



دکتر صامتی
دانشکده مهندسی کامپیوتر

سیگنال ها و سیستم ها

پاییز ۱۴۰۲

فصل یک و دو

تمرین ۱

مسئله ۱.

سیگنال های $x(t)$ و $x[n]$ در شکل ۱ داده شده اند سیگنال های زیر را به صورت تقریبی رسم و علامت گذاری کنید.

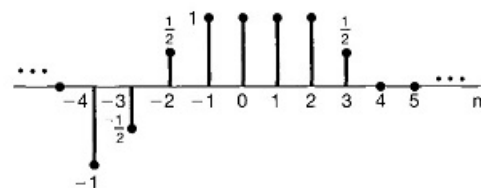
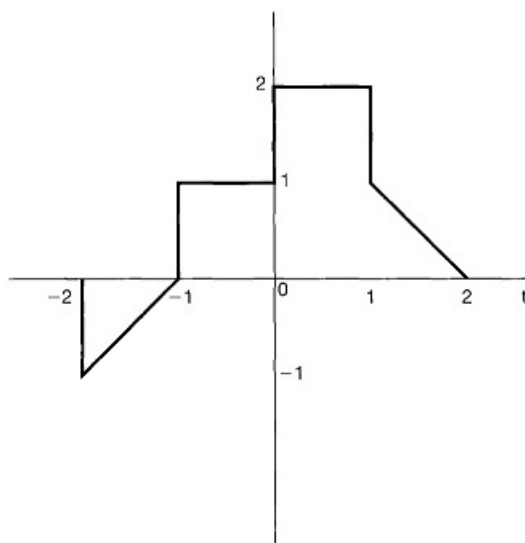
$$y(t) = x(1-t) \cdot u(t - \frac{3}{4}) + x(t-1) \cdot \delta(t - \frac{5}{4})$$

$$y[t] = x[t-2] \cdot x(-t)$$

$$y[n] = \frac{1}{4}x[n] + \frac{1}{4}(-1)^n x[n]$$

$$y[n] = x[2n-1]$$

$$y[n] = x[(2n-1)^2]$$



شکل ۱: نمودار سیگنال های $x(t)$ و $x[n]$

مسئله‌ی ۲.

مشخص کنید که هر کدام از سیگنال‌های زیر متناوب هستند یا نه. در صورت متناوب بودن، کوچک‌ترین دوره تناوب آن را بیابید.

$$x(t) = \cos^2\left(2t - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$x(t) = \sqrt{\left|\sin\left(\frac{t}{\sqrt{2}}\right)\right|}$$

$$x(t) = \sin(\pi t^2)$$

$$x[t] = e^{jn}$$

$$x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{\lambda}n^2\right) + \cos\left(\frac{\pi}{\lambda}n\right)$$

$$x[n] = \cos(n)$$

مسئله‌ی ۳.

انتگرال زیر را محاسبه کنید.

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(u)\delta(t - 3u)\delta(t - 2)du$$

مسئله‌ی ۴.

برای هر کدام از سیستم‌های زیر بررسی کنید که آیا خطی، بی حافظه، مستقل از زمان، علی و پایدار اند.

$$y(t) = \frac{d}{dt}x(t)$$

$$y(t) = \int_{-t}^{2t} x(\tau)d\tau$$

$$y(t) = x(\sin(t))$$

$$y(t) = \begin{cases} \frac{1}{x(t)} & |x(t)| > 0 \\ x(t+2) & O.W. \end{cases}$$

$$y[n] = nx[n]$$

$$y[n] = \begin{cases} 0 & n \neq 2k \\ x\left(\frac{n}{2}\right) & O.W. \end{cases}$$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^n (-1)^k x[k]$$

مسئله ۵.

در صورتی که $x_e[n]$ بخش زوج و $x_o[n]$ بخش فرد سیگنال $x[n]$ باشد، نشان دهید.

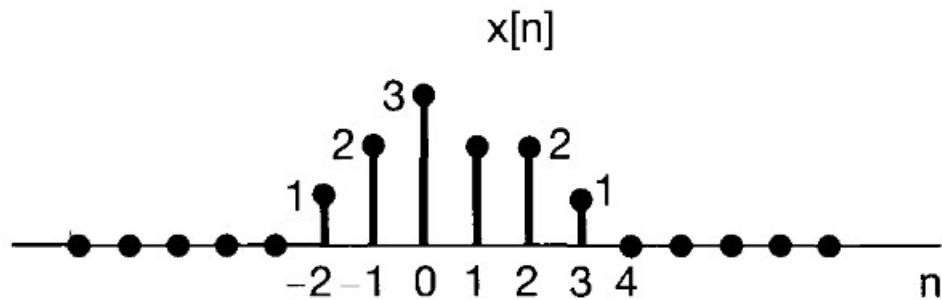
$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_e[n] + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_o[n]$$

مسئله ۶.

سیستم LTI ای را در نظر بگیرید که در ابتدا در استراحت قرار دارد و با معادله دیفرانسیل زیر توصیف می شود.

$$y[n] + 2y[n-1] = x[n] + 2x[n-2]$$

با حل کردن معادله دیفرانسیل به صورت بازگشتی، پاسخ سیستم را به $x[n]$ (شکل ۲) بدست آورید.



شکل ۲: سیگنال ورودی $x[n]$

مسئله ۷.

مساحت زیر نمودار یک سیگنال زمان-پیوسته مانند $v(t)$ را می توان مانند زیر نمایش داد.

$$A_v = \int_{-\infty}^{+\infty} v(t) dt$$

نشان دهید اگر $y(t) = x(t) * h(t)$ آنگاه داریم:

$$A_y = A_x A_h.$$

مسئله ۸.

فرض کنید سیستم خطی نامتغیر با زمان S و سیگنال $x(t) = 2e^{-2t}u(t-1)$ را داریم. اگر

$$x(t) \longrightarrow y(t)$$

و

$$\frac{dx(t)}{dt} \longrightarrow -3y(t) + e^{-2t}u(t)$$

آنگاه پاسخ ضربه S را مشخص کنید.

مسئله‌ی ۹.

الف

یک سیستم LTI را در نظر بگیرید که خروجی آن از معادله زیر بدست می آید.

$$y(t) = \int_{-\infty}^t e^{-(t-\tau)} x(\tau - 2) d\tau.$$

پاسخ ضربه $h(t)$ این سیستم را بدست آورید.

ب

خروجی سیستم را در صورتی که ورودی آن $x(t) = u(4 - t^2)$ باشد، بدست آورید.

موفق باشید (:)