתן להתיחס כבעית עקיבה אחרי מסלול (trajectory tracking) המנוסחת באופן הבא: משימת המוביל (Leader) הינה לייצר את המסלול אחריו תעקוב שאר הקבוצה, תוך כדי התחמקות ממכשולים, ניווט או עקיבה אחרי מסלול רצוי, כאשר המובלים (Followers) עוקבים אחרי המסלול של המוביל עם היסט ידוע מראש, המגדיר את קונפיגורצית המבנה. יציבות המבנה תלוייה ביציבות חוג הבקרה של כל כלי בנפרד. החסרון המשמעותי של שיטה זו הוא שתנועת המוביל אינה תלויה בתנועת המובלים, כלומר תנועת המוביל ביחס למובלים היא בחוג פתוח. במקרה שבו המובלים אינם יכולים לעקוב אחרי מסלול המוביל (עקב מכשולים, הפרעות וכו'), המוביל אינו "מודע לכך", ולכן לא יאט את תנועתו ויחכה לשאר הקבוצה אותה הוא מוביל. כמו כן, במקרה של תקלה במוביל, לא תתאפשר המשך טיסה. שיטות בקרה נפוצות אשר מומשו בגישה של מוביל־מובל הן, feedback linearization [16], [20], backstepping control [35], model predictive control [21], sliding mode control [50], [15] ועוד.

ישנן גישות שונות להפעלת שיטת ה־ leader follower. לדוגמא, ב־ [13] הוצעה שיטה שבה מיקום המובלים אינו קבוע ביחס למוביל אלא משתנה בתוך קונוס מסויים, ורק קונוסים אלו נשארים יציבים וקבועים ביחס למיקום המוביל. בשיטה זו, ניתן לקבל מסלולים חלקים ומאמץ בקרה נמוך במיוחד למרות מרחקים גדולים בין המוביל ובין שאר הכלים בקבוצה. ב־ [52] ישנה התייחסות לכלים מסוג UAVs. ע"י

ליניאריזציה של המודל ניתנת התייחסות לקבוצה כמערכת המורכבת מתת מערכות עם קישורים וחפיפה בין תת המערכות. ב־ [41] ישנו שילוב של בקרת קבוצה עם יכולת התחמקות ממכשולים המבטיח יציבות של הקבוצה במובן של שמירה על קונפיגורציה רצויה והגעה ליעד רצוי.

3.3 בקרת מבנה וויטואלי - Virtual structure approach

בשיטה זו מתייחסים אל המבנה הרצוי כאל גוף קשיח. חוק הבקרה לכלי יחיד נגזר מתוך הדינאמיקה הרצויה של המבנה הוירטואלי, ולאחר מכן מתורגם לכניסת בקרה רצויה לכל כלי לאפשר תנועה רצויה של המבנה הוורטואלי. היתרון המשמעותי של שיטת בקרה זו, הוא שניתן בקלות יחסית לתאר את ההתנהגות הרצויה של הקבוצה ושהמבנה יכול להישאר יציב ולשמור על קונפיגורציה רצויה בזמן תמרונים. יחד עם זאת, יש צורך לשמור במדוייק על המבנה הוורטואלי כל הזמן, דבר אשר מגביל את האפליקציות האפשריות של שיטה זו, בפרט כאשר המשימה דורשת שינוי של קונפיגורצית המבנה בזמן (לדוגמא לצורך מעבר במקומות צרים, התחמקות ממכשולים וכו'). בקרת מבנה וורטואלי לקבוצת כלים מומשה על רובוטים ניידים [34], כאשר למבנה היה משוב על מיקום הכלים, אך לא היה ניתן להוכיח את התכנסות המבנה לקונפיגורציה סופית. ב־ [48] ישנה התייחסות לכלי טיס, כאשר כל הכלים בקבוצה עוקבים אחרי נקודות שנעות בקונפיגורציה רצויה עם הוכחה ליציבות הקבוצה, אך בשיטה זו אין משוב על המבנה. ב־ [26] פותחה שיטת בקרה מבוססת מבנה ווירטואלי לכלי שייט, כאשר המסלול והקונפיגורציה הרצויה של המבנה מוגדרים ע"י סט אילוצים ופונקציות מתמטיות. ע"י שימוש במשוב, ניתן לתרגם את הפונקציות לכוחות הרצוייסולאותות הבקרה הדרושים כך שסט האילוצים יתקיים והמבנה לא יתבדר בזמן הפעולה.

3.4 תורת הגרפים - Graph Theory

תת פרק זה סוקר חוקי בקרה לקבוצת כלים המתבססים על שימוש במודל דינאמי לינארי בלתי תלוי בזמן (כלומר, LTI) וכלים בגישה של ה־ Graph-theory[19]. בשונה מהשיטות האחרות המוצגות לעיל, בעזרת ה־ Graph-theory ניתן לנתח ולהגדיר את יציבות הקבוצה כפונקציה של קונפיגורצית המבנה עם התייחסות למבנה התקשורת (כלומר העברת האינפורמציה) בין הכלים בקבוצה. מבנה זה מתואר על ידי מה שנקרא הלפלסיאן של הגרף. בגישה זו ניתן לתאר את קבוצת הכלים באופן הבא, כל נקודה בגרף מתארת כלי בקבוצה, כאשר כל קשר בין 2 נקודות מתאר את זרימת האינפורציה בין אותם שני כלים (כאמור החיבורים יכולים להיות כיווניים, כלומר העברת אינפורמציה בין כלי i לכלי j לא מחייבת שיתוף אינפורמציה של כלי jעם כלי i). ע"י מיזוג של כלים בגישת ה־ Graph-theory [39], בקרה לינארית ומערכות דינאמיות ניתן לפתח את הקשר בין מודל התקשורת בין הכלים, המודל הדינאמי של הכלים ויציבות הקבוצה. בעבודות שפורסמו בגישה זו הגדרו תנאים הכרחיים ומספיקים ליציבות הקבוצה, כאשר

הקבוצה מורכבת מכלים עם מודל דינאמי ליניארי בלתי תלוי בזמן. תנאים אלה מתבססים על הערכים העצמיים של הלפלסיאן של הגרף אשר מתאר את קונפיגורצית התקשורת בין הכלים. ב־ [45] הורחבה הגישה והוצג בקר מבוזר מסוג H_∞ עם ההוכחה כי בעזרת הקשר בין הערכים העצמיים של הלפלסיאן והבקר המוצג, ניתן לייצב כל קונפיגורצית כלים, ללא קשר למספר הכלים בקבוצה. ב־ [44] הורחבה השיטה לכלי טייס לא מאויישים מסוג quadrotors (עם מודל ליניארי מקורב).

3.5 שיטות בקרת מבנה נוספת

נסקור בקצרה שיטות בקרת מבנה נוספות המבוססות על קריטריון אופטימיזציה. שיטת בקרה נפוצה נקראת Model Predictive Control (MPC), אשר מאופיינת בזה שאותות הבקרה מתקבלים מתוך פתרון בעיית אופטימיזציה בזמן אמת. ב־ [27] פיתחו שיטת בקרה בה אותות הפרעה במודל מתארים את שיתוף האינפורמציה בין הכלים . בקר ה־ MPC בנוי כך שכל ההפרעות המתארות את המסלול ואת האינפורמציה המגיעה מכלים אחרים חסומות. כמו כן, ישנו אילוץ החוסם כל אחד ממשתני המצב של כל כלי כך שכל אותות הבקרה יהיו ישימים (פיזבילים) [30]. כל בקר פותר בעיית מינימום מקסימום, בכל איטרציה כך שמתקבלים ביצועים אופטימאליים בהינתן ההפרעות הקשות ביותר (ע"י תורת המשחקים). ב־ [49] מוצג אלגוריתם בקרה מבוזרת המבטיח שכל ההחלטות המתקבלות מקיימות את האילוצים הרצויים, לרבות, התחמקות ממכשולים ועוד. ב־ [17] מתואר שימוש בחוק בקרה אופטימאלי למערכת המורכבת מתתי מערכות עם צימוד . ניתוח היציבות במקרה כזה הוא מורכב יותר שכן יציבות אסימפטוטית של קבוצת כלים ללא התנגשות במכשולים מושגת באמצעות חוק בקרה מבוזר, בדומה לזה המופיע ב־ [28]. דרך נוספת לבקר של קבוצת כלים היא ע"י פונקציות ניווט [14]. פונקציות אלו, אשר מבוססות על המרחקים בין הכלים השונים בקבוצה, משמשות כדי להוביל כל כלי אל המקם הרצוי ביחס לשאר הכלים. באופן זה מתקבלת קונפיגורצית המבנה הרצויה.

חלק II
כלי טיס מסוג quadrotor

4 רקע

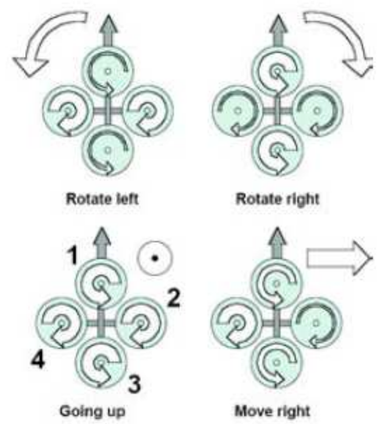
כלי טייס לא מאויישים ידועים בשל רבגוניותם, כלומר היכולת להתאים אותם למגוון רב של משימות(כאשר סוג כלי הטיס נגזר מאופי המשימה). קיים מספר רב של כלים בעלי כנפיים קבועות (fixed wings), אשר בדומה למטוסים מאויישים חסרים את היכולת להמריא ולנחות אנכית (Vertical Take Off and Landing - VTOL) ומוגבלים בתמרונים באזורים צרים. לעומתם כלי טייס בעלי יכולת המראה ונחיתה אנכיים יכולים לטוס בגובה נמוך, לרחף ולתת מידע בזמן אמת על נקודה מסויימת במרחב. קיים מגוון גדול של כלים מסוג VTOL, כגון, מסוקים עם רוטור ראשי אשר מייצר את כוח הדחף הרצוי ורוטור אחורי מייצב, מסוקים עם רוטור ראשי כפול בעל מרכז משותף, כלים עם רוטורים מוטים בזווית, כלים מסוג quadtors ועוד'. בתת הפרק הבא נסקור ונציג עבודות שנעשו בנושא של כלי טיס מסוג quadrotor, הכלי המשמש בעבודה זו כדפוס לפיתוח ומימוש חוקי הבקרה השונים המוצגים בהרחבה בהמשך.

4.1 כלי מסוג quadrotor

כלי טייס מסוג quadrotor הינו כלי טיס עם ארבעה רוטורים הממוקמים בכל אחד מקצוות המסגרת שלו. לרוב, המסגרת בנוייה בצורה של צלב (ראה מספר דוגמאות באיורים 6,4,5). כפי שניתן לראות באיור 1 כל זוג מנועים נגדיים מסתובבים בכיוונים הפוכים, וזאת כדי לבטל את המומנטים הנוצרים ע"י סיבוב המנועים הפועלים על הכלי. במידה וכל המנועים מסתובבים באותה מהירות, כוח הדחף הנוצר הוא זהה ובעצם ניתן לומר כי כל מנוע מייצר רבע מכוח הדחף האנכי הכולל הפועל על הכלי. על מנת ליצור זווית גלגול, אשר גם תוביל לתנועה צידית של הכלי , יש להפעיל את המנוע השמאלי כך שייצר כח דחף גדול בהשוואה למנוע הימני (כך שלווקטור הדחף הכולל הפועל על הכלי יהיה רכיב בכיוון התנועה הרצוי). יחד עם זאת, כדי לא לאבד גובה (או לא להוסיף גובה) יש לדאוג לכך שרכיב הכוח השקול בכיוון האנכי ישאר ללא שינוי ושווה לכוח המשיכה הפועל על הכלי. באופן דומה, הפעלת זווית עילרוד תוביל לתנועה קדימה או אחורה. כדי לייצר זווית סבסוב נדרש כי שני מנועים נגדיים יסתובבו במהירות גבוהה משני המנועים האחרים, כך שסכום המומנטים החיצוניים הפועלים על הכלי יהיה שונה מאפס. גם במקרה זה כדי לשמור על גובה רצוי (מצב ריחוף), יש לשמור על הרכיב האנכי של וקטור הדחף קבוע ושווה לכוח המשיכה. כדי לשנות את כוח הדחף במטרה לייצר תנועה בכיוון כוח המשיכה (לדוגמא לצורך המראה או

נחיתה), יש לשנות במידה שווה את המהירויות של כל המנועים.

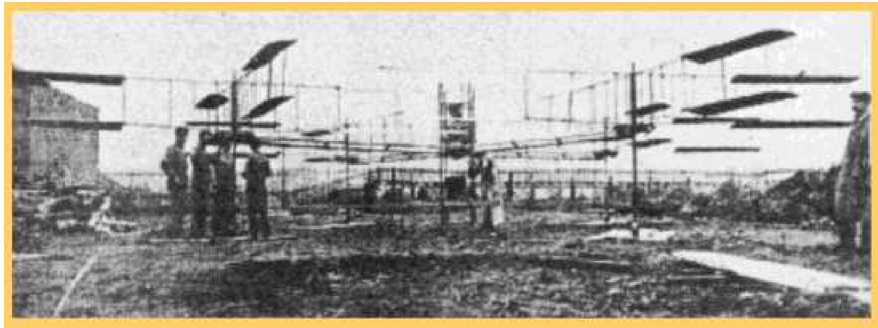
יתרונותיו העיקריים של ה־ quadrotor על פני מסוקים וכלים אחרים המאפשרים המראה ונחיתה אנכית נובעים מהיכולת שלו לשאת משקל גדול באופן יחסי ומהפשטות המכנית שלו. כל מה שדרוש כדי ליצר תנועה הוא שינוי מהירות הסיבוב של המנועים, וזאת לעומת שינוי זויות התקיפה של הלהבים כמו במסוק. כמו כן, לכלי מסוג quadrotor, בגלל השימוש ברוטורים קטנים יותר בהשוואה למסוק יש יכולת לטוס קרוב יותר למכשולים, או בהקשר של טיסת מבנה, מתאפשרת טיסה במבנה יותר צפוף (בהשוואה למסוקים).



איור 1: סכימת הפעלה של UAV מסוג quadrotor

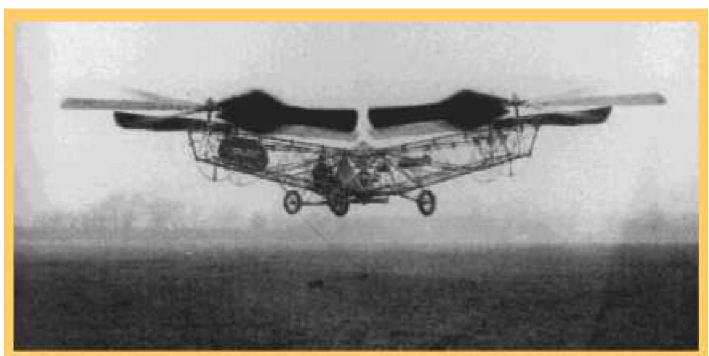
4.2 עבודות קודמות שנעשו בנושא של quadrotor

כלי הטייס הראשון מסוג quadrotor שנבנה היה ב־ 1907 ע"י מדען צרפתי והאחים צ'ארלס ובקגוד [43]. האתגר בבנית כלי זה היה לבנות כלי טייס מאוייש, ע"י שימוש המנועים בלבד. לכלי היו 4 מנועים, כל מנוע עם 8 צילינדרים וארבעה להבים. המשקל הכולל של הכלי היה קצת יותר מ־ 5 טון, כולל מסגרת הפלדה שממנה הכלי היה עשוי (ראה איור 2). בטיסת המבחן שנעשתה ב־ 1907, דווח כי הכלי המריא לגובה של כ־ 1.5 מטרים [1].



איור 2: כלי טייס ראשון מסוג quadrotor [1]

ב־ 1922 בנה הצבא האמריקאי לראשונה בהצלחה כלי טייס מסוג quadrotor (איור 3). לכלי היו ארבעה מנועים, עם ארבעה להבים בכל מנוע, אשר שימשו לשליטה בכלי. באותה שנה אף הצליחו להטיס את הכלי בהצלחה, אך בשל עלויות גבוהות וביצועים לא מספקים הפרוייקט נזנח [1].



איור 3: תכנון כלי טייס מסוג quadrotor בשנת 1922 ע"י הצבא האמריקאי [1]

מאז למעשה לא תועדה עבודה משמעותית בתחום. כלי טייס מסוג זה חזר לעורר עניין רק בשנות השמונים המוקדמות, כאשר חוקרים רבים ראו את הפוטנציאל של כלי טיס זה ככלי לא מאוייש זעיר, עם מורכבות מכנית פשוטה, עלויות נמוכות ויכולת נשיאה טובה ביחס לגודלו.

כלי טייס (זעיר) לא מאוייש (MAV) נפוץ מסוג quadrotor הינו Dragonflyer. כלי זה נשלט מרחוק ע"י גלי רדיו וכולל בקרה בחוג סגור על המצב הזוויתי בלבד. המסגרת של הכלי עשויה מסיבי קרבון קלים מאוד, אך חזקים דיים כדי לתמוך במשקל הכלי (ראה איור 4). נכון להיום חוקרים רבים נעזרים

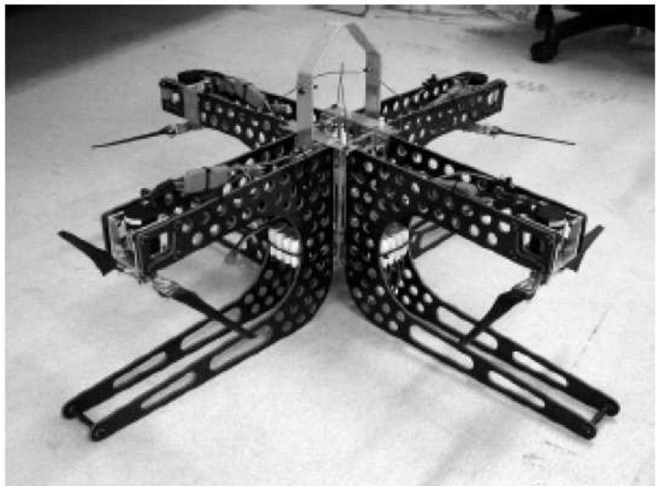
בפלטפורמה זו כדי לנסות שיטות בקרה שונות בגלל עלותה הנמוכה והעובדה שכרטיס הבקרה כולל את החיישנים הדרושים לייצוב הכלי (שלושה ג'ירוסקופים ושלושה מדי תאוצה המיועדים לשערוך המצב זוויתי).

איור 4: כלי טייס מסוג Dragonflyer

המרכז האירופאי לאוירודינמיקה וחלל (EADS) פיתח כלי טייס זעיר בשם קוודרוקופטר (quattrocopter), שמשקלו כחצי קילוגרם ובעל "מוטת כנפיים" של 65 סנטימטר. זמן הטיסה של הכלי הוא כעשרים דקות ומסוגל לשאת נשיאה של קילוגרם אחד, המשמש בעיקר לנשיאת מצלמות או חישנים אחרים. נכון להיום זה אחד מהכלים הבודדים המשווקים לתעשיה האזרחית והצבאית (יחד עם כלים כגון Draganfly, Mikrokopter, AR.Drone, MultiCopter ו־ AirRobot). מערכת החיישנים של הכלי נקראת micro avionics aoutopilot, והיא כוללת שישה חישנים (גירוסקופיים ומדי תאוצה), GPS, חישני לחץ אוויר ומיקרו־בקר (ראה איור 5) [43].

איור 5: ה Quattrocopter from EADS

מודל נוסף של כלי טייס מסוג זה הוא ה־ X4 Flyer Mark 2, ראה איור 6, אשר תוכנן ונבנה באוניברסיטה המדעית של אוסטרליה (Australian National University, Canberra, Australia). בעזרת כלי זה נעשו ניסויים, בתוך מבנים, אשר בוחנים את יציבות הכלי תחת תימרונים "גסים", כאלה המצריכים כוחות דחף גדולים.



איור 6: ה X4 Flyer Mark 2

בקבוצת מחקר מאוניברסיטת סטנפורד (Standford University) משתמשים בפלטפורמה של quadrotors כדי ללמוד ולבדוק אלגוריתמים לשיתוף פעולה בין כלים לצורך ביצוע משימה משותפת וכן התחמקות ממכשולים [24]. בפרוייקט זה השתמשו שם בבקר מסוג PD הנמצא על הכלי לצורך ייצוב המצב הזוויתי (ראה איור 7) וכן בשני מיקרו־בקרים מסוג PIC להפעלת המנועים ולצורכי תקשרות. בנוסף, הכלי נושא מורכת יחידת IMU אשר מחשבת בזמן אמת וקטור מצב הכולל תשעה פרמטרים (גלגול, עילרוד, סיבסוב, מהירויות זויתיות בשלושה כיוונים ותאוצות בכיוונים x,y,z). כדי לשערך את מיקומו של הכלי, נעשה שם שימוש במסנן קלמן ובנתונים שניתקבלו מ־ GPS שמצוי גם הוא על הכלי. התקשרות בין הכלים לבין עצמם ובין הכלים לבין תחנות הקרקע נעשה ע"י יחידות מסוג bluetooth, כאשר תחנת הקרקע כוללת מחשב נייד עם תוכנת LabVIEW וממשק המציג את מצב הכלים. כמו כן, ארבעה מחשבים עם תוכנת Matlab מייצרים את המסלול הרצוי לכל אחד מכלי הטיס.

איור 7: ה starmark quadrotor

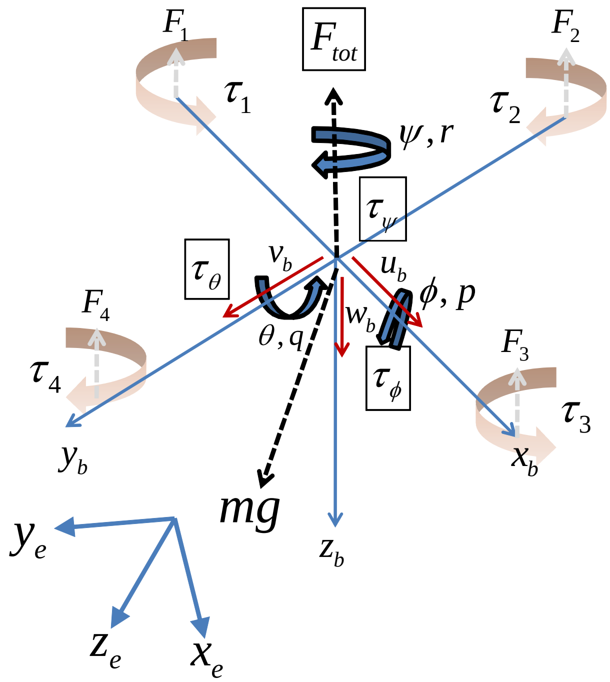
מחקרים רבים שנעשו ע"י חוקרים בכל העולם, הציעו את ה־ quadrotor כפלטפורמה טובה למימוש חוקי בקרה שונים לכלי טיס עם יכולת המראה ונחיתה אנכית (בהשוואה למסוק עם רוטור זנב) וכבחירה טובה עבור יישומים של כלי טייס זעיר לא מאוייש. בחירה זו נובעת מעלות הייצור היחסית זולה ומהיכולת לשאת חישנים מסוגים שונים. ישנם חוקי בקרה רבים האפשריים אתייצוב המצב הזוויתי של הכלי וחלקם יוצגו במסגרת עבודה זו. נציין גם כי באופן הפשוט ביותר ניתן לבקר את המצב הזוויתי של הכלי ולאפשר מצב ריחוף עם חוק בקרה פשוט מסוג PD [43]. הביצועים במקרה זה יהיו מוגבלים. עבודה זו מטפלת בבעיה היותר מורכבת של טיסת מבנה לאורך מסלול רצוי.

5 המודל הקינמטי של ה־ quadrotor

מכיוון שהמערכת מבוססת על המודל הדינאמי והקינמאטי של הכלי, נציג בהמשך את המודלים המתאימים. נשתמש בהנחות הבאות [51]:

- כלי הטייס הינו גוף קשיח.
- כלי הטייס הינו סימטרי סביב כל אחד מהצירים הראשיים שלו (כלומר מטריצת האינרציה במערכת הגוף היא אלכסונית).
- המומנטים הג'ירוסקופים כתוצאה מסיבוב הרוטורים ביחס לגוף הם זניחים.

ה־ quadrotor הוא כלי בעל 6 דרגות חופש. דרגות החופש ניתנות לתיאור ע"י ווקטור משתני מצב שהוא בעל 12 מימדים. קבוצת משתני המצב כוללת את זוויות אוילר המסומנות באופן הבא: זווית הגלגול (roll): ϕ, זווית העלרוד (pitch): θ וזווית הסבסוב (yaw): ψ , את המהירויות הזוויתיות סביב שלושת צירי הגוף (p,q,r), את מיקום הכלי במרחב x,y,z ואת המהירות הקווית u_b,v_b,w_b (ביחס למערכת הגוף), ראה איור 8.



איור 8: כוחות במערכת צירים אינרציאלית (עם האינדקס e) ובמערכת הגוף (עם האינדקס b)

כדי להציג את משוואות התנועה במערכת אינרציאלית, יש להשתמש במטריצת הסיבוב $R(\phi,\theta,\psi)$. מטריצה זו היא מכפלה של שלוש מטריצות (5.1),(5.3),(5.2), הסיבוב סביב כל אחד מהצירים הראשיים. שלושת מטריצות הסיבוב נתונות ע"י:

$$R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos\phi & -sin\phi \\ 0 & sin\phi & cos\phi \end{bmatrix} \tag{5.1}$$

$$R_y = \begin{bmatrix} cos\theta & 0 & sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -sin\theta & 0 & cos\phi \end{bmatrix} \tag{5.2}$$

$$R_z = \begin{bmatrix} cos\psi & -sin\psi & 0 \\ sin\psi & cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{5.3}$$

נכפול את מטריצות הסיבוב לפי סדר ההכפלה $ZYX - Roll, Pitch, Yaw$, ונקבל:

$$\begin{aligned} R \quad &= \quad R_z R_y R_x = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta s\phi - c\phi s\psi & c\psi s\theta c\phi + s\phi s\psi \\ s\psi c\theta & s\psi s\theta s\phi + c\phi s\psi & s\psi s\theta c\phi - s\phi c\psi \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\theta c\phi \end{bmatrix} \\ cos \quad &\triangleq c \quad ; \ sin \triangleq s \end{aligned} \tag{5.4}$$

את המהירות הקווית של הגוף ניתן לייצג במערכת האינרציאלית ע"י שימוש במטריצת הסיבוב R באופן הבא:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{y}_e \\ \dot{z}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta s\phi - c\phi s\psi & c\psi s\theta c\phi + s\phi s\psi \\ s\psi c\theta & s\psi s\theta s\phi + c\phi s\psi & s\psi s\theta c\phi - s\phi c\psi \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\theta c\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_b \\ v_b \\ w_b \end{bmatrix} \tag{5.5}$$

נציג כאן גם את הקשר בין ווקטור המהירות הזוויתית של הכלי ובין ווקטור הנגזרות של זוויות אויילר. ידוע כי,

$$S(\omega_e) = \dot{R}R^T \tag{5.6}$$

כאשר $\omega_e = \begin{bmatrix} \omega_x & \omega_y & \omega_z \end{bmatrix}$ הוא וקטור המהירויות הזוויתיות במערכת אינרציאלית ו $S(\cdot)$ הינה מטריצה מסוג skew-symmetric. מתוך הקשר האחרון ניתן לקבל את הקשר הבא:

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos(\theta)\, cos(\psi) & -sin(\psi) & 0 \\ cos(\theta)\, sin(\psi) & cos(\psi) & 0 \\ -sin(\theta) & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = J_\omega \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \tag{5.7}$$

כאשר J_ω נקרא היעקוביאן הרוטציוני. נשתמש בקשר זה כדי למצוא את הקשר בין המהירות הזויתית במערכת הגוף $\begin{bmatrix} p & q & r \end{bmatrix}^T$ לבין הנגזרות של זויות אוילר.

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = R^T \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = R^T J_\omega \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \tag{5.8}$$

מכאן

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -sin\left(\theta\right) \\ 0 & cos\left(\phi\right) & cos\left(\theta\right)sin\left(\phi\right) \\ 0 & -sin\left(\phi\right) & cos\left(\theta\right)cos\left(\phi\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \tag{5.9}$$

6 המודל הדינאמי של ה־ quadrotor

מקובל להשתמש במודל המתאר את כוח הדחף שמפעיל כל אחד מהמנועים כגודל פורפורציונאלי למהירות הסיבוב של המנוע באופן הבא $F_i = b\bar{\omega}_i^2$, כאשר המשתנה $\bar{\omega}_i$ מתאר את המהירות הזוויתית של מנוע i והפרמטר b הוא מקדם התלוי במספר גורמים (בניהם צפיפות האוויר, החזקה השלישית של רדיוס הרוטור, מספר הלהבים, קבוע העילוי, זווית התקיפה של הלהב וקבוע הגרר[6]). לצורך פיתוח המודל בעבודה זו נניח כי המקדם הוא קבוע ושווה בכל אחד מהמנועים.

