1)

(p Λ (q V ¬q))  V (p V q) = ((p Λ q) V (p Λ ¬q)) V (p V q)

a) sann
b) sann
c) falsk

| p | q | (p Λ q) | (p Λ ¬q) | (p V q) | ((p Λ q) V (pΛ¬q)) V (p V q) |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |

2)

a)

| p | q | ¬p | ¬q | (¬p Λ ¬q) | ¬(¬p Λ ¬q) |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |

b)

| p | q | (¬p V q) | (p V ¬q) | (¬p V q) Λ (p V ¬q) |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

c)

| p | q | r | (¬p V q V r) | (p V ¬q V ¬r) | (¬p V q V r) Λ (p V ¬q V ¬r) |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

3)

p Λ (¬q V r) = ¬(¬p V q) V ¬(¬p V ¬r)

4) Finns ingen lösning. Båda kan tala sant om sig själva, eller ljuga om sig själva. Båda kan även tala sant om varandra, eller ljuga om varandra.

5)

a) $q \rightarrow p$
b) $\neg q \rightarrow \neg p$
c) $q \rightarrow p$
d) $p \leftrightarrow q$

| q | p | a) $q \rightarrow p$ | b) $\neg q \rightarrow \neg p$ | c) $q \rightarrow p$ | d) $p \leftrightarrow q$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

6)

a)

| p | q | $p \oplus q$ | $(p \land \neg q)$ | $(\neg p \land q)$ | $(p \land \neg q) \lor (\neg p \land q)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

b)

| p | q | $p \leftrightarrow q$ | $(p \rightarrow q)$ | $(q \rightarrow p)$ | $(p \rightarrow q) \land (q \rightarrow p)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

c)

| p | q | $p \rightarrow q$ | $\neg p \lor q$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

7)

a)

| p | q | r | $\neg p \lor (\neg q \lor r)$ | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ | | |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |

b)

| p | q | r | $\neg(\neg p \lor q) \lor r$ | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | $((p \rightarrow q) \rightarrow r)$ | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |

c) Tautologi!

| p | q | $(p \leftrightarrow q)$ | $(p \leftrightarrow \neg q)$ | $(p \leftrightarrow q) \oplus (p \leftrightarrow \neg q)$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |

8)

a) $a \vee (\neg a \wedge b) \overset{\text{Distribution}}{=} (a \vee \neg a) \wedge (a \vee b) \overset{\text{Regel 5}}{=} 1 \wedge (a \vee b) \overset{\text{Regel 3}}{=} a \vee b$

b) $a \wedge (\neg a \vee b) \overset{\text{Distribution}}{=} (a \wedge \neg a) \vee (a \wedge b) \overset{\text{Regel 5}}{=} 0 \vee (a \wedge b) \overset{\text{Regel 4}}{=} a \wedge b$

c) $(a \vee b) \wedge \neg(a \wedge \neg b) \overset{\text{Regel 8 \& 9}}{=} (a \vee b) \wedge (\neg a \vee b) \overset{\text{Distribution}}{=} (a \wedge \neg a) \vee b \overset{\text{Regel 3}}{=} 0 \vee b = b$

d) $\neg(a \vee \neg b) \vee (a \wedge b) \overset{\text{Regel 9}}{=} (\neg a \wedge b) \vee (a \wedge b) \overset{\text{Distribution}}{=} (\neg a \vee a) \wedge b \overset{\text{Regel 5}}{=} 1 \wedge b = b$

9)

a) $(p \to q) \wedge (p \to r) = (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) = \neg p \vee (q \wedge r) = p \to (q \wedge r)$

b) $(p \wedge q) \to (p \vee q) = \neg(p \wedge q) \vee (p \vee q) = (\neg p \vee \neg q) \vee (p \vee q) = \neg p \vee p \vee \neg q \vee q = 1 \vee 1 = 1$

10)

$(p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge r)$

$= \neg(\neg p \vee q \vee r) \vee \neg(\neg p \vee q \vee \neg r) \vee \neg(\neg p \vee \neg q \vee r) \vee \neg(\neg p \vee \neg q \vee \neg r)$

$= \neg(\neg p \vee q \vee \neg q \vee r \vee \neg r)$

$= \neg(\neg p \vee 1 \vee 1)$

$= (p \wedge 1 \wedge 1)$

$= p$

11)

$(r\%2) \wedge 1$

Hvis $p = \text{bit}1$:

$$p_{\text{resultat}} = p_1 \leftrightarrow p_2$$

(Ikke helt sikker på hva som menes med denne oppgaven)

12)

a) usann, hvis $x = 1$ ($1 \geq 2$ er usannt)

b) sann: $-1<0$, $-1^2>0$

c) usann, $2^2 > 2$

d) sann

e) sann, $0^2=0$, $2^2>2$, $1^2 = 1$, $-1^2>-1$

f) usann, $-1 \leq \mathbb{N}$, $0 \leq \mathbb{N}$

g) sann, $-1 < \mathbb{N}$

13)

a) Sant. Om $x=3$ kommer ($x>2$) vara falskt, och oavsett om ($x<y$) är sann blir därmed hela uttrycket sant

b) Falskt. Om $y<x$ blir uttrycket falskt

14)

a) Falskt
b) Sant
c) Falskt (ex. $x$=5, $y$=3: 5≠6)
d) Falskt
e) Falskt. Exempelvis om $x$=0, då måste både z och $y$ vara 0, och då blir (z≠$y$) falskt och därmed hela uttrycket

15)

a) Minst en flygplats har direktflyg till alla andra flygplatser
b) Minst en flygplats har inte direktflyg till alla andra flygplatser
c) För alla $x$ och alla y finns minst en flygplats z som låter dig flyga sträckan $x \rightarrow z \rightarrow y$; det finns alltså minst en mellanlandnings-flygplats tillgänglig för alla sträckor från $x$ till y
d) Det finns minst en mellanlandnings-flygplats tillgänglig för minst 1 destination var du än flyger från