Simplex Method – Specification

Aurthor: Amoiensis
Data: 2019.10.01

OVERVIEW

单纯形法，实际上是基于标准化的线性规划模型，同时在证明线性规划问题是凸问题（线性规划解集为凸集，且其最优解一定在顶点处可以取得）的前提下，对遍历所有的基可行解寻优的方法的一种改进方法。

在原有的遍历所有的基可行解的方法中：先遍历所有的基解；再根据 $X \geq 0$ （约束条件）判断可行性，从而得到所有的基可行解；最后在基可行解中找到使得目标函数值取 max 的那组基可行解（决策变量取值）。

在单纯形法中，因为证明了线性规划问题是一个凸问题，从而一步一步优化，最后可以取得目标函数值的最优化。当单纯形法从一个初始基可行解（初始顶点）进入时，只要往目前看到的能够提高目标函数值的顶点转移，那么通过不断的循环就可以找到最优解，这样相对于遍历所有基可行解而言，可以减少运算的次数，提高速度。

DETAIL

On graph

从图形的角度看：

选取求解某一基解时，就是在寻找由限制条件确定的各个超平面的交点，即顶点。此外，因为求解该超平面交点时没有考虑 $X \geq 0$ 的限制，从而可能存在部分基解不可行。

原有的基可行解遍历，即求解所有的基可行解，再计算目标函数值，从中选取最大的那一个。

在单纯形法中，为了减少不必要的运算，有以下三条选择操作：一是，通过计算中的限制，确保是从顶点跳转到顶点；二是，在选择跳转的顶点时考虑 $X \geq 0$ 从而避免不可行解的计算；三是，找到目前已知的可以可以增大目标函数只最大的顶点，变换过去。

On Algebra

从代数的角度看：

$\sum_{i=1}^{m} P_i x_i^0 = b$ 表示初始解；

$P_j = \sum_{i=1}^{m} a_{ij} P_i$ 表示新引入基向量可以由其他基向量线性组成；

$\sum_{i=1}^{m} \left(x_i^0 - \theta a_{ij}\right) P_i + \theta P_j = b$ 表示新的限制条件的满足，θ 表示X^1的 j 位置的值（其实质为行初等变换/高斯消元）；

$\theta = min_i \left\{ \frac{x_i^0}{a_{ij}} \middle| a_{ij} > 0 \right\} = \frac{x_l^0}{a_{lj}}$ 表示走在顶点上，而且满足$X \geq 0$ 的限制；

$$\begin{cases} z_0 = \sum_{i=1}^{m} c_i x_i^0 \\ z_1 = \sum_{i=1}^{m} c_i \left(x_i^0 - \theta a_{ij}\right) + \theta c_j \end{cases}$$

$$\rightarrow \Delta = z_1 - z_0 = z_0 + \theta\left(c_j - \sum_{i=1}^{m} c_i a_{ij}\right)$$

Aurthor: Amoiensis Data: 2019.10.01 Email: yxp189@portonmail.com

$\sigma_j = c_j - \sum_{i=1}^{m} c_i a_{ij}$

$\rightarrow \Delta = z_1 - z_0 = z_0 + \theta\sigma_j$ 表示每一次提升最大，应该在θ给定时，选择最大的σ_j，从而使目标函数每一步提升最大，尽量更快接近最优决策；

ATTENTION

Please feel free to contact with me for any questions, thank you!

Don't spread the files without permission!

More information: https://github.com/Amoiensis/Operational-Research

未经允许，请勿转载！

本项目所有文件仅供学习交流使用！