כוח הדחף השקול שמפעילים הרוטורים על כלי הטייס הינו:

$$F_{tot} = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \tag{6.1}$$

בנוסף סיבוב הרוטור יוצר מומנט על הגוף הנתון באופן הבא:

$$\tau_i = k\omega_i^2 \quad \forall i = 1, 2, 3, 4 \tag{6.2}$$

כאשר k הינו מקדם התלוי במשתנים הדומים לאלו שמרכיבים את המקדם b , וכן בזווית הפסיעה של להבי הרוטור. כפי שניתן לראות מאיור 8, כדי לפתח את המודל הדינאמי של הכלי נציג את הכוחות הפועלים על המערכת ככוח שקול בכיוון z_b הפועל במרכז הכובד של הכלי, (6.1), וכשלושה

מומנטים שפועלים סביב שלושת הצירים הראשיים של הגוף ונוצרים מהכוחות אשר מפעילים המנועים. את המומנטים הללו ניתן להציג בצורה הבאה

$$\begin{aligned}\tau_x &= l\left(F_2 - F_4\right)\\ \tau_y &= l\left(F_3 - F_1\right)\\ \tau_z &= \tau_1 - \tau_2 + \tau_3 - \tau_4\end{aligned} \tag{6.3}$$

כאשר l הינו המרחק של המנוע ממרכז הכובד של כלי הטייס. ניתן כאמור לסכם את הכוחות והמומנטים שמפעילים הרוטורים על הכלי במטריצה הבאה:

$$\begin{bmatrix} F_{tot} \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ 0 & lb & 0 & -lb \\ -l\cdot b & 0 & lb & 0 \\ k & -k & k & -k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} \tag{6.4}$$

7 פיתוח משוואות התנועה לפי ניוטון אוילר

מתוך משוואות התנועה של גוף קשיח ידוע הקשר הבא (כאשר הווקטורים נתונים במערכת הגוף)

$$\left(\bar{F}_b + \bar{G}_b\right)\cdot\frac{1}{m} = \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}_b \tag{7.1}$$

כאשר הווקטורים $\bar{G}_b$, $\bar{F}_b$ הם כוח הגרביטציה ושקול הכוחות החיצוניים (מלבד גריביטציה) הפועלים על הגוף, בהתאמה. את משוואה (7.1) ניתן להציג גם באופן הבא:

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \frac{1}{m}\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} + R^T\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}_b \tag{7.2}$$

כאשר $\begin{bmatrix} F_x & F_y & F_z \end{bmatrix}^T$ הינו וקטור הכוחות הפועלים על הגוף, במערכת הגוף. בהנחה כי הכוחות היחידים הפועלים על הגוף הם כוחות הדחף הנוצרים מארבעת המנועים וכוח הגרוויטציה, כלומר אין

כוחות הנוצרים מתנאי סביבה (הפרעות), מתקבל הכוח השקול הבא הפועל במרכז הכובד של הכלי

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_{tot} \end{bmatrix} \tag{7.3}$$

נרצה לכתוב את משוואות התנועה במערכת האינרציאלית. מתוך חוקי ניוטון ובעזרת מטריצת הרוטציה מתקבל הקשר,

$$\frac{d}{dt}\bar{v}_e = \frac{d}{dt}\left(R\bar{v}_b\right) = \dot{R}\bar{v}_b + R\dot{\bar{v}}_b \tag{7.4}$$

כאשר $\bar{v}_e$ הינו וקטור המהירות במערכת האינרציאלית. נציב את ווקטור התאוצה $\dot{\bar{v}}_b$ מתוך משוואת התנועה ביחס למערכת הגוף.

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix}_e = \dot{R}\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}_b + R\left\{\frac{1}{m}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_{tot} \end{bmatrix} + R^T\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}_b\right\} \tag{7.5}$$

נציג את ווקטור המהירויות הקווית ביחס למערכת האינרציאלית ונקבל,

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix}_e = \dot{R}\cdot R^T\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}_e + R\left\{\frac{1}{m}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_{tot} \end{bmatrix} + R^T\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}_b\right\} \tag{7.6}$$

גם את הביטוי $\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}_b$ נציג במערכת האינרציאלית, נקבל:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}_b = \left(R^T\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}\right) \times \left(R^T\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}_e\right) \tag{7.7}$$

מתוך (7.6), (7.7) נקבל את הקשר הבא

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix}_e = \dot{R}R^T\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}_e + R\left\{\frac{1}{m}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -F_{tot} \end{bmatrix} + R^T\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} - \left(R^T\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}\right) \times \left(R^T\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}_e\right)\right\} \tag{7.8}$$

ידוע כי $R^TR=I$, וכמו כן קל לראות כי

$$\dot{R}R^T\left[\begin{array}{c}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{z}\end{array}\right]_e=S\left(\omega_e\right)\left[\begin{array}{c}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{z}\end{array}\right]_e=\left[\begin{array}{c}\omega_x\\ \omega_y\\ \omega_z\end{array}\right]\times\left[\begin{array}{c}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{z}\end{array}\right]_e \tag{7.9}$$

ולכן ניתן לכתוב את (7.6) בצורה הפשוטה הבאה

$$\left[\begin{array}{c}\ddot{x}\\ \ddot{y}\\ \ddot{z}\end{array}\right]_e=\frac{1}{m}R\left[\begin{array}{c}0\\ 0\\ -F_{tot}\end{array}\right]+\left[\begin{array}{c}0\\ 0\\ g\end{array}\right] \tag{7.10}$$

$$\left[\begin{array}{c}\ddot{x}\\ \ddot{y}\\ \ddot{z}\end{array}\right]_e=\left[\begin{array}{c}0\\ 0\\ g\end{array}\right]-\frac{1}{m}F_{tot}\left[\begin{array}{c}cos\left(\psi\right)sin\left(\theta\right)cos\left(\phi\right)+sin\left(\phi\right)sin\left(\psi\right)\\ cos\left(\phi\right)sin\left(\theta\right)sin\left(\psi\right)-cos\left(\psi\right)sin\left(\phi\right)\\ cos\left(\theta\right)cos\left(\phi\right)\end{array}\right] \tag{7.11}$$

נבחן את משוואת המומנטים לפי משוואת התנע הזוויתי, H, ע"פ החוק השני של ניוטון [32]

$$\sum M_b=\frac{dH}{dt}=I_b\left(\dot{\Omega}\right)+\Omega\times\left(I_b\Omega\right) \tag{7.12}$$

כאשר $\Omega=\left[\begin{array}{ccc}p & q & r\end{array}\right]^T$ מציין את וקטור המהירויות הזוויתית במערכת הגוף, $I_b=diag\left\{I_x,I_y,I_z\right\}$ היא מטריצת האינרציה ביחס למערכת הגוף, $M_b=\left[\begin{array}{ccc}\tau_\phi & \tau_\theta & \tau_\psi\end{array}\right]^T$ הם מומנטים חיצוניים הפועלים על הגוף (במערכת הגוף). נציג את (7.12) בצורה הבאה

$$\dot{\Omega}=I_b^{-1}\left(-\Omega\times\left(I_b\Omega\right)+\sum M_b\right) \tag{7.13}$$

נציג את (7.13) גם באופן יותר מפורט:

$$\left[\begin{array}{c}\dot{p}\\ \dot{q}\\ \dot{r}\end{array}\right]=\left[\begin{array}{ccc}I_x^{-1} & 0 & 0\\ 0 & I_y^{-1} & 0\\ 0 & 0 & I_z^{-1}\end{array}\right]\left(-\left[\begin{array}{c}p\\ q\\ r\end{array}\right]\times\left[\begin{array}{ccc}I_x & 0 & 0\\ 0 & I_y & 0\\ 0 & 0 & I_z\end{array}\right]\left[\begin{array}{c}p\\ q\\ r\end{array}\right]+\left[\begin{array}{c}\tau_\phi\\ \tau_\theta\\ \tau_\psi\end{array}\right]\right) \tag{7.14}$$

ניתן לסכם עתה ולהציג את משוואות התנועה ביחס ל־ 6 דרגות החופש של הכלי (ובהנחות שהוזכרו לעיל) באופן הבא

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix}_e = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} - \frac{1}{m}F_{tot} \begin{bmatrix} cos\left(\psi\right) sin\left(\theta\right) cos\left(\phi\right) + sin\left(\phi\right) sin\left(\psi\right) \\ cos\left(\phi\right) sin\left(\theta\right) sin\left(\psi\right) - cos\left(\psi\right) sin\left(\phi\right) \\ cos\left(\theta\right) cos\left(\phi\right) \end{bmatrix} \tag{7.15}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = I_b^{-1} \left(\begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times I_b \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \right) \tag{7.16}$$

כאשר הקשר בין המהירות הסיבובית של הכלי במערכת הגוף לבין הנגזרות של זויות אוילר מופיע ב (5.9). נשים לב כי בפיתוח המשוואות לפי ניוטון אוילר, הצגת המודל כפונקציה של זויות אוילר הוא מורכב (דבר הנדרש ע"מ לפשט את חוק הבקרה). כדי לתכנן חוקי בקרה שונים, נרצה לפשט את המודל כך שנוכל להציגו כפונקציה של המשתנים הב"ת $x_e, y_e, z_e, \phi, \theta, \psi$. נניח כי תנועה בכיוונים x_e, y_e מצריכה זווית קטנות בלבד, כלומר נניח כי $cos\left(\cdot\right) \approx 1$, $sin\left(\cdot\right) \approx 0$. תחת ההנחה הנ"ל, הקשר בין $\begin{bmatrix} p & q & r \end{bmatrix}$ לבין $\begin{bmatrix} \dot{\phi} & \dot{\theta} & \dot{\psi} \end{bmatrix}$ (הנתון ב־ 5.9) הופך להיות

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = I_{3\times3} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \tag{7.17}$$

מכאן יתקבל ניסוח של משוואות התנועה הזוויתית עם זוויות אויילר באופן הבא

$$\begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \left\{ \begin{array}{c} I_x^{-1} \left[\left(I_y - I_z\right) \dot{\theta}\dot{\psi} + \tau_\phi \right] \\ I_y^{-1} \left[\left(I_z - I_x\right) \dot{\phi}\dot{\psi} + \tau_\theta \right] \\ I_z^{-1} \left[\left(I_x - I_y\right) \dot{\theta}\dot{\phi} + \tau_\psi \right] \end{array} \right\} \tag{7.18}$$

כדי לפתח בהמשך העבודה גם מערכות בקרה אשר אינן מצריכות הנחה של זוויות קטנות (אבל דורשות ניסוח משוואות התנועה לפי זוויות אוילר), נציג פיתוח נוסף של משוואות התנועה לפי אוילר לגראנז'.

8 פיתוח משוואות התנועה לפי אוילר לגראנז'

תחת אותן ההנחות שמופיעות בפרק 5 נציב את משוואות התנועה של הכלי, במערכת הקואורדינטות המוכללות [37] באופן הבא

$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} \tag{8.1}$$

כאשר $\xi = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^T$ ו $\eta = \begin{bmatrix} \phi & \theta & \psi \end{bmatrix}^T$. נכתוב את הביטוי לאנרגיה קינטית באופן הבא

$$K = \frac{1}{2} m \dot{\xi}^T \dot{\xi} + \frac{1}{2} \omega_e^T \bar{I}(\eta) \omega_e \tag{8.2}$$

כאשר $\dot{\xi}, \omega_e$ הם וקטורי המהירות הזויתית והקווית של הכלי במערכת האינרציאלית, בהתאמה. נרשום ביטוי למומנט האינרציה של הכלי במערכת האינרציאלית (כתלות במומנט האינרציה ביחס למערכת הגוף).

$$\bar{I}(\eta) = R I_b R^T \tag{8.3}$$

כאשר R היא מטריצת הסיבוב, ראה (5.4), ו $I_b = diag\{I_x, I_y, I_z\}$ היא מטריצת האינרציה במערכת הגוף (תחת ההנחה שהגוף סימטרי סביב מרכז הכובד). נזכיר שוב את ההגדרה של היעקוביאן הרוטציוני, הקושר בין המהירות הזויתית במערכת האינרציאלית ω לבין הנגזרת של זויות אוילר $\dot{\eta}$

$$S(\omega) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} = \dot{R} R^T \tag{8.4}$$

ומכאן

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos(\theta) cos(\psi) & -sin(\psi) & 0 \\ cos(\theta) sin(\psi) & cos(\psi) & 0 \\ -sin(\theta) & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = J_\omega \dot{\eta} \tag{8.5}$$

נכתוב ביטוי לאנרגיה הקינטית (8.2) כתלות בדרגות החופש (קואורדינטות המוכללות)

$$K(q) = \frac{1}{2}\left\{ m\dot{\xi}^T\dot{\xi} + \dot{\eta}^T J_\omega^T R I_b R^T J_\omega \dot{\eta} \right\} \tag{8.6}$$

את האנרגיה הפוטנציאלית, במערכת אינרציאלית, ניתן לרשום בצורה הבאה

$$P = mgz \tag{8.7}$$

מתוך (8.2), (8.7) ניתן לרשום את הלגרז'יאן (הפרש האנרגיות) L [73] בצורה הבאה

$$\begin{aligned} L &= K - P = \frac{1}{2}\left\{ m\dot{\xi}^T\dot{\xi} + \dot{\eta}^T J_\omega^T R I_b R^T J_\omega \dot{\eta} \right\} - mgz \\ &= \frac{1}{2}\left\{ m\dot{\xi}^T\dot{\xi} + \dot{\eta}^T D(\eta)\,\dot{\eta} \right\} - mG^T\xi \\ &= \end{aligned} \tag{8.8}$$

כאשר $D(\eta) = J_\omega^T(\eta)\,R(\eta)\,I_b R(\eta)^T J_\omega(\eta)$ ו $G^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & g \end{bmatrix}$.

ידוע כי כוח הדחף הפועל על הכלי, במערכת הגוף הוא

$$F_b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_{tot} \end{bmatrix} \tag{8.9}$$

ומכאן שווקטור הכוחות הלא משמרים במערכת הקואורדינטות המוכללות, הוא

$$F_\xi = RF_b = F_{tot}\begin{bmatrix} cos(\psi)\,sin(\theta)\,cos(\phi) + sin(\phi)\,sin(\psi) \\ cos(\phi)\,sin(\theta)\,sin(\psi) - cos(\psi)\,sin(\phi) \\ cos(\theta)\,cos(\phi) \end{bmatrix} \tag{8.10}$$

את משוואות התנועה ניתן להציג בעזרת משוואות לגראנז' המתקבלות מתוך גזירה של הלגראנז'יאן באופן הבא:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q} = \begin{bmatrix} F_\xi \\ \tau_\eta \end{bmatrix} \tag{8.11}$$

כאשר L הלגראז'יאן, τ_η הם המומנטים בכיוון הקואורדינטות המוכללות, $Roll, Pitch, Yaw$ ו־ F_ξ בכיוון x, y, z (8.10). את (8.11) ניתן לחלק לשני סטים של משוואות, אחד ביחס ל־ η והשני עבור־ ξ.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\xi}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \xi} = F_\xi \tag{8.12}$$

מתוך (8.8) ניתן לראות כי

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\xi}} = m\dot{\xi} \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\xi}}\right) = m\ddot{\xi} \tag{8.13}$$

כמו כן,

$$\frac{\partial L}{\partial \xi} = m\bar{G} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{pmatrix} \tag{8.14}$$

מכאן ניתן לכתוב את משוואות התנועה של הכלי, במערכת האינרציאלית עבור שלוש דרגות החופש המתארות את מיקום הכלי במרחב באופן הבא (8.12)

$$\ddot{\xi} = \begin{pmatrix} \ddot{x}_e \\ \ddot{y}_e \\ \ddot{z}_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{pmatrix} - \frac{1}{m}F_{tot}\begin{bmatrix} cos\left(\psi\right) sin\left(\theta\right) cos\left(\phi\right) + sin\left(\phi\right) sin\left(\psi\right) \\ cos\left(\phi\right) sin\left(\theta\right) sin\left(\psi\right) - cos\left(\psi\right) sin\left(\phi\right) \\ cos\left(\theta\right) cos\left(\phi\right) \end{bmatrix} \tag{8.15}$$

או בקיצור

$$\ddot{\xi} = \bar{G} - \frac{1}{m}F_\xi \tag{8.16}$$

פיתוח משוואות התנועה ביחס ל η:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\eta}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \eta} = \tau_\eta \tag{8.17}$$

מתוך (8.8), ניתן לראות כי

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\eta}} = D\left(\eta\right)\dot{\eta} \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\eta}}\right) = D\left(\eta\right)\ddot{\eta} + \dot{D}\left(\eta\right)\dot{\eta} \tag{8.18}$$

כאשר $D\left(\eta\right) = J_\omega^T\left(\eta\right) R\left(\eta\right) I_b R\left(\eta\right)^T J_\omega\left(\eta\right)$ היא מטריצת האינרציה של הכלי, במערכת אינרציאלית. כמו כן

$$\frac{\partial L}{\partial \eta} = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial \eta}\left(\dot{\eta}^T D\left(\eta\right)\dot{\eta}\right) \tag{8.19}$$

מכאן

$$\begin{aligned}
D(\eta)\ddot{\eta} + \dot{D}(\eta)\dot{\eta} - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\eta}\left(\dot{\eta}^T D(\eta)\dot{\eta}\right) &= \tau_\eta \\
D(\eta)\ddot{\eta} + \left(\dot{D}(\eta) - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\eta}\left(\dot{\eta}^T D(\eta)\right)\right)\dot{\eta} &= \tau_\eta \\
D(\eta)\ddot{\eta} + C(\eta,\dot{\eta})\dot{\eta} &= \tau_\eta \qquad (8.20)
\end{aligned}$$

כאשר הביטוי $C(\eta,\dot{\eta})\dot{\eta} = \left(\dot{D}(\eta) - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\eta}\left(\dot{\eta}^T D(\eta)\right)\right)\dot{\eta}$ כולל את כוחות קוריוליס והכוחות הצנטריפוגליים.

לסיכום, משוואות התנועה (ללא הנחת זויות קטנות):

$$\begin{aligned}
\ddot{\xi} &= \bar{G} - \frac{1}{m}F_\xi \qquad (8.21) \\
\ddot{\eta} &= D^{-1}(\eta)\left(\tau_\eta - C(\eta,\dot{\eta})\dot{\eta}\right) \qquad (8.22)
\end{aligned}$$

חלק III

מערכת בקרה לכלי מסוג quadrotor

פרק זה עוסק בפיתוח חוק הבקרה לכלי יחיד וכולל הצגה של מספר חוקי בקרה והשוואתם. המטרה היא למצוא את חוק הבקרה המתאים ביותר לכלי טייס יחיד, כך שניתן להרחיבו לקבוצה של כלי טייס רבים, כפי שיוצג בהמשך העבודה. נדגיש כי לב בעית הבקרה של כלי הטייס היא בקרת המצב הזוויתי, כלומר, רגולציה של זויות אוילר, ולכן חלק זה של העבודה יתמקד בבעית בקרה זו.

9 הצגת המודל במרחב המצב

ע"מ לתכנן חוקי בקרה שונים, נוח להציג את המערכת המתוארת ב (7.15), (7.18) במרחב המצב. את המערכת ניתן לכתוב באופן הבא

$$\dot{X} = f\left(X, U\right) \tag{9.1}$$

U הוא ווקטור הכניסה

$$U = \left[\begin{array}{cccc} u_1 & u_2 & u_3 & u_4 \end{array}\right]^T \tag{9.2}$$

כאשר

$$\begin{aligned} u_1 &= F_{tot} \\ u_2 &= \tau_\phi \\ u_3 &= \tau_\theta \\ u_4 &= \tau_\psi \end{aligned}$$

X הוא וקטור המצב

$$X = \left[\begin{array}{cccccccccccc} x & y & z & \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} & \phi & \theta & \psi & \dot{\phi} & \dot{\theta} & \dot{\psi} \end{array}\right]^T \tag{9.3}$$

נסמן

$$\begin{array}{ll} x_1 = x & x_7 = \phi \\ x_2 = y & x_8 = \theta \\ x_3 = z & x_9 = \psi \\ x_4 = \dot{x} & x_{10} = \dot{\phi} \\ x_5 = \dot{y} & x_{11} = \dot{\theta} \\ x_6 = \dot{z} & x_{12} = \dot{\psi} \end{array} \tag{9.4}$$

ניתן כעת לכתוב את המודל בצורה הבאה

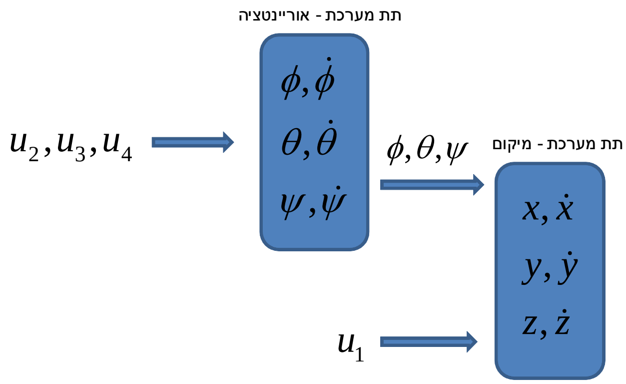
$$\dot{X} = \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ -\frac{u_1}{m} u_x \\ -\frac{u_1}{m} u_y \\ g - \frac{u_1}{m} cos\left(x_8\right) cos\left(x_7\right) \\ x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \\ \frac{1}{I_x}\left(\left(I_y - I_z\right) x_{11} x_{12} + u_2\right) \\ \frac{1}{I_y}\left(\left(I_z - I_x\right) x_{10} x_{12} + u_3\right) \\ \frac{1}{I_z}\left(\left(I_x - I_y\right) x_{10} x_{11} + u_4\right) \end{bmatrix} \tag{9.5}$$

כאשר

$$u_x = cos\left(x_9\right) sin\left(x_8\right) cos\left(x_9\right) + sin\left(\phi\right) sin\left(\psi\right) \tag{9.6}$$

$$u_y = cos\left(x_7\right) sin\left(x_8\right) sin\left(x_9\right) - cos\left(x_9\right) sin\left(x_7\right) \tag{9.7}$$

חשוב לציין כי המערכת המוצגת לעי"ל ניתנת להצגה באמצעות שתי תת־מערכות כמתואר באיור 9. ניתן לראות כי משתני המצב הזוויתיים אינם תלויים במשתני המצב הקוויים (מקום ומהירות) של הכלי אך ההפך אינו נכון. כלומר ניתן לבקר את המצב הזוויתי ללא תלות במצב הקווי.



איור 9: הקשר בין תת המערכת של זויות הכלי ונגזרותיהם לבין תת המערכת של מיקום הכלי ומהירותו הקווית

10 בקרה לינארית

שיטת הבקרה הראשונה המוצגת בעבודה זאת מתבססת על לינאריזציה של המערכת ומימוש חוק בקרה לינארי מסוג LQR. שיטה זו מבוססת על ייצוג של המערכת במרחב מצב

$$\dot{x} = Ax + Bu = f_x\left(x,u\right)_{x,u=0} \cdot x + f_u\left(x,u\right)_{x,u=0} \cdot u \tag{10.1}$$

כאשר

$$A = f_x\left(x,u\right)_{x,u=0} = \begin{bmatrix} \frac{f_1(X,U)}{\partial x_1} & \cdots & \frac{f_1(X,U)}{\partial x_{12}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{f_{12}(X,U)}{\partial x_1} & \cdots & \frac{f_{12}(X,U)}{\partial x_{12}} \end{bmatrix}_{x,u=0} \tag{10.2}$$

$$B = f_u\left(x,u\right)_{x,u=0} = \begin{bmatrix} \frac{f_1(X,U)}{\partial u_1} & \cdots & \frac{f_1(X,U)}{\partial u_4} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{f_{12}(X,U)}{\partial u_1} & \cdots & \frac{f_{12}(X,U)}{\partial u_4} \end{bmatrix}_{x,u=0} \tag{10.3}$$

הקירוב הוא סביב נקודת שיווי משקל, $X_0 = 0$ ו $u = u_0$, כאשר

$$x_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$
$$u_0 = \begin{bmatrix} -mg & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

10.1 בקרה אופטימאלית

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{10.4}$$

נרצה למזער את פונקצית המחיר הבאה

$$J = \int_0^\infty \left(x^T Q x + u^T R u\right) dt \tag{10.5}$$

בעזרת בקר משוב מהצורה

$$u = -K_c x \tag{10.6}$$

כאשר המטריצות Q ו R הן מטריצות משקל, (בהמשך נבחרו להיות מטריצות יחידה). ידוע כי הבקר שממזער את פונקצית המחיר נתון ע"י

$$u = -R^{-1} B^T P x \tag{10.7}$$

כאשר P הוא פתרון של (10.8). אם (10.4) קונטרולבילית ו $\left(A, Q^{\frac{1}{2}}\right)$ אובזרובילית, אזי קעעם פתרון $P > 0$ יחיד למשוואת ריקטי:

$$A^T P + PA - PBR^{-1} B^T P = -Q \tag{10.8}$$

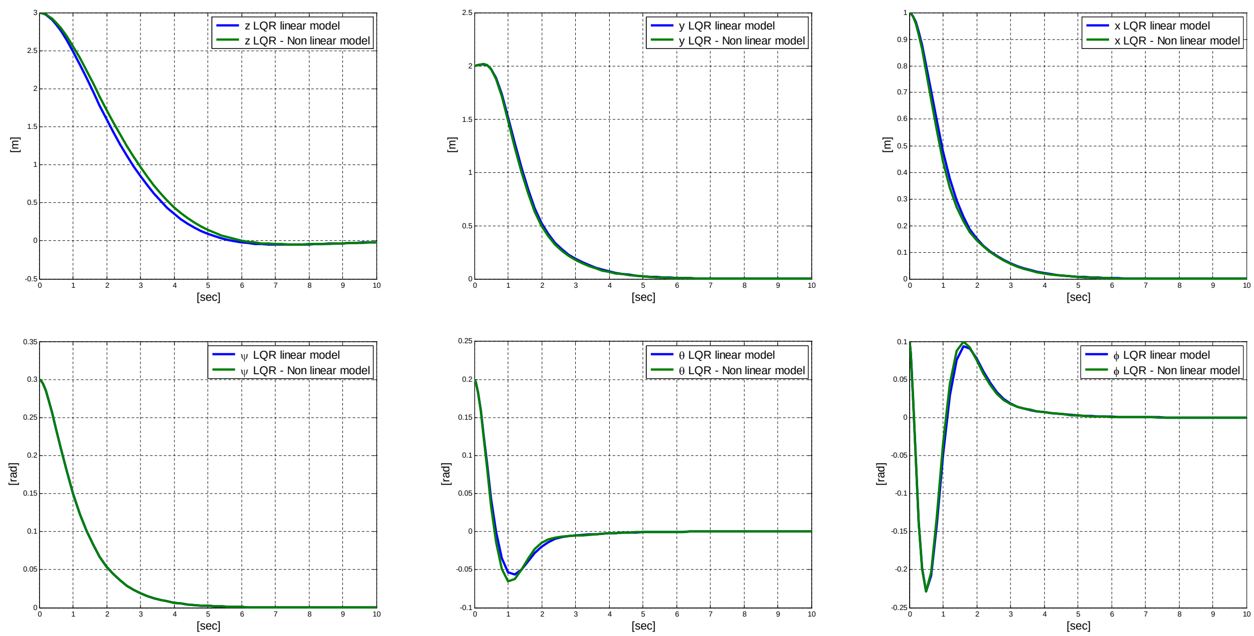
10.1.1 סימולציות

כדי לבדוק את הביצועים של הבקר האופטימאלי, נערכו סימולציות בתוכנת Simulink/ Matlab, הן של המודל הלינארי (10.4), והן של המודל המקורב (7.15), (7.18) לצורך השוואת הביצועים בזמן. הפרמטרים שנבחרו הם[7]:

$$m = 2\,[kg]\,;I_x = I_y = 0.167\left[kg \cdot m^2\right]; I_z = 0.297 \tag{10.9}$$

תנאי ההתחלה הם

$$\begin{aligned} x &= 1\,[m] \quad \phi = 0.1\,[rad] \\ y &= 2\,[m] \quad \theta = 0.2\,[rad] \\ z &= 3\,[m] \quad \psi = 0.3\,[rad] \end{aligned} \tag{10.10}$$



איור 10: גרפים המתארים את התכנסות וקטור המצב של הכלי כפונקציה של הזמן, הן במודל הלינארי והן במודל הלא לינארי, כאשר הבקר הוא מסוג LQR. שורה עליונה, מימין לשמאל z, y, x שורה תחתונה מימין לשמאל ψ, θ, ϕ

מתוך איור 10 ניתן לראות כי הבקר הלינארי מביא להתכנסות של משתני המצב לאפס בתנאים המוצגים בסימולציה. הסימולציה כוללת גם הפעלה של הבקר על קירוב המודל הליניארי וגם הפעלה של הבקר על המודל הלא ליניארי. כאמור הפעלת הבקר הלינארי על מודל לא לינארי הוא מוגבל בתנאי ההתחלה, מכיוון שהיציבות מובטחת רק כאשר תנאי ההתחלה קרובים למצב שיווי משקל (לראשית במקרה זה). לכן, תת הפרק הבא מציג פיתוח של בקר המתבסס על המודל הלא לינארי ואינו מוגבל (מבחינת הוכחת יציבות) לסביבה קרובה של נקודת שיווי המשקל. בקר זה מבטיח יציבות אסימפטוטית [31]. נזכיר כי חלק חשוב של מערכת הבקרה הוא החלק האחראי על ייצוב המצב הזוויתי לכן נמשיך

להתמקד במרכיב זה של מערכת הבקרה. הבקר המוצג מביא לידי רגולציה של זוויות הכלי (שונות באופן כללי מאפס).

