

基于 MATLAB 的巴特沃斯切比雪夫滤波器设计

郭鹏

(上海海洋大学, 上海 200090)

摘要:随着电子科学信息技术的发展,滤波技术的应用范围越来越广。本文先对滤波器的理论知识进行阐述,接着主要对于模拟原型滤波器(巴特沃斯、切比雪夫)做了重点介绍,并在 Matlab 6.5 环境下,以典型设计法和完全设计法进行模拟滤波器的设计。最后,对滤波器的设计进行了总结。

关键词:滤波器; Matlab; 巴特沃斯; 切比雪夫

在无线电通信、非电量及微弱信号检测、数字信号处理、自动控制等电路中所能接收到的信号通常都是很微弱的,且其中还掺杂有无用或有害的信号,这对电路的正常工作将会造成影响。为了除这种影响,就需要用滤波器,使有用信号频率能比较顺利地通过,有害信号滤掉或最大程度的使其衰减。滤波器性能的强弱直接关系到产品的质量,所以,各个国家对示波器的研究都非常的深入。

MATLAB 6.5^[1]是 Math Works 公司推出的拥有强大语言功能和优化的软件, MATLAB 6.5 为数字滤波的研究和应用提供了一个直观、高效、便捷的利器。它将计算、可视化、程序设计融合到一个交互式的工作环境中,其推出的信号处理工具箱为数字滤波研究的蓬勃发展提供了有力的工具。

本文着重研究了基于 MATLAB 6.5 下的滤波器设计,并具体引入巴特沃斯、切比雪夫这两个滤波器模型。

一 滤波器的基本概念

(一) 什么是滤波器

滤波器,顾名思义,其作用是过滤信号波形的作用。通过运算的方式使得信号中频率成分达到所设定的比例或直接滤掉一些频率成分的器件。数字、模拟滤波在理论概念上是相同的,只是对进来信号过滤的方法以及滤波信号的形式不同。数字滤波器相对来说精度方面比较高,便于携带,滤波功能比较强大。

模拟滤波器只能用硬件来实现,其元件是电阻、电容、电感及运算放大器等。数字滤波器实现滤波的形式大致分为两种,一是通过编写所需要的程序来实现;二是通过加装硬件来实现。

MATLAB 主要就是应用与滤波器的设计以及对

信号进行频谱分析的软件,其中的工具箱更是将复杂的设计程序简化为简单的函数调用模式,设定正确的参数后,就会得到所要的结果,使用起来非常的方便易懂。

(二) 滤波器的分类

滤波器按照不同的分类方法,总体来说可分为经典和现代滤波器两种类型。对于经典滤波器而言,输入信号中有用和无用频率成分所占有的频带不同,那么通过添加一个相匹配的选频滤波器就可以达到想要滤波的目的,但信号和某些干扰信号的频带有重叠部分,这样就不能对那些干扰有效滤除。而对于现代滤波器来说,它是按照随机信号内部的统计分布规律,可以从各种干扰中提取想要的信号^[2]。

从功能上来说,经典滤波器有低通(low pass)、高通(high pass)、带通(band pass)、带阻(band stop)四中形式的滤波器。而数字滤波器有无限冲激(脉冲)响应数字滤波器(Infinite impulse response digital filter,简称 IIR 滤波器)和有限冲激(脉冲)响应数字滤波器(Finite impulse response digital filter,简称 FIR 滤波器)两种形式。

滤波器的幅频响应基本上都是理想状态,在现实情况下是无法实现的。在实际当中,我们自行设计的滤波器都是在规定的基本原则下相对理想滤波器较为相近,这样就确保了滤波器在物理层面上是可以实现并且具有较高的稳定性能。

二 模拟原型滤波器

本节介绍常用的模拟原型滤波器的主要特点及其 MATLAB 实现,包括 Butterworth、Chebyshev I、Chebyshev II,原型低通滤波器的设计。模拟原型滤波器指的是截止频率为 1 的滤波器。后面所讲的各类模拟滤波器可通过这些低通原型滤波器变换得到。

作者简介: 郭鹏,男,陕西宝鸡人,上海海洋大学,电气基础实验室,硕士学历。研究方向:电子信息技术。

(一) 滤波器最小阶数的选择

决定滤波器品质的一个重要参数就是滤波器阶数。一般在满足了性能指标的基础上,阶数应该尽可能小,以提高运算速度的要求。下面介绍用 MATLAB 信号处理工具箱中用来计算最小阶数和截止频率的工具函数。

MATLAB 工具箱中运用滤波器的最小阶数选择公式给出了滤波器最小阶数选择函数^[3]。几种滤波器最小阶数的选择函数如下^[3]:

$[n,wc]=\text{buttord}(wp,ws,Rp,Rs,'s');$ Butterworth 滤波器

$[n,wc]=\text{cheblord}(wp,ws,Rp,Rs,'s');$ Chebyshev I 滤波器

$[n,wc]=\text{cheb2ord}(wp,ws,Rp,Rs,'s');$ Chebyshev II 滤波器

式中, wp 为通带边界频率, ws 为阻带边界频率,单位为 rad/s。 Rp,Rs 分别为通带波纹和阻带衰减,单位为 dB。二者分别表示通带内的最大允许幅值损失和阻带下降的分贝数。's' 表示模拟滤波器(缺省时,该函数适用于数字滤波器);函数返回值 n 为模拟滤波器的最小阶数; wc 为模拟滤波器的截止频率,单位为 rad/s。这四个函数适用于低通、高通、带通、带阻滤波器。

若 $wp < ws$, 对应于低通模拟滤波器, 当 $wp > ws$ 时对应于高通模拟滤波器, 对于带通和带阻滤波器存在两个过渡带, wp 和 ws 均应该为含有两个元素的向量, 分别表示两个过渡带的边界频率。即: $wp=[\text{通带下界频率}, \text{通带上界频率}]$, $ws=[\text{阻带下界频率}, \text{阻带上界频率}]$ 。

(二) Butterworth, Chebyshev 滤波器

Butterworth 滤波器特点: 通带内具有最大平坦的频率特性; 阶数愈高, 特性愈接近矩形。

MATLAB 信号处理工具箱提供 Butterworth 模拟低通滤波器原型设计函数 buttap , 函数调用形式为:

$$[z,p,k]=\text{buttap}(n) \quad (3.1)$$

式中, n 为 butterworth 滤波器阶数; z,p,k 分别为滤波器的零点、极点和增益。Chebyshev I 型滤波器特点是: 通带内具有等波纹起伏特性, 而在阻带内则单调下降; 阶数愈高, 特性愈接近矩形。MATLAB 信号处理^[2-4]工具箱提供 Chebyshev 模拟低通滤波器原型设计函数 cheblap , 函数调用形式为:

$$[z,p,k]=\text{cheblap}(n,Rp) \quad (3.2)$$

式中, N 为滤波器的阶数, Rp 为通带波纹, 单位为 dB。 z,p,k 分别为滤波器的零点、极点和增益。

Chebyshev II 型模拟滤波器的特点是: 阻带具有等波纹的起伏特性, 而通带内是单调、平滑的, 阶数愈高, 频率特性曲线愈接近矩形。

MATLAB 信号处理工具箱提供函数 cheb2ap 设计 N 阶 Chebyshev II 型模拟滤波器的原型。由于 Chebyshev II 型滤波器阻带内有波纹, 通带内单调平滑, 则必须给定阻带衰减 R_s 。该函数通常调用格式为^[4]:

$$[z,p,k]=\text{cheb2ap}(N,Rs) \quad (3.3)$$

式中, N 为滤波器的阶数; R_s 为阻带波纹, 单位 dB; z,p,k 为滤波器的零极点 and 增益。

总结: Butterworth 滤波器在通带和阻带内均出现了平滑单调这一特点, 但在相同过渡带宽的条件下, 该滤波器所需的阶数最多。Chebyshev I^[5] 和 II 型滤波器在通带或阻带内具有波纹, 但在相同过渡带宽的条件下, 该滤波器所需的阶数比 Butterworth 滤波器要少。

三 模拟滤波器的设计

(一) 具体设计步骤

用户可对所要滤波器提出各项需求, 我们可以根据滤波器的需求进行设计。通常用户对模拟滤波器提出的要求有: (1) 滤波器的性能指标, 包括截止频率(对于低通和高通)或上下边界频率、通带波纹、阻带衰减等; (2) 滤波器的类型, 通常为 Butterworth、Chebyshev I、Chebyshev II 滤波器。我们根据滤波器的类型通常按下列步骤设计滤波器:

(1) 给定模拟滤波器的性能指标, 如截止频率(对于低通和高通)或上下边界频率、通带波纹、阻带衰减以及滤波器类型等。(用户给定)

(2) 确定最小阶数 N 和频率参数 wn 。可供选用的阶数选择函数有: buttord , cheblord , cheb2ord 等。(第三章介绍的方法和函数)

(3) 设计模拟低通原型滤波器。MATLAB 信号处理工具箱的滤波器原型设计函数有 butterap 、 cheblap 、 cheb2ap , 这些函数输出的是零极点增益形式。(第三章介绍的方法和函数)

