

## Mise en évidence du paradoxe de Braess par différents choix de trajet des usagers de la route.

Un simple blocage de routes peut devenir un grand embouteillage rendant impossible le déplacement dans une grande partie de la ville. C'est pourquoi notre démarche consiste à tenter de trouver quelques points à améliorer dans les réseaux routiers pour qu'ils gagnent en fluidité.

Le paradoxe de Braess pourrait s'appliquer au réseau routier d'une ville pour lui faire gagner en fluidité et ainsi empêcher pour chaque usager de la route une perte de temps évitable.

**Ce TIPE fait l'objet d'un travail de groupe.**

**Liste des membres du groupe :**

- *TASDELEN Timurçin*

**Positionnement thématique (ÉTAPE 1) :**

- *INFORMATIQUE (Informatique pratique)*

- *MATHEMATIQUES (Autres)*

- *INFORMATIQUE (Informatique Théorique)*

**Mots-clés (ÉTAPE 1) :**

**Mots-clés (en français) Mots-clés (en anglais)**

*Paradoxe de Braess*                      *Braess Paradox*

*Prix de l'anarchie*                      *Price of anarchy*

*Optimal social*                      *Social optimal*

*Optimal égoïste*                      *Selfish optimal*

*Réseau routier*                      *Road network*

## Bibliographie commentée

L'objectif de tout usager de la route est très simple, se rendre d'un point A à un point B en perdant le moins de temps possible. Grâce à la démocratisation des outils informatiques glanant leurs informations en temps réels, tel que Waze ou Google Maps, il est désormais très facile de réaliser cela, en suivant simplement l'itinéraire indiqué. Cependant, bien que le trajet alors choisi soit le plus rapide pour l'utilisateur, il peut en réalité faire perdre du temps lorsque l'on considère l'ensemble du réseau [1]. Autrement dit, les objectifs de chaque utilisateur sont remplis et s'ils changent de trajet ils perdent du temps : on parle alors d'équilibre de Nash [2]. Cependant, cet équilibre de Nash n'est pas nécessairement optimal [3] au sens où il peut exister des situations où les temps de trajet sur l'ensemble du réseau est meilleur que dans les situations offertes par les GPS.

Vient alors une question pour la ville : comment faire en sorte qu'un conducteur privilégie un

trajet qui lui paraît défavorable pour que, au final, ce soit bénéfique pour l'ensemble du réseau ? Puisque personne ne peut forcer un conducteur à prendre un trajet plutôt qu'un autre, une solution serait de limiter les choix du conducteur pour qu'il s'oriente de lui-même vers le meilleur trajet pour la collectivité.

Une méthode pour parvenir à faire cela est illustrée par le paradoxe de Braess [4] : il explique que parfois, en fermant des routes, la fluidité globale du trajet se voit améliorée [5]. Ce fait contre-intuitif, théorisé en 1968 par le mathématicien Dietrich Braess a dès lors été observé à plusieurs reprises, notamment à Séoul en Corée du Sud ou à Manhattan aux États-Unis [6]. Deux mathématiciens, Richard Steinberg et Willard Zangwill ont réussi à quantifier la récurrence de ce paradoxe : il a plus ou moins une chance sur deux de se produire [7].

Le temps que l'on peut gagner si l'on se trouve dans une situation optimale est matérialisé par ce qu'on appelle le prix de l'anarchie. C'est le rapport entre le temps total des trajets lorsqu'on se trouve dans une situation que l'on pourrait qualifier d'égoïste sur le temps de trajet dans la situation optimale [8]. Ce prix de l'anarchie permet de nous représenter tout le temps perdu dans les transports. Quelques études ont été faites dans de grandes villes, notamment à Boston, Londres et New York par Hyejin Youn, Michael Gastner et Hawoong Jeong, et ont montré que chacune de ces villes sont assez similaires puisqu'elles ont, pour un nombre d'automobilistes donné, un fort prix de l'anarchie. Ces scientifiques sont alors parvenus à trouver un ensemble de routes qu'il serait potentiellement rentable de fermer pour permettre un désengorgement important du réseau entier [9].

Heureusement, le prix de l'anarchie est borné. Autrement dit, le temps que l'on perd au quotidien parce que l'on a des comportements égoïstes est limité. Cette limite dépend de ce que les modèles mathématiques utilisent pour représenter le temps sur une route, mais dans le cas des modèles les plus simples, à savoir des fonctions de temps sur les routes qui sont affines, on peut démontrer, d'après les travaux de Tim Roughgarden, que dans le pire des cas, on perd un tiers de notre temps pour la simple raison que chacun cherche à maximiser son temps de transport [10].