11 בקרה לא לינארית

11.1 פיתוח חוק בקרה ע"י שימוש בפונקצית ליאופנוב

שיטת הבקרה השנייה המוצגת מתבססת על קריטריון היציבות של ליאפנוב [51]. בשיטת בקרה זו, מנסחים חוק בקרה בצורה ישירה מתוך פונקצית ליאפונוב [31], עבור המודל (9.5). מ (9.5) מתקבלת תת המערכת הבאה:

$$f\left(X_\alpha, u\right) = \begin{bmatrix} x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \\ \frac{1}{I_x}\left(\left(I_y - I_z\right) x_{11} x_{12} + \tau_\phi\right) \\ \frac{1}{I_y}\left(\left(I_z - I_x\right) x_{10} x_{12} + \tau_\theta\right) \\ \frac{1}{I_z}\left(\left(I_x - I_y\right) x_{10} x_{11} + \tau_\psi\right) \end{bmatrix} \tag{11.1}$$

כאשר המצב הזוויתי של כלי הטייס ומהירויות הסיבוב שלו הם 6 הרכיבים האחרונים בווקטור המצב של המודל המלא (9.5). בתת פרק זה נתכנן בקר מייצב אשר מביא את המצב הזוויתי למצב זוויתי רצוי $X^d = \begin{bmatrix} x_7^d & x_8^d & x_9^d & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$. נבחר פונקצית ליאפנוב $V\left(X_\alpha\right)$ מוגדרת חיובית ושווה אפס בנקודת שיווי המשקל הרצויה X_α^d

$$V\left(X_\alpha\right) = \frac{1}{2}\left[k_7\left(x_7 - x_7^d\right)^2 + x_{10}^2 + k_8\left(x_8 - x_8^d\right)^2 + x_{11}^2 + k_9\left(x_9 - x_9^d\right)^2 + x_{12}^2\right] \tag{11.2}$$

כאשר הקבועים k_7, k_8, k_9 הינם גדולים מאפס. נבחן את הנגזרת של (11.2) ונקבל:

$$\dot{V} = \left(x_7 - x_7^d\right) x_{10} + x_{10} \cdot \frac{1}{I_x}\tau_\phi + \left(x_8 - x_8^d\right) x_{11} + x_{11} \cdot \frac{1}{I_y}\tau_\theta + \left(x_9 - x_9^d\right) x_{12} + x_{12} \cdot \frac{1}{I_z}\tau_\psi \tag{11.3}$$

ע"י בחירת הכניסות באופן הבא

$$\begin{aligned} \tau_\phi &= -\frac{I_x}{1}\left(x_7 - x_7^d\right) - k_1 x_{10} \\ \tau_\theta &= -\frac{I_y}{1}\left(x_8 - x_8^d\right) - k_2 x_{11} \\ \tau_\psi &= -\frac{I_z}{1}\left(x_9 - x_9^d\right) - k_3 x_{12} \end{aligned} \tag{11.4}$$

כאשר הקבועים k_{10}, k_{11}, k_{12} הם גדולים מאפס, נקבל

$$\dot{V} = -k_{10}x_{10}^2 - k_{11}x_{11}^2 - k_{12}x_{12}^2 \leq 0 \tag{11.5}$$

ניתן לראות כי הנגזרת של ליאפונוב היא אי חיובית, דבר אשר מבטיח יציבות [31]. יציבות אסימפטוטית ניתן להבטיח ע"י שימוש בעקרון לסל, כלומר ניתן לראות כי הסט האינווריאנטי הגדול ביותר השייך לקבוצה $S = \left\{ X_\alpha^S \in R^6 : \dot{V}(0) = 0 \right\}$ הוא נקודת שיווי המשקל. כלומר ניתן לראות שאם $\dot{V} = 0$ אז חייב להתקיים

$$\begin{bmatrix} x_7 - x_7^d \\ x_8 - x_8^d \\ x_9 - x_9^d \end{bmatrix} = 0.$$

11.1.1 סימולציות

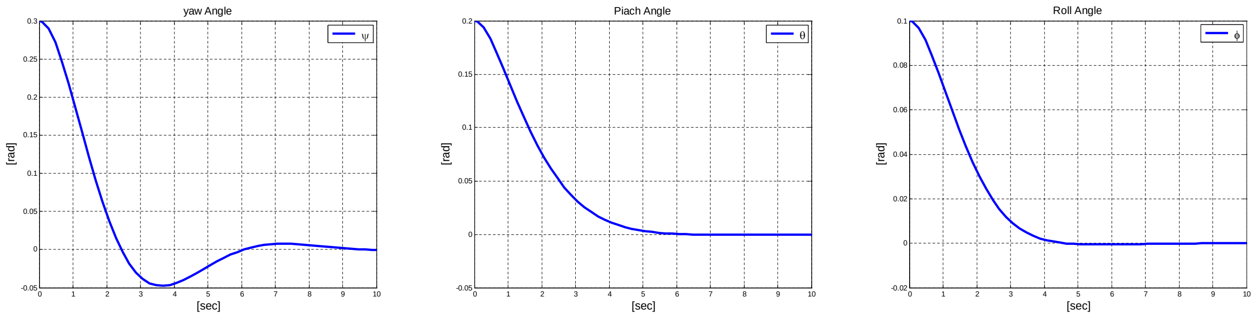
מטרת הבקר בסימולציות היא לבצע רגולציה של זויות כלי הטייס מתנאי התחלה נתונים, כאשר פרמטרי המערכת הם כפי שהוגדרו ב (10.9).

עבור תנאי התחלה הבאים

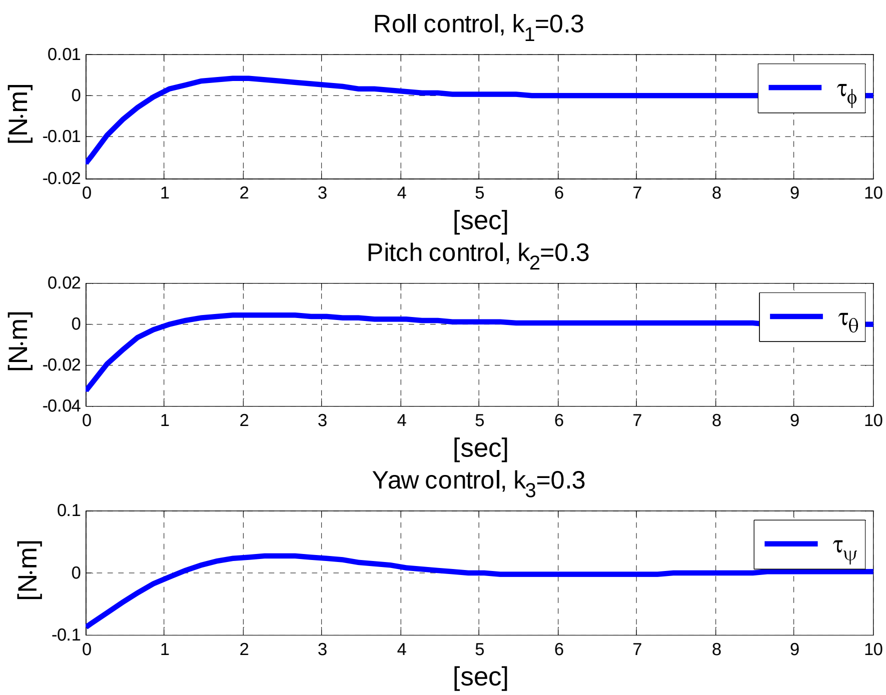
$$\begin{aligned} \phi_0 &= 0.1\,[rad] \\ \theta_0 &= 0.2\,[rad] \\ \psi_0 &= 0.3\,[rad] \end{aligned} \tag{11.6}$$

קבועי הבקר הם לדוגמא (בחירה שונה של קבועי הבקרה תשפיע על הביצועים הדינאמיים של המערכת, דבר אשר אינו מקבל התייחסות בעבודה זו, ולכן אין חשיבות לבחירת הקבועים פרט לכך שיהיו חיוביים):

$$\begin{aligned} k_7 = 1\ ,\ k_{10} = 0.3 \\ k_8 = 1\ ,\ k_{11} = 0.3 \\ k_9 = 1\ ,\ k_{12} = 0.3 \end{aligned} \tag{11.7}$$



איור 11: רגולציה של זויות אוילר כפונקציה של הזמן עם הבקר המתוכנן על פי ליאפנוב הישירה



איור 12: מאמץ בקרה של הבקר המתוכנן על פי ליאפנוב הישירה

11.2 בקרה בשיטת Backstepping

בקרה בשיטת Backstepping [31, 7, 36, 8] היא שיטת הבקרה השלישית המוצגת בעבודה זו עבור כלי טיס יחיד. בהינתן המודל (7.18) ו (11.1) ניתן לפתח חוק בקרה המאלץ את המערכת לעקוב אחרי מסלול רצוי. במקרה הנ"ל המסלול המרחבי "מתורגם" למסלול רצוי של זויות אוילר, מכיוון ש קיים צימוד בין הזויות המגדירות את המצב הזוויתי (ראה איור 9) ובין המקום. ראשית, נגדיר את השגיאה בזווית ϕ:

$$e_\phi = x_{7d} - x_7 \tag{11.8}$$

ניתן כעת להגדיר פונקצית ליאפנוב מוגדרת חיובית עבור משתנה השגיאה e_ϕ באופן הבא:

$$V\left(e_\phi\right) = \frac{1}{2}e_\phi^2 \tag{11.9}$$

$$\dot{V}\left(e_\phi\right) = e_\phi\left(\dot{x}_{7d} - x_{10}\right) \tag{11.10}$$

אם המשתנה x_{10} היה אות בקרה, היה ניתן להבטיח יציבות של e_ϕ, כלומר עקיבה אחרי זווית הגלגול הרצויה, ע"י בחירה של x_{10} באופן הבא (כאשר $\alpha_1 > 0$):

$$x_{10}^v = \dot{x}_{7d} + \alpha_1 e_\phi \tag{11.11}$$

במקרה זה הנגזרת של פונקצית ליאפונוב היא שלילית (מלבד כאשר $e_\phi = 0$) ונתונה ע"י

$$\dot{V}\left(e_\phi\right) = -\alpha_1 e_\phi^2 \tag{11.12}$$

מכיוון שהמשתנה x_{10} אינו כניסת בקרה אמיתית נקרא לו אות בקרה ווירטואלי ונסמן את האות הרצוי ע"י x_{10}^v. נגדיר את השגיאה בין אות הבקרה הוירטואלי x_{10}^v לבין הנגזרת האמיתית של זווית הגלגול x_{10}

$$e_{\dot{\phi}} = x_{10} - \dot{x}_{7d} - \alpha_1 e_\phi \tag{11.13}$$

נגדיר כעת פונקצית ליאפונוב הכוללת את שתי השגיאות

$$V\left(e_\phi, e_{\dot{\phi}}\right) = \frac{1}{2}\left(e_\phi^2 + e_{\dot{\phi}}^2\right) \tag{11.14}$$

הנגזרת של V לאורך המסלול $\left(e_\phi, e_{\dot{\phi}}\right)$ תהיה:

$$\dot{V}\left(e_\phi, e_{\dot{\phi}}\right) = e_{\dot{\phi}}\left(\frac{I_y - I_z}{I_x}x_{11}x_{12} + \frac{1}{I_x}\tau_\phi\right) - e_{\dot{\phi}}\left(\ddot{x}_7^d - \alpha_1\left(z_2 + \alpha_1 z_1\right)\right) - e_\phi e_{\dot{\phi}} - \alpha_1 e_\phi^2 \tag{11.15}$$

אם נבחר את הכניסה τ_ϕ באופן הבא (כאשר $\alpha_2 > 0$)

$$\tau_\phi = I_x\left[e_\phi - \frac{(I_y - I_z)}{I_x}x_{11}x_{12} - \alpha_1\left(e_{\dot\phi} + \alpha_1 e_\phi\right) - \alpha_2 e_{\dot\phi}\right] \tag{11.16}$$

ונניח לשם הפשטות $\ddot{x}_7^d = 0$ (כלומר אין תאוצה זויתית רצויה בכיוון ϕ), נקבל כי $\dot V\left(e_\phi, e_{\dot\phi}\right) = -\alpha_1 e_\phi^2 - \alpha_2 e_{\dot\phi}^2 < 0$ (מלבד כאשר $e_\phi = e_{\dot\phi} = 0$ שם $\dot V = 0$) מה שמבטיח יציבות אסמפטוטית של נקודת שיווי המשקל $e_\phi = e_{\dot\phi} = 0$. אם נבצע את אותם הצעדים עבור זוית העילרוד וזווית הסבסוב נקבל את אותות הבקרה הבאים:

$$\tau_\theta = I_y\left[e_\theta - \frac{(I_z - I_x)}{I_y}x_{10}x_{12} - \alpha_3\left(e_{\dot\theta} + \alpha_3 e_\theta\right) - \alpha_4 e_{\dot\theta}\right] \tag{11.17}$$

$$\tau_\psi = I_z\left[e_\psi - \frac{(I_x - I_y)}{I_z}x_{10}x_{11} - \alpha_5\left(e_{\dot\psi} + \alpha_5 e_\psi\right) - \alpha_6 e_{\dot\psi}\right] \tag{11.18}$$

כאשר

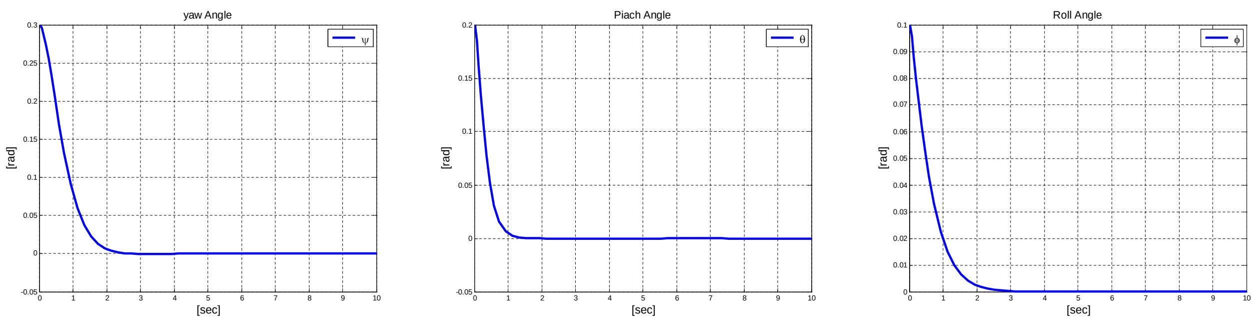
$$\begin{aligned} e_\theta &= x_8^d - x_8 \\ e_{\dot\theta} &= x_{11} - \dot{x}_8^d - \alpha_3 z_3 \\ e_\psi &= x_9^d - x_9 \\ e_{\dot\psi} &= x_{10} - \dot{x}_9^d - \alpha_5 z_5 \end{aligned}$$

11.2.1 סימולציות

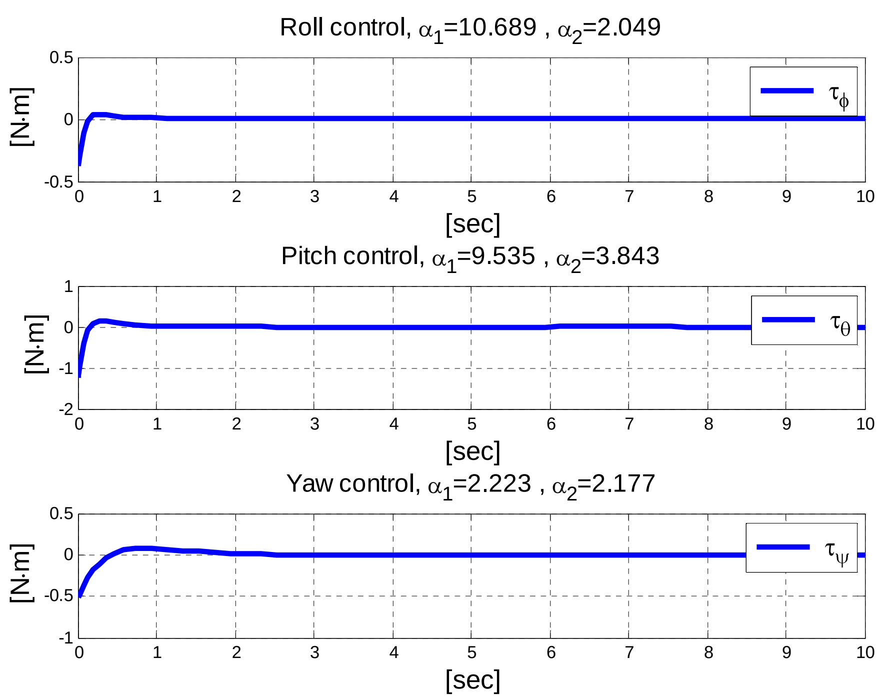
עבור תנאי התחלה זהים לאלה המופיעים בתת פרק 11.1.1 (משוואה (11.6)), ועבור קבועי הבקרה הבאים [7]

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 10.689 \\ \alpha_2 &= 2.048 \\ \alpha_3 &= 9.535 \\ \alpha_4 &= 3.843 \\ \alpha_5 &= 2.223 \\ \alpha_6 &= 2.177 \end{aligned} \tag{11.19}$$

מתקבלות התוצאות הבאות



איור 13: סימולציה של התכנסות זויות אוילר עם בקר מצב זוויתי בשיטת Backstepping



איור 14: מאמץ הבקרה עם בקר בשיטת Backstepping

11.3 בקרת מצב זוויתי בשיטת Sliding-Mode

שיטת בקרה נוספת אשר מוצגת כאן לצורך בקרה של כלי טיס יחיד נקראת Sliding Mode [8, 18, 31, 7]. שיטה זו מאפשרת תכנון בקר מיצב גם בהינתן מידע חלקי על המודל הדינאמי וכן בנוכחות הפרעות[6]. השלב הראשון בתכנון הבקר דומה לזה שנעשה בתת פרק 11.2, אלא שבמקום משוואה (11.13) אשר מייצגת שגיאה, נגדיר משתנה חדש, s_2, שיהווה את משטח ההחלקה[31],

$$s_2 = x_{10} - \dot{x}_7^d - \alpha_1 e_\phi \tag{11.20}$$

ניתן לראות שאם המערכת נמצאת על משטח ההחלקה, כלומר $s_2 = 0$ אז שגיאת המקום ושגיאת המהירות בזווית הגילגול x_7 מתכנסות באופן אסימפטוטי לאפס (ללא תלות במודל הדינאמי ולכן הרובסטיות של השיטה). השלב השני בפיתוח הבקר כולל תכנון של אות בקרה המביא את המערכת אל משטח ההחלקה בזמן סופי, לכן נבחר אות בקרה המקיים:

$$\dot{s}_2 = -k_1 sign\left(s_2\right) - k_2 s_2 \tag{11.21}$$

כאשר הסימן $sign$ הוא עבור פונקצית $signum$. ניתן לראות כי חוק משיכה זה מבטיח $\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}s_2^2\right) = s_2\dot{s_2} < 0$ (מלבד כאשר $s_2 = 0$). מתוך חישוב הנגזרת של s_2 מתקבל

$$\begin{aligned} \dot{s}_2 &= \dot{x}_{10} - \ddot{x}_7^d - \alpha_1 \dot{e}_\phi \\ &= \frac{I_y - I_z}{I_x} x_{11} x_{12} + \frac{1}{I_x}\tau_\phi - \ddot{x}_7^d + \alpha_1\left(e_{\dot{\phi}} + \alpha_1 e_\phi\right) \end{aligned} \tag{11.22}$$

כדי להבטיח את חוק המשיכה הרצוי, נבחר את אות הבקרה τ_ϕ באופן הבא (כאשר, $k_1, k_2 > 0$)

$$\tau_\phi = I_x\left[-\frac{I_y - I_z}{I_x} x_{11} x_{12} - \alpha_1^2 e_\phi - k_1 sign\left(s_2\right) - k_2 s_2\right] \tag{11.23}$$

באופן דומה ניתן לפתח את אותות הבקרה עבור זוויות העלרוד והסיבסוב, נקבל את חוקי הבקרה הבאים:

$$\tau_\theta = I_y\left[-\frac{I_z - I_x}{I_y} x_{10} x_{12} - \alpha_2^2 e_\theta - k_3 sign\left(s_3\right) - k_4 s_3\right] \tag{11.24}$$

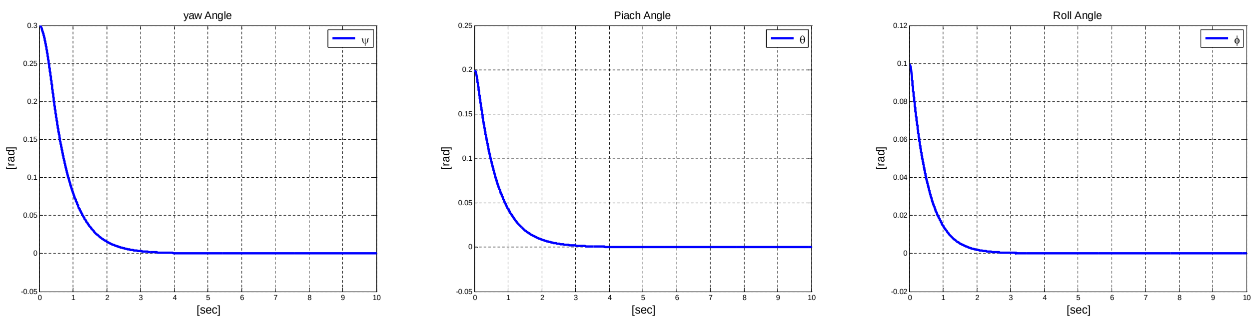
$$\tau_\psi = I_z\left[-\frac{I_y - I_x}{I_z} x_{10} x_{11} - \alpha_3^2 e_\psi - k_1 sign\left(s_2\right) - k_6 s_4\right] \tag{11.25}$$

11.3.1 סימולציות

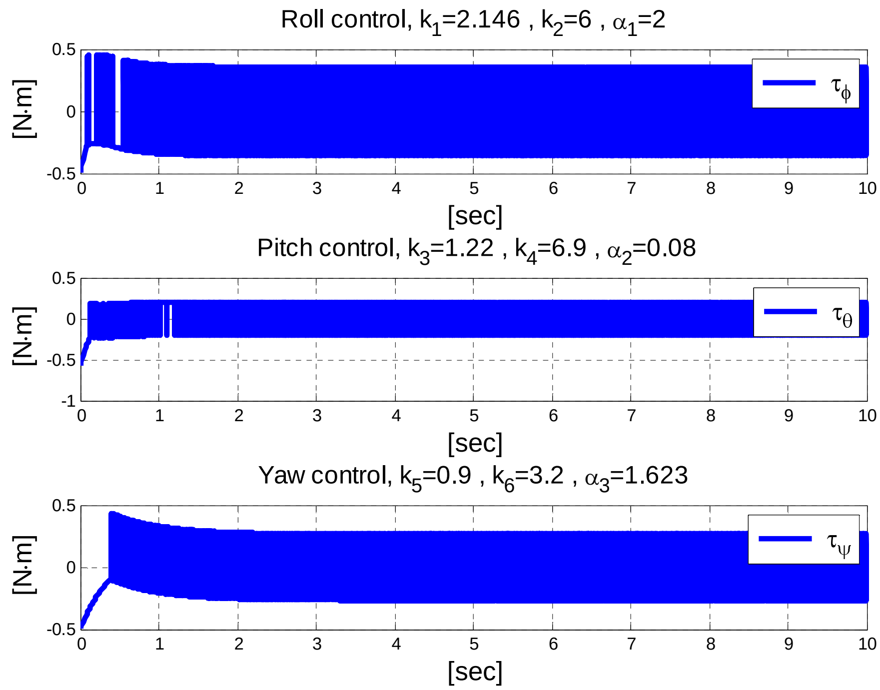
בהינתן תנאי התחלה זהים לאלה המופיעים בתתי פרקים 11.1.1, 11.2.1, משוואה (11.6), ועבור קבועי הבקרה הבאים:

$$
\begin{array}{ll}
k_1 = 2.14 & \alpha_1 = 2 \\
k_2 = 6 & \alpha_2 = 0.08 \\
k_3 = 1.22 & \alpha_3 = 1.623 \\
k_4 = 6.9 & \\
k_5 = 0.9 & \\
k_6 = 3.2 &
\end{array}
\tag{11.26}
$$

מתקבלות התוצאות הבאות



איור 15: סימולציה של התכנסות זויות אוילר עם בקר אוראנטציה מסוג Sliding Mode



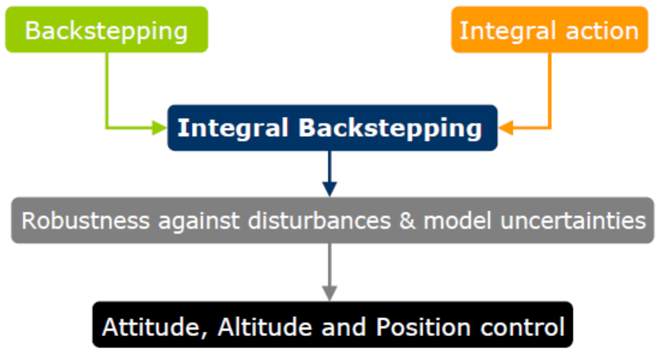
איור 16: מאמץ בקרה עם בקר בשיטת Sliding Mode

מתוך האיורים המוצגים לעיל, ניתן לראות כי הרובסטיות שמבטיח הבקר דורשת "מחיר כבד" אשר בא לידי ביטוי באות בקרה שאינו חלק (עם תופעה הנקראת chattering).

11.4 Integral Backstepping

שיטת הבקרה אשר נבחרה בעבודה זו לצורך פיתוח מערכת בקרה לקבוצה של כלי טיס נקראת Integral Backstepping. שיטה זו היא שילוב של בקר PID ושל בקר Backstepping [51],[55]. המטרה היא לשלב בין העמידות כנגד הפרעות של שיטת ה־ Backstepping לבין הרובסטיות ביחס לאי הוודאות שקיימים במודל ע"י פעולת האינטגרל, ראה איור 17. בעזרת שילוב זה נוכל לאפשר ביצועי טיסה טובים יותר מאשר רק ריחוף פשוט, לדוגמא כפי שיוצג בהמשך, נוכל לקבל ביצועי טיסה טובים גם עבור עקיבה אחרי מסלול רצוי. כמו במקרה של בקר ה־ Backstepping שהוצג קודם, גם כאן נשתמש באותה שיטת בקרה עבור כל דרגות החופש של כלי הטייס.

שיטת ה־ Integral Backstepping הוצגה לראשונה ב־ [29]ומומשה ב־ [54], אשר משם נילקח הרעיון למימוש השיטה על כלי טייס מסוג quadrotor [51]. הוספת איבר האינטגרציה משנה את חוק הבקרה ביחס לשיטת backstepping רגילה. כאמור מימשנו את חוק הבקרה על כל דרגות החופש של הכלי באותו



איור 17: דיאגרמה של שיטת הבקרה הנבחרת IB [51]

האופן, ומלבד שינויים קטנים, תכנון הבקר הוא דומה לכל דרגות החופש. לכלי טייס זה ישנם ארבע כניסות בקרה $F_{tot}, \tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi$ כאשר בהינתן גובה רצוי z_d יש לייצר את כוח הדחף המתאים F_{tot}. עבור מיקום רצוי בכיוון x יש לייצר מומנט רצוי τ_θ ועבור מיקום רצוי בכיוון y יש לייצר מומנט רצוי τ_ϕ. מכאן ניתן להסיק כי בהינתן מסלול מרחבי רצוי, יש לייצר בקר בשלושה כיוונים, כאשר בקר הגובה מווסת את השגיאה בין גובה הכלי לבין הגובה הרצוי. בכיוונים x, y יש לתכנן בקר מיקום אשר ייצר את הזויות הרצויית ϕ, θ ע"מ לווסת את השגיאה בין המיקום האמיתי והרצוי בכיוונים x, y בהתאמה. תכנון הבקר מתחלק לשלושה חלקים: בקר גובה, בקר מיקום ובקר מצב זוויתי. נזכור כי בקרת המצב הזוויתי היא לב מערכת הבקרה ועל כן נציג את שלבי תיכנון הבקר אשר מייצב את זווית הגלגול (משוואות התנועה מופיעות ב (7.18),(7.15)), כאשר שלבי תיכנון הבקר עבור שאר פרמטרי המצב הזוויתי הוא דומה.