(4) 零极点增益模型到传递函数模型的转换。为将模拟原型滤波器函数(如 buttap)设计出的零点 z , 极点 p 和增益 k 形式转换为传递函数(Transfer function)形式;

$$[b,a]=\text{zp2tf}(Z,P,K) \quad (4.1)$$

b 为滤波器传递函数分子多项式系数, a 为滤波器传递函数分母多项式系数。

(5) 按频率变换设计模拟滤波器(低通、高通、带通、带阻), 将模拟滤波器原型转换成其他形式的模拟滤波器。

模拟原型滤波器均是截止频率为 1 的滤波器, 在实际设计中是很难遇到的, 然而它是设计其他各类滤波器的基础。通过对频率的改变, 我们可以从

模拟低通滤波器原型获得模拟的低通、高通、带通和带阻滤波器。

低通模拟原型滤波器至低通滤波器 $[bt,at]=lp2lp(b,a,wn)$

低通模拟原型滤波器至高通滤波器 $[bt,at]=lp2hp(b,a,wn)$

wn 为通(高通)滤波器所期望的截止频率(rad/s)

低通模拟原型滤波器至带通滤波器 $[bt,at]=lp2bp(b,a,wn,Bw)$

低通模拟原型滤波器至带阻滤波器 $[bt,at]=lp2bs(b,a,wn,Bw)$ (4.2)

wn 为带通滤波器的中心频率(rad/s), Bw 为带通滤波器带宽(rad/s)。而式中,

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}, B_w = \omega_2 - \omega_1 \quad (4.3)$$

为带通(带阻)滤波器的下边界频率,为带通(带阻)滤波器上边界频率。

(6) 计算频率响应并绘图。 $[H,w]=freqs(b,a,w)$ 求出传递函数形式(分子和分母多项式的系数为 b,a) 表示的滤波器的对应于频率点 w 的复数频率响应 H , 若该函数不写输出变量, 则执行后绘出该滤波器的幅频响应和相频响应图。

以上面滤波器的设计是典型设计, 步骤比较麻烦, MATLAB 将这一系列的过程组合成了更为方便的设计函数: `butter`, `cheby1`, `cheby2` 这些函数称为模拟滤波完全设计函数^[5]。

2. Matlab 程序设计

Matlab 应用举例: 设计一个 Butterworth 模拟带通滤波器, 设计指标为: 通带频率: 1000~2000Hz, 两侧过渡带宽 500Hz, 通带波纹 1dB, 阻带衰减 100dB。如图 4-1 所示:

```
wp=[1000 2000]*2*pi; ws=[500 2500]*2*pi; Rp=1; Rs=100; % 滤波器设计参数
```

```
[N,Wn]=buttord(wp,ws,Rp,Rs,'s'); % 求得滤波器的最小阶数和截止频率
```

```
[b,a]=butter(N,Wn,'s'); % 设计模拟 Butterworth 滤波器
```

```
H=freqs(b,a,w); % 计算给定频率
```

点的复数频率响应

```
plot(w/(2*pi),20*log10(magH)); %  
以频率为横坐标绘制幅频响应  
xlabel('频率/Hz');ylabel('振幅/dB');  
title('Butterworth 模拟带通滤波器');
```

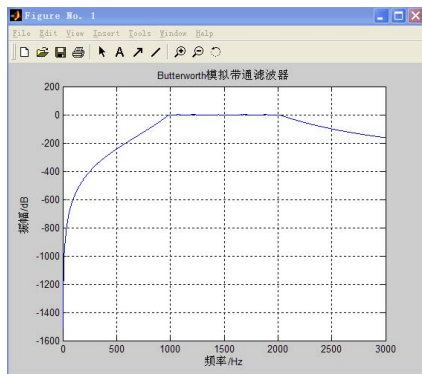


图 4-1 Butterworth 模拟带通滤波器

四 结语

在本次设计中, 主要是对与巴特沃斯、切比雪夫滤波器设计的研究, 通过对巴特沃斯、切比雪夫滤波器原型滤波器的引入介绍, 并运用 Matlab 6.5 这个强大的工具, 进行模拟滤波器的程序设计和频谱分析, 保证测量数据的准确性。

参考文献

- [1] 丁玉美, 高西全. 数字信号处理(第二版)[M]. 西安电子科技大学出版社, 2001: 34-36.
- [2] 王世一. 数字信号处理(修订版)[M]. 北京理工大学出版社, 1997: 41-44.
- [3] 赵红怡, 张常年. 数字信号处理及其 MATLAB 实现[M]. 化学工业出版社, 2002: 14-18.
- [4] R. J. Cameron, General coupling matrix synthesis methods for Chebychev filtering function, IEEE Trans. Microw. Theory Tech., Apr. 1999, 47(4), pp.433-442.
- [5] Y. Hsieh, C. Lee, C. G. Hsu. Design of spur-line-loaded cross-coupled dual-band bandpass filter with wide upper-end stopband[J]. Microwave and Optical Technology Letters, 2008, 50(3): 691-694