## **Problématique retenue**

Un des objectifs de la ville est d'améliorer son réseau routier. L'enjeu ici est d'en faire une modélisation nous permettant d'observer la mise en œuvre du paradoxe de Braess et, ce faisant, l'utiliser pour optimiser les temps de trajet dans le réseau.

## **Objectifs du TIPE du candidat**

Les objectifs de notre TIPE sont :

- Modéliser les trajets des voitures au sein de la ville selon que les usagers adoptent un comportement social ou égoïste.
- Améliorer la modélisation pour diversifier les points de départ et d'arrivée des véhicules en travaillant sur des zones plutôt que sur des points fixes.

- Déterminer le temps perdu par les automobilistes en raison de leurs comportements égoïstes.
- Regarder si la fermeture de certaines routes permet d'augmenter la fluidité du trafic, en réduisant l'écart entre le comportement égoïste et social des usagers.

## Références bibliographiques (ÉTAPE 1)

- [1] CABANNES, T. | VINCENTELLI, M. A. S. | SUNDT, A. | SIGNARGOUT, H. | PORTER, E. | FIGHIERA, V. | UGIRUMURERA, J. | BAYEN, A. M. : The Impact of GPS-Enabled Shortest Path Routing on Mobility: A Game Theoretic Approach : <https://trid.trb.org/view/1495267>
- [2] PALMIERI, ANTHONY | LALLOUET, ARNAUD : Recherche d'heuristique d'équilibre de Nash: quelques résultats préliminaires pour les Constraint Games : [http://www.cril.univ-artois.fr/jfpc2017/articles/JFPC\\_2017\\_paper\\_40.pdf](http://www.cril.univ-artois.fr/jfpc2017/articles/JFPC_2017_paper_40.pdf)
- [3] GUERRIEN, BERNARD : Approche non coopérative et équilibre de Nash : <https://www.universalis.fr/encyclopedie/theorie-des-jeux/3-approche-non-cooperative-et-equilibre-de-nash>
- [4] GHYS, ETIENNE : Le prix-de-l'anarchie : <https://hal.science/hal-00583735/document>
- [5] VAN NEERDEN, TIMO : Le paradoxe de Braess : ou comment aller plus vite en ralentissant : <https://couleur-science.eu/?d=be49ed--le-paradoxe-de-braess-ou-comment-aller-plus-vite-en-ralentissant>
- [6] ROBERT, MARCEL : Le paradoxe de Braess : <http://carfree.fr/index.php/2012/07/18/le-paradoxe-de-braess/>
- [7] STEINBERG, RICHARD | ZANGWILL, WILLARD I. : The prevalence of Braess' Pradox : <https://sci-hub.hkvisa.net/10.1287/trsc.17.3.301>
- [8] SAVOIR COMMUNAUTAIRE : Prix de l'anarchie : [https://fr.wikipedia.org/wiki/Prix\\_de\\_l%27anarchie](https://fr.wikipedia.org/wiki/Prix_de_l%27anarchie)
- [9] YOUN, HYEJIN | GASTNER, MICHAEL T. | JEONG, HAWOONG : Price of Anarchy in Transportation Networks: Efficiency and Optimality Control : <https://sci-hub.hkvisa.net/10.1103/PhysRevLett.101.128701>
- [10] ROUGHGARDEN, TIM : Selfish Routing and the Price of Anarchy : <http://timroughgarden.org/papers/optima.pdf>

## DOT

- [1] : Février 2022 - Début de la réflexion sur le TIPE - Choix du sujet et du binôme.
- [2] : Mars 2022 - Compréhension du paradoxe de Braess via un exemple. Début du codage d'un modèle statique pour obtenir le prix de l'anarchie.
- [3] : Mai 2022 - Fin de l'implémentation du premier modèle et capture des données nécessaires pour l'exemple de Toulouse.
- [4] : Juin 2022 - Application des algorithmes au cas de Toulouse. Résultats satisfaisant au regard de la littérature scientifique déjà établie.

**[5]** : *Septembre 2023 - Mise en évidence des limites de la première approche et réflexion sur le moyen de les régler.*

**[6]** : *Janvier 2023 - Tentative d'utiliser un algorithme de type Dijkstra mais pour des graphes dynamiques. Échec : beaucoup de littérature sur le sujet mais aucun algorithme facilement compréhensible et que l'on peut appliquer à nos données.*

**[7]** : *Mai 2023 - Implémentation du tas de Fibonacci pour répondre à nos problèmes de complexité et modification de la fonction calculant le temps d'une répartition pour répondre à une approche dynamique.*

**[8]** : *Juin 2023 - Tentative de mise en évidence du paradoxe de Braess sur le réseau de Toulouse. Succès. J'ai trouvé une route qui peut être supprimée avec un gain de temps de transport en résultant, tant que l'on ne dépasse pas un trop grand nombre de voitures.*