11.4.1 בקר מצב זוויתי

בקר המצב הזוויתי של כלי הטייס היא לב מערכת הבקרה. מערכת זו מייצבת את שלוש דרגות החופש (זויות אויילר). השלב הראשון בפיתוח המוצג כאן לתכנון בקר בשיטת Integral Backstepping (IB) הוא לקבוע משתנה עבור השגיאה בזווית הגלגול ϕ (ביחס לזווית הגלגול הרצויה ϕ^d) [7, 55].

$$e_\phi = \phi^d - \phi \tag{11.27}$$

כדי לתכנן בקר, נגזור את השגיאה ונקבל,

$$\frac{d}{dt}e_\phi = \dot{\phi}^d - \dot{\phi} \tag{11.28}$$

כאשר $\dot{\phi}$ היא המהירות הזוויתית סביב ציר x_b. נשים לב כי אם היינו יכולים לבחור את $\dot{\phi}$ כרצוננו, היינו בוחרים $\dot{\phi}^v = c_1 e_\phi + \dot{\phi}^d$ ובכך היינו מבטיחים כי השגיאה תתכנס בצורה אסימפטוטית ל־ 0 (עבור $c_1 > 0$). נניח כי אנחנו יכולים לשלוט ב $\dot{\phi}$, ובכך נהפוך אותו לבקר ווירטואלי (מסומן באינדקס v). בניגוד לבקר ה־ Backstepping שהוצג קודם, עכשיו נבחר את אות הבקרה הווירטואלי עם רכיב נוסף χ_ϕ באופן הבא:

$$\dot{\phi}^v = c_1 e_\phi + \dot{\phi}^d + \lambda_1 \chi_\phi \tag{11.29}$$

כאשר $c_1 > 0,\ \lambda_1 > 0$ וכמו כן χ_1 הוא אינטגרל של השגיאה בזווית הגלגול, כלומר $\chi_\phi = \int_0^t e_\phi(\tau)\, d\tau$. הביטוי χ_ϕ דרוש כדי לשפר את ביצועי העקיבה של מערכת הבקרה במצב המתמיד.

ניתן כעת להגדיר את השגיאה $e_{\dot{\phi}}$, השגיאה שבין אות הבקרה הרצוי $\dot{\phi}^v$ לבין המצוי $\dot{\phi}$,

$$e_{\dot{\phi}} = \dot{\phi}^v - \dot{\phi} \tag{11.30}$$

נגזור את (11.30) כדי להציג את מודל השגיאה,

$$\frac{d}{dt}e_{\dot{\phi}} = c_1 \dot{e}_\phi + \ddot{\phi}^d + \lambda_1 e_\phi - \ddot{\phi} \tag{11.31}$$

נרצה כי לשגיאה תיהיה הדינמיקה הבאה

$$\dot{e}_{\dot{\phi}} = -c_2 e_{\dot{\phi}} - e_\phi \tag{11.32}$$

כדי למצוא את אות הבקרה (מומנט) הדרוש לרגולציה של השגיאה (11.27), נכתוב:

$$\dot{e}_\phi = -c_1 e_\phi - \lambda_1 \chi_\phi + e_{\dot{\phi}} \tag{11.33}$$

מתוך משוואות התנועה (7.18) ידוע ש־

$$\ddot{\phi} = \frac{1}{I_{xx}}\left(I_{yy} - I_{zz}\right) \cdot \dot{\theta}\dot{\psi} + \frac{1}{I_{xx}} \cdot \tau_\phi \tag{11.34}$$

נציב את (11.32) ונקבל את הביטוי

$$\tau_\phi = I_x \left\{ \left(1 - c_1^2 + \lambda_1\right) e_\phi + \left(c_1 + c_2\right) e_{\dot\phi} - c_1 \lambda_1 \chi_\phi + \ddot\phi^d - \dot\theta \dot\psi \cdot \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} \right) \right\} \tag{11.35}$$

כאשר τ_ϕ הוא המומנט הדרוש כדי לבצע רגולציה של השגיאה בזווית הגלגול ϕ ביחס לזווית הגלגול הרצויה ϕ^d.

באופן דומה ניתן לקבל את שני אותות הבקרה הנוספים של הכלי סביב הצירים x, z

$$\begin{aligned} \tau_\theta &= I_y \left\{ \left(1 - c_3^2 + \lambda_2\right) e_\theta + \left(c_3 + c_4\right) e_{\dot\theta} - c_3 \lambda_2 \chi_\theta + \ddot\theta^d - \dot\phi \dot\psi \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right) \right\} && (11.36) \\ \tau_\psi &= I_z \{ \left(1 - c_5^2 + \lambda_3\right) e_\psi + \left(c_5 + c_6\right) e_{\dot\psi} - c_5 \lambda_3 \chi_\psi + \ddot\psi_{ij}^d \} && (11.37) \end{aligned}$$

כאשר קבועי הבקרה כולם חיוביים ונתונים לבחירת המתכנן. כמו כן (χ_θ, χ_ψ) הינם ביטויים של אינטגרל על שגיאות הסיבסוב והעלרוד, בהתאמה. את הוכחת היציבות ניתן למצוא ב־ [7].

11.4.2 בקרה בשיטת Integral Backstepping עבור המודל הלא מקורב

בתת פרק זה נציג פיתוח של בקר בשיטת Integral Backstepping עבור המודל המלא (8.22), (8.21) כלומר,ללא ההנחה שהנגזרת של זויות אוילר שווה למהירות הזויתית של הכלי במערכת הגוף. נזכור כי קירוב זה התבסס על הנחת זויות (אוילר) קטנות, ונרצה למצוא חוק בקרה אשר אינו תלוי בגודל הזווית, דבר אשר יאפשר לבקר להתמודד עם תימרונים "גסים" של הכלי המצריכים זויות הטייה גדולות. כדי לפתח בקר זה, נשתמש במודל שפיתחנו קודם בשיטת אוילר לגראנז' (8.22) ונתייחס לכל דרגות החופש הזוויתיות בצורה וקטורית $\eta = \left[\begin{array}{ccc} \phi & \theta & \psi \end{array} \right]^T$. הפיתוח המוצג כאן הינו ייחודי לעבודת מחקר זאת ומרחיב את הבקר לכלי יחיד בשיטת Integral Backstepping שהוצג ב־ [7] עבור זוויות קטנות בלבד.

בדומה לשלבים עבור תכנון בקר המצב הזוויתי בתת הפרק הקודם, נגדיר ראשית את השגיאה בין זויות הכלי האמתיות לבין הזוויות הרצויות לצורך תנועה של הכלי בכיוונים השונים (יש לשים לב לכך שבפרק זה הפיתוח הוא ווקטורי ולא עבור כל דרגת חופש בנפרד, לכן $e_\eta = \left[\begin{array}{ccc} e_\phi & e_\theta & e_\psi \end{array} \right]^T$)

$$e_\eta = \eta^d - \eta \tag{11.38}$$

נגזור כדי לקבל משוואה המתארת את הדינמיקה של השגיאה

$$\dot e_\eta = \dot\eta^d - \dot\eta \tag{11.39}$$

כדי לאפשר התכנסות של השגיאה לאפס (11.38) נגדיר אות כניסה וראטואלי מהצורה

$$\dot{\eta}^v = C_1 e_\eta + \dot{\eta}^d + \lambda_\eta \chi_\eta \tag{11.40}$$

כאשר C_1, λ_η הן מטריצות אלכסוניות חיוביות ו־ χ_η הוא האינטגראל $\chi_\eta = \int_0^t e_\eta d\tau$. ניתן כעת להגדיר שגיאה נוספת $e_{\dot{\eta}}$, בין אות הבקרה הרצוי (הווירטואלי) $\dot{\eta}^v$ לבין המצוי $\dot{\eta}$,

$$e_{\dot{\eta}} = \dot{\eta}^v - \dot{\eta} \tag{11.41}$$

נגזור את (11.41) כדי לאפשר תכנון בקר המביא לתכנסות השגיאה,

$$\frac{d}{dt} e_{\dot{\eta}} = \ddot{\eta}^v - \ddot{\eta} = C_1 \dot{e}_\eta + \ddot{\eta}^d + \lambda_\eta e_\eta - \ddot{\eta} \tag{11.42}$$

כדי למצוא את המומנט הדרוש, τ_η יש למצוא את הביטוי לנגזרת השגיאה (11.38) כפונקציה של השגיאות בלבד. מתוך (11.41) ניתן לבודד את המצב הזוויתי האמיתי של הכלי $\dot{\eta}$. אם נציב את (11.40) נקבל

$$\dot{\eta} = \dot{\eta}^v - e_{\dot{\eta}} = C_1 e_\eta + \dot{\eta}^d + \lambda_\eta \chi_\eta - e_{\dot{\eta}} \tag{11.43}$$

נציב ב (11.39) ונקבל,

$$\dot{e}_\eta = -C_1 e_\eta - \lambda_\eta \chi_\eta + e_{\dot{\eta}} \tag{11.44}$$

נציב את (11.44) ב־ (11.42)ונקבל

$$\dot{e}_{\dot{\eta}} = C_1 \left(-C_1 e_\eta - \lambda_\eta \chi_\eta + e_{\dot{\eta}}\right) + \ddot{\eta}^d + \lambda_\eta e_\eta - \ddot{\eta} \tag{11.45}$$

נתכנן בקר כך שהמודל הדינמי של השגיאה $e_{\dot{\eta}}$ יהיה,

$$\dot{e}_{\dot{\eta}} = -C_2 e_{\dot{\eta}} - e_\eta \tag{11.46}$$

נציב (11.46) ונקבל,

$$\ddot{\eta} = \left(I_{3\times3} + \lambda_1 - C_1^2\right) e_\eta + \left(C_1 + C_2\right) e_{\dot{\eta}} - C_1 \lambda_\eta \chi_\eta + \ddot{\eta}^d \tag{11.47}$$

כאמור מ (11.44) ידוע כי $e_{\dot{\eta}} = \dot{e}_\eta + C_1 e_\eta + \lambda_\eta \chi_\eta$ ומכאן שניתן לכתוב את (11.47) בצורה הבאה

$$\begin{aligned} \ddot{\eta} &= \ddot{\eta}^d + (I_{3\times3} + \lambda_1) e_\eta + (C_1 + C_2) \dot{e}_\eta + C_2 \lambda_\eta \chi_\eta \\ \ddot{\eta} &= \ddot{\eta}^d + K_P e_\eta + K_D \dot{e}_\eta + K_I \chi_\eta \end{aligned} \tag{11.48}$$

כאשר $K_I = C_2\lambda_1$, $K_D = (C_1 + C_2)$, $K_P = I_{3\times3} + \lambda_1$. מתוך משוואות התנועה בכיוון η, (8.22) נקבל

$$\ddot{\eta} = D^{-1}(\eta) \cdot (\tau_\eta - C(\eta, \dot{\eta}) \dot{\eta}) = \ddot{\eta}^d + K_P e_\eta + K_D \dot{e}_\eta + K_I \chi_\eta \tag{11.49}$$

ומכן וקטור המומנטים τ_η הדרושים כדי שהשגיאה (11.38) תתכנס הוא

$$\tau_\eta = D(\eta) \ddot{\eta}^d + C(\eta, \dot{\eta}) \dot{\eta} + D(\eta) \{K_P e_\eta + K_D \dot{e}_\eta + K_I \chi_\eta\} \tag{11.50}$$

כאשר τ_η הוא וקטור המומנטים הדרוש לצורך רגולציה של השגיאות ביחס לזווית הייחוס, η^d (הנחוצות לצורך התכנסות ל־ $x_d(t), y_d(t)$, כפי שנראה בהמשך העבודה).

משפט 11.1 בהינתן המערכת (8.22), עם כניסת הבקרה (11.50), נקודת שיווי המשקל $\eta = \eta^d$ הינה יציבה אסימפטוטית .

הוכחה: נבחר את פונקציית ליאפנוב הבאה

$$V_\eta = \frac{1}{2} \left\{ \left[\chi_\eta^T \lambda_1 \chi_\eta\right] + \left[e_\eta^T e_\eta\right] + \left[e_{\dot{\eta}}^T e_{\dot{\eta}}\right] \right\} \tag{11.51}$$

ניתן לראות כי הפונקציה מקיימת $V \geq 0 \, \forall (e_\eta, e_{\dot{\eta}}, \chi_\eta)$ ושווה אפס בנקודת שיווי המשקל. כדי להוכיח יציבות , נגזור של פונקציית ליאפנוב המופיעה ב־ (11.51),

$$\dot{V}_\eta = \left[\chi_\eta^T \lambda_1 e_\eta\right] + \left[e_\eta^T \dot{e}_\eta\right] + \left[e_{\dot{\eta}}^T \dot{e}_{\dot{\eta}}\right] \tag{11.52}$$

נציב את הנגזרות של השגיאות המופיעות ב־ (11.44), (11.46), ונקבל

$$\begin{aligned} \dot{V}_\eta &= \left[\chi_\eta^T \lambda_1 e_\eta\right] \\ &+ \left[e_\eta^T (-C_1 e_\eta - \lambda_\eta \chi_\eta + e_{\dot{\eta}})\right] \\ &+ \left[e_{\dot{\eta}}^T (-C_2 e_{\dot{\eta}} - e_\eta)\right] \end{aligned} \tag{11.53}$$

מכאן:

$$\dot{V}_\eta = -\left[e_\eta^T C_1 e_\eta\right] - \left[e_{\dot{\eta}}^T C_2 e_{\dot{\eta}}\right] \tag{11.54}$$

מתוך (11.54) ניתן לראות כי $\dot{V}_\eta \leq 0 \, \forall (e_\eta, e_{\dot{\eta}})$ (מלבד נקודת שיווי המשקל שם $\dot{V}_\eta = 0$). תוצאה זו מבטיחה יציבות אסימפטוטית של נקודת שיווי המשקל $e_\eta = e_{\dot{\eta}} = 0$ [31] ■

11.4.3 השוואה בין הבקרים במישור הזמן

בתת פרק זה, נשווה באמצעות סימולציות בתוכנת Matlab/Simulink ביצועים בזמן של שני הבקרים המופיעים ב־ 11.4.2, 11.4.1 כאשר נזכור כי ההבדל בין שני הבקרים הוא המודל שביחס אליו הם פותחו (כלומר, עם או בלי הנחת של זויות קטנות). נשתמש בתנאי ההתחלה הבאים

$$\begin{aligned} \phi_0 &= 12\,[deg] \\ \theta_0 &= 17\,[deg] \end{aligned} \tag{11.55}$$

ונדרוש עקיבה אחרי

$$\phi_d\,(t) = \sin\,(t) \tag{11.56}$$

$$\theta_d\,(t) = \cos\,(t) \tag{11.57}$$

כאשר הקבועים של הבקר המתבסס על המודל עם זוויות קטנות (7.18):

$$c_1 = c_3 = c_5 = 1 \tag{11.58}$$

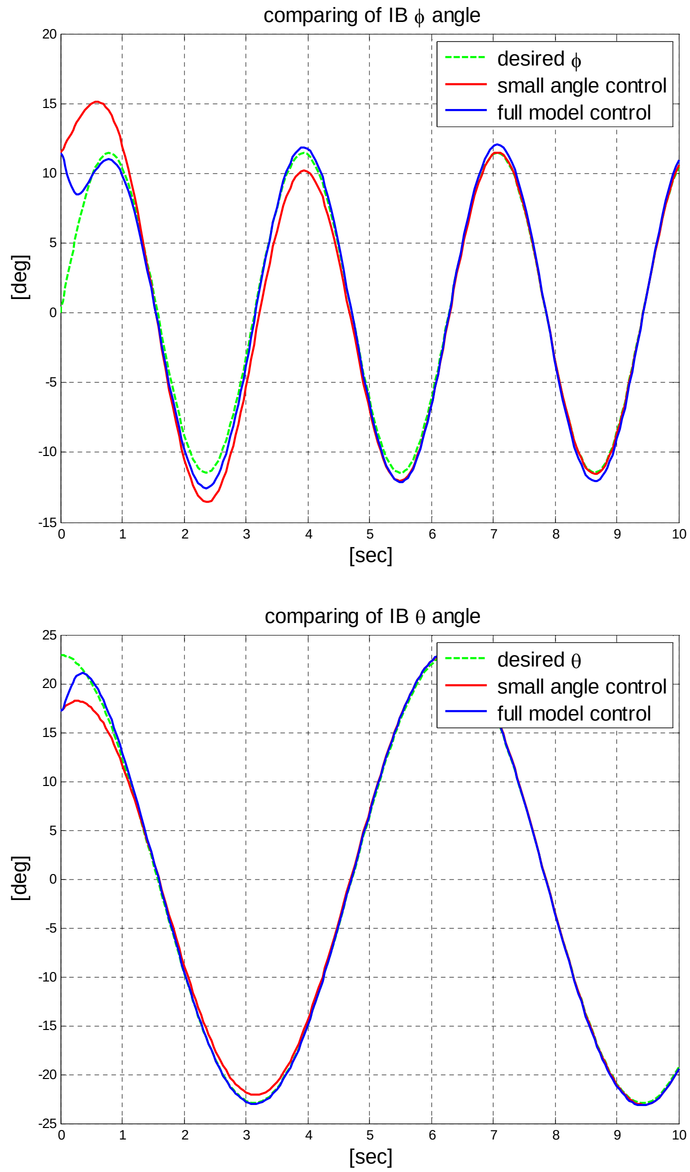
$$c_2 = c_4 = c_6 = 2 \tag{11.59}$$

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1 \tag{11.60}$$

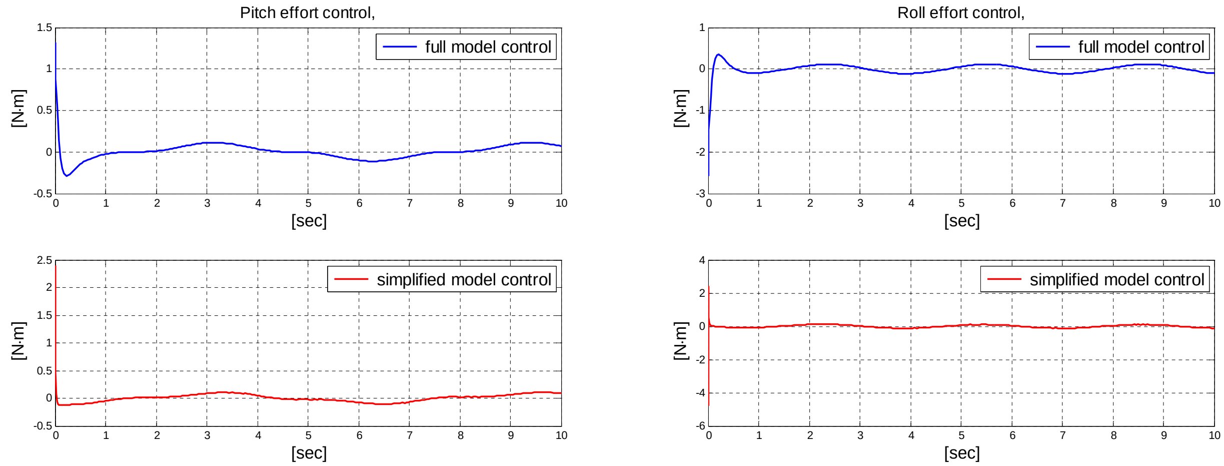
והקבועים עבור הבקר שתוכנן לפי המודל ב־ (8.22) (ללא הנחת זוויות קטנות) הם:

$$C_1 = I_{3\times 3} \tag{11.61}$$

$$C_2 = 2\cdot I_{3\times 3} \tag{11.62}$$

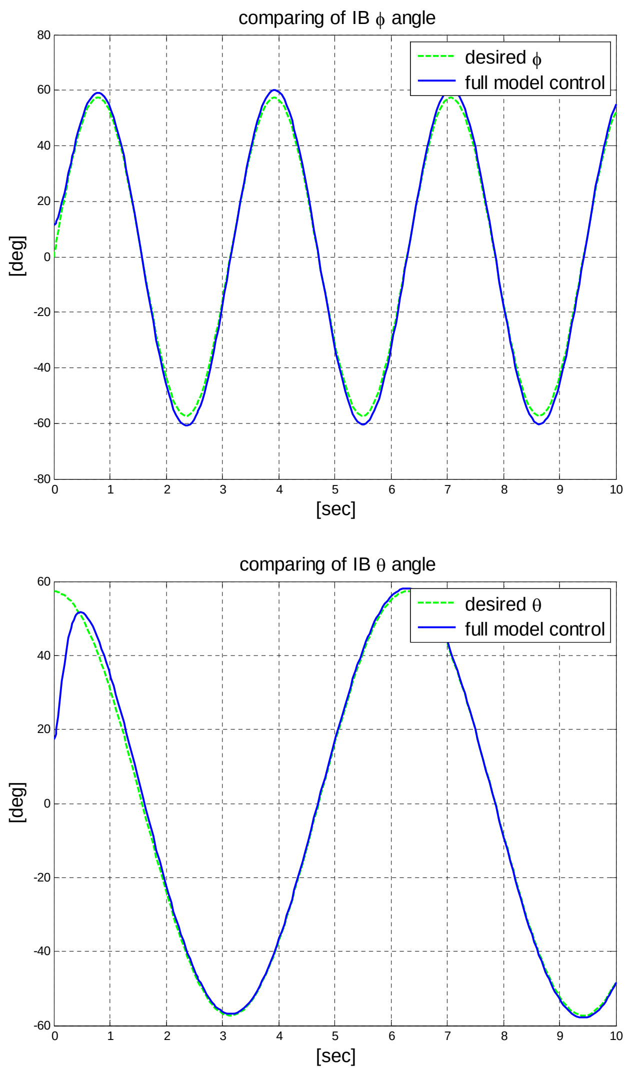


איור 18: השוואה בין בקרי IB, מבוססי מודל מלא ומודל מקורב



איור 19: השוואה בין מאמצי הבקרה של בקר מבוסס מודל מלא ובקר מבוסס מודל מקורב (מימין Roll משמאל Pitch)

מתוך איור 18 ניתן לראות כי כאשר מדובר בזויות קטנות, כלומר מסלול הטיסה אינו מצריך תמרונים "גסים", מימוש שני הבקרים מניב ביצועים טובים במובן של עקיבה אחרי אות ייחוס רצוי. מנגד, מאיור 19 ניתן לראות כי מאמץ הבקרה עבור הבקר מבוסס לפי מודל עם הנחת זויות קטנות גבוה יותר מזה אשר תוכנן לפי המודל המלא. בנוסף, באיור 20 ישנה סימולציה של עקיבה אחרי זויות "גדולות", כאשר ניתן לראות כי הבקר אשר מבוסס על המודל המלא עוקב בצורה מספקת אחרי אות הייחוס, לעומתו הבקר אשר תוכנן עם הנחת הזויות הקטנות, לא עקב אחרי אות הייחוס ולכן אינו מוצג באיור.



איור 20: השוואה בין בקרי IB, מבוססי מודל מלא ומודל מקורב עם זויות "גדולות"

חלק IV

בקרת קבוצה

בשנים האחרונות ישנה התעניינות רבה בטיסות מבנה של קבוצת כלי טייס לא מאויישים (UAVs) בהקשר למגוון רחב של משימות. טיסות מבנה צפופות של כלים אשר מאפשרות תימרונים "גסים" ורובסטיות גבוהה לשמירה על המבנה ומניעת התנגשות בין כלים. בפרק זה נציג שיטת בקרה חדשה שפותחה במסגרת עבודת מחקר זו ומיועדת לבקרת מבנה של קבוצת כלים מסוג quadrotor. במסגרת הפיתוח יבחנו שני המודלים שהוצגו בפרק II (עם ובלי הנחה של זוויות קטנות). כדי להשיג טיסת מבנה אוטונומית של כלי הטייס נדרש לתכנן מערכת בקרה המבטיחה טיסה לאורך מסלול רצוי ושמירה על קונפיגורציה ידועה מראש, כלומר טיסה במבנה יציב ללא אפשרות של התנגשות בין הכלים. כדי לאפשר הפעלה אוטונומית של קבוצת כלים, נרצה לשמור על מבנה ידוע מראש המוגדר ע"י ווקטורים רצויים המתארים מצב יחסי רצוי בין כל כלי טיס וכל שאר הכלים במבנה. כדי שכל המבנה יטוס לאורך מסלול רצוי נגדיר מה שנקרא מוביל ווירטואלי אשר מקיים את המסלול הרצוי ונוסיף למערכת גם את שגיאות המבנה של כל כלי הטייס בקבוצה, ביחס למוביל הווירטואלי. נציג הרחבה של הבקר שהוצג ב־ [7], ונראה כי ניתן באמצעות בקר מסוג IB לקיים טיסת מבנה יציבה כפי שתוגדר כאן בהמשך. צורת המבנה הרצויה מוגדרת ע"י ווקטורים יחסית לכלי הטייס המוגדר כמוביל, כמו ב־ [57]. המוביל שולח אינפורמציה (של מיקום במרחב) לכל שאר הכלים אך אינו מקבל אינפורמציה מהכלים האחרים. הכלים האחרים נקראים מובלים לכן הם כלים אשר גם שולחים אינפורמציה וגם מקבלים אינפורמציה. במקרה שלנו המוביל הוא מוביל ווירטואלי. המוביל הווירטואלי הוא נקודת ייחוס ולא כולל את הדינמיקה המלאה של כלי אמיתי, לכן יש להקפיד להניע אותו לאורך מסלול האפשרי לכל יתר הכלים בקבוצה. כמו כן אין חשיבות לסדר בו הכלים מסודרים.

12 הגדרת הבעיה והצגת הפתרון

נגדיר יציבות של קבוצת כלים באופן הבא:

הגדרה 12.1 קבוצה של N כלים תיקרא יציבה אסימפטוטית אם ורק אם,

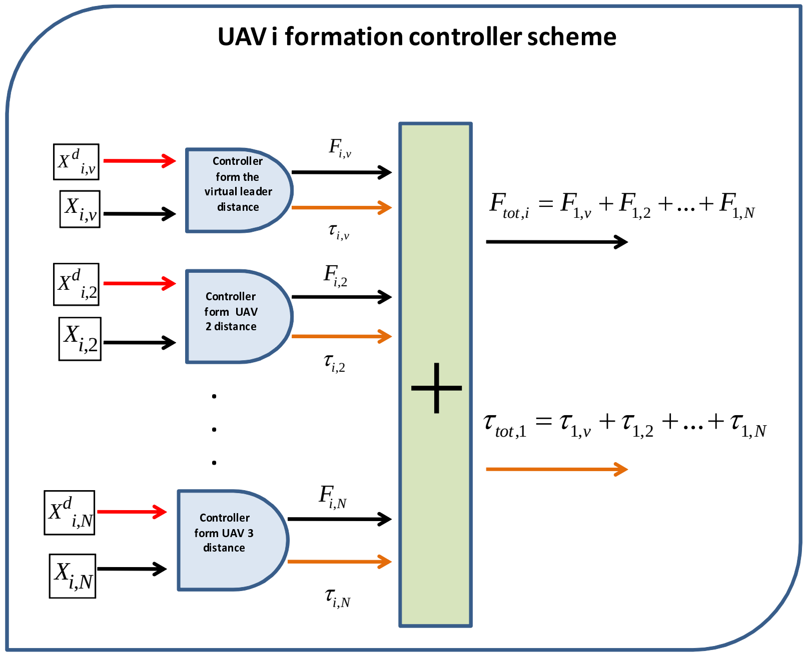
$$\lim_{t\to\infty}\left(e\left(t\right)_{\xi,i}\right)=\lim_{t\to\infty}\left[\xi\left(t\right)_{i,j}^{d}-\left(\xi\left(t\right)_{i}-\xi\left(t\right)_{j}\right)\right]=0\ ;\ \forall\ \mathrm{i=1,2...N}\ ,\ \mathrm{j=1,2...N},\ \mathrm{i\neq j} \tag{12.1}$$

כאשר $\xi = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^T$, הווקטורים ξ_i, ξ_j מייצגים את המיקום של הכלים j ו־ i במבנה בהתאמה ו־ ξ_{ij}^d הוא ווקטור ההיסט הרצוי בין הכלים j ו־ i.

את בעית בקרת הקבוצה ניתן לתאר כמו ב־ [12], שם הבעיה נקראת - Formation Hold Autopilot FHA. בהינתן קבוצה של N כלים מסוג quadrotor, כאשר לכל כלי יש את הדינמיקה המופיעה בפרק II, המטרה היא לתכנן חוק בקרה $\forall i = 1..N$ $\bar{u}_i = \begin{bmatrix} F_{tot,i} & \tau_{\phi,i} & \tau_{\theta,i} & \tau_{\psi,i} \end{bmatrix}$ לכל כלי i כך שהמבנה ישמר יציב במובן שהוגדר ב־ 12.1. נדגיש כי חוק בקרה כזה כשלעצמו, אמנם מבטיח מבנה יציב, אבל לא טיסה לאורך מסלול רצוי. בעבודה זו, טיסה לאורך מסלול רצוי מושגת ע"י הוספת מוביל ווירטואילי למבנה המסמן לכל הקבוצה את המסלול הרצוי.

12.1 הפתרון המוצע לבעיית טיסת המבנה

נחלק את פתרון הבעיה לשני שלבים כשבהם נתייחס לכלי i בקבוצה, כאשר $i = 1..N$, ו־ N כאמור מציין את מספר הכלים בקבוצה. בשלב הראשון, מוגדרת שגיאה בין ההיסט הרצוי בין הכלים i ו־ j לבין המרחק האמיתי בין הכלים. בעזרת בקר IB, אותו נציג בהמשך, אנו מחשבים את כוח הדחף והמומנט הדרושים כדי להביא להתכנסות של שגיאת ההיסט בין שני הכלים לאפס. בשלב השני, לאחר חישוב כל כוחות הדחף והמומנטים הדרושים כדי שכלי i ישמור על מרחק היסט רצוי ביחס לכל אחד מהכלים האחרים בקבוצה (כולל המוביל הווירטואלי), אנו סוכמים את אותם כוחות ומומנטים לכוח ומומנט שקול, כפי שניתן לראות באיור 21.



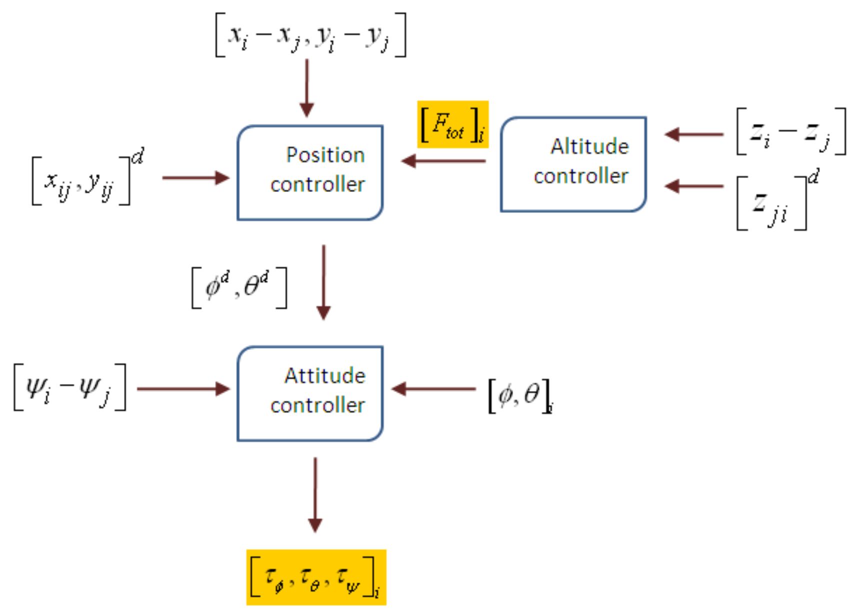
איור 21: סכימה של בקר קבוצה עבור כלי i

את פיתוח חוק הבקרה לשמירה על היסט רצוי בין הכלים i ו־ j נחלק לשלושה שלבים, ראה איור 22:

- בקר גובה ־ תפקיד בקר הגובה הוא לשמור על גובה יחסי רצוי בין כל כלי במבנה לבין כל הכלים האחרים, לרבות גובה רצוי מהמוביל הוורטואלי. הבקר מייצר את כוח הדחף, $F_{tot,i}$ עבור הכלי ה־ i כדי לקיים את הקונפיגורציה הרצויה של המבנה.

- בקר מיקום ־ תפקיד בקר זה הוא לקבוע את הזויות הדרושות $\phi_i^d(t), \theta_i^d(t)$ לייצור כוחות הדחף המתאימים בכיוונים x ו־ y כך שישמר המרחק הרצוי בין כלי i לכל הכלים האחרים במבנה (הכוונה למצב היחסי הרצוי לאורך הצירים x ו־ y הדרוש למבנה הרצוי).

- בקר מצב זוויתי ־ בקר זה מקבל את הזויות הרצויות $\phi_i^d(t), \theta_i^d(t)$ מבקר המיקום ומחשב את המומנטים הדרושים $\tau_{\phi,i}, \tau_{\theta,i}$ להתכנסות של המצב הזוויתי אל המצב הזוויתי הרצוי, באופן דומה לזה שהוצג בתתי פרקים 11.4.2, 11.4.1. לבקר המצב הזוויות ניתן להוסיף גם את זווית הסיבסוב הרצויה $\psi_i^d(t)$ (heading), זווית זו אינה נגזרת מהאילוצים הדרושים לשמירה על מבנה רצוי (למעשה לכל כלי במבנה ניתן להגדיר $\psi_i^d(t)$ באופן שלא תלוי בכלים אחרים).



איור 22: בקר גובה, בקר מיקום ובקר מצב זוויתי בין כלי i לכלי j

הערה 12.2 לכל הכלים בקבוצה מודל דינאמי זהה וידוע.

הערה 12.3 אנו מניחים כי מסלול הטיסה הרצוי של הקבוצה הינו גזיר פעמיים.

הגדרה 12.4 בהינתן מסלול מרחבי רצוי, $\left[\begin{array}{ccc} x_d(t) & y_d(t) & z_d(t) \end{array}\right]^T$ נגדיר את המוביל הווירטואלי להיות הנקודה העל המסלול הרצוי ברגע t לכן $\left[\begin{array}{ccc} x_v(t) & y_v(t) & z_v(t) \end{array}\right]^T = \left[\begin{array}{ccc} x_d(t) & y_d(t) & z_d(t) \end{array}\right]^T$.

כל הכלים בקבוצה צריכים לשמור על מיקום יחסי רצוי מהמוביל הווירטואלי אשר נגזר מתוך קונפיגורצית המבנה הרצוייה. הגדרת מוביל ווירטואלי מוסיפה רובסטיות לקבוצה ביחס לכשל אפשרי באחד הכלים. כל הכלים זהים בחשיבותם וניתן להוסיף לקבוצה או לגרוע ממנה כלים לפי צורך המשימה ללא מורכבות מיוחדת.

13 שיטת בקרה לקבוצת כלים עם מודל מקורב

בפרק זה נציג בקר לקבוצת כלים מסוג quadrotor עם הדינאמיקה המופיעה ב־ (7.18), (7.15). נזכור כי משוואות אלו מייצגות את מודל הכלי תחת ההנחה שהמהירות הזויתית של הכלי שווה לנגזרות של זויות

אוילר. הנחה זו אפשרית רק במקרה של זוויות קטנות. פרק זה בנוי משלושה תתי פרקים, אשר מתארים את פיתוח בקר הגובה, מיקום ואוריאנטציה של כלי i במבנה (מתוך N כלים) בשיטת IB. בנוסף מוצגת הוכחת היציבות באמצעות קריטריות ליאפונוב וסימולציות.

13.1 בקרת גובה של הכלי

בשונה מהפיתוח שנעשה בתת פרק 11.4.1, בקרת הגובה של כל כלי לצורך שמירה על מבנה רצוי היא סכום של הרבה בקרים אשר מייצרים כוח דחף בין כלי i לכלי j. כדי לפתח את הבקר, נגדיר את השגיאה בין הגובה היחסי בין הכלים i ו־ j (מסומן ב־ $z_{ij} = z_i - z_j$) לבין הגובה היחסי הרצוי אשר מסומן ע"י z_{ij}^d. השגיאה היא כאמור ההפרש הבא,

$$e_{z(ij)} = z_{ij}^d - z_{ij} \tag{13.1}$$

נתכנן את המודל הדינמי של השגיאה כך שהיא תתכנס בצורה רצויה. לשם כך, נגזור את השגיאה

$$\dot{e}_{z(ij)} = \dot{z}_{ij}^d - \dot{z}_{ij} \tag{13.2}$$

כדי שהשגיאה תתכנס, נרצה שהמהירות היחסית בין כלי i וכלי j תיהיה

$$\dot{z}_{ij}^v = c_1 e_{z(ij)} + \dot{z}_{ij}^d + \lambda_1 \chi_{z(ij)} \tag{13.3}$$

כאשר $\chi_1 = \int_0^t \left(e_{z(ij)}\right) dt$ הוא האינטגרל על השגיאה, c_1, λ_1 הם קבועים חיוביים. המהירות היחסית הרצויה z_{ij}^v נקראת מהירות יחסית ווירטואלית. אנו קוראים לה כך כי בהינתן האות הווירטואלי, אנו יודעים כי השגיאה תתכנס, אך יחד עם זאת, מהירות זו אינה המהירות האמיתית. נגדיר אם כן את השגיאה בין המהירות היחסית הווירטואלית לבין המהירות היחסית האמיתית,

$$e_{\dot{z}(ij)} = \dot{z}_{ij}^v - \dot{z}_{ij} = c_1 e_{z(ij)} + \dot{z}_{ij}^d + \lambda_1 \chi_{z(ij)} - \dot{z}_{ij} \tag{13.4}$$

נגזור את (13.4),

$$\dot{e}_{\dot{z}(ij)} = c_1 \dot{e}_{z(ij)} + \ddot{z}_{ij}^d + \lambda_1 \frac{d}{dt}\left(\chi_{z(ij)}\right) - \ddot{z}_{ij} \tag{13.5}$$

נשים לב כי $\frac{d}{dt}\left(\chi_{z(ij)}\right) = e_{z(ij)}$, וכמו כן נניח לשם הפשטות כי $\ddot{z}_{ij}^d = 0$, כלומר אין תאוצה יחסית רצויה בין הכלים בקבוצה. נבחן עתה את הקשר הבא

$$\dot{z}_{ij} = \dot{z}_{ij}^v - e_{\dot{z}(ij)} \tag{13.6}$$

מתוך קשר זה ו־ (13.3), ניתן לרשום,

$$\dot{z}_{ij} = c_1 e_{z(ij)} + \dot{z}^d_{ij} + \lambda_1 \chi_{z(ij)} - e_{\dot{z}(ij)} \tag{13.7}$$

נציב את הביטוי של $\dot{z}_{ij}$ בתוך (13.8) ונקבל

$$\begin{aligned} \dot{e}_{z(ij)} &= \dot{z}^d_{ij} - c_1 e_{z(ij)} - \dot{z}^d_{ij} - \lambda_1 \chi_{z(ij)} + e_{\dot{z}(ij)} \\ \dot{e}_{z(ij)} &= -c_1 e_{z(ij)} - \lambda_1 \chi_{z(ij)} + e_{\dot{z}(ij)} \end{aligned} \tag{13.8}$$

קיבלנו כאמור את הדינמיקה של השגיאה בין הגובה היחסי של כלים i, j. נציב את הקשר שקיבלנו ב (13.5), ונקבל

$$\dot{e}_{\dot{z}(ij)} = c_1 \left(-c_1 e_{z(ij)} - \lambda_1 \chi_{z(ij)} + e_{\dot{z}(ij)}\right) + \lambda_1 e_{z(ij)} - \ddot{z}_{ij} \tag{13.9}$$

נרצה שהשגיאה תתכנס באופן הבא

$$\dot{e}_{\dot{z}(ij)} = -c_2 e_{\dot{z}(ij)} - e_{z(ij)} \tag{13.10}$$

כאשר $c_2 > 0$. נבחן מה הכוח הדרוש כדי לקבל את המודל דינמי הרצוי של השגיאה. מתוך (13.9), (13.10),

$$c_1 \left(-c_1 e_{z(ij)} - \lambda_1 \chi_{z(ij)} + e_{\dot{z}(ij)}\right) + \lambda_1 e_{z(ij)} + c_2 e_{\dot{z}(ij)} + e_{z(ij)} = \ddot{z}_{ij} \tag{13.11}$$

$$\ddot{z}_{ij} = e_{z(ij)} \left(-c_1^2 + \lambda_1 + 1\right) + e_{\dot{z}(ij)} \left(c_1 + c_2\right) - c_1 \lambda_1 \chi_{z(ij)} \tag{13.12}$$

כדי לקבל את הדינמיקה הרצויה של השגיאה, כפי שהיא מוצגת ב־ (13.10) עלינו לייצר כוח דחף מתאים. מתוך משוואות הדינמיקה של הכלי (7.15), ידוע כי

$$\ddot{z}_{ij} = g - \frac{F_{ij}}{m} \left(cos\left(\theta_i\right) cos\left(\phi_i\right)\right) \tag{13.13}$$

מתוך (13.12), (13.13), ניתן לראות מה הכוח הדרוש כדי לשמור על מרחק אנכי רצוי, z^d_{ij}, בין כלי i וכלי j

$$F_{ij} = \frac{m}{cos\left(\phi\right) cos\left(\theta\right)} \cdot \left[g + e_{z(ij)} \left(c_1^2 - \lambda_1 - 1\right) - e_{\dot{z}(ij)} \left(c_1 + c_2\right) + c_1 \lambda_1 \chi_{z(ij)}\right] \tag{13.14}$$

F_{ij} הוא כוח הדחף אשר כלי i צריך לייצר בכדי לשמור על מרחק z^d_{ij} מכלי j.

במקרה שלנו ישנם N כלים בקבוצה, כלומר לכל כלי יש $N-1$ אילוצים (המובילים לאותות בקרה F_{ij}) שהוא צריך לקיים בינו לבין כל הכלים השכנים, ואילוץ נוסף בינו לבין המוביל הווירטואלי, כך שסה"כ האילוצים (המובילים לאותות בקרה F_{ij}) של כל כלי בקבוצה של N כלים אמיתיים הוא N. לכל כלי i, כאשר $i=1..N$ יש כוח דחף שקול שהוא צריך לייצר כדי לקיים את כל אילוצי הגובה של המבנה הרצוי. נגדיר את הכוח השקול באופן הבא (ראה גם איור 21)

$$F_{i,tot} = \sum_j F_{ij} \tag{13.15}$$

מתוך (13.15) ניתן לראות כי כוח הדחף שכלי i צריך לייצר כדי לשמור על מרחק אנכי רצוי בינו לבין כל שאר הכלים בקבוצה, וכן לשמור על גובה רצוי ביחס למוביל הוורטואלי, הוא הסכום של כל הכוחות אשר חושבו בנפרד לפי חוק הבקרה המופיע ב־ (13.14). נשים לב כי j מייצג את מספר הכלי ביחס אליו מפיקים את הכוח. בעבודה זו נסמן את הכוח שצריך לייצר כל כלי i כדי לשמור על המרחק רצוי מהמוביל הווירטואלי v ע"י F_{iv}. נגדיר אם כן את הקבוצה J אליה שייך j באופן הבא:

$$J = \{1, \cdots, i-1, i+1, \cdots, N, v\} \tag{13.16}$$

משפט 13.1 בהינתן קבוצה של N כלים ומוביל ווירטואלי, כאשר לכל כלי יש N אותות בקרה מהצורה (13.14), כאשר כל אחד מאותות הבקרה מייצר כוח דחף הדרוש כדי שכלי i יהיה במרחק אנכי רצוי מכל אחד מהכלים האחרים בקבוצה J, לרבות המוביל הוורטואלי. בהינתן N כוחות כאלה, ניתן לייצר כוח דחף שקול עבור כלי i, המורכב מהסכום של הכוחות אשר חושבו בנפרד, כפי שמופיע ב (13.15). הכוח השקול מוביל למבנה יציב כפי שנקבע בהגדרה 12.1

הוכחה: כדי להוכיח את המשפט, נשתמש בקריטריון היציבות של ליאפונוב. נבחר את פונקציית ליאפנוב הבאה

$$V_{i,z} = \frac{1}{2}\left\{\lambda_1\left[\sum_{j\in J}\chi^2_{1,(i,j)}\right] + \left[\sum_{j\in J}e^2_{z(i,j)}\right] + \left[\sum_{j\in J}e^2_{\dot{z}(i,j)}\right]\right\} \tag{13.17}$$

ניתן לראות כי הפונקציה מורכבת מסכום של שגיאות בין כלי i לבין כל שאר הכלים בקבוצה, לרבות המוביל הוורטואלי. כמו כן מתקיים $V \geq 0 \ \forall \left(e_{z(i,j)}, e_{\dot{z}(i,j)}, \chi_{z(i,j)}\right) \mid j \in J$ (מלבד בנקודת שיווי המשקל שם הפונקציה שווה אפס). מתוך הקשר (13.8) ניתן לומר כי

$$\frac{d}{dt}\left\{\sum_{j\in J} e_{z(i,j)}\right\} = -c_1\sum_{j\in J} e_{z(ij)} - \lambda_1\sum_{j\in J}\chi_{z(ij)} + \sum_{j\in J} e_{\dot{z}(ij)} \tag{13.18}$$

באופן דומה ניתן לרשום משוואה דינמיתעבור סכום השגיאות $\sum e_{\dot{z}(1,j)}$ לפי הקשר (13.10),

$$\frac{d}{dt}\left\{\sum_{j\in J} e_{\dot{z}(ij)}\right\} = -c_2 \sum_{j\in J} e_{\dot{z}(ij)} - \sum_{j\in J} e_{z(ij)} \tag{13.19}$$

כדי להוכיח את יציבות הקבוצה, נבדוק את הנגזרת של פונקציית ליאפנוב המופיעה ב־ (13.17),

$$\dot{V}_{i,z} = \lambda_1 \left[\sum_{j\in J} \chi_{1(i,j)} \sum_{j\in J} e_{z(ij)}\right] + \left[\sum_{j\in J} e_{z(i,j)} \sum_{j\in J} \dot{e}_{z(i,j)}\right] + \left[\sum_{j\in J} e_{\dot{z}(i,j)} \sum_{j\in J} \dot{e}_{\dot{z}(ij)}\right] \tag{13.20}$$

נציב את הנגזרות של השגיאות המופיעות ב־ (13.18), (13.19) בנגזרת של פונקצית ליאפנוב, ונקבל

$$\begin{aligned}
\dot{V}_{i,z} &= \lambda_1 \left[\sum_{j\in J} \chi_{1(i,j)} \sum_{j\in J} e_{z(ij)}\right] \\
&+ \left[\sum_{j\in J} e_{z(i,j)} \left(-c_1 \sum_{j\in J} e_{z(ij)} - \lambda_1 \sum_{j\in J} \chi_{z(ij)} + \sum_{j\in J} e_{\dot{z}(ij)}\right)\right] \\
&+ \left[\sum_{j\in J} e_{\dot{z}(i,j)} \left(-c_2 \sum_{j\in J} e_{\dot{z}(ij)} - \sum_{j\in J} e_{z(ij)}\right)\right]
\end{aligned} \tag{13.21}$$

מכאן

$$\dot{V}_{i,z} = -c_1 \left[\sum_{j\in J} e^2_{z(i,j)}\right] - c_2 \left[\sum_{j\in J} e^2_{\dot{z}(i,j)}\right] \tag{13.22}$$

מתוך (13.22) ניתן לראות כי $\dot{V}_{i,z} \leq 0 \ \forall \left(e_{z(i,j)}, e_{\dot{z}(i,j)}\right) |j \in J$ (מלבד בנקודת שיווי המשקל שם הנגזרת שווה אפס). לכן ניתן לקבוע כי נקודת שיווי המשקל יציבה אסימפטוטית. מכיוון שניתן לכתוב הוכחה דומה עבור כל כלי בקבוצה, מתקבל מבנה יציב (לאורך ציר z) כפי שנקבע בהגדרה 12.1. ■

13.2 בקרת מיקום

בקרת המיקום מיועדת כדי לשמור על מיקום יחסי רצוי בין הכלים i ו־ j, המסומן ע"י $\left(x^d_{ij}, y^d_{ij}\right)$ (כלומר מיקום יחסי רצוי לאורך הצירים x ו־ y). בקר זה מניח כי קיים כוח דחף נתון $F_{i,tot} > 0$ הנגזר מתוך הדרישה לגובה יחסי רצוי במבנה (כפי שהוצג בתת הפרק הקודם). נזכיר כי תנועה אופקית מתקבלת ע"י הטיית וקטור הדחף כך שנקבל רכיב של כוח בכיוון הרצוי. במקרה של ה־ quadrotor אנו נפעיל

מומנט על כלי הטיס כך שיסתובב סביב ציר בכיוון מתאים להטיית כוח הדחף. הלכה למעשה נבצע בקרה על המצב הזוויתי עבור זוויות העילרוד והגלגול כדי להשיג את המרחקים היחסיים הרצויים x_{ij}^d ו־ y_{ij}^d הרצויים . מכאן, המוצאים של בקר המיקום הם זוויות היחוס $\theta_{ij}^d, \phi_{ij}^d$ עבור בקר המצב הזוויתי. ניתן לקבל את הביטוי לווקטור הדחף $F_{i,tot}$ של הכלי במערכת האינרציאלית ע"י שימוש מטריצת הרוטציה R (5.4). בתת פרק זה נשתמש בקירוב של המטריצה עבור זויות קטנות ונקבל

$$R = \begin{bmatrix} 1 & \psi & \theta \\ \psi & 1 & -\phi \\ -\theta & \phi & 1 \end{bmatrix} \tag{13.23}$$

מתוך המודל הדינמי (7.15) ומתוך משוואה (13.23) מקבלים

$$\begin{bmatrix} m\ddot{x} \\ m\ddot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\theta F_{tot} \\ \phi F_{tot} \end{bmatrix} \tag{13.24}$$

נגדיר את השגיאה ביחס למקום היחסי הרצוי לאורך ציר x באופן הבא (כאשר הפיתוח עבור ציר y הוא זהה, ולכן לא נציג אותו):

$$e_{x(ij)} = x_{ij}^d - x_{ij} \tag{13.25}$$

גם כאן נשתמש בשיטת IB, לכן נגדיר מהירות יחסית ווירטואלית (המהירות הדרושה להתכנסות של שגיאת המקום בכיוון x)

$$\dot{x}_{ij}^v \quad = \quad c_3 e_{x(ij)} + \dot{x}_{ij}^d + \lambda_2 \chi_{x(ij)} \tag{13.26}$$

c_3, λ_2 הם קבועים חיוביים. נגדיר את השגיאה בין המהירות היחסית הווירטואלית לבין המהירות היחסית האמיתית בין הכלים

$$e_{\dot{x}(ij)} = \dot{x}_{ij}^v - \dot{x}_{ij} \tag{13.27}$$

נגזור את השגיאה במקום היחסי לאורך ציר x,

$$\begin{aligned} \dot{e}_{x(ij)} &= \dot{x}_{ij}^d - c_3 e_{x(ij)} - \dot{x}_{ij}^d - \lambda_2 \chi_{x(ij)} + e_{\dot{x}(ij)} && (13.28) \\ &= -c_3 e_{x(ij)} - \lambda_2 \chi_{x(ij)} + e_{\dot{x}(ij)} && (13.29) \end{aligned}$$

נרצה שמודל השגיאה יקיים

$$\dot{e}_{\dot{x}(ij)} = -c_4 e_{\dot{x}(ij)} - e_{x(ij)} \tag{13.30}$$

כאשר $c_4 > 0$. בדומה לפיתוח שנעשה עבור בקר הגובה, ניתן לכתוב כי

$$\dot{e}_{\dot{x}(ij)} = c_3 \left(-c_3 e_{x(ij)} - \lambda_2 \chi_{x(ij)} + e_{\dot{x}(ij)}\right) + \lambda_x e_{x(ij)} - \ddot{x}_{ij} \tag{13.31}$$

מתוך הקשר $m\ddot{x}_{ij} = -\theta^d_{ij} F_{ij}$ ו־ (13.31), ניתן לכתוב את זווית העלרוד הדרושה כדי לשמור על מרחק יחסי רצוי בין הכלים i ו־ j (לאורך x) באופן הבא

$$\theta^d_{ij} = -\frac{m}{F_{ij}} \left[\left(1 - c_3^2 + \lambda_2\right) e_{x(ij)} + \left(c_4 + c_3\right) e_{\dot{x}(ij)} - c_3 \lambda_2 \chi_{x(ij)}\right] \tag{13.32}$$

באופן דומה, ובעזרת הקשר $m\ddot{y}_{ij} = \phi^d_{ij} F_{ij}$ נקבל (עבור זווית הגילגול והמרחק היחסי הרצוי לאורך ציר y)

$$\phi^d_{ij} = -\frac{m}{F_{ij}} \left[\left(1 - c_5^2 + \lambda_3\right) e_{y(ij)} + \left(c_6 + c_5\right) e_{\dot{y}(ij)} - c_5 \lambda_3 \chi_{y(ij)}\right] \tag{13.33}$$

כאשר $(c_5, c_6, \lambda_3) > 0$. חוק בקרת המיקום קובע את המצב הזוויתי היחסי הרצוי של הכלי $(\phi^d_{ij}, \theta^d_{ij})$ כאשר בקרת הגובה מיצרת את כוח הדחף הרצוי, F_{ij}. את המצב הזוויתי הייחסי הרצוי $\phi^d_{ij}, \theta^d_{ij}$ יש לספק לבקר המצב הזוויתי כדי להשיג את התנועה המבוקשת. בקר המצב הזוויתי קובע את המומנטים הדרושים לצורך עקיבה אחרי $\phi^d_{ij}, \theta^d_{ij}$.

הערה 13.2 נשים לב כי פיתוח הבקר הוא עבור מקרה כללי בו המרחק בין הכלים אינו קבוע, $\dot{x}^d_{ij} \neq 0$, ובכך אין הכרח כי קונפיגורצית המבנה הרצויה תיהיה קבועה בזמן.

13.3 בקרת המצב הזוויתי של הכלי

בקרת המצב הזוויתי של הכלי היא כאמור לב מערכת הבקרה. מערכת זו אחראית לייצוב שלוש דרגות החופש הזוויתיות (זויות אויילר), סביב מצב זוויתי רצוי. כדי לקיים מצב של ריחוף הכלי בנקודה קבועה, ללא תזוזה בכיוונים x, y, זויות הייחוס הרצויות θ^d ו־ ϕ^d הן אפס. במקרה של קבוצת כלי טיס, כל כלי נדרש לשמור על מרחק רצוי (יכול להשתנות בזמן) בינו לבין כל הכלים האחרים בקבוצה. כאמור ידוע כי קיים צימוד בין תזוזת הכלי במרחב בכיוונים x ו־ y לבין המצב הזוויתי. בקר האוריאנטציה צריך לקבוע את המומנטים הדרושים כדי לקבל את זווית ההטיה הרצויות, וכך את התנועה הנדרשת. בשלב

הראשון בתכנון בקר ה־ IB נגדיר את השגיאה בין המצב הזוויתי הרצוי ϕ_{ij}^{d} (המתקבלת מבקר המיקום), ובין המצב הזוויתי האמיתית של כלי i, המסומן ע"י ϕ_i[7, 55].

$$e_{\phi(ij)} = \phi_{ij}^{d} - \phi_i \tag{13.34}$$

כאשר ϕ_i הינה זווית הגלגול של הכלי ו־ ϕ_{ij}^{d} הינה זווית הגלגול הרצויה (כדי לשמור על מרחק רצוי בין שני הכלים לאורך ציר y). נגזור את השגיאה,

$$\frac{d}{dt} e_{\phi(ij)} = \dot{\phi}_{ij}^{d} - \dot{\phi}_i \tag{13.35}$$

כאשר $\dot{\phi}_i$ היא המהירות הזוויתית סביב ציר x_b (נגזרת זווית הגלגול). נשים לב כי אם היינו יכולים לבחור את $\dot{\phi}_i$ כרצוננו, בחירה אפשרית המבטיחה התכנסות אקספוננציאלית של השגיאה לאפס היא $\dot{\phi}_i^{v} = c_7 e_{\phi(ij)} + \dot{\phi}_i$ (עבור $c_7 > 0$). נניח לרגע כי אנחנו יכולים לשלוט ב $\dot{\phi}_i$, ונגדיר אותו כאות בקרה ווירטואלי (עם האינדקס v). נבחר את אות הבקרה הווירטואלי באופן הבא

$$\dot{\phi}_i^{v} = c_7 e_{\phi(ij)} + \dot{\phi}_{ij}^{d} + \lambda_4 \chi_{\phi(ij)} \tag{13.36}$$

כאשר $c_7 > 0, \lambda_4 > 0$ וכמו כן χ_4 הוא אינטגרל של השגיאה בזווית הגלגול $\chi_{\phi(ij)} = \int_0^t e_{\phi(ij)}(\tau)\, d\tau$.
כאמור ניתן כעת להגדיר שגיאה נוספת $e_{\dot{\phi}(ij)}$, השגיאה שבין אות הבקרה הרצוי $\dot{\phi}_i^{v}$ (הווירטואלי) לבין המצוי $\dot{\phi}_i$,

$$e_{\dot{\phi}(ij)} = \dot{\phi}_i^{v} - \dot{\phi}_i \tag{13.37}$$

נגזור את (13.37),

$$\frac{d}{dt} e_{\dot{\phi}(ij)} = c_7 \dot{e}_{\phi(ij)} + \ddot{\phi}_{ij}^{d} + \lambda_4 e_{\phi(ij)} - \ddot{\phi}_i \tag{13.38}$$

כדי למצוא את המומנט הדרוש להתכנסות אסימפטוטית של השגיאה (13.34), נכתוב,

$$\dot{e}_{\phi(ij)} = -c_7 e_{\phi(ij)} - \lambda_4 \chi_{\phi(ij)} + e_{\dot{\phi}(ij)} \tag{13.39}$$

מתוך משוואות התנועה (7.18) ידוע ש

$$\ddot{\phi} = \frac{1}{I_{xx}} \left(I_{yy} - I_{zz}\right) \dot{\theta}\dot{\psi} + \frac{1}{I_{xx}} \tau_{\phi(ij)} \tag{13.40}$$

נרצה שהמודל הדינאמי של השגיאה יהיה באופן הבא

$$\dot{e}_{\dot{\phi}(ij)} = -c_8 e_{\dot{\phi}(ij)} - e_{\phi(ij)} \tag{13.41}$$

נציב (13.41), (13.40) ב (13.41) ונקבל את הביטוי

$$\tau_{\phi(ij)} = I_x \left\{ \left(1 - c_7^2 + \lambda_4\right) e_{\phi,i} + \left(c_7 + c_8\right) e_{\dot{\phi},i} - c_7 \lambda_4 \chi_4 + \ddot{\phi}_{ij}^d - \dot{\theta}_i \dot{\psi}_i a_x \right\} \tag{13.42}$$

כאשר $\tau_{\phi(ij)}$ הוא המומנט הדרוש מכלי i כדי לבצע רגולציה של השגיאה ביחס לזווית הייחוס ϕ_{ij}^d (אשר דרושה לצורך שמירה על מרחק רצוי, בכיוון x, בין הכלים i ו־ j).

באופן דומה ניתן לקבל את שני אותות הבקרה הנוספים של הכלי, המומנטים סביב הצירים x ו־ z הדרושים לשמירה על מצב יחסי רצוי בין בכלים i ו־ j (כאשר כאן בחרנו לשמור גם על מצב יחסי רצוי בזווית הסיבסוב ־ heading, למרות שמצב יחסי זה אינו הכרח לפי האופן בו הגדרנו את המבנה).

$$\tau_{\theta(ij)} = I_y \left\{ \left(1 - c_9^2 + \lambda_5\right) e_{\theta,i} + \left(c_9 + c_{10}\right) e_{\dot{\theta},i} - c_9 \lambda_5 \chi_5 + \ddot{\theta}_{ij}^d - \dot{\phi}_i \dot{\psi}_i \cdot a_y \right\} \tag{13.43}$$

$$\tau_{\psi(i)} = I_z \{ \left(1 - c_{11}^2 + \lambda_6\right) e_{\psi,i} + \left(c_{11} + c_{12}\right) e_{\dot{\psi},i} - c_5 \lambda_6 \chi_6 + \ddot{\psi}_{ij}^d \} \tag{13.44}$$

נציין עוד כי הקבועים כולם חיוביים ונתונים לבחירת המתכנן והמשתנים χ_5 ו־ χ_6 הינם ביטויים של אינטגרל של שגיאות העלרוד והסיבסוב. המומנטים השקולים שיש להפעיל בכלי i כדי לשמור על מצב יחסי רצוי ביחס לכל שאר הכלים (כולל המוביל הווירטואלי) מתקבלים מתוך הסכומים הבאים (ראה איור 21),

$$\tau_{i,tot,\phi} = \sum_{j \in J} \tau_{(i,j)\phi} \tag{13.45}$$

$$\tau_{i,tot,\theta} = \sum_{j \in J} \tau_{(i,j)\theta} \tag{13.46}$$

$$\tau_{i,tot,\psi} = \sum_{j \in J} \tau_{(i,j)\psi} \tag{13.47}$$

כאשר את התחום של J מוגדר ב־ (13.16).

משפט 13.3 בהינתן קבוצה של N עם דינאמיקה כפי שמופיעה ב־ (7.18),(7.15), כאשר לכל כלי יש N בקרים מהצורה (13.44),(13.43),(13.42) , כאשר כל אחד מהבקרים מייצר את המומנט הדרוש עבור כלי

i כך שישמור על מרחק אופקי רצוי בכיוונים x,y מכל אחד מהכלים האחרים בקבוצה J, לרבות המוביל הוורטואלי. בהינתן N מומנטים כאלה, ניתן לייצר מומנט שקול עבור כלי i, המורכב מהסכום המומנטים שחושבו בנפרד, כפי שמופיע ב־ (13.45),(13.46),(13.47). הכוח השקול מביא למבנה יציב במובן שנקבע בהגדרה 12.1.

הוכחה: הוכחת היציבות נעשית באופן דומה לזה שהוצג בפרק 13.1. נציג את ההוכחה עבור המומנט בכיוון x בלבד (ההוכחה בכיוון y היא זהה). נבחר את פונקצית ליאפנוב הבאה:

$$
\begin{aligned}
V_{i,x} &= \frac{1}{2}\{\lambda_5\left[\sum_{j\in J}\chi^2_{\theta(i,j)}\right]+\left[\sum_{j\in J}e^2_{\theta(i,j)}\right]+\left[\sum_{j\in J}e^2_{\dot\theta(i,j)}\right] \\
&+ \lambda_2\left[\sum_{j\in J}\chi^2_{x(i,j)}\right]+\left[\sum_{j\in J}e^2_{x(i,j)}\right]+\left[\sum_{j\in J}e^2_{\dot x(i,j)}\right]\}
\end{aligned} \qquad (13.48)
$$

כאשר מ־ (13.37), (13.41), (13.27), (13.27) נתונות גם המשוואות המתארות את התנהגות השגיאות באופן הבא

$$\sum_{j\in J}\dot e_{\theta(ij)} = -c_9\sum_{j\in J}e_{\theta(ij)}-\lambda_4\sum_{j\in J}\chi_{\theta(ij)}+\sum_{j\in J}e_{\dot\theta(ij)} \qquad (13.49)$$

$$\sum_{j\in J}\dot e_{\dot\theta(ij)} = -c_{10}\sum_{j\in J}e_{\dot\theta(ij)}-\sum_{j\in J}e_{\theta(ij)} \qquad (13.50)$$

$$\sum_{j\in J}\dot e_{x(ij)} = -c_3\sum_{j\in J}e_{x(ij)}-\lambda_2\sum_{j\in J}\chi_{x(ij)}+\sum_{j\in J}e_{\dot x(ij)} \qquad (13.51)$$

$$\sum_{j\in J}\dot e_{\dot x(ij)} = -c_4\sum_{j\in J}e_{\dot x(ij)}-\sum_{j\in J}e_{x(ij)} \qquad (13.52)$$

ומכאן ניתן להראות כי הנגזרת בזמן של פונקצית ליאפונוב מקיימת

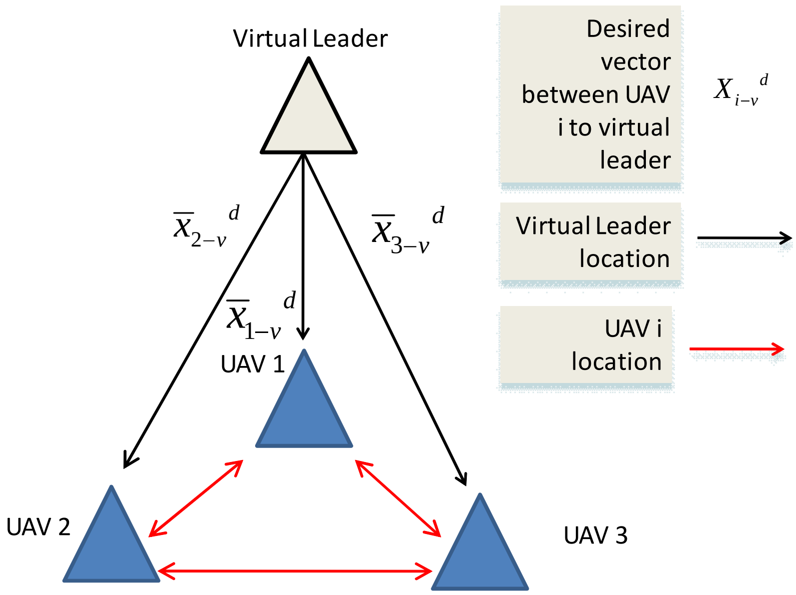
$$\dot V_{i,x} = -c_9\left[\sum_{j\in J}e^2_{\theta(i,j)}\right]-c_{10}\left[\sum_{j\in J}e^2_{\dot\theta(i,j)}\right]-c_3\left[\sum_{j\in J}e^2_{x(i,j)}\right]-c_4\left[\sum_{j\in J}e^2_{\dot x(i,j)}\right] \qquad (13.53)$$

לפי Theorem 13.1 המערכת יציבה באופן אסימפטוטי. ■

13.4 סימולציות

בתת פרק זה נציב סימולציות שנעשו בעזרת תוכנת Matlab/Simulink עבור שיטת הבקרה שפותחה בעבודה זו לקבוצת כלי טיס (עם הנחה של זוויות קטנות). הסימולציה מתארת טיסת מבנה של שלושה

כלים אמיתיים ומוביל וירטואלי, כאשר קונפיגורצית התקשורת בין הכלים היא מלאה כלומר כלי שולח ומקבל אינפורמציה מכל כלי אחר בקבוצה, ראה איור 23.

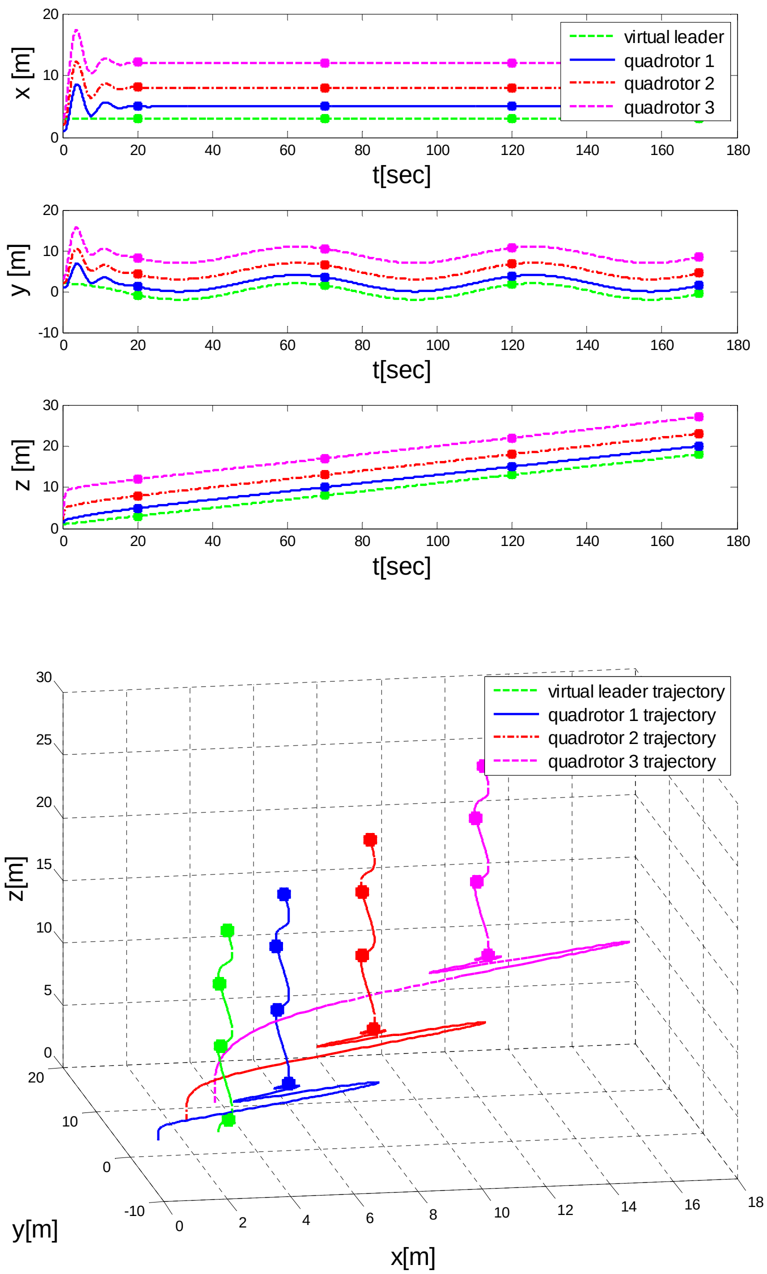


איור 23: קונפיגורצית התקשורת בקבוצה של שלושה כלים ומוביל וירטואלי

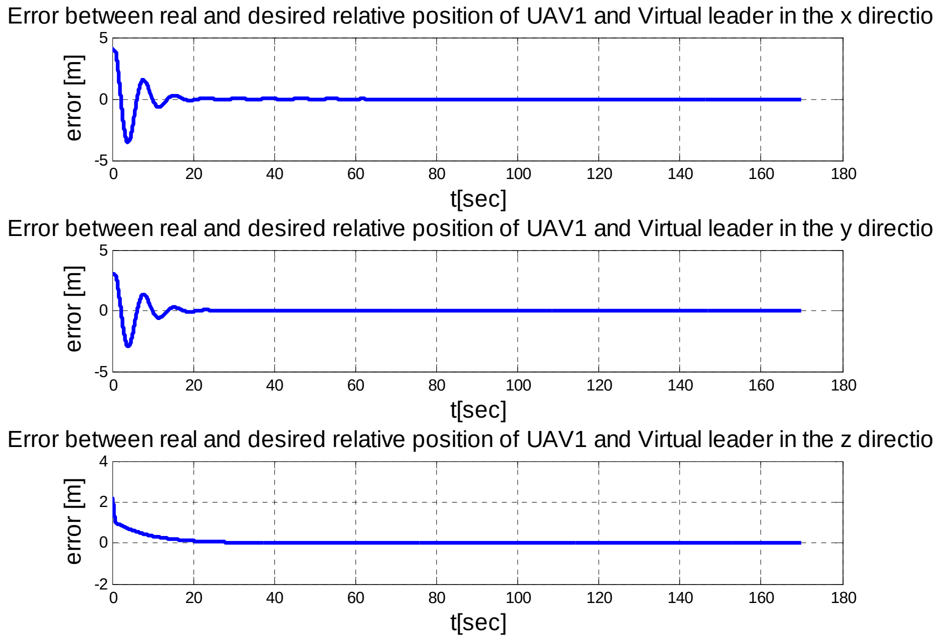
תפקיד מערכת הבקרה היא לאפשר טיסת מבנה של הכלים האמיתיים בקבוצה עם היסט רצוי ביחס למוביל ווירטואלי ומבלי להתנגש אחד בשני. מסלול הטיסה הרצוי (עליו נע המוביל הווירטואלי) הוא:

$$
\begin{aligned}
x_d(t) &= 3 \\
y_d(t) &= 2\cos(0.1t) \\
z_d(t) &= 1 + 0.1t
\end{aligned}
\tag{13.54}
$$

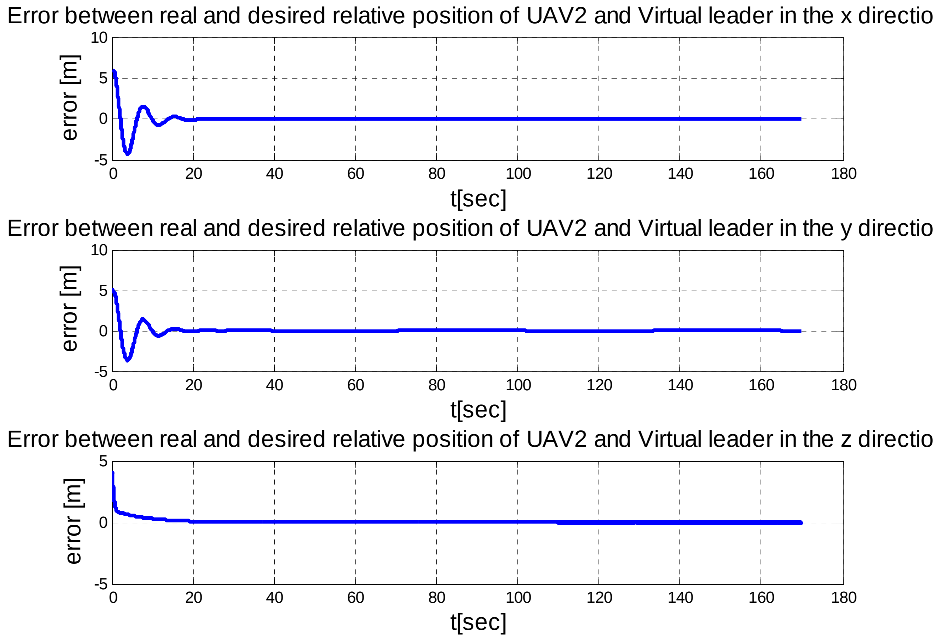
קבועי הבקרה בסימולציה הם $c_{10}, c_{11}, c_{12}, c_2, c_4, c_6 = 2$, $c_1, c_3, c_5 = 4$, , $c_7,c_8,c_9=1$, $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3=0.5$ ו $\lambda_4,\lambda_5,\lambda_6=1$. המיקום ההתחלתי של הכלים 1,2,3 הוא $X_2(0) = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}^T$ $X_1(0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T$, $X_3(0) = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}^T$ בהתאמה. קונפיגורצית המבנה נקבעת לפי המיקום היחסי בין הכלים, כאשר בסימולציה זו נקבעה להיות $X_{1,v}^d = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}^T$ $X_{2,v}^d = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \end{bmatrix}^T$, $X_{1,v}^d = \begin{bmatrix} 9 & 9 & 9 \end{bmatrix}^T$. נזכיר כי כל הכלים זהים עם נתונים פיזיקלים של משקל $m = 2\,[kg]$ ומטריצת אינרציה $I_z=0.297$, $I_x=I_y=0.167$.



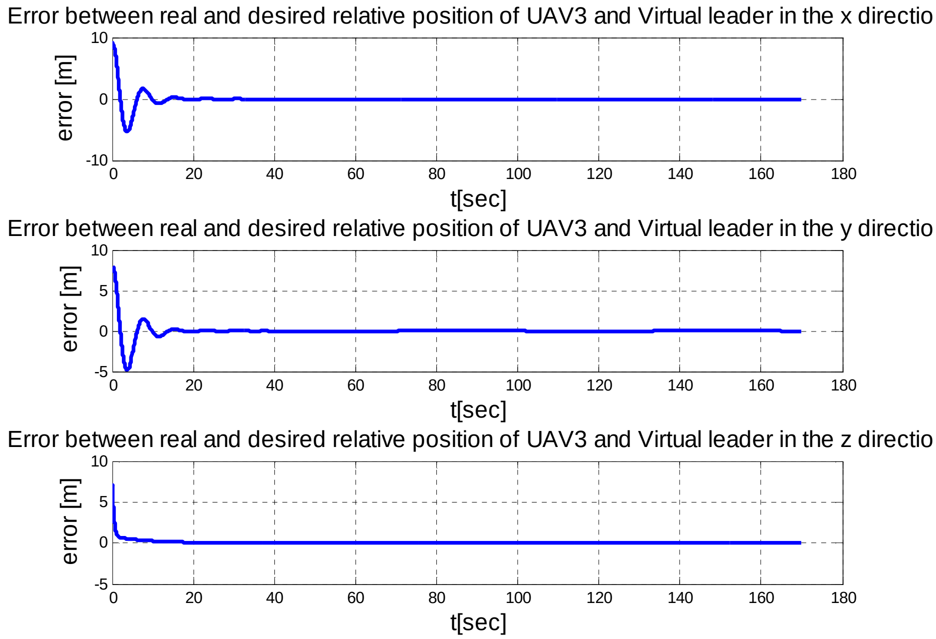
איור 24: סימולצית טיסה של שלושה UAVs ומוביל ווירטואלי עם מבנה רצוי קבוע בזמן. איור עליון מתאר את מיקום הכלים בשלושה צירים כפונקציה של הזמן, איור תחתון מתאר את מיקום הכלים במרחב, במערכת אינרציאלית.



איור 25: שגיאה בשלושה צירים בין המיקום היחסי הרצוי והאמיתי של כלי 1 ביחס למוביל הווירטואלי



איור 26: שגיאה בשלושה צירים בין המיקום היחסי הרצוי והאמיתי של כלי 2 ביחס למוביל הווירטואלי



איור 27: שגיאה בשלושה צירים בין המיקום היחסי הרצוי והאמיתי של כלי 3 ביחס למוביל הווירטואלי

מתוך איורים 27,26,25,24 ניתן לראות כי המבנה הוא יציב במובן שהוגדר ב־ 12.1, ולמרות תנאי התחלה "רחוקים" ממצב שיווי המשקל הרצוי ישנה התכנסות אסימפטוטית של השגיאות.

14 בקר לקבוצת כלים עבור מודל לא מקורב

בפרק זה נציג שיטת בקרה דומה לזו שהוצגה בפרק 13 כאשר ההבדל העיקרי יהיה המודל עבורו נפתח את הבקר. בפרק זה נתייחס למודל המלא של הכלי, ללא הנחת זויות קטנות, כפי שמוצג ב־ (8.21), (8.22). שיטת הבקרה המוצגת פותחה במסגרת עבודת מחקר זאת. הפרק מחולק באופן הבא, בתת הפרק הראשון נציג את בקר המצב הזוויתי, לאחר מכן את בקר המיקום. בקרת הגובה תהיה זהה לזו שהוצגה בפרק 13.1. בהמשך הפרק נציג סימולציות המתארות את ביצועי הבקר במישור הזמן ונוכיח את יציבות המבנה כפי שמוגדרת ב־ 12.1.

14.1 בקרת מקום

בקר המיקום אחראי לכך שכלי i ישמור על מיקום יחסי רצוי, לאורך הצירים x ו־ y, ביחס לשאר הכלים בקבוצה. בקר המיקום מחושב עבור כוח הדחף הדרוש (13.15) כדי לשמור על הגובה היחסי הרצוי במבנה. כוח הדחף נתון באמצעות בקר הגובה. נזכור כי אותות הבקרה של בקר המיקום הם זויות הייחוס $\theta_{ij}^d, \phi_{ij}^d$ המועברות לבקר [22]. מתוך המודל הדינמי (8.21) ידוע כי

$$\ddot{x} = -\frac{1}{m} F_{tot} U_x \tag{14.1}$$

$$\ddot{y} = -\frac{1}{m} F_{tot} U_y \tag{14.2}$$

כאשר,

$$U_x = cos\left(\psi\right) sin\left(\theta\right) cos\left(\phi\right) + sin\left(\psi\right) sin\left(\phi\right) \tag{14.3}$$

$$U_y = sin\left(\psi\right) sin\left(\theta\right) cos\left(\phi\right) - cos\left(\psi\right) sin\left(\phi\right) \tag{14.4}$$

מתוך (13.31), ידוע כי

$$\ddot{x}_{ij} = e_{x,(ij)}\left(-c_3^2 + \lambda_2 + 1\right) + e_{\dot{x}(ij)}\left(c_3 + c_4\right)\lambda_2 e_{x(ij)} - \chi_{x(ij)} + \ddot{x}_{ij}^d \tag{14.5}$$

נציב את (14.1) ונקבל

$$U_x = -\frac{m}{F_{tot}}\left(\left(-c_3^2 + \lambda_2 + 1\right) e_{x,(ij)} + \left(c_3 + c_4\right) e_{\dot{x}(ij)} - \lambda_2 c_3 \chi_{x(ij)} + \ddot{x}_{ij}^d\right) \tag{14.6}$$

ובאופן דומה

$$U_y = -\frac{m}{F_{tot}}\left(\left(-c_5^2 + \lambda_3 + 1\right) e_{y(ij)} + \left(c_6 + c_5\right) e_{\dot{y}(ij)} - c_5 \lambda_3 \chi_{y(ij)} + \ddot{y}_{ij}^d\right) \tag{14.7}$$

מתוך משוואות (14.4), (14.7), (14.6), (14.3) ניתן לחלץ את הזויות הרצויות באופן הבא (נסמן $cos\left(\psi\right) = A, \quad sin\left(\psi\right) = B$)

$$\begin{aligned} A \cdot cos\left(\phi\right) \cdot sin\left(\theta\right) + B \cdot sin\left(\phi\right) &= u_x \\ B \cdot cos\left(\phi\right) \cdot sin\left(\theta\right) - A \cdot sin\left(\phi\right) &= u_y \end{aligned} \tag{14.8}$$

מכאן

$$\begin{bmatrix} cos\left(\phi_{ij}^d\right) sin\left(\theta_{ij}^d\right) \\ sin\left(\phi_{ij}^d\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & -A \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} \tag{14.9}$$

$$\phi_{ij}^{d} = sin^{-1}\left[\frac{B\cdot u_x - A\cdot u_y}{A^2+B^2}\right] = sin^{-1}\left[Bu_x - Au_y\right] \tag{14.10}$$

$$\theta_{ij}^{d} = sin^{-1}\left[\frac{A\cdot u_x + B\cdot u_y}{(A^2+B^2)\,cos\left(\phi_{ij}^{d}\right)}\right] = sin^{-1}\left[\frac{A\cdot u_x + B\cdot u_y}{cos\left(\phi_{ij}^{d}\right)}\right] \tag{14.11}$$

כאשר $\theta_{ij}^{d}, \phi_{ij}^{d}$ מתארות את המצב הזוויתי היחסי הרצוי כך שהמרחק בין כלי i לכלי j לאורך הצירים x ו־ y יתייצב על גודל רצוי (כפי שדרוש למבנה). בעזרת בקר המצב הזוויתי (14.27) נקבע את המומנט הדרוש כך שהמבנה יהיה יציב במובן שהוגדר ב־ 12.1.

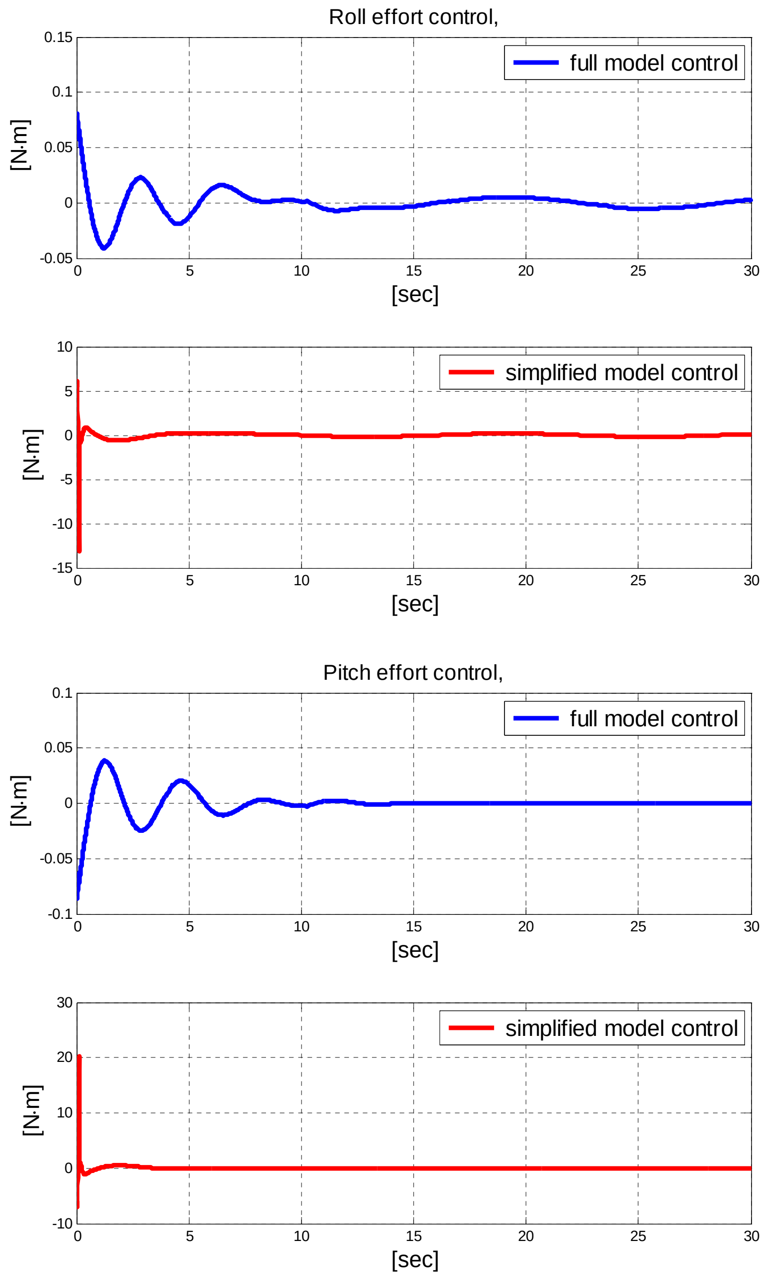
14.1.1 סימולציות

בתת פרק זה נציג את אותות היציאה מהבקר $(\phi_{ij}^{d}, \theta_{ij}^{d})$ בהינתן מסלול רצוי. בסימולציה המוצגת המסלול הרצוי הינו:

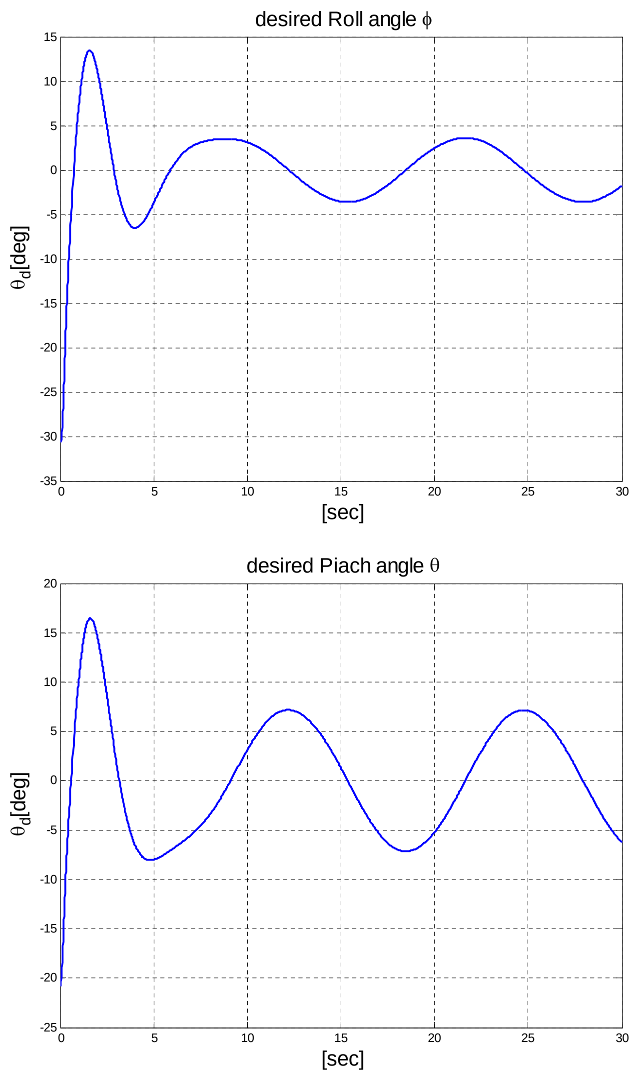
$$x_d\left(t\right) = 1 + 0.1t \tag{14.12}$$

$$y_d\left(t\right) = \cos\left(\frac{t}{2}\right) \tag{14.13}$$

נקבל את הזויות הרצויות המוצגות באיור 29. לשם השוואה, נציג את מאמץ הבקרה המתקבל כדי לעקוב אחרי המסלולים (14.12),(14.13) בהינתן בקר אשר מבוסס על המודל המקורב ובקר אשר מבוסס על המודל המלא, ראה איור 28. מתוך איור זה ניתן לראות כי בהינתן בקר מבוסס מודל מלא ניתן לבצע עקיבה עם מאמץ בקרה נמוך ביחס לעקיבה עם בקר מבוסס מודל מקורב. מאיור 28 ניתן גם לראות כי ישנה תגובת יתר גדולה בבקר המבוסס על מודל מקורב ביחס לבקר המבוסס מודל מלא, וזאת בגלל המומנט היותר גדול שנדרש ע"י בקר זה בסימולציה המוצגת. תנאי ההתחלה בסימולציה נמצאים בראשית מערכת הצירים.



איור 28: השוואה בין מומנטי גלגול (עליון) ועילרוד (תחתון) נדרשים בהינתן בקר מבוסס מודל מלא ובקר מבוסס מודל מקורב



איור 29: עליון ־ זווית גלגול רצויה בהינתן המסלול הרצוי (14.12), תחתון ־ זווית עילרוד רצויה בהינתן המסלול הרצוי (14.13)

14.2 בקר מצב זוויתי

בשלב הראשון בתכנון בקר המצב הזוויתי מוגדרת שגיאה בין המצב הזוויתי הרצוי עבור כל כלי טיס והמצב הזוויתי המצוי. כאמור אין הבדל בין הכלים בקבוצה ולכן נציג את בקר האורנטציה עבור כלי

i מבין N הכלים בקבוצה. נזכיר כי המצב הזוויתי הרצוי של כלי i מסומן ע"י η_{ij}^d, הוא המצב הזוויתי הדרוש כדי לשמור על מצב יחסי רצוי (לאורך הצירים x, y) מכלי j במבנה , ראה איור 29. נזכיר גם כי המצב הזוויתי האמיתי של כלי i מסומן ע"י η_i.

$$e_{\eta,(ij)} = \eta_{ij}^d - \eta_i \tag{14.14}$$

נגזור את הביטוי של השגיאה במצב הזוויתי

$$\dot{e}_{\eta,(ij)} = \dot{\eta}_{ij}^d - \dot{\eta}_i \tag{14.15}$$

כדי לקבל התכנסות של השגיאה, נגדיר אות כניסה ווראטואלי, אשר מביא להתכנסות השגיאה (14.14):

$$\dot{\eta}_i^v = C_1 e_{\eta,(ij)} + \dot{\eta}_{ij}^d + \lambda_\eta \chi_{\eta,(ij)} \tag{14.16}$$

כאשר C_1, λ_η הן מטריצות אלכסוניות חיוביות ו־ $\chi_{\eta,(ij)} = \int_0^t e_{\eta,(ij)} d\tau$.

כאמור ניתן כעת להגדיר שגיאה חדשה $e_{\dot{\eta}(ij)}$, השגיאה שבין אות הבקרה הרצוי $\dot{\eta}_i^v$ לבין המצוי $\dot{\eta}_i$,

$$e_{\dot{\eta}(ij)} = \dot{\eta}_i^v - \dot{\eta}_i \tag{14.17}$$

נגזור את (14.17), כדי למצוא בקר המביא להתכנסות השגיאה,

$$\frac{d}{dt} e_{\dot{\eta}(ij)} = \ddot{\eta}_i^v - \ddot{\eta}_i \tag{14.18}$$

$$\frac{d}{dt} e_{\dot{\eta}(ij)} = C_1 \dot{e}_{\eta(ij)} + \ddot{\eta}_{ij}^d + \lambda_\eta e_{\eta(ij)} - \ddot{\eta}_i \tag{14.19}$$

למציאת המומנט הדרוש, τ_η יש להציג את (14.14) כפונקציה של השגיאות בלבד. מתוך (14.17) ניתן לבודד את המצב הזוויתי האמיתי של הכלי $\dot{\eta}_i$. אם נציב את (14.16) נקבל

$$\dot{\eta}_i = \dot{\eta}_i^v - e_{\dot{\eta}(ij)} = C_1 e_{\eta,(ij)} + \dot{\eta}_{ij}^d + \lambda_\eta \chi_{\eta,(ij)} - e_{\dot{\eta}(ij)} \tag{14.20}$$

נציב ב־ (14.15) ונקבל,

$$\dot{e}_{\eta(ij)} = -C_1 e_{\eta(ij)} - \lambda_\eta \chi_{\eta(ij)} + e_{\dot{\eta}(ij)} \tag{14.21}$$

נציב ב־ (14.19), ובעזרת (14.21) נקבל

$$\dot{e}_{\dot{\eta},(ij)} = C_1 \left(-C_1 e_{\eta(ij)} - \lambda_\eta \chi_{\eta(ij)} + e_{\dot{\eta}(ij)}\right) + \ddot{\eta}^d_{ij} + \lambda_\eta e_{\eta(ij)} - \ddot{\eta}_i \tag{14.22}$$

נדרוש כי המודל הדינמ של (14.17) יהיה מהצורה,

$$\dot{e}_{\dot{\eta}(ij)} = -C_2 e_{\dot{\eta}(ij)} - e_{\eta(ij)} \tag{14.23}$$

מתוך הדרישה ב־ (14.23) נקבל,

$$\ddot{\eta}_i = \left(I_{3\times 3} + \lambda_1 - C_1^2\right) e_{\eta,(ij)} + \left(C_1 + C_2\right) e_{\dot{\eta},(ij)} - C_1 \lambda_\eta \chi_{\eta,(ij)} + \ddot{\eta}^d_{ij} \tag{14.24}$$

כאמור מ־ (14.21) ידוע כי $e_{\dot{\eta}(ij)} = \dot{e}_{\eta(ij)} + C_1 e_{\eta(ij)} + \lambda_\eta \chi_{\eta(ij)}$ ומכאן,ניתן לכתוב את (14.24) בצורה הבאה

$$\begin{aligned} \ddot{\eta}_i &= \ddot{\eta}^d_{ij} + \left(I_{3\times 3} + \lambda_\eta\right) e_{\eta,(ij)} + \left(C_1 + C_2\right) \dot{e}_{\eta(ij)} + C_2 \lambda_\eta \chi_{\eta(ij)} \\ \ddot{\eta}_i &= \ddot{\eta}^d_{ij} + K_P e_{\eta,(ij)} + K_D \dot{e}_{\eta(ij)} + K_I \chi_{\eta(ij)} \end{aligned} \tag{14.25}$$

כאשר $K_P = I_{3\times 3} + \lambda_\eta \, , \, K_D = \left(C_1 + C_2\right) \, , \, K_I = C_2 \lambda_\eta$. מתוך משוואות התנועה בכיוון η, (8.22) נקבל

$$D^{-1}(\eta)\left(\tau_{\eta,(ij)} - C(\eta,\dot{\eta})\,\dot{\eta}\right) = \ddot{\eta}^d_{ij} + K_P e_{\eta,(ij)} + K_D \dot{e}_{\eta(ij)} + K_I \chi_{\eta(ij)} \tag{14.26}$$

ומכאן שווקטור המומנטים τ_η הדרושים כדי להביא להתכנסות השגיאה (14.14) הוא

$$\tau_{\eta,(ij)} = D(\eta)\,\ddot{\eta}^d_{ij} + C(\eta,\dot{\eta})\,\dot{\eta}_i + D(\eta)\left\{K_P e_{\eta,(ij)} + K_D \dot{e}_{\eta(ij)} + K_I \chi_{\eta(ij)}\right\} \tag{14.27}$$

כאשר $\tau_{\eta(ij)}$ הוא המומנט הדרוש בכלי i לצורך עקיבה אחרי המצב הזוויתי הרצוי η^d_{ij}, הדרוש לשמירה על מרחקים רצויים במבנה בכיוונים x, y (של כלי i ביחס לכלי j). כאשר כל כלי הטייס במבנה נלקחים בחשבון אז המומנט השקול שיש להפעיל בכלי i נתון באופן הבאה

$$\tau_{\eta,i,tot} = \sum_{j\in J} \tau_{\eta,(i,j)} \tag{14.28}$$

נדגיש כי ניתן לשכלל את השיטה ע"י הוספת משקלים שונים בסכום המומנטים כך שכלי מסויים בקבוצה ישפיע יותר מכלי אחר, אך במסגרת עבודה זו אין התייחסות נוספת לנושא זה (מלבד תזכור בפרק הסיכום V). ברור כי מתן משקלים שווים לכל הכלים, כפי שמופיע ב־ (14.28) אינו פוגע בכלליות הפתרון המוצג, ותוספת משקלים אינה משפיעה באופן מהותי על הוכחת היציבות.

משפט 14.1 בהינתן קבוצה של N כלי טיס עם מודל דינאמי כפי שמופיעה ב־ (8.21),(8.22), כאשר לכל כלי יש N אותות בקרה מהצורה (14.27), אשר כל אחד מייצר את המומנט הדרוש כדי שכלי i יהיה במרחק אופקי רצוי בכיוונים x, y ביחס לכל אחד מהכלים האחרים בקבוצה J, לרבות המוביל הווירטואלי. בהינתן N מומנטים כאלה, ניתן לייצר מומנט שקול עבור כלי i, המורכב מסכום המומנטים שחושבו בנפרד, כפי שמופיע ב־ (14.28). המומנט השקול מוביל למבנה יציב במובן שנקבע בהגדרה (12.1).

הוכחה: נשתמש בקריטריון היציבות של ליאפנוב [31] בהוכחת היציבות. נבחר את פונקצית ליאפנוב הבאה:

$$\begin{aligned} V_i &= \frac{1}{2}\{\sum_{j\in J}\left[\chi^T_{\eta,(i,j)}\lambda_\eta\chi_{\eta,(i,j)}\right] + \sum_{j\in J}\left[e^T_{\eta(i,j)}e_{\eta(i,j)}\right] + \sum_{j\in J}\left[e^T_{\dot\eta(i,j)}e_{\dot\eta(i,j)}\right] \\ &+ \lambda_2\sum_{j\in J}\left[\chi^2_{x,(i,j)}\right] + \sum_{j\in J}\left[e^2_{x(i,j)}\right] + \sum_{j\in J}\left[e^2_{\dot x(i,j)}\right] \\ &+ \lambda_3\sum_{j\in J}\left[\chi^2_{y,(i,j)}\right] + \sum_{j\in J}\left[e^2_{y(i,j)}\right] + \sum_{j\in J}\left[e^2_{\dot y(i,j)}\right]\} \end{aligned} \tag{14.29}$$

ניתן לראות כי הפונקציה מורכבת מסכום של שגיאות בין כלי i לבין כל שאר הכלים בקבוצה, לרבות המוביל הוורטואלי. כמו כן מתקיים $V \geq 0 \ \forall \left(e_{\eta(i,j)}, e_{x(i,j)}, e_{y(i,j)}, e_{\dot\eta(i,j)}, e_{\dot x(i,j)}, e_{,\dot y(i,j)}\right) \mid j \in J$ (והשוויון מתקיים רק בנקודת שיווי המשקל). נבחן את הנגזרת בזמן של פונקצית ליאפונוב (14.29),

$$\begin{aligned} \dot V_i &= \sum_{j\in J}\left[\chi^T_{\eta,(i,j)}\lambda_\eta e_{\eta(ij)}\right] + \sum_{j\in J}\left[e^T_{\eta(i,j)}\dot e_{\eta(i,j)}\right] + \sum_{j\in J}\left[e^T_{\dot\eta(i,j)}\dot e_{\dot\eta(ij)}\right] \\ &+ \lambda_2\sum_{j\in J}\left[\chi_{\eta,(i,j)}e_{x(ij)}\right] + \sum_{j\in J}\left[e_{x(i,j)}\dot e_{x(i,j)}\right] + \sum_{j\in J}\left[e_{\dot x(i,j)}\dot e_{\dot x(ij)}\right] \\ &+ \lambda_3\sum_{j\in J}\left[\chi_{y,(i,j)}e_{y(ij)}\right] + \sum_{j\in J}\left[e_{y(i,j)}\dot e_{y(i,j)}\right] + \sum_{j\in J}\left[e_{\dot y(i,j)}\dot e_{\dot y(ij)}\right] \end{aligned} \tag{14.30}$$

נציב את הקשרים הבאים (ראה תתי פרקים 14.2,13.2)

$$\sum_{j\in J}\dot{e}_{\eta(i,j)} = -C_1\sum_{j\in J}e_{\eta(ij)} - \lambda_\eta\sum_{j\in J}\chi_{\eta(ij)} + \sum_{j\in J}e_{\dot{\eta}(ij)} \quad (14.31)$$

$$\sum_{j\in J}\dot{e}_{\dot{\eta}(ij)} = -C_2\sum_{j\in J}e_{\dot{\eta}(ij)} - \sum_{j\in J}e_{\eta(ij)} \quad (14.32)$$

$$\sum_{j\in J}\dot{e}_{x(ij)} = -c_3\sum_{j\in J}e_{x(ij)} - \lambda_2\sum_{j\in J}\chi_{x(ij)} + \sum_{j\in J}e_{\dot{x}(ij)} \quad (14.33)$$

$$\sum_{j\in J}\dot{e}_{\dot{x}(ij)} = -c_4\sum_{j\in J}e_{\dot{x}(ij)} - \sum_{j\in J}e_{x(ij)} \quad (14.34)$$

$$\sum_{j\in J}\dot{e}_{y(ij)} = -c_5\sum_{j\in J}e_{y(ij)} - \lambda_3\sum_{j\in J}\chi_{y(ij)} + \sum_{j\in J}e_{\dot{y}(ij)} \quad (14.35)$$

$$\sum_{j\in J}\dot{e}_{\dot{y}(ij)} = -c_6\sum_{j\in J}e_{\dot{y}(ij)} - \sum_{j\in J}e_{y(ij)} \quad (14.36)$$

מכאן נקבל כי הנגזרת של פונקצית ליאפונוב היא

$$\begin{aligned}\dot{V}_{i,\eta} &= -\sum_{j\in J}\left[e^T_{\eta(i,j)}C_1e_{\eta(i,j)}\right] - \sum_{j\in J}\left[e^T_{\dot{\eta}(i,j)}C_2e_{\dot{\eta}(i,j)}\right] \\ &- c_3\sum_{j\in J}\left[e^2_{x(i,j)}\right] - c_4\sum_{j\in J}\left[e^2_{\dot{x}(i,j)}\right] \\ &- c_5\sum_{j\in J}\left[e^2_{y(i,j)}\right] - c_6\sum_{j\in J}\left[e^2_{\dot{y}(i,j)}\right] \end{aligned} \quad (14.37)$$

מתוך (14.37) ניתן לראות כי $\dot{V}_{i,\eta} \le 0 \ \forall \left(e_{\eta(i,j)}, e_{x(i,j)}, e_{y(i,j)}, e_{\dot{\eta}(i,j)}, e_{\dot{x}(i,j)}, e_{,\dot{y}(i,j)}\right) \ |j \in J$ (מלבד במצב שיווי משקל שם הנגזרת שווה אפס), מה שמבטיח יציבות אסימפטוטית של נקודת שיווי המשקל $e_{\eta(i,j)} = e_{x(i,j)} = e_{y(i,j)} = e_{\dot{\eta}(i,j)} = e_{\dot{x}(i,j)} = e_{,\dot{y}(i,j)} = 0$. מכיוון שניתן לכתוב פונקצית ליאפונוב דומה לכל כלי טיס במבנה, אז המבנה יציב במובן שנקבע בהגדרה 12.1. ∎

14.3 סימולציות

באיורים 30, 31 מוצגת סימולציה של כלי בודד עם מוביל ווירטואלי (שזה כאמור מקרה פרטי של קבוצה כאשר $N = 1$). הסימולציה מתארת את ביצועי שיטת הבקרה המוצעת כאשר המסלול הרצוי (ולכן גם

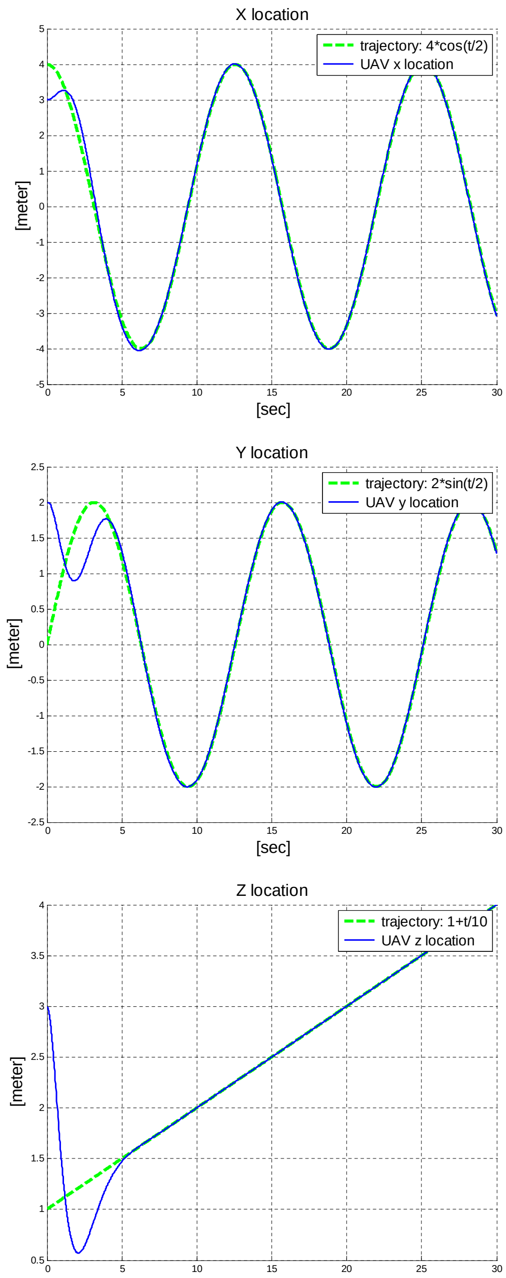
המוביל הווירטואלי) נתון ע"י, (14.38)

$$
\begin{aligned}
x_d &= 4cos\left(\frac{t}{2}\right) \\
y_z &= 2sin\left(\frac{t}{2}\right) \\
z_d &= 1+\frac{t}{10}
\end{aligned}
\tag{14.38}
$$

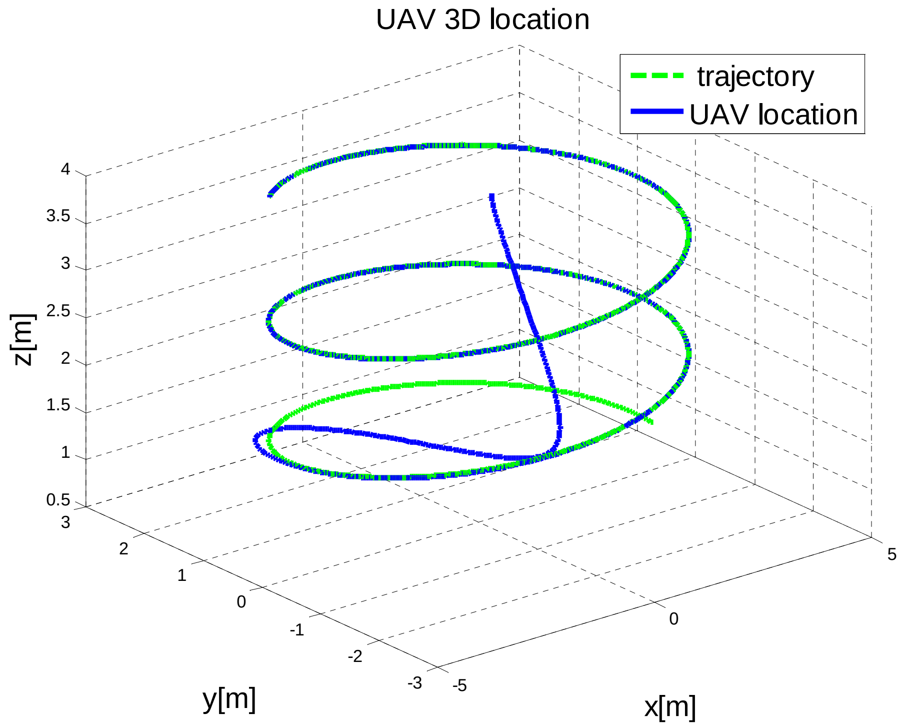
השילוב של כלי יחיד עם מוביל ווירטואלי מהווה פתרון לבעיית ה־ trajectory-tracking [23]. כלומר טיסה לאורך מסלול רצוי עם חוק זמן. במקרה זה המוביל הווירטואלי קובע את חוק הזמן וכלי הטייס נדרש להיצמד אל המוביל הווירטואלי (המצב היחסי הרצוי הוא אפס). תנאי ההתחלה של כלי הטיס בסימולציה הם $x_0 = 7,\ y_0 = 3,\ z_0 = 4$ (במטרים), וקבועי הבקרה נבחרו להיות

$$c_1, c_3, c_5 = 1\,;\ c_2, c_4, c_6 = 2\,;\ \lambda_2, \lambda_3 = 1 \tag{14.39}$$

$$C_1 = I_{3\times3}\,;\ C_2 = 2\cdot I_{3\times3}\,;\ \lambda_\eta = I_{3\times3} \tag{14.40}$$

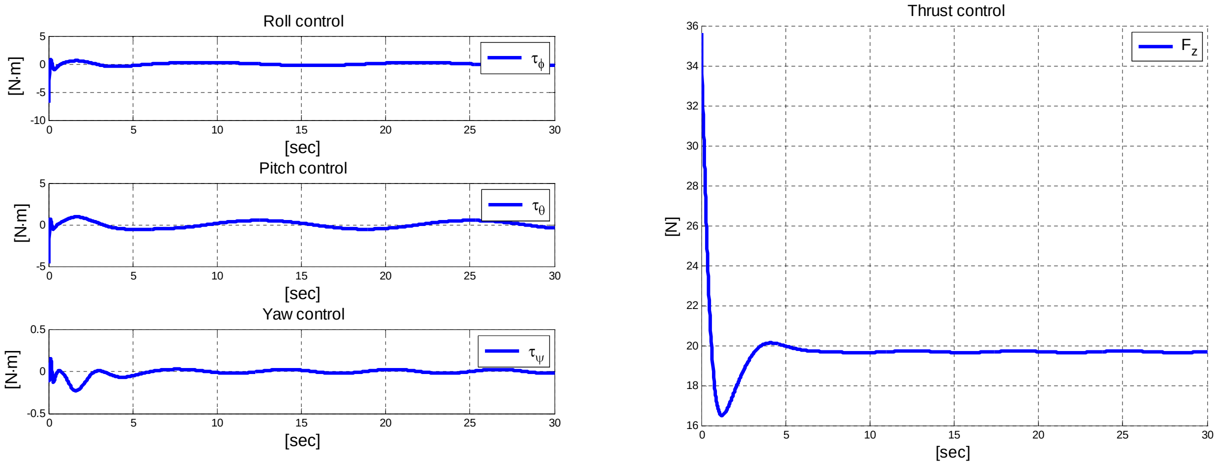


איור 30: טיסה של כלי יחיד לאורך מסלול רצוי עם חוקיות בזמן trajectory treaking, בשיטת IB, מוצג בשלושה צירים: x (עליון), y (אמצעי), z (תחתון)



איור 31: תצוגה תלת מימדית של בקר trajectory treaking מסוג IB בהינתן מודל המופיע ב (8.21), (8.22)

מתוך איורים 30, 31 ניתן לראות כי הבקר מספק ביצועים טובים במובן של עקיבה ובמובן של זמן התכנסות יחסית קצר (כ 5 שניות). באיור 32 ניתן לראות את מאמץ הבקרה. נעיר כי בהינתן בקר אשר מבוסס על המודל המפושט, לא ניתן לעקוב אחרי המסלול הנ"ל.



איור 32: מאמץ הבקרה של כלי יחיד בטיסה לאורך מסלול רצוי (המסלול ב־ (14.38))

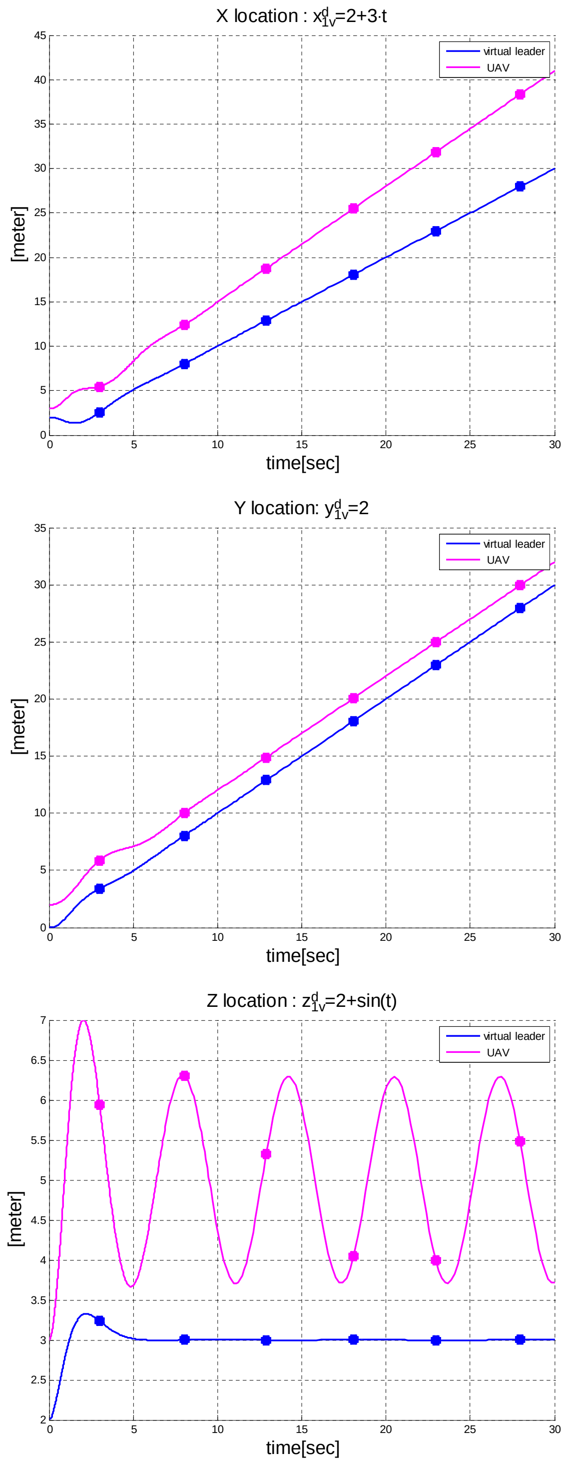
באיורים $14.3,34$ מוצגת סימולציה של כלי העוקב אחרי מוביל וורטואלי, עם תנאי ההתחלה
$$\begin{matrix} x_1 = 7\,[m] \\ y_1 = 3\,[m] \\ z_1 = 4\,[m] \end{matrix}.$$
באיורים אלה ניתן לראות את ביצועי הבקר כאשר המרחק היחסי בין הכלי למוביל תלוי בזמן, קרי כאשר קונפיגורצית המבנה משתנה. המסלול לפיו המוביל מתקדם הוא

$$x_d(t) = t \tag{14.41}$$
$$y_d(t) = t \tag{14.42}$$
$$z_d(t) = 3 \tag{14.43}$$

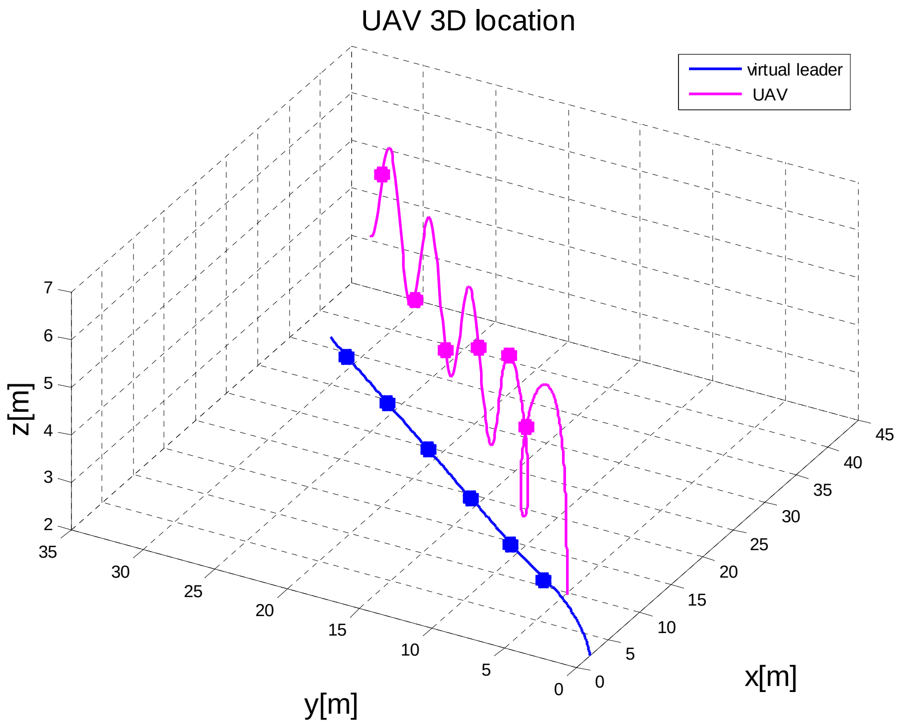
כאשר המרחק היחסי הרצוי בין ה UAV לבין המוביל הוא

$$x_{1v}^d(t) = 2 + 0.3 \cdot t \tag{14.44}$$
$$y_{1v}^d(t) = 2 \tag{14.45}$$
$$z_{1v}^d(t) = 2 + \sin(t) \tag{14.46}$$

פרמטרי הבקר מופיעים ב $(14.39),(14.40)$

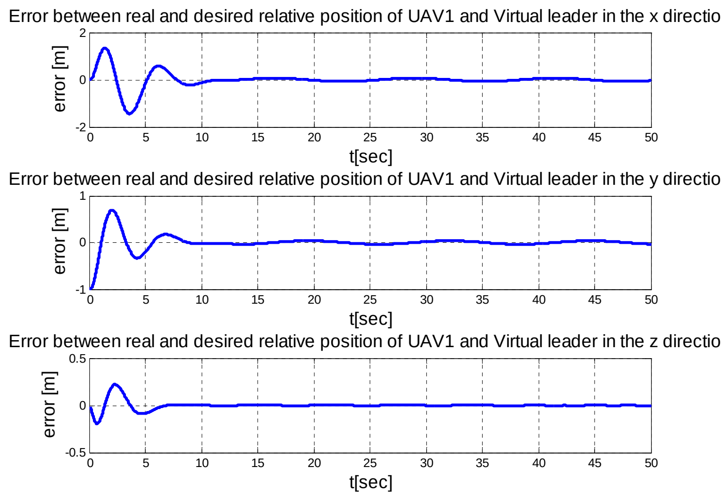


איור 33: תנועה יחסית בין המוביל לבין הכלי בכיוון x (עליון) y (אמצע) z(תחתון)

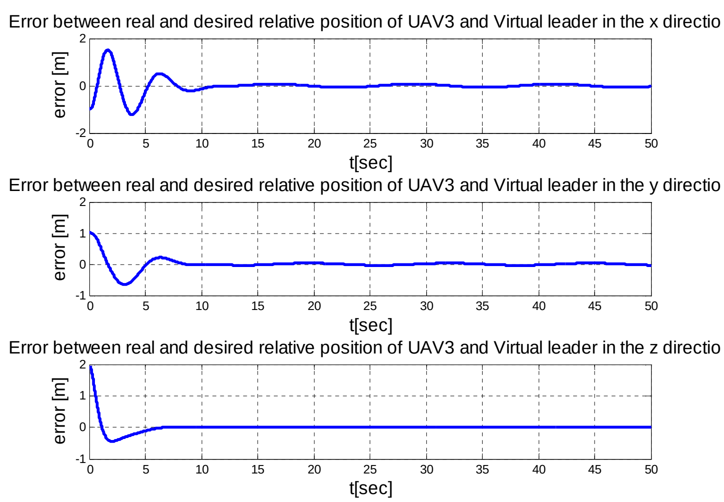


איור 34: תנועה יחסית בין המוביל לבין הכלי בתצוגה מרחבית

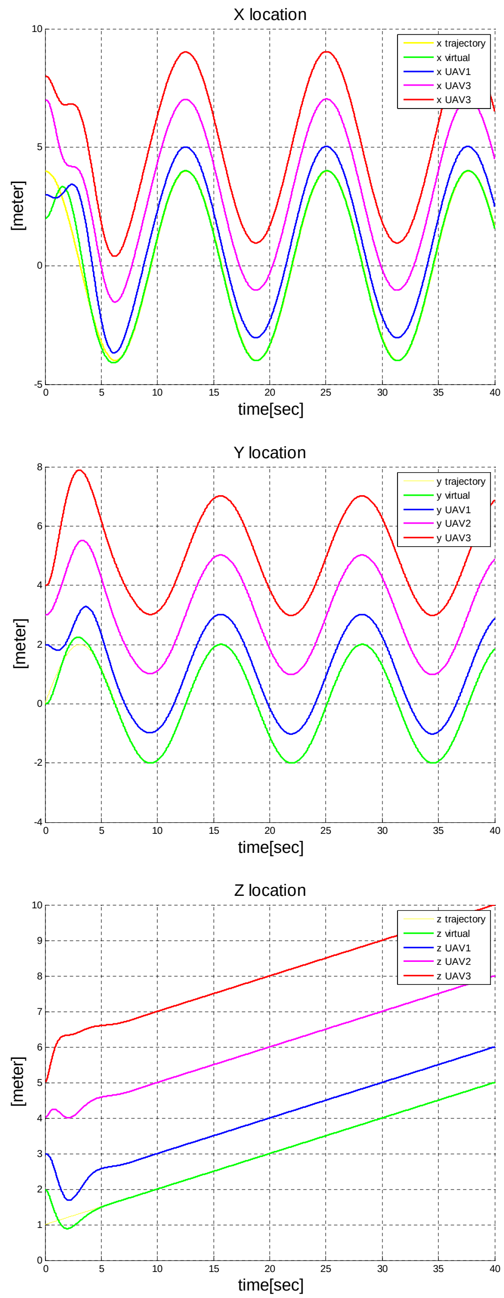
באיורים 37, 38 מוצגת סימולציה של 3 כלים $(N=3)$, ומוביל וירטואלי. המסלול עליו "טס" המוביל הוא (14.38). כמו כן על הכלים לשמור על המבנה הבא: וקטורי המרחק הרצוים בין כלי 1,2,3 למוביל הוורטואלי הם $x_{1v}^d=\left[\begin{array}{ccc}1&1&1\end{array}\right]^T, x_{2v}^d=\left[\begin{array}{ccc}3&3&3\end{array}\right]^T, x_{1v}^d=\left[\begin{array}{ccc}5&5&5\end{array}\right]^T$ בהתאמה. מפת שיתוף האינפורמציה בין הכלים נתונה באיור־ 23. באיורים 36,35 ניתן לראות לדוגמא את השגיאות במרחקים היחסיים הרצויים של כלים 1,3 מהמוביל הווירטואלי.



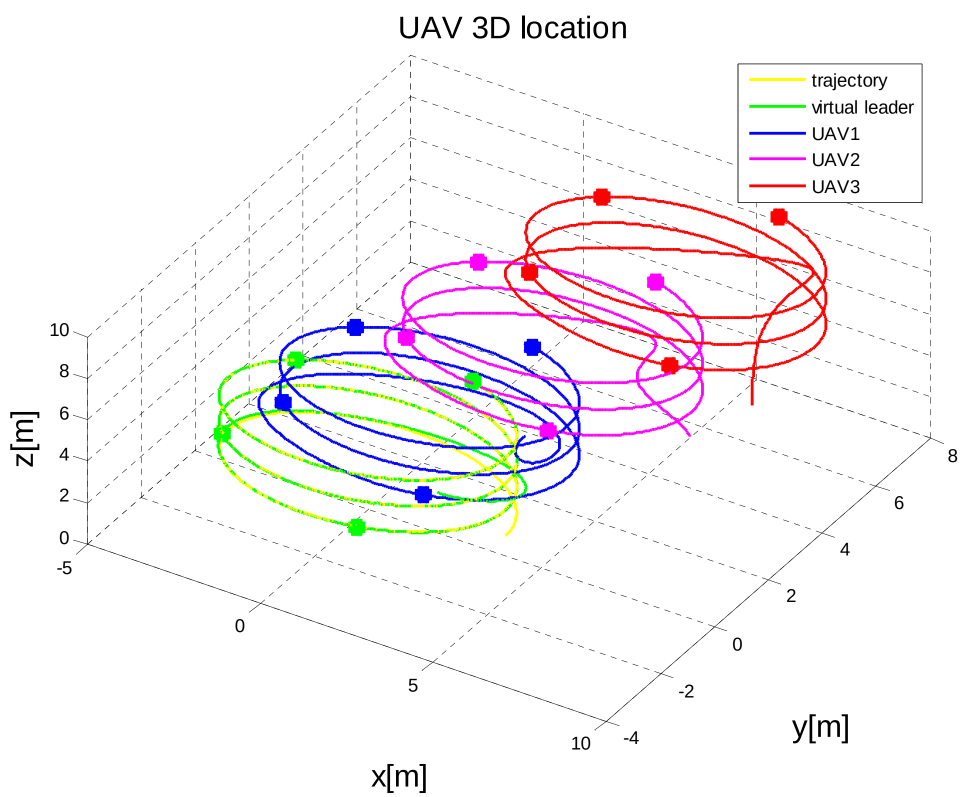
איור 35: שגיאות יחסיות בין כלי 1 למוביל הווירטואלי



איור 36: שגיאות יחסיות בין כלי 3 למוביל הווירטואלי



איור 37: טיסת מבנה של 3 כלים ומוביל ווירטואלי, מוצג בשלושה צירים נפרדים, x עליון, y אמצעי, z תחתון



איור 38: טיסת מבנה של 3 כלים ומוביל ווירטואלי

חלק V

סיכום ומחקר עתידי

14.4 סיכום

עיקרה של עבודה זו היה לפתח חוק בקרה לקבוצת כלי טיס לא מאויישים (UAV) כדי להשיג טיסת מבנה. כלי הטיס הנדון בעבודה הוא מסוג quadrotor. בראשית העבודה הצגנו רקע כללי על כלי טייס לא מאויישים, ובהמשך העבודה על ה־ quadrotors בפרט. כמו כן, בפרק I של העבודה הצגנו רקע על שיטות בקרה שונות לקבוצה של כלים רובוטיים שונים, לרבות היתרונות והחסרונות של כל שיטה. בפרק II, הצגנו שתי שיטות שונות לפיתוח המודל הדינאמי של כלי הטיס, מודל לפי ניוטון אוילר, אשר מציג בצורה נוחה את משוואות התנועה במערכת אינרציאלית, אך כולל הנחה של זוויות קטנות, ומודל נוסף שפותח לפי אוילר לגראנז' מציג את משוואות התנועה כפונקציה של זוויות אוילר ללא הנחה של זוויות קטנות. הצגת המשוואות בשני אופנים עזרה בתכנון חוקי הבקרה תחת הנחות וקירובים שונים. במהלך העבודה הוצגו חוקי בקרה לייצוב המצב הזוויתי של quadrotor בודד. אלה התבססו לדוגמא על לינאריזציה של המודל ותכנון בקר לינארי אופטימאלי, על שימוש בקריטריון היציבות של ליאפונוב לתכנון בקר עבור המודל הלא ליניארי, על Sliding-modes ועל Backstepping. שיטת הבקרה שנבחרה בעבודה זו לצורך פיתוח מערכת בקרה לטיסת מבנה של קבוצת כלי טיס לא מאויישים היא Integral backstepping - IB. שיטה זו כבר שימשה בעבר לצורך בקרה של כלי טיס יחיד, אבל פיתוח הבקר התבסס על הנחה של זוויות קטנות. בעבודת מחקר זו הראנו שניתן להשתמש בשיטת IB לבקרה של כלי טיס יחיד ללא הנחה של זוויות קטנות והדגמנו את היתרון של הבקר המוצע בסימולציות. בפרק IV הצגנו פיתוח חדש לבקר שתפקידו לאפשר טיסת מבנה של קבוצת כלי טיס. הבקר שפותח בעבודה זו לקבוצת כלי טיס מתבסס על IB, והפיתוח הוצג גם עבור המקרה שבו ניתן להניח זוויות קטנות וגם עבור המקרה בו הנחה כזאת אינה אפשרית. הראנו באמצעות סימולציות שהבקר שפותח לקבוצת כלים ומתבסס על מודל דינאמי ללא הנחה של זוויות קטנות מוביל לביצועים יותר טובים (על חשבון אות בקרה יותר מורכב למימוש). כל מערכות הבקרה שפותחו במסגרת עבודת מחקר זו לכלי יחיד ולקבוצת כלים כוללות הוכחה ליציבות אסימפטוטית המתבססת על קריטריון היציבות של ליאפונוב. במקרה של קבוצת כלי טיס קבענו בהגדרה 12.1 את מושג היציבות של הקבוצה כפי שנדון בעבודה זו. מלבד טיסה במבנה רצוי יציב, השיטה מאפשרת טיסה לאורך מסלול רצוי עם חוק זמן (trajectory-tracking) בגישה של מוביל ווירטואלי. כדי להמחיש את יעילות השיטה הצגנו תוצאות של סימולציות נומריות עבור קבוצה של שלושה כלי טיס מסוג quadrotor עם מוביל ווירטואלי אשר נדרשים לטוס במבנה רצוי ולאורך מסלול

רצוי. מוצגות גם סימולציות של הבקר שפותח תחת הנחה של זוויות קטנות וגם של הבקר שפותח עם המודל המלא.

14.5 מחקר עתידי

ישנן כמה אפשרויות מחקר להמשך ולהרחבת עבודה זו. האחת היא הרחבת בקר ה־ IB בשילוב עם בקרת H_∞ לא לינארית בדומה למה שמוצג ב־ [58] עבור כלי יחיד (עם backsettping ולא IB). באמצעות גישה זו ניתן להשיג רובסטיות כנגד הפרעות (לדוגמא כתוצאה מרוח ותנאי מזג אוויר שונים) וכנגד אי וודאויות במודל. בעבודת מחקר זו לא הייתה התייחסות להתחמקות ממכשולים, בשילוב עם הבעיה של טיסה במבנה יציב. דרך אחת להתמודדות עם בעיה זו היא לחסום כל מכשול באוויר בכדור, ובעזרת בקרת IB לייצר את הכוח והמומנט הדרוש לכל כלי כדי לא להתנגש במכשול. ניתן לעשות זאת ע"י הגדרת המיקום הרצוי של הכלי בכיוונים x, y, z כך שתתקיימנה משוואת הכדור, כאשר הרדיוס הוא כפונקציה של גודל המכשול (כלומר בגישה זו המיכשול הופך להיות חלק מהמבנה הרצוי והבקר מבטיח מרחק רצוי מהמכשול ־ נזכיר כי בגישה שפותחה המבנה הרצוי יכול להיות משתנה בזמן). כיוון מחקר עתידי נוסף אשר כבר הוזכר בפרק שעוסק בבקרת קבוצה כולל מתן משקלים שונים בסיכום אותות הבקרה עבור כל כלי טיס (נזכיר כי הבקר עבור כל כלי הוא סכום של אותות בקרה כאשר כל אות בקרה נועד כדי להבטיח מצב יחסי רצוי ביין כלי הטיס ובין כלי אחד שכן). תוספת המשקלים נותנת דרגות חופש נוספות לבקר שניתן לנצל לדוגמא לצורך פתרון בעיית אופטימיזציה. נדגיש גם כי השיטה שפותחה כאן לבקרה של קבוצת כלי טיס ללא הנחה של זוויות קטנות אינה תלוייה במודל המסויים של כלי הטייס. המודל הדינאמי ששימש בפיתוח הינו כללי ביותר ומתאים לכלי טיס מסוגים שונים, מה שרומז כי ניתן לבדוק את האפשרות לשימוש בשיטה גם לבקרה של קבוצה כלי טיס הטרוגנית. בנוסף ניתן לבדוק את האפשרות לשימוש בשיטה לבקרת מבנה של קבוצת כלי רכב קרקעיים, קבוצה של כלי שיט וקבוצה של לוויינים.

References

[1] *http://www.terpconnect.umd.edu/ leishman/Aero/history.html.*

[2] M.R. Anderson and A.C. Robbins. Formation flight as a cooperative game. *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, pages 244–251, 1998.

[3] G. Antonelli, F. Arrichiello, and S. Chiaverini. Flocking for multi-robot systems via the null-space-based behavioral control. *Swarm Intelligence*, 4(1):37–56, 2010.

[4] Arai.T, Pagello.E, and Parker.L. Guest editorial advances in multirobot systems. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 18(5):655–661, 2002.

[5] T. Balch and R.C. Arkin. Behavior-based formation control for multirobot teams. *IEEE Transactions on Robotics and Automation,*, 14(6):926–939, 1998.

[6] Lenaick Besnard. *Control of a quadrotor vehicle using sliding mode disturbance observer.* PhD thesis, The University od Alabama in Huntsville, 2006.

[7] Samir Bouabdallah and Roland Siegwart. Full control of a quadrotor. In *Proceedings of the 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 153–158, 2007.

[8] H. Bouadi, M. Bouchoucha, and M. Tadjine. Sliding mode control based on backstepping approach for an uav type-quadrotor. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 26:22–27, 2007.

[9] W. Burgard, M. Moors, C. Stachniss, and F.E. Schneider. Coordinated multi-robot exploration. *IEEE Transactions on Robotics,*, 21(3):376–386, 2005.

[10] Y.U. Cao, A.S. Fukunaga, A.B. Kahng, and F. Meng. Cooperative mobile robotics: Antecedents and directions. In *Proceedings. 1995 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems 95.'Human Robot Interaction and Cooperative Robots',*, volume 1, pages 226–234. IEEE, 1995.

[11] S. Carpin and L.E. Parker. Cooperative motion coordination amidst dynamic obstacles. In *in Distributed Autonomous Robotic Systems*. Citeseer, 2002.

[12] Ming Chen. *Formation and flight control of affordable Quadrotor Unmanned Air Vehicle*. PhD thesis, The University of British Columbia, 2003.

[13] L. Consolini, F. Morbidi, D. Prattichizzo, and M. Tosques. A geometric characterization of leader-follower formation control. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2007*, pages 2397–2402. IEEE, 2007.

[14] M.C. De Gennaro and A. Jadbabaie. Formation control for a cooperative multi-agent system using decentralized navigation functions. In *American Control Conference, 2006*, pages 6–pp. IEEE.

[15] M. Defoort, T. Floquet, A. Kokosy, and W. Perruquetti. Sliding-mode formation control for cooperative autonomous mobile robots. *IEEE Transactions on Industrial Electronics,*, 55(11):3944–3953, 2008.

[16] J.P. Desai, J.P. Ostrowski, and V. Kumar. Modeling and control of formations of nonholonomic mobile robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation,*, 17(6):905–908, 2001.

[17] W.B. Dunbar and R.M. Murray. Distributed receding horizon control for multi-vehicle formation stabilization. *Automatica*, 42(4):549–558, 2006.

[18] Zhou Fang, Zhang Zhi, Liang Jun, and Wang Jian. Feedback linearization and continuous sliding mode control for a quadrotor uav. In *Proceedings of the 27th Chinese Control Conference*, 2008.

[19] J. Alexander Fax and R. Murray. Information flow and cooperative control of vehicle formations. *IEEE T. Automatic Control*, 49:1465 – 1476, 2003.

[20] R. Fierro, A.K. Das, V. Kumar, and J.P. Ostrowski. Hybrid control of formations of robots. In *Proceedings 2001 ICRA.IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2001.*, volume 1, pages 157–162. IEEE, 2001.

[21] Gu.D and Hu. H. A model predictive controller for robots to follow a virtual leader. *Robotica*, 27(06):905–913, 2009.

[22] Francisco R. Rubio Guilherme V. Raffo, Manuel G. Ortega. Backstepping/nonlinear hinf control for path tracking of a quadrotor unmanned aerial vehicle. In *American Control Conference*, 2008.

[23] A. Hiddabi and McClamroch. Tracking and maneuver regulation control for nonlinear nonminimum phase systems: Application to flight control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology,*, 10(6):780–792, 2002.

[24] G. Hoffmann, D.G. Rajnarayan, S.L. Waslander, D. Dostal, J.S. Jang, and C.J. Tomlin. The stanford testbed of autonomous rotorcraft for multi agent control (starmac). In *The 23rd Digital Avionics Systems Conference, 2004. DASC 04.*, volume 2, pages 12–E. IEEE, 2004.

[25] A. Howard, L.E. Parker, and G.S. Sukhatme. Experiments with a large heterogeneous mobile robot team: Exploration, mapping, deployment and detection. *The International Journal of Robotics Research*, 25(5-6):431, 2006.

[26] I.A.F. Ihle, J. Jouffroy, and T.I. Fossen. Formation control of marine surface craft using lagrange multipliers. In *44th IEEE Conference on Decision and Control, and 2005 European Control Conference. CDC-ECC'05.*, pages 752–758. IEEE, 2005.

[27] D. Jia and B. Krogh. Min-max feedback model predictive control for distributed control with communication. In *Proceedings of the 2002 American Control Conference, 2002.*, volume 6, pages 4507–4512. IEEE, 2002.

[28] D. Jia and B.H. Krogh. Distributed model predictive control. In *Proceedings of the 2001 American Control Conference, 2001.*, volume 4, pages 2767–2772. IEEE, 2001.

[29] I. Kanellakopoulos and P. Krein. Integral-action nonlinear control of induction motors. In *the 12th IFAC World Congress*, 1993.

[30] Kiattisin Kanjanawanishkul. *Coordinated Path Following Control and Formation Control of Mobile Robots*. PhD thesis, university Tubingen, 2010.

[31] Hassan K.Halil. *Non Linear systems*. Prentice-Hall, 2002.

[32] ARDA OZGUR KIVRAK. *Design and control systems for a quadrotor flight vehicle equipped with inertial sensors*. PhD thesis, Mechatronics Engineering Atilim University, 2006.

[33] E. Lalish, K.A. Morgansen, and T. Tsukamaki. Formation tracking control using virtual structures and deconfliction. In *45th IEEE Conference on Decision and Control, 2006*, pages 5699–5705. IEEE, 2006.

[34] M.A. Lewis and K.H. Tan. High precision formation control of mobile robots using virtual structures. *Autonomous Robots*, 4(4):387–403, 1997.

[35] X. Li, J. Xiao, and Z. Cai. Backstepping based multiple mobile robots formation control. In *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems,*, pages 887–892. IEEE, 2005.

[36] Tarek Madani and Abdelaziz Benallegue. Backstepping control for a quadrotor helicopter. In *Proceedings of the 2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2006.

[37] M. Vidyasagar Mark W. Spong, Seth Hutchinson. *Robot Modeling and Control*. JOHN WILEY, 2006.

[38] P. McDowell, J. Chen, and B. Bourgeois. Uuv teams, control from a biological perspective. In *OCEANS'02 MTS/IEEE*, volume 1, pages 331–337. IEEE, 2002.

[39] R. Merris. Laplacian matrices of graphs: a survey. *Linear Algebra and its Applications*, 197:143–176, 1994.

[40] R.M. Murray. Recent research in cooperative control of multivehicle systems. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 129:571, 2007.

[41] P. Ogren and N.E. Leonard. Obstacle avoidance in formation. In *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation,*, volume 2, pages 2492–2497. IEEE, 2003.

[42] A. Pant, P. Seiler, and K. Hedrick. Mesh stability of look-ahead interconnected systems. *IEEE Transactions on Automatic Control,*, 47(2):403–407, 2002.

[43] Chirag Amrutbhai Patel. *Bulding a testbed for mini quadrotor UAV with protevtive shround*. PhD thesis, Sardar Patel University, 2002.

[44] Ulf Pilz, Andrey P. Popov, and Herbert Werner. Robust controller design for formation flight of quad-rotor helicopters. In *Proceedings of the 48th IEEE Conference Decision and Control, 2009 held jointly with the 2009 28th Chinese Control Conference. CDC/CCC 2009.*, 2010.

[45] Andrey P. Popov and Herbert Werner. A robust control approach to formation control. In *European Control Confrencs, Budapest, Hungary*, pages 4428–4433, 2009.

[46] J. Rashid, M. Broxvall, and A. Saffiotti. Extending a networked robot system with tiny devices and everyday objects. In *Workshop on Information Technology, Skovde, Sweden*, 2010.

[47] M. Reaves, L. Horta, M. Waszak, and B. Morgan. Model update of a micro air vehicle (mav) flexible wing frame with uncertainty quantification. *NASA Technical Memorandum.*

[48] W. Ren and R.W. Beard. Decentralized scheme for spacecraft formation flying via the virtual structure approach. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 27(1):73–82, 2004.

[49] A. Richards and J. How. Decentralized model predictive control of cooperating uavs. In *43rd IEEE Conference on Decision and Control, 2004. CDC.*, volume 4, pages 4286–4291. IEEE, 2004.

[50] J. Sanchez and R. Fierro. Sliding mode control for robot formations. In *IEEE International Symposium on Intelligent Control. 2003*, pages 438–443. IEEE, 2003.

[51] S.Bouabdallah. *Design and control of quadrotors with application to autonomous flying*. PhD thesis, Lausanne, EPFL, 2007.

[52] D.M. Stipanovic, G. Inalhan, R. Teo, and C.J. Tomlin. Decentralized overlapping control of a formation of unmanned aerial vehicles. In *Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control, 2002,*, volume 3, pages 2829–2835. IEEE, 2002.

[53] D. Swaroop and JK Hedrick. String stability of interconnected systems. *IEEE Transactions on Automatic Control,*, 41(3):349–357, 1996.

[54] Y. Tan. Advanced nonlinear control strategy for motion control systems. In *Power Electronics and Motion Control Conference*, 2000.

[55] Yaolong Tan, Jie Chang, Hualin Tan, and Jun Hu. Integral backstepping control and experimental implentation for motion system. In *Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Control Applications*, 2000.

[56] H.G. Tanner, G.J. Pappas, and V. Kumar. Leader-to-formation stability. *IEEE Transactions on Robotics and Automation,*, 20(3):443–455, 2004.

[57] Andrey P. Popov Ulf Pilz and Herbert Werner. Robust controller design for formation flight of quad-rotor helicopters. In *Proceedings of the 48th IEEE Conference. Decision and Control,*, 2009.

[58] A.J. van der Schaft. *L2-gain and passivity techniques in nonlinear control*. Springer Verlag, 2000.

Abstract

Unmanned Air Vehicles (UAVs) have generated considerable intrest recently both commercially and militarily, due to their advantages over manned systems. The cutting ege techniques in sensors, communications and robust control algorithm can now allow affordable commercial missions involving UAVs. The research described in this thesis involves the coordination control of robotic systems composed of multiple autonomous UAVs. The main motivation for research in this area is due to the several advantages of multi-robot system over a single autonomous robot, with respect to the importance of the mission efficiency in terms of time and quality, achieving tasks which are not executable by a single robot. In this thesis, a new approach for the flight formation control of a group of UAVs is presented. The proposed method is based on the employment of multiple Integral Backstepping (IB) controllers. We consider a group of quadrotor UAVs, each having an identical nonlinear dynamics, where the stability of the flight formation is shown via the use of the Lyapunov approach. The main contribution of the work is the proposed combination of individual controllers, were each satisfies a reference configuration of two UAVs. The combination of all individual controllers provides the total force and moments required form each UAV, in order to maintain stability of the formation.

The thesis is organized as follow: Part I reviews the state of the art of various existing control methods for controlling a group of robots/vehicles. At the beginning of part II we persent an unmanned quadrotor , including a short historical review,regarding the reserch which have been done in the subject. Then we present the UAV dynamical model, developed in two different ways, for a convenience presentment of the model under various assumptions. In part III we present several control methods for controlling a single quadrotor and demonstrate convergance properties in the time domain by means of Matlab/Simulink. In part IV we develop a formation controller and present some numerical results of 3 quadrotors, lead by a virtual leader and formation flights simulasions are done using Malab/Simulink. Part V provides some remarks, and discusses some directions for future reasearch.

BEN-GURION UNIVERSITY OF THE NEGEV
FACULTY OF ENGINEERING SCIENCES
DEPARTMENT OF MECHANICAL ENGINEERING

Formation flight of Unmanned Aerial Vehciles

Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the M.Sc. Degree

By: Alon Davidi

Supervisors: Prof Nadav Berman and Dr Shai Arogeti

August 2011

BEN-GURION UNIVERSITY OF THE NEGEV
FACULTY OF ENGINEERING SCIENCES
DEPARTMENT OF MECHANICAL ENGINEERING

Formation flight of Unmanned Aerial Vehciles

Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the M.Sc. Degree

By: Alon Davidi

August 2011